Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101396**

ID профиля: **855556**

Вариант 21

Чистовик. Лист 1

№1

Пусть $a_1 = x$ и d - шаг прогрессии, т.е. $a_{i+1} - a_i = d$, причем, т.к. прогрессия возрастает, то $d > 0$. Заметим, что т.к. a_i - целое число, то и $d \Rightarrow$ целое число, т.к. $\forall n \in \mathbb{N}$ верно, что $x + nd \in \mathbb{Z}$, т.к. $x \in \mathbb{Z}$, то $nd \in \mathbb{Z}$, тогда и $d \in \mathbb{N}$, т.к. $d > 0$.

Заметим, что $a_i = x + (i-1)d$ по определению арифметической прогрессии. Значит $S = \sum_{i=1}^{7} a_i = x + x + d + \ldots + x + 6d = 7x + (1 + \ldots + 6)d = 7x + 21d$.

$a_8 a_{17} = (x+7d)(x+16d) = x^2 + 23xd + 112d^2 > 7x + 21d + 27$.

$a_{11} \cdot a_{14} = (x+10d)(x+13d) = x^2 + 23dx + 130d^2 < 7x + 21d + 60$.

Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + (23d-7)x + 112d^2 - 21d - 27 > 0 \\ x^2 + (23d-7)x + 130d^2 - 21d - 60 < 0 \end{cases}$$

Т.к. первое положительно, а второе отрицательно, то первое больше второго, т.е. $x^2 + (23d-7)x + 112d^2 - 21d - 27 > x^2 + (23d-7)x + 130d^2 - 21d - 60$.

Значит: $112d^2 - 27 > 130d^2 - 60$.

$60 - 27 > (130 - 112)d^2$.

$33 > 18d^2$

$11 > 6d^2$, т.к. $d \in \mathbb{N}$, то у этого нер-ва одно решение: $d = 1$.

Подставив $d = 1$ в исходную систему получим:

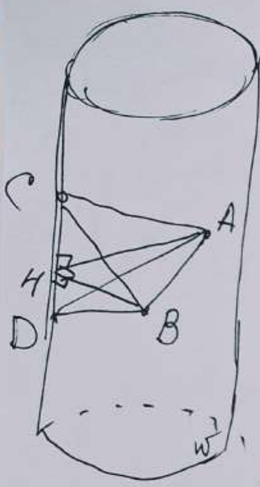
$$\begin{cases} x^2 + 16x + 64 > 0 \\ x^2 + 16x + 49 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+8)^2 > 0 \\ (x+8)^2 - 15 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+8)^2 > 0 \\ (x+8)^2 < 15 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq -8 \\ (x+8)^2 < 15 \end{cases}$$

т.к. $x \in \mathbb{Z}$, то система имеет вид $\begin{cases} x \neq -8 \\ (x+8)^2 \leq 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x \neq -8 \\ |x+8| \leq 3 \end{cases}$

Отсюда $x \in \{-11, -10, -9, -7, -6, -5\}$.

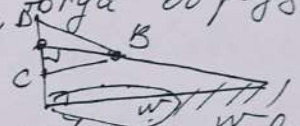
Ответ: $a_1 \in \{-11, -10, -9, -7, -6, -5\}$.

Чистовик №2 Лист 2



Рассмотрим проекцию тетраэдра ABCD на нижнюю грань данного цилиндра ω вдоль оси ~~торы~~ цилиндра. C и D перейдут в одну точку т.к. по условию $\omega \perp CD$.

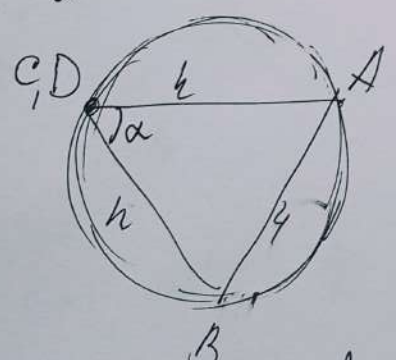
Тогда отрезок CB и DB перейдут в один и тот же отрезок, который по длине будет равен высоте треугольника CDB, т.к. эта высота и есть перпендикуляр к прямой проекции, который параллелен ω (Пусть не параллел, тогда образуется треугольник с двумя прямыми углами).



Аналогично CA и DA перейдут в отрезок равный высоте $\triangle CAD$. Заметим, что $\triangle CAD = \triangle CDB$ по 3 сторонам, а значит и их ~~стороны~~ высоты равны.

Пусть BH - высота $\triangle CDB$. Тогда в силу равенства треугольников AH - высота $\triangle ACD$. Рассмотрим $\triangle HAB$. Он состоит из двух прямых (AH и HB), которые параллельны ω. Тогда плоскость $(HAB) \parallel \omega$, т.е. $AB \parallel \omega$. Проекция AB на ω и есть AB.

Сама проекция примет вид; где $h = AH = HB$.



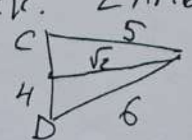
По теореме синусов:

$\frac{4}{\sin\alpha} = 2R$. $R = \frac{2}{\sin\alpha}$ $R_{min} = 2$, т.к. $\sin\alpha \leq 1$.

$R_{min} = 2$ только при $\sin\alpha = 1$, т.е. при $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Значит из треугольника HAB следует, что $h = \sqrt{2}$, т.к. $\angle AHB = \frac{\pi}{2}$ и $AB = 4$ и $AH = HB$.

Значит из $\triangle ACD$:



$CD = CH + HD = \sqrt{25-2} + \sqrt{36-2} = \sqrt{23} + \sqrt{34}$

Ответ: $CD = \sqrt{23} + \sqrt{34}$

Чистовик. Лист 3

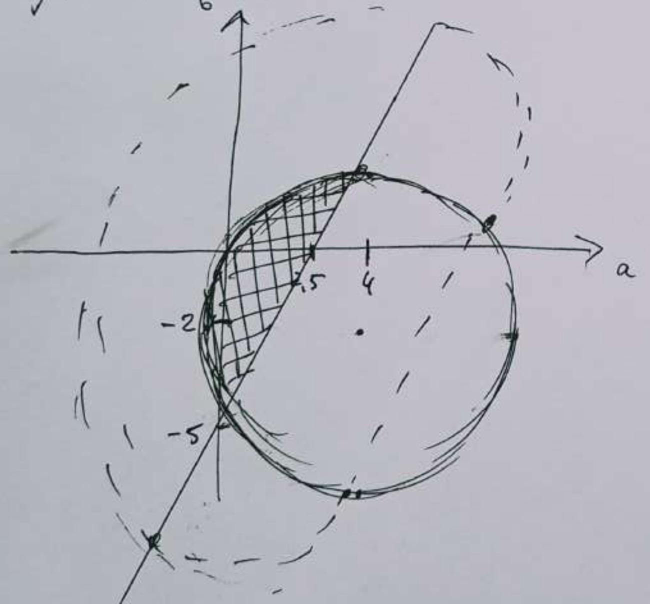
№3 Рассмотрим подробнее второе условие: $a^2+b^2 \le \min(8a-4b, 20)$.
Его можно записать как ~~систему~~ совокупность систем:

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} 8a-4b \le 20 \\ a^2+b^2 \le 8a-4b \end{cases} \quad (1) \\ &\begin{cases} 8a-4b \ge 20 \\ a^2+b^2 \le 20 \end{cases} \quad (2) \end{aligned}\right.$$

$$(1): \begin{cases} 2a-b \le 5 \\ a^2+b^2 \le 8a-4b \end{cases} \quad \begin{cases} 2a-b \le 5 \\ a^2-8a+b^2+4b \le 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a-b \le 5 \\ a^2-8a+16+b^2+4b+4 \le 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a-5 \le b \\ (a-4)^2+(b+2)^2 \le 20 \end{cases}$$

Изобразим графически.



