Часть 1

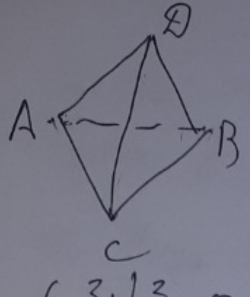
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101550**

ID профиля: **271447**

Вариант 21

Черновик



$AB=4$
$AC=CB=5$
$AD=DB=6$

$320+60=380$

$\frac{19+8\sqrt{3}}{3}$

$$\begin{cases} a^2+b^2=8a-4b \\ a^2+b^2=20 \end{cases}$$

$20=8a-4b \quad 5=2a-b \quad b=2a-5$

$a^2+4a^2-20a+25=20 \quad 5a^2-20a+5=0 \quad a^2-4a+1=0$

$\cancel{D=16}$ $D=4-1=3$ $\quad a=2\pm\sqrt{3} \quad b=4\pm2\sqrt{3}-5=-1\pm2\sqrt{3}$

$(2+\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3}-1)^2=\underbrace{4+4\sqrt{3}+3}_{7}+\underbrace{4\cdot3}_{12}-4\sqrt{3}+\underbrace{1}_{1}$

$(2+\sqrt{3}; -1+2\sqrt{3}) \quad (2-\sqrt{3}; -1-2\sqrt{3})$

$$l=\sqrt{(2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3})^2+(-1+2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3})^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{4\cdot3+16\cdot3}=$$
$$=\sqrt{12+48}=2\sqrt{15}<4\sqrt{5} \quad 4\cdot15<16\cdot5$$

$60=4\cdot5+4\cdot5-2\cdot2\cdot2\cdot5\cos\alpha$
$60=40-40\cos\alpha$

3

Черновик

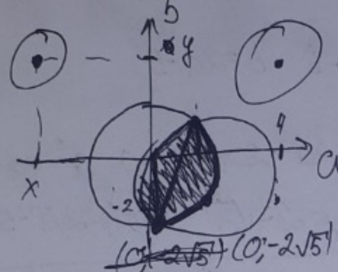
$(x-a)^2+(y-b)^2\le 20$

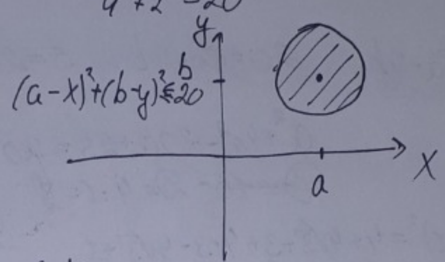
$a^2+b^2\le \min(8a-4b,20) \iff \begin{cases} a^2+b^2\le 8a-4b \\ a^2+b^2\le 20 \end{cases}$

$a^2-8a+16+b^2+4b+4\le 20$

$(a-4)^2+(b+2)^2\le 20 \quad a^2+b^2\le 20 \quad \sqrt{20}=2\sqrt5$

$4^2+2^2=20$





$(x-a)^2+(y-b)^2\le 20$

$a^2+b^2=20$

$a^2+b^2=8a-4b \quad 20=8a-4b \quad b=2a-5$

$a^2+4a^2-20a+25=20 \quad 5a^2-20a+5=0$

$a^2-4a+1=0 \quad d=4-1=3$

$\cancel{(2+\sqrt3)}\ (2+\sqrt3; -1+2\sqrt3)$

$(2-\sqrt3; -1-2\sqrt3)$

$a=2\pm\sqrt3$

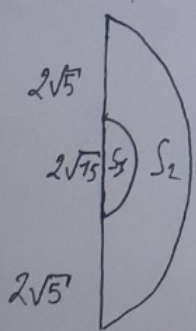
$b=4\pm2\sqrt3-5=-1\pm2\sqrt3$

$l=\sqrt{(2+\sqrt3-2+\sqrt3)^2+(-1+2\sqrt3+1+2\sqrt3)^2}=$

$=\sqrt{4\cdot3+16\cdot3}=\sqrt{20\cdot3}=2\sqrt{15}$

$S=\pi r^2=\pi\cdot\frac{(4\sqrt5+2\sqrt{15})^2}{2}=\pi\frac{(16\cdot5+16\cdot5\sqrt3+4\cdot15)}{2}=$

