Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101707**

ID профиля: **869538**

Вариант 21

№1 Чистовик Математика

11 кл

Решение:

Дано:

S-сумма первых 7-и членов арифм прогр.

$a_1; a_2; ... a_i$ - возр арифм прогрессия

$a_i \in \mathbb{Z}$

$a_8 \cdot a_{17} > S+27$

$a_{11} \cdot a_{14} < S+60$

все возм (a_1 - ?)

$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > S+27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < S+60 \end{cases} \oplus \Rightarrow \begin{cases} \cancel{S+60+a_8 a_{17} > S+27+a_{11} a_{14}} \\ S+60+a_8 a_{17} > S+27+a_{11} \cdot a_{14} \end{cases} \Rightarrow$

$\rightarrow 33 + a_8 \cdot a_{17} > a_{11} \cdot a_{14}$

. Пусть d - разность арифм прогрессии, тогда

$a_{i+1} = a_1 + id$

Следовательно: $\cancel{33 + (a_1 + 7 \cdot d)(a_1 + 16d) > (a_1 + 10d) \cdot (a_1 + 13d)}$

$33 + (a_1 + 7d)(a_1 + 16d) > (a_1 + 10d)(a_1 \cdot 13d)$

$33 + \cancel{a_1^2} + \cancel{23a_1 d} + 112d^2 > \cancel{a_1^2} + \cancel{23a_1 d} + 130d^2$

$33 + 112d^2 > 130d^2$

$33 > 18d^2$. Поскольку вся прогрессия целая, то

$a_1 \in \mathbb{Z} \rightarrow d \in \mathbb{Z}$. Также она возрастает $\rightarrow d > 0$

Следовательно $\boxed{d=1}$, тогда $S = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) \dots = 7a_1 + 21d$

$\begin{cases} (a_1 + 7)(a_1 + 16) > 7a_1 + 21 + 27 \\ (a_1 + 10)(a_1 + 13) < 7a_1 + 21 + 60 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 23a_1 + 112 > 7a_1 + 48 \\ a_1^2 + 23a_1 + 130 < 7a_1 + 81 \end{cases} \Leftrightarrow$

1

(1… …538 M1303428)

№1 (продолжение) Чистовик Математика 11 кл

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2+16a_1+64>0 \\ a_1^2+16a_1+49<0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

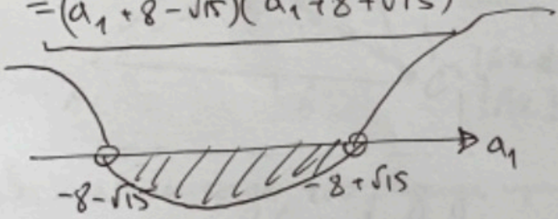
$$\begin{cases} (a_1+8)^2>0 \\ a_1^2+16a_1+49<0 \quad ① \end{cases} \Rightarrow \left(\text{следовательно: } \boxed{a_1 \neq -8}\right) ②$$

$D = 256 - 196 = 60 = (\sqrt{60})^2$

$$a_1 = \frac{-16 \pm \sqrt{60}}{2}$$

$$① \; a_1^2+16a_1+49 = \left(a_1 - \frac{-16+\sqrt{60}}{2}\right)\left(a_1 - \frac{-16-\sqrt{60}}{2}\right) =$$

$$= (a_1+8-\sqrt{15})(a_1+8+\sqrt{15})$$



$$\begin{cases} -8-\sqrt{15} < a_1 < -8+\sqrt{15} \\ 3 < \sqrt{15} < 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{-11 \le a_1 \le -5}, \text{ но по } ② \Rightarrow a_1 \neq -8 \Rightarrow$$

$\Rightarrow a_1 \in \{-11; -10; -9; -7; -6; -5;\}$

Ответ: $\{-11; -10; -9; -7; -6; -5;\}$

2

Чистовик

Математика 11кл

№2 (продолж)

$$f'(t) = \left(\frac{t^2}{\sqrt{4t^2-16}}\right)' = \frac{2t\cdot\sqrt{4t^2-16} - \frac{8t\cdot t^2}{2\cdot\sqrt{4t^2-16}}}{4t^2-16} =$$

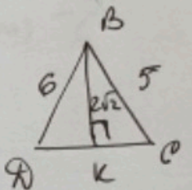
$$= \frac{2t\cdot(4t^2-16)-4t^3}{(4t^2-16)^{\frac{3}{2}}} = \frac{4t^3-32t}{8(t^2-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{t(t^2-8)}{2(t^2-4)^{\frac{3}{2}}}$$

единств экстр: $t = 2\sqrt{2}$

$\left[\begin{array}{l} t \neq 0 \text{ из логики задачи} \\ t \neq -2\sqrt{2} \text{ из логики задачи} \end{array}\right.$

При этом $\left.\begin{array}{l} t < 2\sqrt{2} \text{ (произв} < 0) \\ t > 2\sqrt{2} \text{ (произв} > 0) \end{array}\right\} \Rightarrow t = 2\sqrt{2}$ – минимум; тогда

