Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101244**

ID профиля: **848565**

Вариант 21

Чистовик.

№1

$S = 7a_1 + 21d$

$a_8 \cdot a_{17} = (a_1+7d)(a_1+16d) = a_1^2 + 16a_1d + 7a_1d + 7\cdot 16d^2$

$a_{11} \cdot a_{14} = (a_1+10d)(a_1+13d) = a_1^2 + 13ad + 10ad + 130d^2$

Значит изначальные нер-ва принимают вид:

$a_1^2 + 16a_1d + 7a_1d + 7\cdot 16d^2 > 7a_1 + 21d + 27$ (1)

$a_1^2 + 13a_1d + 10a_1d + 130d^2 < 7a_1 + 21d + 60$ (2)

(2) − (1) $= 130d^2 - 112d^2 < 60 - 27$

$18d^2 < 33$

Т.к. прогрессия состоит из целых чисел, то $d \in N$

то есть подходит $d = 1$

Подставим $d = 1$ в первое неравенство:

$a_1^2 + 23a_1 + 112 > 7a_1 + 21 + 27$

$a_1^2 + 16a_1 + 64 > 0$

$(a_1+8)^2 > 0$

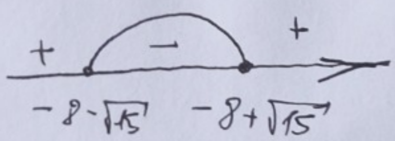
$\Rightarrow a_1 \neq -8$

1

Подставим во второе $d = 1$:

$a_1^2 + 13a_1 + 10a_1 + 130 < 7a_1 + 21 + 60$

$a_1^2 + 16a_1 + 49 < 0$



$a_1 \in (-8-\sqrt{15}; -8+\sqrt{15})$

$\Rightarrow a_1 = -11; -10; -9; -7; -6$

Ответ: $a_1 = -11; -10; -9; -7; -6$

Черновик

№3

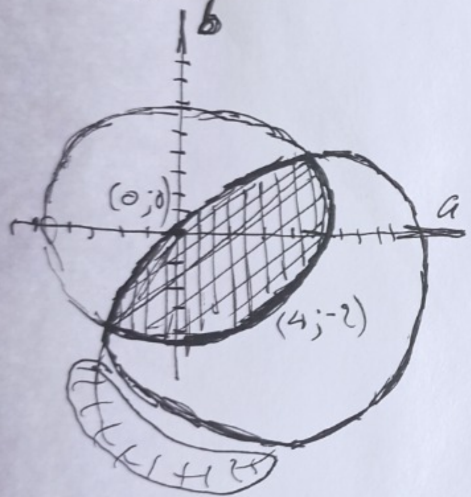
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 20\\ a^2+b^2\le \min(8a-4b;20)\end{cases}$$

(3)

Второе неравенство $\Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2\le 20\\ (a-4)^2+(b+2)^2\le 20\end{cases}$

$$\begin{cases}a^2+b^2\le 20\\ a^2+b^2\le 8a-4b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2\le 20\\ (a-4)^2+(b+2)^2\le 20\end{cases}$$

Тогда первое ~~н~~ нер-во задает нам условие что расстояние от $(a;b)$ до $(x;y)$ не превосходит $\sqrt{20}$



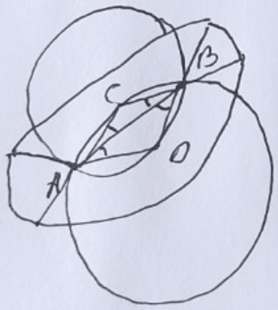
Тогда нам подходят пересечение двух кругов это и есть площадь фигуры M.

$2AB=\frac{160\pi}{3}$ (т.к. посчитали дважды)

$S_{ABCD}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$

+

$S_{\text{полукруга}}=\frac{20\pi}{2}=10\pi$

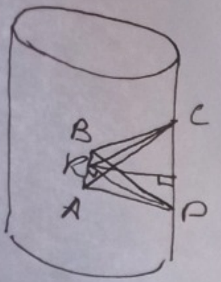


Ответ: $\frac{160\pi}{3}+10\pi-\frac{5\sqrt{3}}{4}$

21101244 (U848565 M1297707)

Чистовик.