$=\pi\frac{(140+80\sqrt3)}{2}$



$\frac{S_1}{S_2}=\frac{(2\sqrt{15})^2}{(4\sqrt5+2\sqrt{15})^2}=\frac{4\cdot15}{16\cdot5+16\cdot5\sqrt3+4\cdot15}=\frac{60}{140+80\sqrt3}=$

$=\frac{3}{7+4\sqrt3} \quad S_1$

2

21101550 (U271447 M1303070)

Чистовик

№1

$a_1+a_2+\ldots+a_7=S \quad a_8a_{17}>S+27 \quad a_{11}a_{14}<S+60$

Пусть d - разность прогрессии. По условию $\begin{cases} d>0 \\ d\in\mathbb{Z}\end{cases} \Rightarrow d\in N$

~~a_8 Тогда~~ $\cancel{a_8a_{17}=(a_1+7d)(a_1+13d)=a_1^2+7a_1d+13a_1d+}$

$a_8a_{17}=(a_1+7d)(a_1+16d)=a_1^2+7a_1d+16a_1d+112d^2=\cancel{a_1^2+7a_1}$

$=a_1^2+23a_1d+112d^2>S+27 \quad (1)$

$a_{11}a_{14}=(a_1+10d)(a_1+13d)=a_1^2+23a_1d+130d^2<S+60 \quad (2)$

Сложим (1) и (2): $a_1^2+23a_1d+112d^2+S+60>a_1^2+23a_1d+130d^2+S+27$

$112d^2+60>130d^2+27 \quad 18d^2<33 \quad d^2<\frac{33}{18}<2 \quad (3)$

(3) Имеет одно натуральное решение - $d=1$

Несложно видеть, что $S=\cancel{21a}\ 7a_1+21d=7a_1+21$

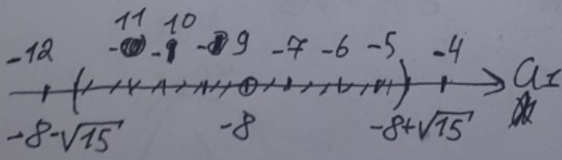
Подставим в (1): $\cancel{a_1^2+23a_1+112+7a_1+21+}$

$a_1^2+23a_1+112>7a_1+21+27 \quad a_1^2+16a_1+64>0 \quad (a_1+8)^2>0$

$a_1\in\mathbb{R}\setminus\{-8\}$

Подставим $d=1$ в (2): $a_1^2+23a_1+130<7a_1+21+60$

$a_1^2+16a_1+49<0 \quad d_1=64-49=15 \quad a_1=-8\pm\sqrt{15} \quad a_1\in(-8-\sqrt{15};-8+\sqrt{15})$



$3<\sqrt{15}<4$

$a=\{-11;-10;-9;-7;-6;-5\}$

Ответ: $a=\{-11;-10;-9;-7;-6;-5\}$

1

21101550 (U271447 M1303070)

Черновик

все a_1?

$a_1+a_2+\ldots+a_7=S$ $\quad a_8a_{17}>S+17$ $\quad a_{11}a_{14}<S+60$

$a_2=d+a_1$

$a_3=2d+a_1$ $\quad S=\frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7=\frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7=(a_1+3d)7=7a_1+21d$

...

$\times\begin{array}{r}16\\7\\\hline 112\end{array}$

$a_8=a_1+7d$ $\quad a_{17}=a_1+16d$

$-\begin{array}{r}130\\112\\\hline 18\end{array}$

$(a_1+7d)(a_1+16d)>7a_1+21d+17$

$a_1^2+7da_1+16da_1+112d^2>7a_1+21d+17$

$-\begin{array}{r}60\\17\\\hline 43\end{array}$

$a_1^2+23da_1-7a_1+112d^2-21d-\cancel{17}\,27>0$ (1)

$+\begin{array}{r}21\\27\\\hline 48\end{array}$ $\quad -\begin{array}{r}112\\48\\\hline 64\end{array}$ $\quad +\begin{array}{r}21\\27\\\hline 48\end{array}$

$(a_1+10d)(a_1+13d)<7a_1+21d+60$

$a_1^2+10da_1+13da_1+130d^2<7a_1+21d+60$

$-\begin{array}{r}130\\81\\\hline 49\end{array}$

$\cancel{a_1^2+23da_1-7a_1+130d^2}$

$-\begin{array}{r}112\\48\\\hline 64\end{array}$

$-a_1^2-23da_1-130d^2+7a_1+21d+60>0$ (2)