По т. Пифагора:



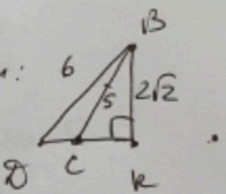
$\cdot\ KC = \sqrt{5^2-(2\sqrt{2})^2} = \sqrt{17}$

$\cdot\ DK = \sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}$

$CD = \sqrt{17} + 2\sqrt{7}$

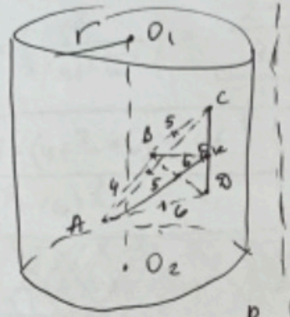
• Также ΔBCD может быть тупоугольным:

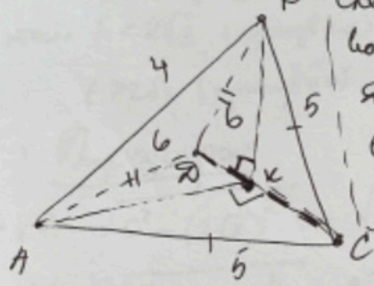
в таком случае $CD = 2\sqrt{7} - \sqrt{17}$



Ответ: $\left[\begin{array}{l} CD = \sqrt{17} + 2\sqrt{7} \text{ (в случае остр.)} \\ CD = 2\sqrt{7} - \sqrt{17} \text{ (в случае тупоуг)} \end{array}\right.$

№21 | Чистовик | Математика 11кл





Решение:

1) Опустим из верш. B выс-у на CD, тогда $^{(BK)}$

Заметим, что $\triangle DBC = \triangle ADC$

(т.к. $\begin{cases} AD = BD \\ BC = AC \\ DC - \text{общ} \end{cases}$ ⇒ равны по трем сторонам)

Следовательно, если опустить выс-у в $\triangle ADC$ из A на DC она тоже попадет в т. K, но тогда, если

$\begin{cases} AK \perp CD \\ BK \perp CD \end{cases} \Rightarrow \underline{(ABK) \perp CD}$

Дано:

ABCD – тетраэдр

$AB = 4$

$AC = CB = 5$

$AD = DB = 6$

ABCD – впис. в цилиндр (т. A, B, C, D лежат на бок. пов-и)

$CD \parallel O_1O_2$

r – мин

$CD - ?$

Заметим тогда, что радиус цилиндра равен радиусу опис. окр $\underline{\triangle ABK}$ т.к раз все вершины лежат на бок. пов-сти, то при проекции точек на пл-сть перпенд оси цилиндра ко (ABK): $A \to A$, $B \to B$; $C \to K$; $D \to K$, а бок пов-сть спроецируется, как окружность с радиусом, равным радиусу цилиндра. При этом, на этой окр-и будут лежать проекции всех точек. Пусть $\underline{BK = t}$, тогда $\underline{r_{\text{опис}}}$ для р/б треуг получим как $\frac{t^2}{\sqrt{4t^2 - 4^2}}$. $(= f(t))$

Чтобы найти $\underline{\min}$ этой функции найдем её произв.:

3

Чистовик

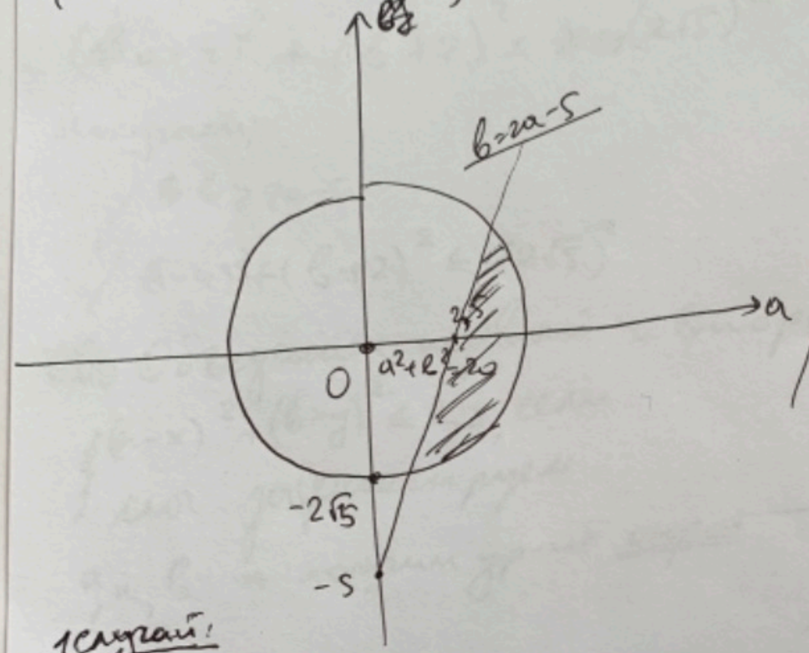
Математика 11кл

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 & (1)\\ a^2+b^2 \le \min(8a-4b;20) & (2)\end{cases}$$

Дано:
М-фигура на декартовой пл-и (x;y) – точки, что ∃(a;b), где a,b-вещ при которых вып данная система нер-в.