Тогда подходящие x и y будут в части области, отстранённой от заштрихованной не более чем на $\sqrt{20}$, т.е. примерно по той, что выделена пунктиром.

См. лист 4.

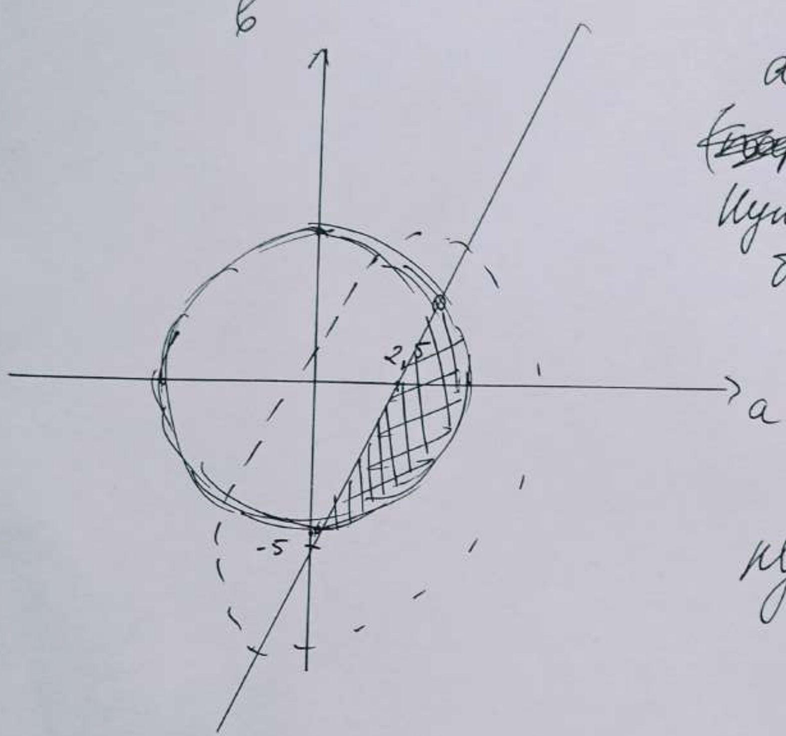
Чистовик

Лист 4

№3 продолжение

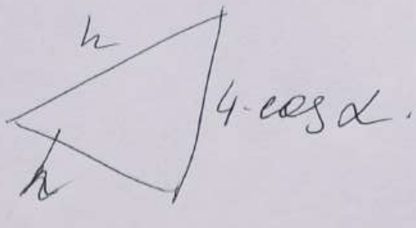
(г): $\begin{cases} 2a-b \geq 5 \\ a^2+b^2 \leq 20 \end{cases}$

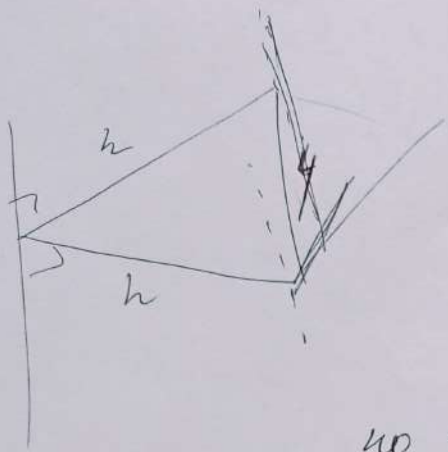
Изобразим графически:

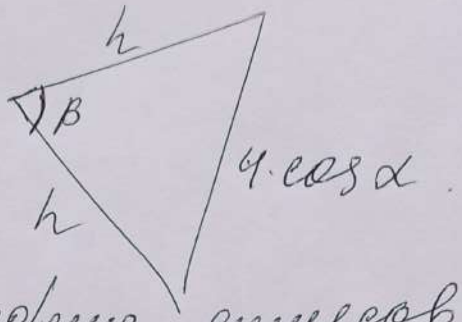


Опять же, выделенные a и b — это подходящие ~~пары~~ пары (a, b). Нужные (x; y) отстоят не более, чем на $\sqrt{20}$ от заштрихованной части и выделены пунктиром.

Черновик





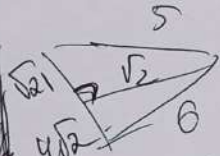


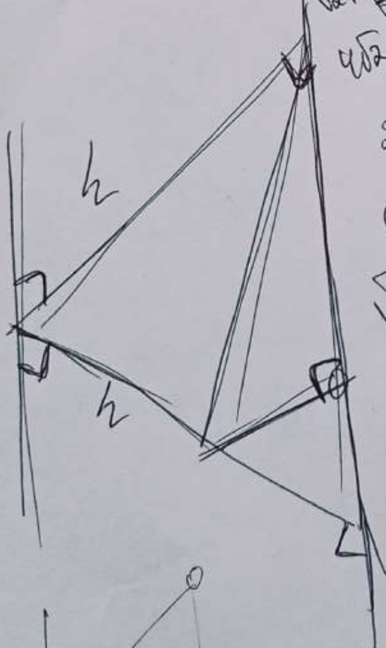
по теореме синусов.

$$\frac{4\cos\alpha}{\sin\beta} = 2R.$$

$R \to min$, когда $\sin\beta \to max$ $\beta = 90^{\circ}$.

$$R = \frac{4\cdot\cos\alpha}{2\sin\beta} = \frac{2\cdot\cos\alpha}{\sin\beta} = \frac{2}{\sin\beta}$$





$25-4=21$

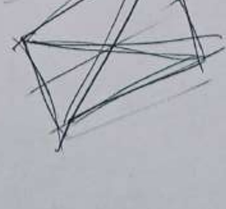
$6-\sqrt{2}$

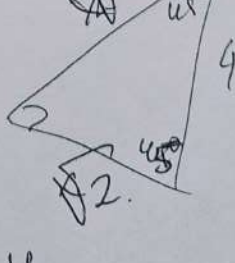
$\sqrt{36-4}=4\sqrt{2}$

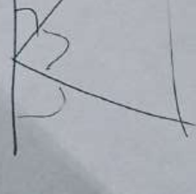
$32=16\cdot 2$

AB ⊥ CD.