$-\begin{array}{r}130\\81\\\hline 49\end{array}$

(1)+(2) $\quad 112d^2-130d^2-27+60>0$ $\quad d\in\mathbb{Z}\quad d>0$

$18d^2<33$

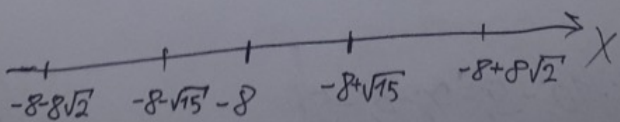
$d^2<\frac{43}{18}<3\quad d=1$

$\begin{cases}a_1^2+23a_1-7a_1+112-21-27>0\\-a_1^2-23a_1-130+7a_1+21+60>0\end{cases}$ $\begin{cases}a_1^2+16a_1+64>0\\-a_1^2-16a_1-49>0\end{cases}$ $\quad a_1^2+16a_1+49<0$

$D_1=64+64=128=2^7\quad a_1=-8\pm8\sqrt{2}\quad 8\sqrt{2}>\sqrt{15}$

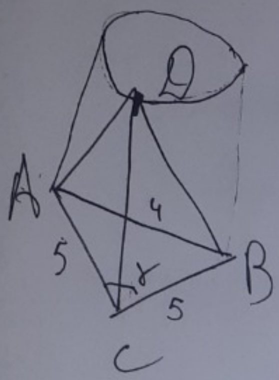
$D_2=64-49=15\quad a_1=-8\pm\sqrt{15}\quad a_1\in$

1



$7a_1+(1+2+3+4+5+6)d=7a_1+21d$

Черновик



$AB=4 \quad AC=BC=5 \quad AD=BD=6$

$\triangle ACB$: $16=25+25-2\cdot 25\cos\gamma$

$50\cos\gamma=34 \quad \cos\gamma=\frac{17}{25} \quad \sin\gamma=\frac{\sqrt{336}}{25}=\frac{4\sqrt{21}}{25}$

$\times\begin{array}{r}25\\25\\\hline 625\end{array} \quad \times\begin{array}{r}17\\17\\\hline 119\\17\\\hline 289\end{array} \quad -\begin{array}{r}625\\289\\\hline 336\end{array} \quad 336 \mid 4,\ 84 \quad 84\mid 4,\ 21 \quad 2\sqrt{84} \quad 4\sqrt{21}$

$\times 25 \quad -50 \quad 16 \quad 34$

$\times 70$

$2R=\frac{4}{\frac{4\sqrt{21}}{25}}=\frac{25}{2\sqrt{21}}=R$

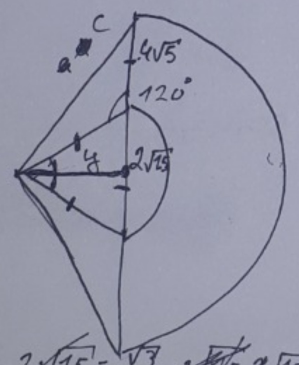
$c^2=16\cdot5+4\cdot15-2\cdot4\cdot2\cdot5\cdot\sqrt3\,\cancel{\cos120^\circ}=$

$=80+60+80\sqrt3\cdot\left(-\frac{\sqrt3}{2}\right)=\left(-\frac12\right)$

$=\cancel{140+40\cdot3=260}$

$\cancel{c^2=260}$

$=140-40\sqrt3=$



$y-2\sqrt{15}=\frac{\sqrt3}{2}\cdot\cancel{2\sqrt{15}}\cdot 2\sqrt{15}$

$y=3\sqrt5$

$a^2+b^2=140$

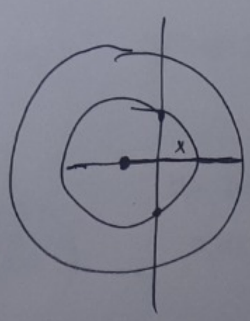
$ab=20\sqrt3$

$a=\frac{20\sqrt3}{b}$

$\frac{400\cdot3}{b^2}+b^2=140$

$b^4-140b^2+1200=0$

$d=70^2-1200=4900-1200=3700$



4

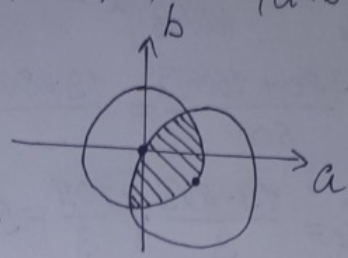
21101550 (U271447 M1303070)