$S_{(M)}$ – ?

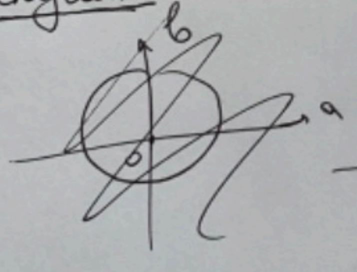


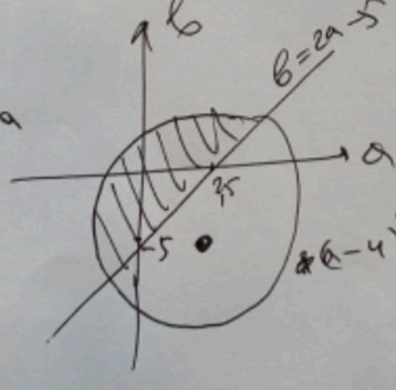
1случай:

$\underbrace{8a-4b \ge 20}$ ⇒ $\underbrace{a^2+b^2 \le 20}$ Получим:

$$\begin{cases}8a-4b \ge 20 \quad |:4\\ a^2+b^2 \le 20\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a-b \ge 5\\ a^2+b^2 \le 20\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}b \le 2a-5\\ a^2+b^2 \le 20\end{cases}$$

2случай:





$(a-4)^2+(b+2)=(2a\sqrt{5})^2$

5

№3 (продолжение) Чистовик Математика шк

$8a-4b \le 20 \to a^2+b^2 \le 8a-4b$ то есть

$(a^2-8a+16)+(b^2+4b+4) \le 16+4 \to$

$(a-4)^2+(b+2)^2 \le \cancel{20}\,(2\sqrt{5})^2$

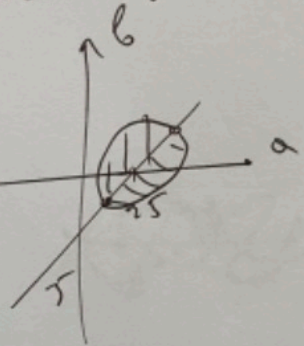
Получаем:

$$\begin{cases} b \ge 2a-5 \\ (a-4)^2+(b+2)^2 \le (2\sqrt{5})^2 \end{cases}$$

Объединим первый и второй случ:

$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2 \le 20, \text{ если} \\ \text{мы зафиксируем}\end{cases}$

a, и, b → получим ур-ие окр-ти



6

№1|стр 1| Черновик

Теперь, ~~[illegible]~~, подставим в (2)

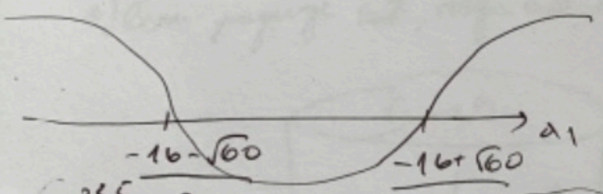
$(a_1+10)(a_1+13) < 7a_1+81$

$a_1^2+23a_1+130-7a_1-81<0$

$a_1^2+16a_1+49<0$

$D=16^2-4\cdot 49=256-(160+36)=256-196=(\sqrt{60})^2$

$\left(a_1-\frac{-16+\sqrt{60}}{2}\right)\left(a_1-\frac{-16-\sqrt{60}}{2}\right)<0$



$-23{,}5$ $\quad 7{,}5$ $\quad 3{,}5$ $\quad -8{,}5$

$\frac{-16-\sqrt{60}}{2} < a_1 < \frac{-16+\sqrt{60}}{2}$ $\quad -4{,}25$

$-11{,}75$

$-11 \le a_1 \le -\cancel{4}5$ при этом $a_1 \in \mathbb{Z}$ и $a_1 \ne -8$

Ответ: $-11; -10; -9; -7; -6; -5; \cancel{-4}$

$a_1 \in \{-11; -10; -9; -7; -6; -5;\}$

$-8+3{,}75$

$-4{,}25$

21101707(...8)

Черновик

№3 (стр1)

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2\le 20 \\ a^2+b^2\le \min(8a-4b; 20) \end{cases}$$