сечении 2 треугольника равные







$2x^2=4.$

$x^2=2.$

Черновик

$\exists\, a, b.$

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 8a-4b \le 20 \\ a^2+b^2 \le 8a-4b. \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} 8a - 4b > 20 \\ a^2+b^2 \le 20 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$(1)\ \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20. \\ 8a-4b \le 20 \\ a^2+b^2 \le 8a-4b. \end{cases} \qquad \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 \\ 2a-b \le 5 \\ a^2+b^2 \le 8a-4b \end{cases}$$

$2a-b. \le 5$

$2a-5 \le b.$

$y \geqslant 2x-5$

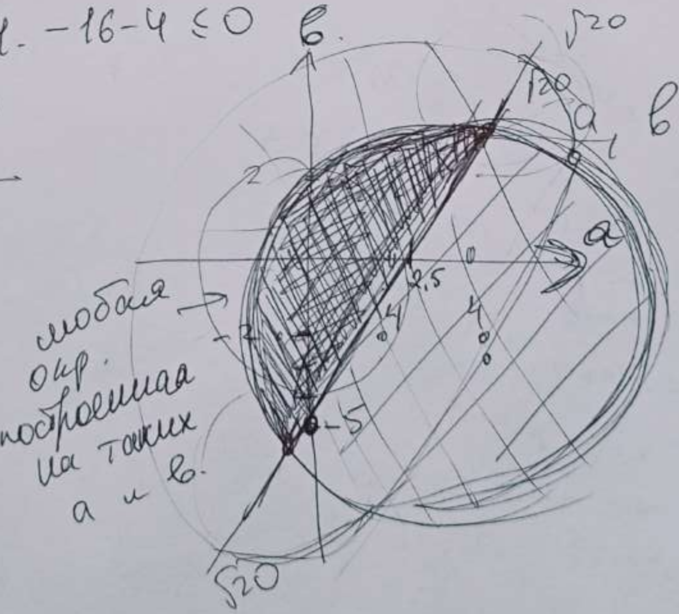
$a^2+b^2 \le 8a-4b$

$a^2-8a+b^2+4b \le 0.$

$a^2-8a+16+b^2+4b+4.-16-4 \le 0$

$(a-\cancel{4})^2+(b+2)^2 \le 20$

$(\cancel{a-x})^2+(b-y)^2 \le 20$



Черновик

$x^2+(23d-7)x+112d^2-21d-27>0$

$x^2+(23d-7)x+130d^2-21d-60<0$

$D>0$

$(23d-7)^2-4(130d^2-21d-60)>0.$

целые числа.

$d \to$ целое.

$2\frac{11}{6}>d^2$

$d=1$

$x^2+(23-7)x+112-21-27>0$

$x^2+(23-7)x+130-21-60<0$

$x^2+16x.+64>0$

$x^2+16x+49<0$

$(x+8)^2>0$

$(x+8)^2-15<0$

$(x+8)^2<15$

т.к. x- целое, то

$(x+8)^2\le 9.$

$|x+8|\le 3$

- $x+8=-3$ $x=-11$
- $x+8=-2$ $x=-10$
- $x+8=-1$ $x=-9$

~~...~~, т.к. $(x+8)^2>0$

- $x+8=1$ $x=-7$
- $x+8=2$ $x=-6$
- $x+8=3$ $x=-5$

$$\begin{array}{r}112\\-21\\\hline 91\end{array}\quad\begin{array}{r}91\\-27\\\hline 64\end{array}\quad\begin{array}{r}130\\-60\\\hline 70\end{array}$$

$23-7=20-4=16$

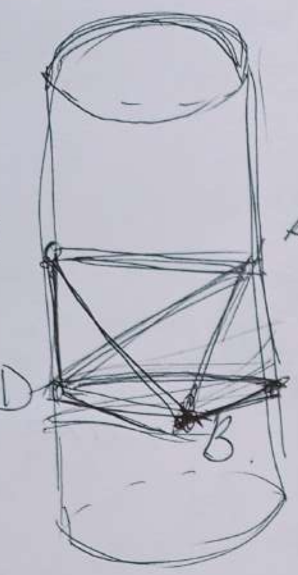
$$-\begin{array}{r}23\\7\end{array}\quad\begin{array}{r}112\\-21\\\hline 91\end{array}\quad\begin{array}{r}91\\-27\\\hline 64\end{array}\quad\begin{array}{r}70\\-21\\\hline 49\end{array}$$

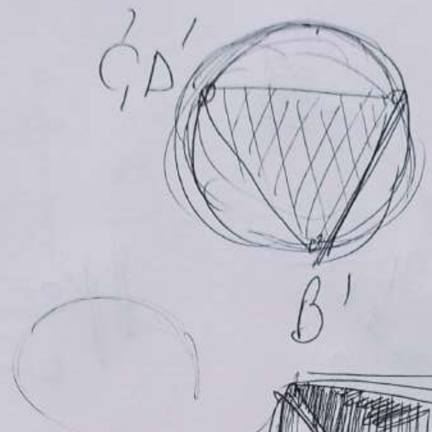
$$\begin{array}{r}130\\-60\\\hline 70\end{array}\quad\begin{array}{r}70\\-21\\\hline 49\end{array}$$

$$\begin{array}{r}16\\\times 7\\\hline 42\\7\\\hline 112\end{array}$$

$$\begin{array}{r}64\\-15\\\hline 4.9\end{array}$$

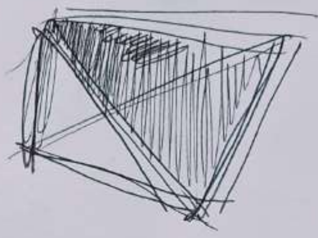
Черновик.





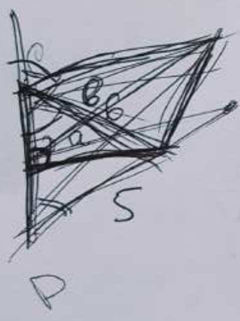
$\cos(\alpha)$

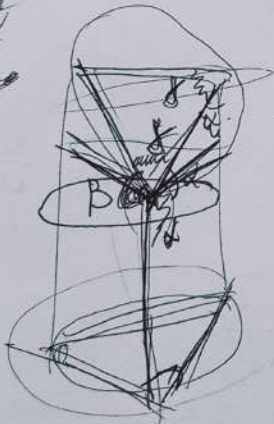
$\cos(180-\alpha)$.

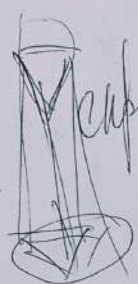


$S_{ABC}=$

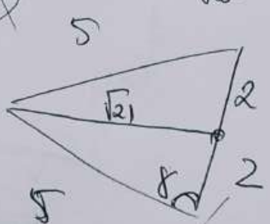
Спроецировали вдоль ребра CD на плоскостью грань.





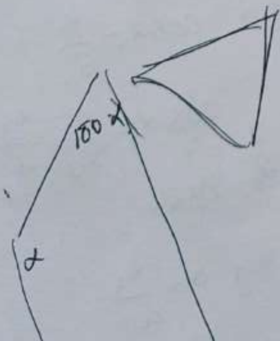


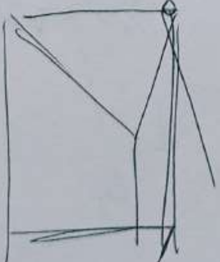
$25-4=21$



$\cos\gamma = \frac{2}{5}$

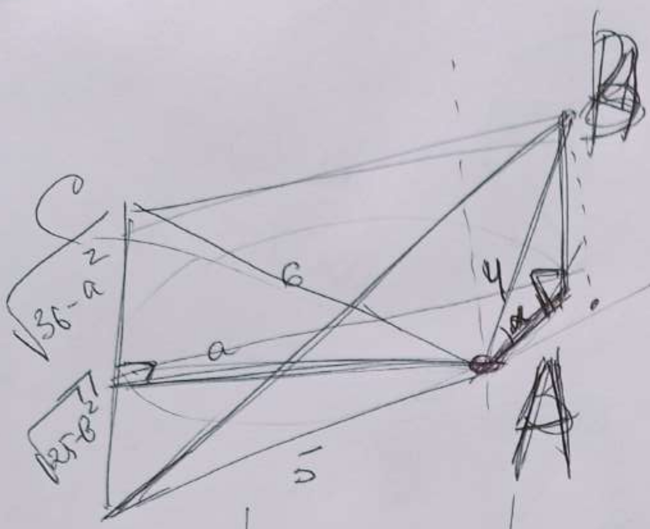
$\sin\gamma = \frac{\sqrt{21}}{5} = \sqrt{\frac{21}{25}}$