Чистовик
№3

~~Ответ~~

Очевидно, что $a^2+b^2\le\min(8a-4b,20) \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2\le 8a-4b\\ a^2+b^2\le 20\end{cases}$

$\begin{cases}(a-4)^2+(b+2)^2\le 20\\ a^2+b^2\le 20\end{cases}$



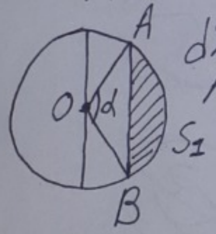
(несложно заметить, что центры окр-тей лежат на другой окр-ти)

Найдём точки пересечения: $\begin{cases}a^2+b^2=20\\ a^2+b^2=8a-4b\end{cases}$ $20=8a-4b$ $b=2a-5$

$a^2+4a^2-20a+25=20$ $a^2-4a+1=0$ $d=4-1=3$ $a=2\pm\sqrt{3}$ $b=-1\pm2\sqrt{3}$

Точки пересечения: $A(2+\sqrt{3};-1+2\sqrt{3})$ $B:(2-\sqrt{3};-1-2\sqrt{3})$

$AB=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{15}$



$d=2\sqrt{20}=4\sqrt{5}$ $r=2\sqrt{5}$

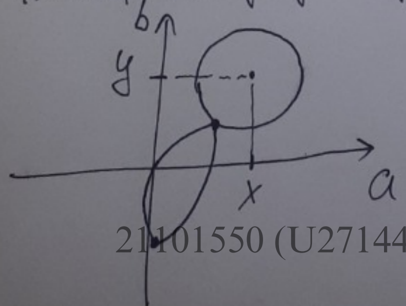
$AB=2\sqrt{15}$ $60=20+20-2\cdot4\cdot5\cos\alpha$ $\cos\alpha=-\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=\frac{2\pi}{3}$

$S_1=\frac{\pi r^2}{3}-\frac{1}{2}OA\cdot OB\cdot\sin\alpha=\frac{\pi\cdot20}{3}-\frac{20}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=$

$=\frac{20\pi}{3}-5\sqrt{3}$

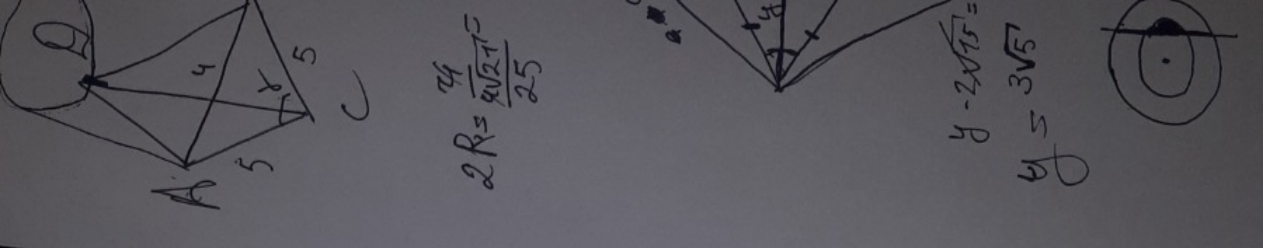
$(x-a)^2+(y-b)^2\le20.$ $(a-x)^2+(b-y)^2\le20$

Для того, чтобы существовали необходимые a и b необходимо, чтобы графики $(a-x)^2+(b-y)^2=20$, $a^2+b^2=20$, $(a-4)^2+(b+2)^2=20$ имели минумум одну общую точку.