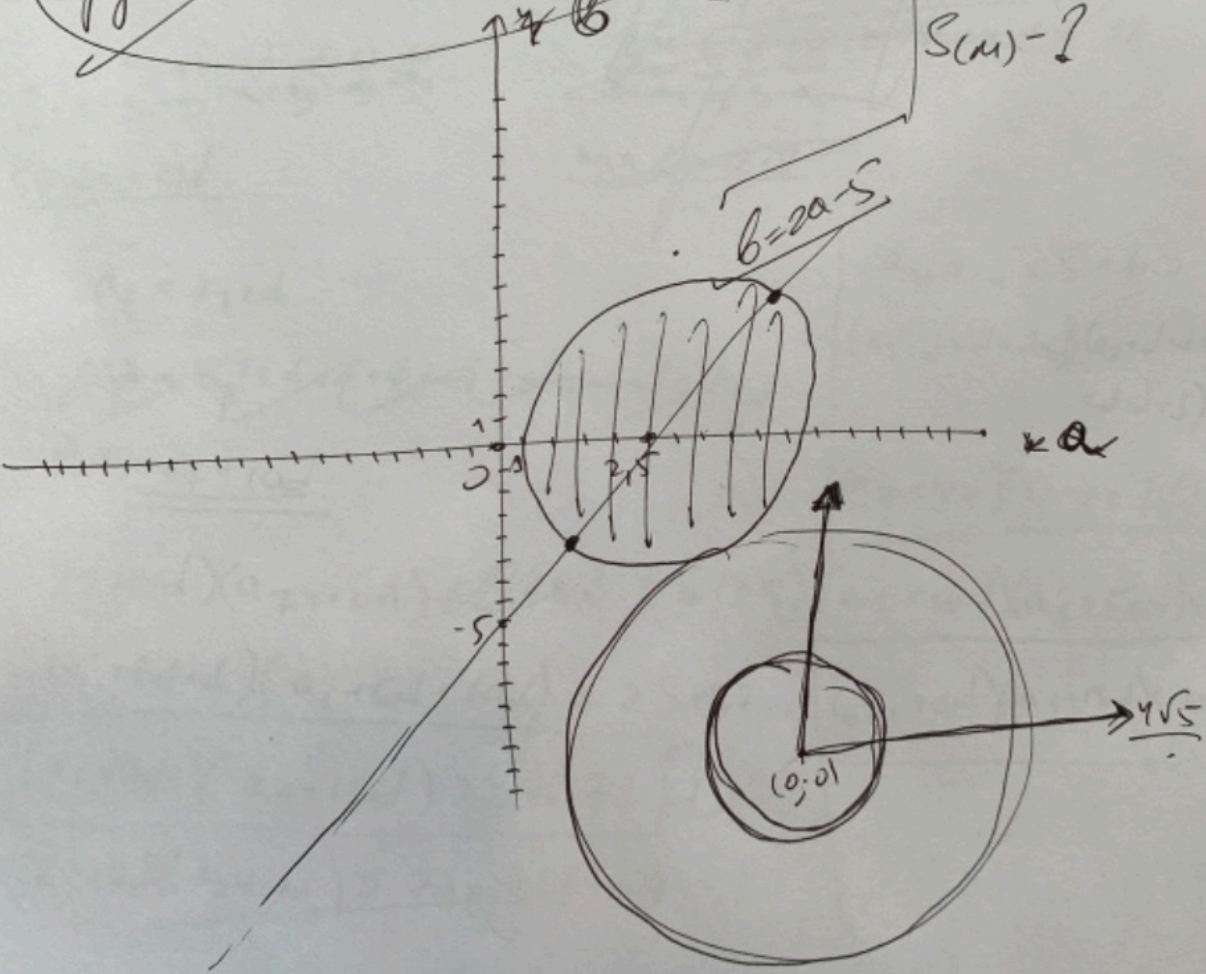
Дано:

M – фигура на декартовой плоскости

a; b – вещ-ые, при которых сист. система (данная)

S(M) – ?

~~Начертим декартову систему координат,~~



Черновик

№1 / стр 1

Дано:

S - сумма первых 7и членов арифм прогрессии

$a_1 a_2, a_3, a_4 \dots$ – a_i – целое

$a_8 a_{17} > S + 27$

$a_{11} a_{14} < S + 60$

a_1 – ? (все возможные значения)

Решение:

$a_n = a_1 + d(n-1)$

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9~~

$a_9 = a_1 + 8 \cdot 1 + 8$

~~2 4 6 8 10 12 14 16 18~~

$a_9 = 2 + 2 \cdot 8$

$d \quad 2d \quad 3d \quad 4d \quad 5d \quad 6d$

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$

$S = 7a_1 + 21d$

$a_8 = a_7 + d$

$\cancel{a_{17} = a_8 + d + d + d + d + d + d + d + d + d}$

$a_{17} = a_7 + 10d$

$(a_7 + d)(a_7 + 10d) > S + 27$

$(a_1 + 6d + d)(a_1 + 6d + 10d) > S + 27$

$\boxed{(a_1 + 7d)(a_1 + 16d) > S + 27}$ 1

$(a_1 + 7d)(a_1 + 16d) > 7a_1 + 21d + 27$

$a_{11} a_{14} < S + 60$

$(a_7 + d + d + d + d)(a_7 + d + d + d + d + d + d + d) < S + 60$

$(a_7 + 4d)(a_7 + 7d) < S + 60$

2 $(a_1 + 10d)(a_1 + 13d) < S + 60$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 13d) < 7a_1 + 21d + 60$

21101707 (C869...428)