№2



Пусть K - середина AB, тогда $CK \perp AB$ и $DK \perp AB$. Тогда CKD - плоскость относит. которой тетраэдр ~~перпендикуляр~~ симметричен

Т.к. ребро CD обязательно должно быть параллельно оси оно перпендикулярно основаниям цилиндра

тогда ребро $AB \parallel$ основаниям цилиндра

Чтобы радиус был наименьшим AB должно быть диаметром

Так как диаметр превосходит размер любой хорды

Тогда расстояние от K до CD равно радиусу.

$CK = \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$ т.к. CK - медиана

2

$DK = \sqrt{36-4} = \sqrt{32}$ т.к. DK - медиана

Проведем перпендикуляр KH на CD

тогда $DH = \sqrt{32-4} = \sqrt{28}$

$HC = \sqrt{21-4} = \sqrt{17}$

тогда $CD = DH + HC = \sqrt{28} + \sqrt{17}$

Ответ: $CD = \sqrt{28} + \sqrt{17}$

S- сумма первых 7 членов

$a_8 \cdot a_{17} > S+27$ $\qquad \frac{1+6}{2}\cdot 6$

$a_{11} \cdot a_{14} < S+60$

$S = a_1 + a_1+d + a_1+2d + a_1+3d + a_1+4d + a_1+5d + a_1+6d$

$7a_1+21d$ $\qquad$ 683316

$$\begin{array}{r} 60 \\ -27 \\ \hline 33 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \times 7 \\ \hline 112 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 441 \\ -108 \\ \hline 333 \end{array}$$

$\cancel{a_1+8}$

$(a_1+7d)(a_1+16d) > 7a_1+21d+27$

$(a_1+10d)(a_1+13d) < 7a_1+21d+60$

$$\begin{array}{r} 986 \\ +28 \\ \hline 1014 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1026 \\ +666 \\ \hline 6156 \end{array}$$

$\cancel{a_1^2+16}$ $\qquad \begin{array}{r} 16 \\ +7 \\ \hline 119 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 49 \\ 46 \\ \hline 509 \end{array}$

$a_1 = a$ $\qquad \begin{array}{r} 42 \\ \times 23 \\ \hline 126 \\ 84 \\ \hline 986 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$

$a^2+16ad+7ad+7\cdot 16d^2 > 7a+21d+27$

$a^2+13ad+10ad+130d^2 < 7a+21d+60$ $\qquad \begin{array}{r} 27 \\ \times 4 \\ \hline 108 \end{array}$

$\cancel{a^2+23ad+7\cdot 16d^2 > 7(a+3d)+27}$ $\qquad \begin{array}{r} 1014 \\ \times 1014 \\ \hline 4056 \\ 1014 \\ 1014 \\ \hline 1028196 \end{array}$ $-4\cdot 513\cdot 333$ $\qquad 1026\cdot 666$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 20$

$a^2+b^2 \leq \min(8a-4b; 20)$

$f(x;y)$

$x = 8a-4b$

$y = 20$

$a^2+23ad+7\cdot 16d^2-7a-21d-27>0$

$7\cdot 16d^2+(23a-21)d+a^2-7a-27>0$

$D=(23a-21)^2+4a^2-28a-27\cdot 4 \geq 0$

$\cancel{28}$ $513a^2-986a+441-28a-108$

$513a^2-1014a+333 \geq 0$

$(7a-4b)^2+(20-b)^2 \leq 20$

$\cancel{a^2+a(23d-7)+7\cdot 16d^2-21d-27>0}$

$a_{1,2} = \frac{1014 \pm \sqrt{}}{}$

$\cancel{D}=$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101244**

ID профиля: **848565**

Вариант 21

Чистовик.

№4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 35 \quad (1) \\ НОК(a;b;c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \quad (2) \end{cases}$$

1

Из (1) следует, что $a, b, c \vdots 7$ и $\vdots 5$

Но существует одно число у которого степень 5 и 7 в разложении дост

Из (2) следует, что у каждого из чисел есть 18 степеней у пятерки и 16 степеней семерки

нужно посчитать кол-во троек по степеням

тогда одно из чисел будет равно 1 второе 18, а третье с 1 до 18

и кол-во троек где одно число 1, второе 16, а третье от 1 до 16

Если ~~[illegible]~~ 1 две или 16 две штуки то таких вариантов 6, также и для 18.