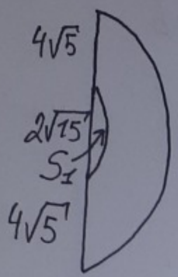
Т.е. ГМТ$_{(x,y)}$ будет иметь след. вид:

(след. страница)



~~Чистовик~~ Черновик

№3



$$\frac{S}{S_1}=\frac{(8\sqrt{5}+2\sqrt{15})^2}{(2\sqrt{15})^2}=\frac{64\cdot 5+32\cdot 5\sqrt{3}+60}{4\cdot 15}=$$

$$=\frac{380+160\sqrt{3}}{60}=\frac{19+8\sqrt{3}}{3}$$

$$S=\frac{19+8\sqrt{3}}{3}S_1=\frac{19+8\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{10\pi}{3}-5\sqrt{3}\right)=$$

$$=\frac{190\pi+80\sqrt{3}\pi}{9}-\frac{95\sqrt{3}+120}{3}$$

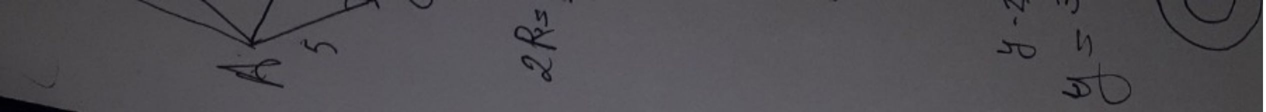
Очевидно, что искомая площадь равна $2S=$

$$=\frac{380\pi+160\sqrt{3}\pi}{9}-\frac{190\sqrt{3}+240}{3}$$

5

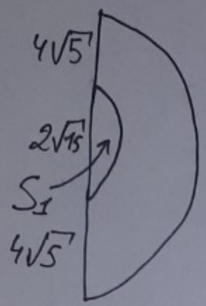
Ответ: $\frac{380+160\sqrt{3}}{9}\pi-\frac{190\sqrt{3}+240}{3}$

~~3~~



Чистовик

№3



$$\frac{S}{S_1}=\frac{(8\sqrt{5}+2\sqrt{15})^2}{(2\sqrt{15})^2}=\frac{64\cdot5+32\cdot5\sqrt{3}+60}{4\cdot15}=$$

$$=\frac{19+8\sqrt{3}}{3}$$

$$S=S_1\cdot\frac{19+8\sqrt{3}}{3}=\left(\frac{20\pi}{3}-5\sqrt{3}\right)\cdot\frac{19+8\sqrt{3}}{3}=$$

$$=\frac{\left(\frac{20}{3}\pi-5\sqrt{3}\right)(19+8\sqrt{3})}{3}=\cancel{(20\pi-84}$$

$$=\frac{380\pi+160\sqrt{3}\pi}{9}-\frac{95\sqrt{3}+120}{3}$$

Очевидно, что искомая площадь равна $2S=$

$$=\frac{760\pi+320\sqrt{3}\pi}{9}-\frac{190\sqrt{3}+240}{3}$$

Ответ: $\frac{760+320\sqrt{3}}{9}\pi-\frac{190\sqrt{3}+240}{3}$

3

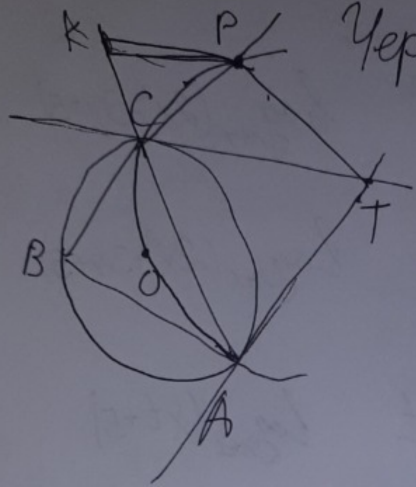
Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101550**

ID профиля: **271447**

Вариант 21



Черновик

$\boxed{2x-3=(x+1)^2}$

$2x^2-3x+5=4x^2-12x+9$

$2x^2-9x+4=0$

$\cancel{2x^2-3x+4=0}$ $\cancel{D=9}$

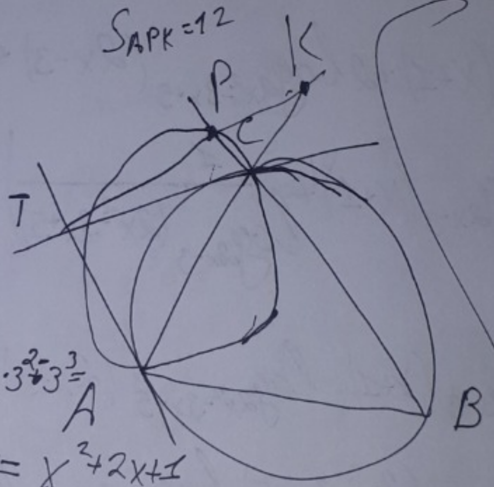
$D=81-32=49$

$x=\frac{9\pm7}{4}=\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\\ 2\end{array}\right.$