№1(стр2)

Черновик

$$\begin{cases}(a_1+7d)(a_1+16d) > 7a_1+21d+27 \\ (a_1+10d)(a_1+13d) < 7a_1+21d+60\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2+\overbrace{16a_1d+7a_1d}^{23a_1d}+112d^2 > 7a_1+21d+27 \\ -(a_1^2+\overbrace{13a_1d+10a_1d}^{23a_1d}+130d^2) > -(7a_1+21d+60)\end{cases} (+)$$

$$\underbrace{112d^2-130d^2 > 27-60}$$

$$-18d^2 > -33$$

$$33 : 18 = 1,\ldots \qquad 112-48=64$$

$$d^2 < \frac{33}{18}$$

$\underbrace{-\sqrt{\frac{33}{18}} < d < \sqrt{\frac{33}{18}}}$ но т.к арифм прогрессия состоит из целых чисел $\Rightarrow d \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$-1 \le d \le 1$ (т.к арифм прогрессия возр-щая $\Rightarrow$ не убыв)

$$\begin{cases} d=-1 \ \varnothing \text{ (т.к арифм прогрессия не монотонная)} \\ d=0 \ \varnothing \text{ (т.к она возр} \Rightarrow \text{не монотонная)} \\ \underline{d=1}\end{cases}$$

$$(x+8)^2 = x^2+16x+64$$

Подставим d в (1) и найдем a_1

$$(a_1+7)(a_1+16) > 7a_1+\overbrace{21+27}^{48}$$

$$a_1^2+16a_1+7a_1+\overbrace{16\cdot 7}^{112} > 7a_1+48$$

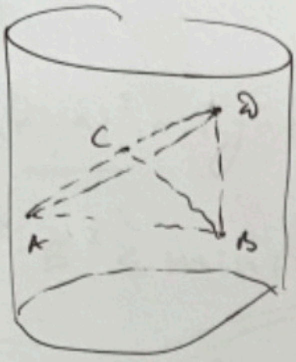
$$a_1^2+16a_1+\cancel{7a_1}-\cancel{7a_1}+\overbrace{112-48}^{64} > 0$$

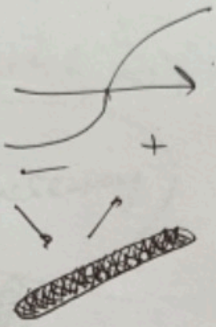
$$a_1^2+16a_1+64 > 0$$

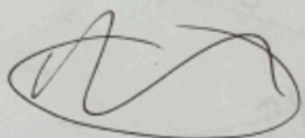
$$\underline{(a_1+8)^2 > 0} \Rightarrow \boxed{a_1 \neq -8}$$

N2 | стр 1

Черновик



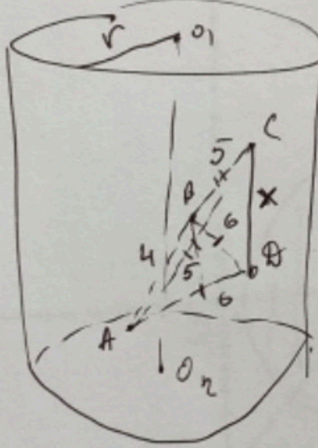




Дано:
ABCD - тетраэдр
AB=4; AC=CB=5
AD=DB=6
ABCD - вписан в цилиндр. с мин. рад-сом

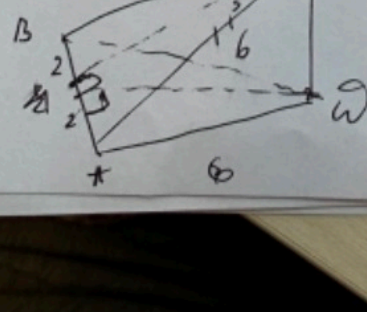
CD - ?

*) Если радиус ≤2, тогда CD ∦ O_1O_2 или AB≠5; AD≠6



1) CD ∥ O_1O_2 и лежит C, D лежат на боковой стороне => CD полностью лежит на боковой пов-сти цилиндра
2) Пусть CD = x, тогда заметим, что r - наименьший из возможных. => AB - диам окружности сеч-я

(Т.к. CD ~~AB~~ лежит на бок стороне и CD ∥ O_1O_2 => и ABCD - вписан в цилиндр так, что A, B, C, D лежат на бок. стороне => тетраэдр симметричен отн CD



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101707**

ID профиля: **869538**

Вариант 21

№4 Чистовик (Вар 21) Математика 11 кл

Решение:

$$\begin{cases} НОД(a; b; c) = 35 (= 5 \cdot 7) \\ НОК(a; b; c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Кол-во троек } (a; b; c) - ?}$

Значения (a; b; c) представимы в виде $5^k \cdot 7^p$, где $k; p \geq 1$ (каждое из a, b, c $\vdots$ 35), тогда пусть:

$$\begin{cases} a = 5^{k_1} \cdot 7^{p_1} \\ b = 5^{k_2} \cdot 7^{p_2} \\ c = 5^{k_3} \cdot 7^{p_3} \end{cases}$$

Тогда $k_1, k_2; k_3; p_1; p_2; p_3 \geq 1$. И тогда

$$\boxed{\begin{matrix} \max(k_1; k_2; k_3) = 18 \\ \max(p_1; p_2; p_3) = 16 \end{matrix}}$$

Посчитаем, сколько способов есть:

1 ~~способ~~ случай:

· Ровно 1 число $\vdots 5^{18}$.