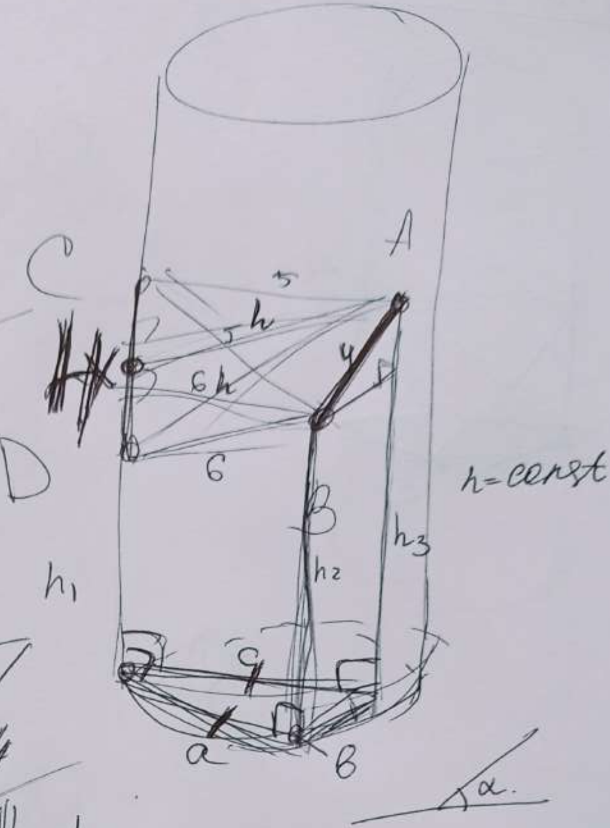




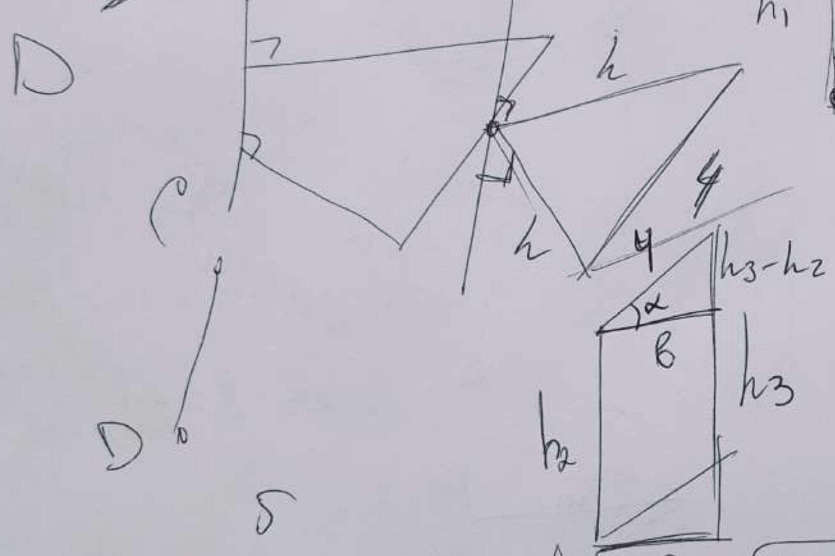
$\cos(90-\alpha)$.

Черновик



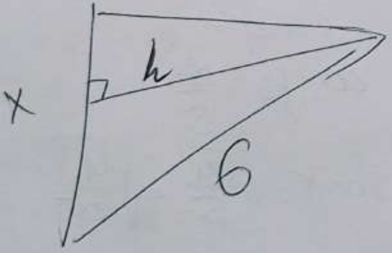


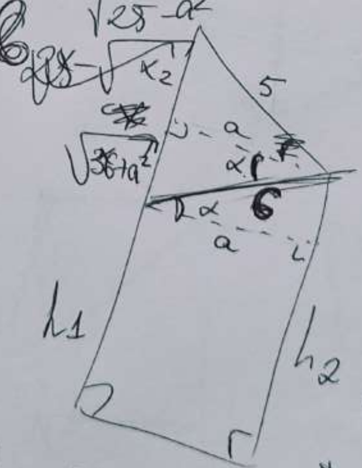
$h = const$



$\cancel{tg\,\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{b}{4}$





$tg\,\alpha =$

$\cos\alpha = \frac{a}{6}$

$\cos\alpha = \cancel{\frac{a}{x_1}}\ \frac{x_1}{a}$

$\cancel{\cos\alpha}$

$tg\,\alpha = \frac{x_1}{a}$

$tg\,\alpha = \frac{\sqrt{36-a^2}}{a}$

$\frac{x_1}{a} = \sqrt{36-a^2}$

$x = \sqrt{25-h^2} + \sqrt{36-h^2}$

$x - \sqrt{25-h^2} = \sqrt{36-h^2}$

$x^2 + 25 \cancel{- h^2} - 2x\sqrt{25-h^2} = 36 \cancel{- h^2}$

$x^2 - 11 = 2x\sqrt{25-h^2}$

S - сумма первых 7 членов

Черновик

$S=\sum_{i=1}^{7} a_i$ a_i - ариф. прогрессия. ↗

$\times\, 16$
7
42
7
112.

$a_8 \cdot a_{17} > S+27$ Найти a_1.

$a_{11} \cdot a_{14} < S+60$.

Шаг прогрессии → d.

$a_1 = \cancel{a}\cdot x$. $a_k = x+(k-1)d$.

$a_2 = x+d$.

$a_8 = x+7d$ $a_{11} = x+10d$.

$a_{17} = x+16d$. $a_{14} = x+13d$.

⋮

$(x+7d)(x+16d) > S+27$.

$(x+10d)(x+13d) < S+60$.

$S = \cancel{a_1+} 7x + d+2d+\ldots+6d = 7x+d\frac{6\cdot 7}{2} = 7x+21d = 7(x+3d)$.

$x^2+23d\cancel{x}+112d^2 > 7x+21d+27$.

$-21d$.

$x^2+(23d-7)x+112d^2-27>0$.

$x^2+23d+130d^2 < 7x+21d-60$

$x^2+(23d-7)x+130d^2-21d-60<0$.

$x^2+(23d-7)x+112d^2-21d-27>0$

$x^2+(23d-7)x+130d^2-21d-60<0$

$-\,60$
27
33

$112d^2-21d-27>130d^2-21d-60$

$112d^2-27>130d^2-60$.

$33>18d^2$

$11>6d^2$

Черновик

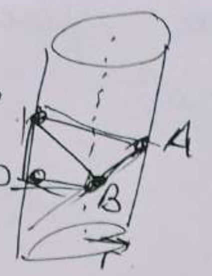
ABCD - тетраэдр.