$$\begin{cases} x+1>0 & x>-1\\ 2x-3>0 & x>\frac{3}{2}\\ 2x-3\neq1 & x\neq2\\ 2x^2-3x+5>0 & \forall x\in R\\ 2x^2-3x+5\neq1 & x\in R\\ x+1\neq1 & x\neq0 \end{cases}$$

$S_{CPK}=9$ $S_{ABPC}=3$

$S_{APK}=12$



$(2x-3)^3=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot3+3\cdot2x\cdot3^2-3^3=$

$=8x^3-\cancel{12x^2}\,36x^2+54x-27=x^2+2x+1$

$8x^3-37x^2+52x-28=0$

$(x+1)^4=2x^2-3x+5$

$x^4+4x^3+6x^2+4x+1=2x^2-3x+5$

$x^4+4x^3+4x^2+7x-4=0$

$4^4+4^4+4^3+7\cdot4-4>0$

$\cancel{\frac{3^4}{2^4}+\frac{3^3}{2}+3^2+7\ldots}$

$2x-3=(x+1)^2$ $2x-3=x^2+2x+1$ $x\notin R$

$x+1=2x^2-3x+5$ $\frac{3}{2}$ $\frac{9}{2}-\frac{9}{4}+5=\frac{9}{4}+5$

$2x^2-4x+4=0$

$x^2-2x+2=0$

$d=1-2<0$

3

Черновик

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$ $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$ $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$2\log_{2x-3}(x+1)$, $2\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)$ $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$$\begin{cases} x+1>0 & x>-1 \\ x+1\neq 1 & x\neq 0 \\ 2x-3>0 & \boxed{x>\frac{3}{2}} \\ 2x-3\neq 1 & \boxed{x\neq 2} \end{cases}$$

$2\log_t(x+1)$ $2\log_{xt+5}t$ $\log_{x+1}(xt+5)$

$$2\log_{2x-3}(x+1)+2\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)+\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=$$

$$=2\left(\log_{2x-3}(x+1)+\frac{1}{\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)}\right)+\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$$

$$4\log_{2x-3}(x+1)\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=$$

$$=4\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)=4$$

$t^2(t-1)=4$ $t^3-t^2-4=0$ $t=2$ - корень

$t^3-2t^2+t^2-2t+2t-4=0$

$t^2(t-2)+t(t-2)+2(t-2)=0$

$(t-2)(t^2+t+2)=0$

$t=2$ $D<0$

$D=9-$

2

Черновик

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2=4$

$((2x^2-3x+5)^2)^2-(2x-3)^2=0$

$(x+1)^4=2x^2-3x+5$

$x^4+4x^3+6x^2+4x+1=2x^2-3x+5$

$x^4+4x^3+4x^2+7x-4=0$

$16-4\cdot8+4\cdot4-7\cdot2-4=$

$-16\quad 16$

0

37×16: $222+37=592$

$37\times4=148$

$\log_{2x-3}(x+1)^2>3$

$(2x-3)^3=(x+1)^2$

$8x^3-36x^2+54x-27=x^2+2x+1$

$8x^3-37x^2+52x-28=0$

$8\cdot8-37\cdot4+52\cdot2-28=$

$64-148+102-28=$

$8\cdot64-37\cdot16+52\cdot4-28=0$

$512-592+208-28=0$

$102+64=166$ $\quad 148+28=176$

$2x-3=x+1$

28: 1 2 4 7 14

$60-28=32$ $\quad 26\times3=78$ $\quad 78-28=50$

$(2x-3)^3=(x+1)^2$

1, 2: $(4-3)^3\neq3^2$

4: $(8-3)^3\neq5^2$

7: $(14-3)^3=8^2$

$(28-3)^3=15^2$

$37\times9=333$ $\quad 370-37=333$

$\frac{x}{k}$

2 $\left(\frac{2}{k}\right)^3=k^2$

$8=k^5$

$\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$ $\quad \frac{11}{4}$

$(x+1)^4=2x^2-3x+5$

77×4

$f(x)=8x^3-37x^2+52x-28$

$f(1)=8-37+52-28=-5<0$

$f\left(\frac{3}{2}\right)=8\cdot\frac{3^3}{2^3}-37\cdot\frac{3^2}{2^2}+52\cdot\frac{3}{2}-28=3^3+78-\frac{37\cdot9}{4}-28=$