Тогда выбираем одно из $\{k_1; k_2; k_3\}$ и приравниваем к 18, тогда остальным присвоим значение от 1 до 17 $\Rightarrow$ таких случаев $\boxed{3 \cdot 17^2}$!

~~2 способ~~ 2 случай:

Ровно 2 числа $\vdots 5^{18}$

Тогда выбираем 2-а числа ~~из~~ ~~из~~ из $\{k_1; k_2; k_3\}$ и приравниваем к 18, тогда ~~оставшемуся~~ послед. числу присваиваем значение ~~к~~ от 1 до 17, таких случаев $\boxed{3 \cdot 17}$ ($C_3^2 = 3$)

1

№4 (продолжение) Чистовик Математика

Вар 21 11 кл

Зслучай

Все 3-и числа $= 18 \Rightarrow$ таких способов ровно 1.

Следовательно способов для степеней 5: $3 \cdot 17^2 + 3 \cdot 17 + 1$

для степеней 7 рассуждения аналогичны:

$3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1$

Тогда итоговый ответ: $(3 \cdot 17^2 + 3 \cdot 17 + 1) \cdot (3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1)$

Ответ: $(3 \cdot 17^2 + 3 \cdot 17 + 1) \cdot (3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1)$

2

Чистовик (Вар 21)

Математика 11 кл

№5

Дано:

1) $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$

2) $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$

3) $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

x, при котором ~~два~~ 2 из чисел равны, а третье меньше на 1 — ?

Решение:

Пусть $a=b$, а $c=a-1=b-1$, по условию $a;b;c$ — какие-то из этих чисел.

Тогда рассм. их произведение:

$a^2(a-1)$

посчитаем в явном виде:

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)\cdot\log_{(2x^2-3x+5)}(2x-3)^2\cdot$

$\cdot\log_{(x+1)}(2x^2-3x+5)=4\log_{2x-3}(x+1)\cdot$

$\cdot\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)\cdot\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=4\log_{(2x-3)}(2x-3)\cdot$

$\cdot\log_{(2x^2-3x+5)}(2x^2-3x+5)\cdot\log_{(x+1)}(x+1)=4\cdot1\cdot1\cdot1=\underline{\underline{4}}$

Это верно для всех $x\in$ ОДЗ:

$$\begin{cases}\sqrt{2x-3}\neq1; \ x\neq2\\ 2x-3\geq0; \ x>\frac{3}{2}\\ 2x^2-3x+5>0 \text{ всегда верно}\\ 2x^2-3x+5\neq1; \ D<0\\ x\neq\frac{3}{2}\\ x\neq0\\ x>-1\end{cases}$$

$(\Rightarrow)$

$(\Leftarrow)\begin{cases}x\neq0\\ x\neq\frac{3}{2}\\ x>-1\\ x>\frac{3}{2}\\ 2x-3\neq1\\ \cancel{2x^2-3x+4\neq0}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>\frac{3}{2}\\ x\neq2\end{cases}$

3

№5 (продолж 1)
(ОДЗ учтем позже)

Чистовик

Математика

(Вар 21)

$1) \log_{(2x-3)}(x+1)=2$

$\log_{2x-3}(x+1)=1$

$x+1=2x-3$

$\boxed{x=4}$ подходит по ОДЗ

подставим в другие лог-ифмы:

$\cdot \log_{(2\cdot 4^2-3\cdot 4+5)}(2\cdot 4-3)^2=\log_{25}25=1$

$\cdot \log_{4+1}25=2$ Подходит

2) Учтем ОДЗ позже

$\log_{(2x^2-3x+5)}(2x-3)^2=2$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)=1$

$2x-3=2x^2-3x+5$

$D=25-64<0$ $\varnothing$

$a^2(a-1)=0$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$

$\uparrow$

$D<0$

$\boxed{a=2}$

посмотрим все случаи log-ов, равных 2-ум

4

№35 (продолж 2) | Чистовик (вар 21) | Математика 11кл

3) ОДЗ учтем позже

$\log_{(x+1)}(2x^2-3x+5)=2$

$2x^2-3x+5=(x+1)^2=x^2+2x+1$

$x^2-\cancel{3x}5x+4=0$

$\left[\begin{array}{l} x=4 \text{ (уже проверили)} \\ x=1 \ominus \text{ (не подходит) по ОДЗ} \end{array}\right.$

(по ОДЗ $x>3/2$)