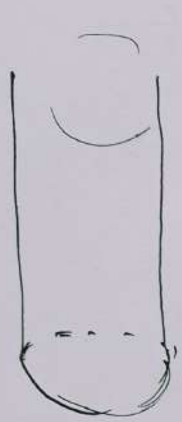
$r \to min.$

$AB = 4.$

$AC = CB = 5.$

$AD = DB = 6.$

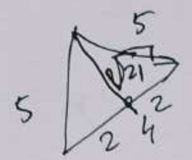


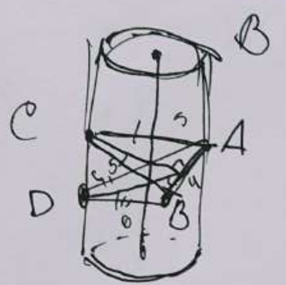


C, D

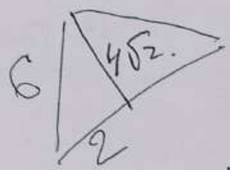
A проекция. вдоль оси цилиндра.

$25 - 4 = 21$





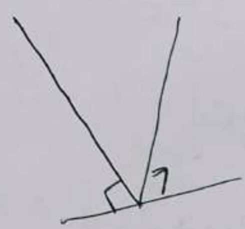
AB.

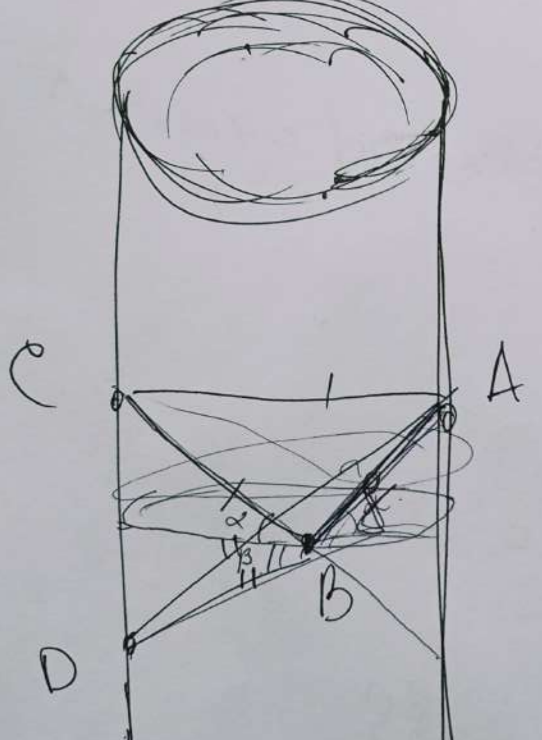


$36 - 4 = 32 = 8 \cdot 4$

16

8





$4 \cdot \cos\alpha.$

CB и DB перейдут в одно и тоже.

$CB \cdot \cos\alpha = DB \cdot \cos\beta$

$5 \cdot \cos\alpha = 6 \cdot \cos\beta.$

$\alpha + \beta.$

$25 + 36 + 2 \cdot 30 \cdot \cos(\alpha+\beta) = CD^2.$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101396**

ID профиля: **855556**

Вариант 21

Чистовик Лист 1.

№4

НОД$(a,b,c)=35$
НОК$(a,b,c)=5^{18}\cdot7^{16}$.

Заметим, что среди простых делителей a, b и c есть только 5 и 7, т.к. иначе в НОКе тоже были бы простые отличные от 5 и 7. С другой стороны, и в a, и в b, и в c точно есть и 5, и 7, т.к. НОД$(a,b,c)=35$, т.е. $a⋮35$, $b⋮35$ и $c⋮35$.

Тогда $a=5^{\alpha_1}\cdot7^{\alpha_2}$, $\alpha_1,\alpha_2\geq1$, $\underbrace{\alpha_1\leq18,\ \alpha_2\leq16}_{\text{т.к. иначе нок будет больше.}}$
$b=5^{\beta_1}\cdot7^{\beta_2}$, $\beta_1,\beta_2\geq1$, $\beta_1\leq18$, $\beta_2\leq16$
$c=5^{\gamma_1}\cdot7^{\gamma_2}$, $\gamma_1,\gamma_2\geq1$, $\gamma_1\leq18$, $\gamma_2\leq16$

Тогда всего возможных троек $18^3\cdot16^3$. Но заметим, что т.к. НОК$(a,b,c)=5^{18}\cdot7^{16}$, то $\max(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)=18$ и $\max(\alpha_2,\beta_2,\gamma_2)=16$, т.к. иначе НОК можно было бы уменьшить. Тогда вычтем тройки, где $\max(\alpha,\beta,\gamma_1)<18$. Их $17^3\cdot16^3$. Вычтем тройки, где $\max(\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2)<16$. Их $18^3\cdot15^3$. Заметим, что мы дважды вычли тройки, где не выполняются оба условия. Прибавим их: $17^3\cdot15^3$.

Тогда подходящих троек $18^3\cdot16^3-17^3\cdot16^3-18^3\cdot15^3+17^3\cdot15^3$
$=(18^3-17^3)(16^3-15^3)$

Ответ: $(18^3-17^3)(16^3-15^3)$

Чистовик

Лист 2

№5

Пусть $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)=a$

$\log_{(2x^2-3x+5)}(2x-3)^2=b$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=c$

ОДЗ:

$2x-3>0$

$2x^2-3x+5>0$

$x+1>0$

$2x-3\neq 1$

$2x^2-3x+5\neq 1$

$x+1\neq 1$.

Тогда: $x+1=(2x-3)^{\frac{a}{2}}$ (1)

$(2x-3)^2=(2x^2-3x+5)^b$ (2)

$2x^2-3x+5=(x+1)^c$. (3)

Подставив (3) в (2) получим $(2x-3)^2=(x+1)^{bc}$

$2x-3=(x+1)^{\frac{bc}{2}}$ (4)

Подставив (4) в (1) получим: $x+1=(x+1)^{\frac{abc}{4}}$.

Откуда: $\frac{abc}{4}=1$ $abc=4$.

По условию два из a, b, c равны t и одно равно $t-1$.

Тогда равенство примет вид: $t^2(t-1)-4=0$.

$t^3-t^2-4=0$ $(t-2)(t^2+t+2)=0$

$\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t^2+t+2=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} t=2 \\ D<0 \end{array}\right.$

Тогда тройка a, b, c состоит из двух 2 и 1 единицы.

Заметим, что либо a, либо c всегда 2 (либо оба).

· Пусть $a=2$. по уравнению (1): $x+1=2x-3$

$x=4 \Rightarrow$ проверим $x+1=5$

$2x-3=5$

подходит $\Leftarrow$ $2x^2-3x+5=25$.

· Пусть $c=2$. По уравнению (3): $2x^2-3x+5=x^2+2x+1$

$x^2-5x+4=0$

$(x-4)(x-1)=0$

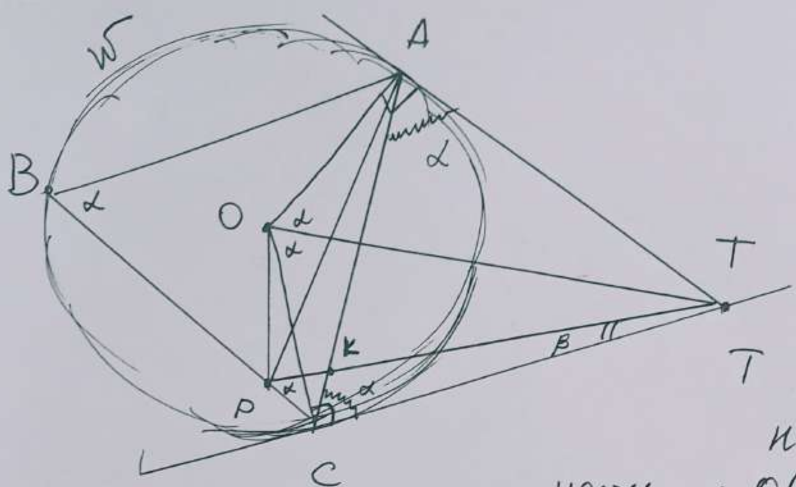
$x=1$, не подходит, т.к. $2x-3<0$.