$=77-\frac{333}{4}>0$

$f(x)=(2x-3)^3-(x+1)^2$ $\quad f\left(\frac{3}{2}\right)=$

$=(0)^3-\left(\frac{3}{2}+1\right)^2=$

$\left(\frac{3}{2}-3\right)^3-\left(\frac{7}{4}\right)^2=-\frac{3^3}{8}-\frac{49}{16}<0$

$(5-3)^3-\left(\frac{9}{2}\right)^2<0$ $\quad 4$

$f(3)>0$

$f(2)<0$

$\left(\frac{11}{2}-3\right)^3-\left(\frac{11}{4}+1\right)^2$

$\left(\frac{5}{2}\right)^3-\left(\frac{15}{4}\right)^2=\frac{125}{8}-\frac{225}{16}=\frac{250-225}{16}>0$

21101550 (U271447 M130301)

~~Чистовик~~ ~~Чистовик~~ Черновик

№2 ОДЗ: $\begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$

$2\log_{2x-3}(x+1) \quad 2\log_{2x^2-3x+5}(2x-3) \quad \log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

Заметим, что: $4\log_{2x-3}(x+1)\log_{x+1}(2x^2-3x+5)\log_{2x^2-3x+5}(2x-3) =$

$= 4\log_{2x-3}\left((x+1)^{\log_{x+1}(2x^2-3x+5)}\right)\cdot\log_{2x^2-3x+5}(2x-3) =$

$= 4\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)\log_{2x^2-3x+5}(2x-3) = 4$

Заменим два равных логарифма на t, тогда третий равен $t-1$

$t^2(t-1)=4 \quad t^3-t^2-4=0 \quad (t-2)(t^2+t+2)=0 \Rightarrow t=2$

1) $\log_{2x-3}(x+1)^2=4 \quad (2x-3)^4=(x+1)^2 \quad (4x^2-12x+9)^2-(x+1)^2=0$

$(4x^2-13x+8)(4x^2-11x+10)=0$ (при $x=\frac{13-\sqrt{41}}{8}$ выражение

$D_1=169-128=41 \quad x=\frac{13\pm\sqrt{41}}{8}$ $2x-3$ будет отрицательным, значит $x=\frac{13-\sqrt{41}}{8}$ в ОДЗ не входит)

$D_2=121-160<0$

~~При $x=\frac{13+\sqrt{41}}{8}$ первый логарифм будет равен 4 а один из оставшихся тоже, а третий будет равен 3~~

~~$\log_{2x-3}(x+1)^2=3$ $(2x-3)^3=(x+1)^2$ $8x^3-37x^2+52x-28=0$~~

$8-12+5=25 \quad 5$

2) $2\cdot16-3\cdot4+5$ $\quad$ 32

$32-12+5=25$

$(x+1)^2=2x^2-3x+5$

$x^2+2x+1=2x^2-3x+5$

$x^2-5x+4=0$

$D=25-16=9$

$x=\frac{5\pm3}{2}=\left[\begin{array}{l}4\\1\end{array}\right.$

21101550 (U271447 M1303071)

Чистовик

№ 4

$a=5^{\alpha_1}\cdot 7^{\alpha_2}$ $b=5^{\beta_1}\cdot 7^{\beta_2}$ $c=5^{\gamma_1}\cdot 7^{\gamma_2}$

Очевидно, что других простых чисел нет в разложении a,b,c на множители, т.к. $НОК(a,b,c)=5^{18}\cdot 7^{16}$

$НОД(a,b,c)=5^{min(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)}\cdot 7^{min(\alpha_2,\gamma_2,\beta_2)}=5\cdot 7$

$min(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)=1$ $min(\alpha_2,\beta_2,\gamma_2)=1$