Ответ: $\{4\}$

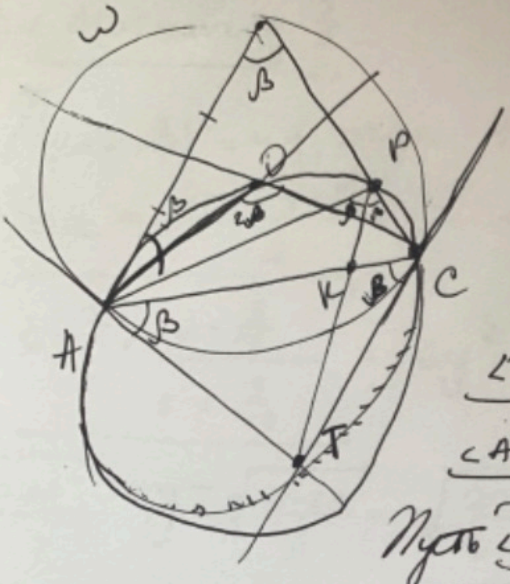
5

№6

Чистовик

(Вар 21)

Математика 11кл



Решение:

а) Заметим, что по св-ву угла между касат-ой и хордой: $\angle TAC = \angle ABC$ аналогично $\angle ACT = \angle ABC$

Пусть $\angle ABC = \beta$, тогда $\angle ATC = 180 - 2\beta$ (по св-ву центр угла)

Дано:
- ABC - остроуг
- ω - опис окр △ABC
- O - центр ω
- $A; O, C \in \omega_1$
- $\omega_1 \cap BC = P$
- кас к ω из A и C пер-я в T
- $TP \cap AC = K$
- $S_{\triangle APK} = 12$
- $S_{\triangle CPK} = 9$

а) Н! $S_{\triangle ABC}$ - ?

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{7}$, AC - ?

$\angle AOC = 2 \cdot \angle ABC = 2\beta$ следов. т.к т. A, O, P, C лежат на одной окр. $\Rightarrow \angle AOC = \angle APC = 2\beta$; $\angle APC + \angle ATC = 180 - 2\beta + 2\beta + 180°$

$\Rightarrow$ точки A, P, C, T лежат на одной окружности $\Rightarrow \angle CPK = \angle TAC = \beta$, и $\angle APK = \angle ACT = \beta \Rightarrow$ PK - бисс угла $\angle APC$

• Как смежный угол, $\angle APB = 180 - 2\beta \Rightarrow \angle BAP = \beta \Rightarrow \triangle ABP$ - р/б. $\Rightarrow$ т. P на сер. перп к AB, но т. O тоже лежит на сер. перп к AB, след, если т. M - сер AB, то т. M; O; P - лежат на одной прямой и $AP = BP \Rightarrow$

$\frac{S_{PKC}}{S_{APK}} = \frac{\rho(P; AC) \cdot KC}{\rho(P; AC) \cdot AK}$ (по св-ву бисс) $\frac{PC}{AP}$ $\underset{\text{из р/б треуг}}{=}$ $\frac{PC}{BP}$ $= \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{APC}} = \frac{BC}{PC} = \frac{7}{3} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{7 \cdot S_{APC}}{3} =$

$= 49$ $\left(= \frac{7 \cdot (12+9)}{3}\right)$

6

Ответ: ~~49~~ 49

21101707 (U869538 M1303429)

№6 (продолжение)

Чистовик

(Вар 21)

Математика

11кл

б) $\underline{\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{7}}$.

Пусть $BP = 4y$, тогда $AP = 4y$ (р/б треуг) $\Rightarrow PC = 3y \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{APC} = \frac{4y\cdot 3y\cdot \sin(2\beta)}{2} = 6y^2 \cdot \frac{2\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta} =$$

$$= 6y^2\cdot\frac{2\cdot\frac{3}{7}}{1+\frac{9}{49}} = 6y^2\cdot\frac{6:7}{58:49} = 6y^2\cdot\frac{\cancel{6}^{3}\cdot\cancel{49}^{7}}{\cancel{58}_{29}\cdot\cancel{7}} = \frac{18}{29}\cdot y^2 =$$

$$= 21 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{21\cdot 29}{18}} = \sqrt{\frac{203}{6}}$$

$\Rightarrow$ По Т. Cos-ов: $AC^2 = (3y)^2 + (4y)^2 - 2\cdot 3y\cdot 4y\cdot\cos(2\beta) =$

$$= 25y^2 - 24y\cdot\frac{1-\operatorname{tg}^2\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta} = 25y^2 - 24y\cdot\frac{\frac{40}{49}}{\frac{58}{49}} =$$

$$= \frac{203}{6}\cdot 25 - 24\sqrt{\frac{203}{6}}\cdot\frac{40}{58} = 845\cdot\frac{5}{6} - 16\cdot\frac{16}{29}\cdot\sqrt{33\cdot\frac{5}{6}}$$

Тогда

$$AC = \sqrt{845\cdot\frac{5}{6} - \frac{16\cdot 16}{29}\cdot\sqrt{\frac{33\cdot 5}{6}}}$$

Ответ: $\sqrt{845\frac{5}{6} - \frac{16\cdot 16}{29}\cdot\sqrt{\frac{33\cdot 5}{6}}}$

7

21101707 (U869538 M1303429)

Черновик

$70+56=\underline{126}$.