Ответ: $x=4$.

Чистовик

Лист 3

N6.1



т.к. AT и CT – касательные, то $\angle OAT=\angle OCT=\frac{\pi}{2}$.

Значит OACT – вписанный четырехугольник, т.к. сумма противоположных углов π.

По условию – P лежит на описанной окружности $\triangle OAC$. Значит O APCT – одна окружность, т.к. T тоже лежит на описанной окр. $\triangle OAC$ по вышедоказанному.

AT = CT, как отрезки касательных.

Пусть $\angle CAT=\angle ACT=\alpha$. и $\angle PTC=\beta$.

$\angle CPT=\angle COT=\angle CAT=\alpha$, т.к. опираются на $\cup CT$

$\angle AOT=\angle ACT=\alpha$, т.к. опираются на $\cup AT$

$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=\alpha$, т.к. $\angle AOC$ - центральный угол.

$\triangle PCK \sim \triangle CBA$ по 2 углам ($\angle PCK=\angle BCA \to$ общий и $\angle KPC=\angle ABC=\alpha$ по вышедоказанному). Значит $\frac{S_{PCK}}{S_{CBA}}=\left(\frac{CK}{CA}\right)^2$

$\cancel{\left(\frac{CK}{CA}\right)^2=\frac{S_{PKC}}{S_{CPA}}}$ $\frac{S_{PKC}}{S_{CPA}}=\frac{CK\cdot CP}{KA\cdot CP}$, как треугольники с общим углом $\angle PCK$.

По условию $S_{PKC}=9$ и $S_{CPA}=S_{CPK}+S_{PKA}=12+9=21$.

Откуда $\frac{CK}{KA}=\frac{9}{21}$.

$$S_{ABC}=S_{PKC}\cdot\left(\frac{CA}{CK}\right)^2=9\cdot\left(\frac{21}{9}\right)^2=\frac{21^2}{9}=\left(\frac{21}{3}\right)^2=7^2=49$$

Ответ: $S_{ABC}=49$.

$2 \cdot \ln^2 a = \ln c \cdot \ln b$

$\ln^2 a^2 = \ln c \cdot \ln b$. $\quad e \quad \ln c \cdot \ln b$.

Черновик

$a^2 =$

$x \quad y \quad z$, причем.

$z = \frac{4}{xy}$.

$\cancel{\frac{2 \cdot \ln(x+1)}{\ln(2x+3)}}$

$x = y = z + 1$. $\quad z = x - 1$

$x - 1 = \frac{1}{x^2}$. $\quad x^3 - x^2 = 1$.

$x^2(x-1) = 1$.

$\log_{\sqrt{2x-3}} (x+1) = a$

$x^2(x-1) = 4$

решения

$x = 0 \cdot \overline{x=1} \quad x = -1$

$1 \cdot (-1-1)$

$(\sqrt{2x-3})^a = x + 1$.

$(2x-3)^{\frac{a}{2}} = x + 1$.

$(2x-3)^2 = (2x^2 - 3x + 5)^b$.

$x^3 - x^2 = 4$

$t^3 - t^2 = 4$.

$2x^2 - 3x + 5 = (x+1)^c$

$27 - 9 > 4$

$8 - 4 > 4$

$1 - 1 = 0$

$x = 2 \to$ корень.

$(2x-3)^2 = (x+1)^{cb}$.

$(2x-3)^2 = (2x-3)^{\frac{cba}{2}}$.

$cba = 4$

$2 \quad x^3 - x^2 \,|\, x - 2$.

Черновик

$$\frac{2\cdot\ln(x+1)}{\ln(2x-3)} = \frac{\ln(2x^2-3x+5)+\ln(x+1)}{\ln(x+1)} = \frac{2\cdot\ln(2x-3)}{\ln(2x^2-3x+5)}.$$

Пусть $x+1=a$ $\quad 2x-3=b.$ $\quad 2x^2-3x+5=c.$

$\log_{\sqrt{b}} a \qquad \log_c b^2 \qquad \log_a c$

$$\frac{\ln a}{\frac{1}{2}\ln b} \qquad \frac{2\ln b}{\ln c} \qquad \frac{\ln c}{\ln a}$$

$$\frac{2\cdot\ln a}{\ln b} \text{ „}x\text{“} \qquad \frac{2\ln b}{\ln c} \text{ „}y\text{“} \qquad \frac{\ln c}{\ln a} \text{ „}z\text{“}.$$

$$\frac{\ln c}{\ln a} = \cancel{\frac{2\cdot\ln a}{\ln b}}\ \cancel{\frac{\frac{2\cdot\ln b}{\ln c}}{\frac{2\cdot\ln a}{\ln b}}}\ \cancel{4}\cdot\left(\frac{1}{\frac{2\cdot\ln a}{\ln b}\cdot\frac{2\ln b}{\ln c}}\right) =$$

$$= 4\cdot\left(\frac{1}{\frac{4\cdot\ln a}{\ln c}}\right) = \frac{\cancel{4}\ln c}{\cancel{4}\ln a}$$

$$z = \frac{4}{xy}$$

1) $z=x.$ $\quad x=\frac{4}{xy}.$ $\quad x^2=\frac{4}{y}.$ $\quad x=\frac{2}{\sqrt{y}}.$

$$\frac{\cancel{4}\cdot\ln^2 a}{\ln^2 b} = \frac{\cancel{4}\cdot\ln c}{2\cdot\ln b} \qquad \frac{\ln^2 a}{\ln^2 b} = \frac{\ln c}{2\cdot\ln b}$$

$$\frac{\ln^2 a}{\ln b} = \frac{\ln c}{2}. \qquad 2\ln^2 a = \ln c\cdot\ln b.$$

Черновик

$\log_{\sqrt{2x-3}} x+1$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$

$\log_{x+1}(2x^2+3x+5)$.

ОДЗ: $\begin{cases} 2x-3>0 \\ x+1>0 \\ 2x^2-3x+5>0 \\ 2x-3\neq 1 \\ 2x^2-3x+5\neq 1 \\ x+1\neq 1 \end{cases}$

$\dfrac{2\ln(x+1)}{\ln(2x-3)}$ a

$\dfrac{2\ln(2x-3)}{\ln(2x^2-3x+5)}$ b

$\dfrac{\ln(2x^2-3x+5)}{\ln x+1}$ c

$a=b$.

$\cancel{\dfrac{2\ln(x+1)}{\ln(2x-3)} = \dfrac{2\ln(2x-3)}{\ln(2x^2-3x+5)}}$.

$2x^2-3x+5=$

$=(2x-5)\cancel{(x+1)}$

$D=9-4\cdot2\cdot5<0$.

$\ln(x+1)\cdot\ln(2x^2-3x+5)=\ln^2(2x-3)$.