$НОК(a,b,c)=5^{max(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)}\cdot 7^{max(\alpha_2,\beta_2,\gamma_2)}=5^{18}\cdot 7^{16}$

$max(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)=18$ $max(\alpha_2,\beta_2,\gamma_2)=16$

Среди чисел $\alpha_1,\beta_1,\gamma_1$ одно равно 1, второе равно 18, а третье лежит между 1 и 18 (18 разных натуральных значений)

~~Итого 18·6! вариантов~~

Итого 18·3! вариантов (3! - к-во перестановок $(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)$

Аналогично для $\alpha_2,\beta_2,\gamma_2$ — 16·3! вариантов

$18\cdot 3!\cdot 16\cdot 3!=288\cdot 36=10368$

~~К-во перестановок (a,b,c)~~

~~Ответ: 10368~~

Ответ: 10368

1

21101550 (U271447 M1303071)

Чистовик

№ 5

$2\log_{2x-3}(x+1)$ $\quad 2\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)$ $\quad \log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

ОДЗ: $\begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$

Заметим, что $4\log_{2x-3}(x+1)\log_{x+1}(2x^2-3x+5)\log_{2x^2-3x+5}(2x-3) =$

$= 4\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)\log_{2x^2-3x+5}(2x-3) = 4$

Заменим два равных логарифма на t, тогда третий равен $t-1$

$t^2(t-1)=4$ $\quad t^3-t^2-4=0$ $\quad (t-2)(t^2+t+2)=0 \Rightarrow t=2$

1) $2\log_{2x-3}(x+1)=2$ $\quad 2x-3=x+1$ $\quad x=4$

При $x=4$ логарифмы равны: $2; 1; 2$ ~~не подходит~~

2) $2\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)=2$ $\quad 2x-3=2x^2-3x+5$

$2x^2-5x+8=0$ $\quad D=25-48<0$ $\quad x\in\varnothing$

3) $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=2$ $\quad x^2+2x+1=2x^2-3x+5$

$x^2-5x+4=0$ $\quad D=25-16=9$ $\quad x=\frac{5\pm3}{2}=\left[\begin{array}{l}4\\1\end{array}\right.$

$x=1$ - не входит в ОДЗ. ~~x=4 тоже подходит (пункт 1)~~

Ответ: $x=4$

2

21101550 (U271447 M1303071)

Черновик

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=35=5\cdot7 \\ НОК(a;b;c)=5^{18}\cdot7^{16} \end{cases} \quad a=5^{\alpha_1}7^{\alpha_2} \quad b=5^{\beta_1}7^{\beta_2} \quad c=5^{\gamma_1}7^{\gamma_2}$$

$$НОД(a;b;c)=5^{\min(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)}\cdot7^{\min(\alpha_2;\beta_2;\gamma_2)} \Rightarrow \alpha_1=\alpha_2=1$$

$$НОК(a;b;c)=5^{\max(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)}\cdot7^{\max(\alpha_2;\beta_2;\gamma_2)}=5^{18}\cdot7^{16}$$

$\max(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)=18$

$\min(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)=1$

18×16: 108, 18, 288

288×36: 1728, 864, 10368

16×8, $\times32\cdot4$, $64\cdot2$, 128

$169-128=41$

1) $\cancel{2}\log_{2x-3}(x+1)^2=4$

$(2x-3)^4=(x+1)^2$ $\cancel{10x4}$

$((2x-3)^2)^2-(x+1)^2=0$ $\quad ((2x-3)^2-x-1)((2x-3)^2+x+1)=0$

$(t-2)(t^2+t+2)=t^3-2t^2+t^2-2t+2t-4=t^3-t^2-4$

$16\times8=128$

$((2x-3)^2)^2-(x+1)^2=((2x-3)^2-x-1)((2x-3)^2+x+1)=$

$=(4x^2-12x+9-x-1)(4x^2-12x+x+9+1)=$

$=(4x^2-13x+8)(4x^2-11x+10)=0$

$D=169-128=41$ $\quad D=121-160<0$

$13+\sqrt{41}>12$

$x=\dfrac{+13\pm\sqrt{41}}{8}>\dfrac{3}{2}$ $\quad 13-\sqrt{41}<12$

$1<\sqrt{41}$

$\dfrac{13+\sqrt{41}}{8}$

1

21101550 (U271447 M1303071)