$18\cdot 7$

$$\frac{6\cdot 3\cdot 7}{29}\cdot y^2=$$

$$\frac{126}{29}\cdot y^2$$

$$\begin{array}{r|l} -\cancel{126} & \cancel{29} \\ \cancel{80} & \cancel{4} \\ \cancel{46} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -126 & 29 \\ \underline{116} & 4 \end{array}$$

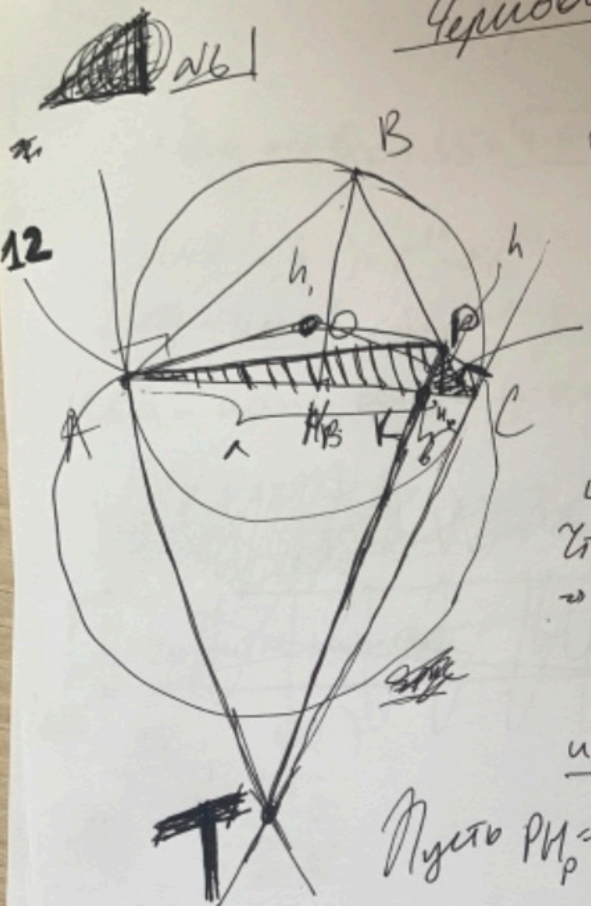
$$\frac{126}{29}\cdot y^2=21$$

$$y=\sqrt{\frac{21\cdot 29}{126}}$$

21101707 (U869538 M1303429)

Черновик

№6



1) O - точка пересечения серединных перпендикуляров △ABC (т.к ω - опис. окружность)

$S_{APC} = 12+9 = \underline{\underline{21}}$, заметим что вис △ ~~ABPC~~ и вис-е △ ABC ⇒

⇒ $\triangle BH_BC \sim \triangle PH_PC$ (по углу/градусу, двум углам и стороне

Пусть $PH_p = h$; $BH_B = h_1$.

$(a+b) = \frac{42}{h}$

$\begin{cases} \frac{ha}{2} + \frac{hb}{2} = 21 \\ \frac{h_1 \cdot (a+b)}{2} = ? \end{cases}$ $h(a+b) = 42$

$\frac{h_1 \cdot 42}{2h} = \frac{h_1}{h} \cdot 21$ - искомая площадь треугольника

$\frac{S_{PAC}}{S_{APK}} =$

S_{ABC}

$1 + \frac{9}{49} = \frac{49+9}{49} =$

$\frac{\frac{6}{7}}{\frac{58}{49}} = \frac{6 \cdot 49}{58 \cdot 7}$

Черновик

№41

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=35=\boxed{7\cdot 5} \\ НОК(a;b;c)=5^{18}\cdot 7^{16} \end{cases}$$

кол-во троек $(a;b;c)$ удовл системе ур-ий — ?

НОД - наиб. общий делитель.

НОК - наим. общее кратное.

~~Алгоритм поиска НОД (a;b)~~

$НОД(39;42)$

$39 = 39\cdot 1$

$42 = 21\cdot 2 = 7\cdot 3\cdot 2$

№5

Черновик

$\log_{2x-3}(x+1)$, $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$, $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$2(x-\ )(x-\ )$

$2\log_{2x-3}(x+1)$; При этом, какие-то

два из этих чисел равны, а третье меньше их на 1

1) ~~Перебор всех случаев~~

2) Оптимальный перебор

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \frac{3}{2} \\ x > -1 \\ x > \frac{3}{2} \\ 2x-3 \neq 1 \\ 2x^2-3x+4 \neq 0 \end{cases}$$

$D = 9 - 32 < 0 \rightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$

$(a-2)(a^2+a+2) = 0$

$D < 0$

$a^2(a-1) = 4$

$a = 2$

проверим, какие могут быть равны (2)

~~$D = 2 - 4 \cdot 2 \cdot 5$~~