$\dfrac{2\ln(x+1)-\ln(2x-3)}{\ln(2x-3)}=\dfrac{\ln(2x^2-3x+5)}{\ln(x+1)}$

$\dfrac{2\cdot\ln(2x-3)-\ln(2x^2-3x+5)}{\ln(2x^2-3x+5)}=\dfrac{\ln(2x^2-3x+5)}{\ln(x+1)}$.

Черновик

$\text{НОД}(a, b, c) = 35$

$\text{НОК}(a, b, c) = 5^{18} \cdot 7^{16}$.

• в a, b, c есть только 5 и 7, т.к. иначе НОК ~~был~~ делился бы на это число, причем есть и 5, и 7 в каждом

$a = 5^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2}$

$b = 5^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2}$

$c = 5^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2}$.

$\max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 18$

$\max(\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2) = 16$.

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1\ \beta_2\ \gamma_1\ \gamma_2 \geq 1$.

Всего вариантов $18^3 \cdot 16^3$ / вычтем варианты, в которых нет 18. $17^3 \cdot 16^3$. Вычтем, где нет 16

$18^3 \cdot 15^3$. Прибавим те, где нет и 18 и 16

$+17^3 \cdot 15^3$

$18^3 \cdot 16^3 - 18^3 \cdot 15^3 - 17^3 \cdot 16^3 + 17^3 \cdot 15^3$

18^3 $\quad 15^3 =$ $\quad$ 1 8 27 / 7 19

$15 \times 15 = 75 + 15 \cdot 10$, $= 225$

225×15: $1225 + 225\cdot 10 = 3475$

Черновик:

$z^2 = \frac{4}{y}$ $\frac{\ln^2 c}{\ln^2 a} = \frac{\cancel{4} \cdot \ln c}{\cancel{2} \cdot \ln b}$

$\frac{\ln c}{\ln^2 a} = \frac{2}{\ln b}$

$2 \cdot \ln^2 a = \ln c \cdot \ln b$ $\ln c = \frac{2 \cdot \ln^2 a}{\ln b}$

$z = x$ $y = x - 1$ e^2

$\frac{2 \cdot \ln a}{\ln b} - 1 = \frac{2 \cdot \ln b}{\ln c}$

$2 \cdot \ln a - \ln b = \frac{2 \cdot \ln^2 b}{\ln c}$

$2 \cdot \ln a \cdot \ln c - \ln b \cdot \ln c = 2 \cdot \ln^2 b$

$2 \cdot \ln a \cdot \ln c - 2 \cdot \ln^2 a = 2 \cdot \ln^2 b$

$\ln a \cdot \ln c - \ln^2 a = \ln^2 b$

$\ln a \, (\ln c - \ln a) = \ln^2 b$

$\ln a \cdot \frac{2 \cdot \ln^2 a}{\ln b} - \ln^2 a = \ln^2 b$

$2 \cdot \ln^3 a - \ln^2 a \cdot \ln b = \ln^3 b$

Черновик

$+2x^2 - x^2$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 4 & x-2 \\ \hline x^3 - 2x^2 & x^2 + x + 2. \\ \hline x^2 & \\ x^2 - 2x & \\ \hline 2x - 4 & \\ 2x - 4 & \\ \hline 0. & \end{array}$$

$x^2 + x + 2$

$D < 0$; т.к.

$1 - 2 \cdot 4 < 0$.

• $a = 2$.

$(2x-3)^1 = x + 1$

$2x - 3 = x + 1$

$x = 4$

• $x = 4$.

$x + 1 = 5$

$2x - 3 = 5$

$2x^2 - 3x + 5 = 2 \cdot 16 - 12 + 5 =$

$= 32 - 12 + 5 = 25.$

$5^{\frac{2}{2}} = 5.$

$5^2 = 25.$

$25 = 5^2$

$a = 2$

$b = 1$

$c = 2$.

• $c = 2$.

$2x^2 - 3x + 5 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 - 5x + 4 = 0$.

$(x-4)(x-1) = 0$

$x = 1$

$x + 1 = 2$

$2x - 3 < 0$, плохо.

Черновик

$\frac{CK}{KA} = \frac{9}{12}$. $\frac{CK}{CA} = \frac{9}{21}$.

$\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = \left(\frac{9}{21}\right)^2 = \frac{81}{21^2} = \frac{9^2}{21^2}$.

$S_{ABC} \cdot 9^2 = \frac{21^2 \cdot S_{CPK}}{\cancel{Ugh}}$.

$S_{ABC} = \frac{21^2 \cdot S_{CPK}}{9^2} = \frac{21^2}{9} = \left(\frac{21}{3}\right)^2 = 7^2 = 49$.

$\angle ABC = \text{arct} \frac{3}{7}$ $\alpha = \text{arctg} \frac{3}{7}$ $tg\, \alpha = \frac{3}{7}$.

$\left[\frac{PC}{PA} = \frac{CK}{KA} = \frac{9}{12}. \right.$

$tg\, \alpha = \cancel{\frac{OM}{MC}} = \frac{MC}{OM} = \frac{\frac{1}{2}AC}{OM} = \frac{AC}{2 \cdot OM}$.

$tg\, \alpha = \frac{MT}{AM} = \frac{MT}{\frac{1}{2}AC} = \frac{2 \cdot MT}{AC}$

$AC^2 = OM \cdot MT$.

OT- диаметр окр ω_1.

$tg\, \alpha = \frac{CT}{CO}$ $\frac{MC}{OM} = \frac{CT}{CO}$.

$MC \cdot CO = OM \cdot CT$

$$\frac{S_{PAK}}{S_{PCT}}=\left(\frac{PK}{PC}\right)^2=\left(\frac{KA}{CT}\right)^2=\left(\frac{PA}{PT}\right)^2=\frac{12}{9+a}.$$ Черновик.

$$\frac{S_{PCK}}{S_{PAT}}=\left(\frac{PK}{PA}\right)^2=\left(\frac{PC}{PT}\right)^2=\left(\frac{CK}{AT}\right)^2=\frac{9}{12+b}.$$

$$\frac{9}{b}=\left(\frac{PK}{KA}\right)^2=\left(\frac{CK}{KT}\right)^2=\left(\frac{PC}{AT}\right)^2.$$

$$\frac{12}{a}=\left(\frac{PK}{KC}\right)^2=\left(\frac{AK}{KT}\right)^2=\left(\frac{PA}{CT}\right)^2.$$

$$\frac{12}{9+a}=\left(\frac{KA}{CT}\right)^2 \qquad 12\cdot CT^2=9\cdot KA^2+a\cdot KA^2.$$

$$\cancel{\frac{12}{a}=\left(\frac{AK}{KT}\right)^2} \qquad 12\cdot KT^2=a\cdot AK^2$$

$$\cancel{12\cdot CT^2=9\cdot KA^2+12\cdot KT^2}.$$

$12=$

$$\frac{12}{9+a}=\left(\frac{KA}{CT}\right)^2 \qquad \frac{12}{a}=\left(\frac{PK}{KC}\right)^2.$$

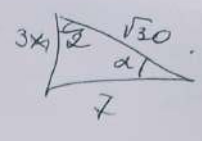
$$12\cdot CT^2=9\cdot KA^2+a\cdot KA^2. \qquad 12\cdot KC^2=a\cdot PK^2.$$

$$\frac{12\cdot CT^2}{a\cdot PK^2}=\frac{KA^2(9+a)}{KC^2\cdot 12}.$$

Черновик:

$tg\ \alpha = \frac{CT}{CO}.$

$\sin\alpha =$



$9+21=30$

$\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{30}}$

$\frac{9+49}{58} =$

$2\cdot 29$

$\frac{AC}{\sin\alpha} = 2R.$

$\frac{AC\sqrt{30}}{6} = R.$

$\frac{AC\cdot\sqrt{30}}{6} = R = OC = OA.$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha.$

$CT = \sqrt{CM^2 + MT^2}$

$tg\,\alpha = \frac{3}{7} = \frac{MT}{MA} = \frac{2MT}{AC}.$

$\frac{3}{7} = \frac{2\cdot MT}{AC}$

$\frac{3\cdot AC}{14} = MT$

$CT = \sqrt{\frac{1}{4}AC^2 + \left(\frac{3}{14}\right)^2 AC^2} = AC\cdot\sqrt{\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{14}\right)^2}$

$\frac{3}{7} =$

$\cos 2\alpha = 2\cdot\cos^2\alpha - 1 =$

$\cos\alpha = \frac{7}{\sqrt{30}}$

$= 2\cdot\frac{49}{30} - 1 = \frac{49}{15} - 1 =$

$\cancel{(\cos\alpha + tg\sin\alpha)^2} =$

$\cos 2\alpha = 2\cdot\cos^2\alpha - 1 = 2\cdot\frac{49}{58} - 1 =$

$\cos\alpha = \frac{7}{\sqrt{58}}$

$= \frac{49}{29} - 1 = \frac{49-29}{29} = \frac{20}{29}$

$\cos 2\alpha = \frac{20}{29}$. ~~9a = 12b~~ Черновик

$\frac{9}{12} = \frac{CK}{KA}$.

$9 \cdot KA = 12 \cdot CK$.

$AC =$

в сего 42 условная едениц

$9 + 27 =$

$CK = 18 \quad KA = 24$.

$9 + 81 = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$CM = MA = 21$.

$\frac{24x}{3\sqrt{10}x} = \frac{y}{18x}$

$8 \cdot 18 = 80 + 64 = 144$

$21x = 3y$

$\frac{8}{\sqrt{10}} = \frac{y}{18}$

$\frac{144}{\sqrt{10}} y$

$\frac{8 \cdot 18}{\sqrt{10}} y$

$24x \cdot 18x = \frac{144}{\sqrt{10}} : 3 \cdot \sqrt{10}\, x^2$

$144 \cdot 3 = 8 \cdot 18 \cdot 3 = 16$.

$\frac{21x}{y} = \frac{3}{7}$

$OC = \left(\sqrt{49^2 + 21^2}\right) x =$

$\frac{7x}{y} = \frac{1}{7}$ $\quad 49x = y$.

$= \sqrt{7^4 + 7^2 \cdot 3^2}\, x =$

$58^2 x^2 - y^2$

$= 7 \sqrt{7^2 + 9}\, x =$

$= 49 \cdot 58 x^2 (58 = 49)$

$= 7\sqrt{58}\, x$

$y^2 = 58x^2 \cdot 9$

$y^2 = 58x^2$

Черновик

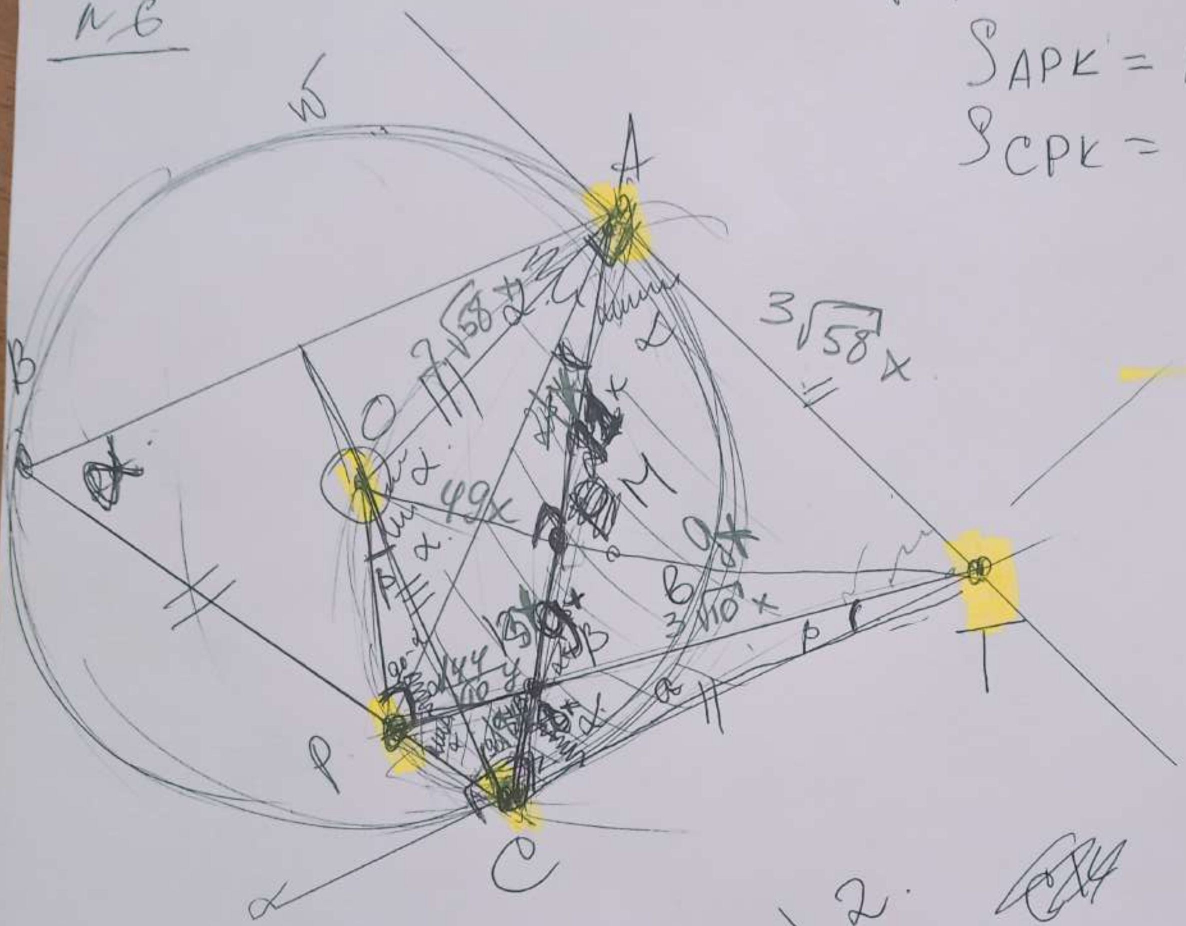
• $b = 2$, то либо $a = 2$, либо $c = 2$ ~~тогда~~, рассмотрено.

№6

т. $AOPC$ — окр

$S_{APK} = 12$

$S_{CPK} = 9$



$$\frac{S_{PCK}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CK}{CA}\right)^2.$$

~~S_{KAT}~~

$$\frac{S_{PCK}}{S_{KAT}} = \left(\frac{CK}{KA}\right)^2.$$

$$\frac{S_{PAK}}{S_{PCT}} = \left(\frac{PK}{PC}\right)^2 = \left(\frac{KA}{CT}\right)^2 = \left(\frac{PA}{PT}\right)^2.$$