второму или третьему

Если третье ≠ ~~[illegible]~~ то мы выбираем 3 способами позицию для второго и первого числа и остается 14 ~~вари~~ вариантов для 3-го (для 7-ок) и 16 вариантов для 5-ок

тогда: $6 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 17 =$ ~~[illegible]~~ 9180

Ответ: 9180

Чистовик

№5

$\log_a b = \log$

$\log_{\sqrt{|2x-3|}}(x+1) = 2\log_{|2x-3|}(x+1)$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 2\log_{2x^2-3x+5}|2x-3|$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

Пусть $a = |2x-3|$

$b = x+1$

$c = 2x^2-3x+5$

Тогда есть всего 3 варианта

1) $2\log_a b = 2\log_c a = \log_b c + 1$

2) $2\log_a b = \log_b c = 2\log_c a + 1$

3) $2\log_c a = \log_b c = 2\log_a b + 1$

~~1) $\log_a b = \log_c a$~~

~~$\log_a b = \frac{1}{\log_a c}$~~

~~$\frac{\log_a b \cdot \log_a c - 1}{\log_a c} = 0$~~

~~$\frac{\log_a b}{\log_c a}$~~

~~$\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$~~

~~$\log_c b$~~

~~$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_c a$~~

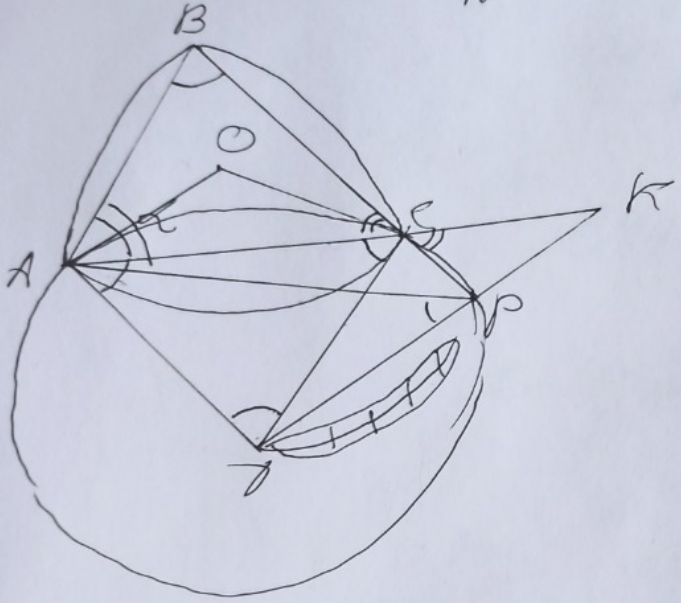
~~$\log_c b = \log_c^2 a$~~

~~$\log_c a - \sqrt{\log_c b} = 0$~~

~~$\log_c$~~

$\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$

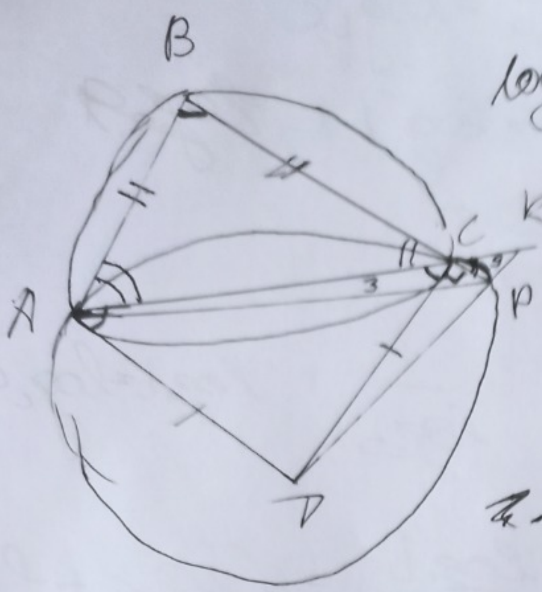
Чистовик
N6



$$\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$$

21101244 (U848565 M1297708)



$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\log_a b \cdot \log_a c$

$\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$ $x+1=$ $\log$

~~KC KA~~

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

$\frac{1}{2}\log_{2x-3}$

$\log_a c \cdot \log_b$

$\log_{|2x-3|}(x+1) = \log_{(x+1)}(2x^2-3x+5)$

$2\alpha+\alpha=180$

$\alpha+2\beta=180$

$2\alpha+$

$\alpha+\beta=90$

$\beta=0$

$2x^2-3x+5+2x-3$

$2x^2-x+2$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{1}$

$\log_c b = 0$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

~~$2x^2-5x+8$~~

~~$25-64$~~

~~$2x^2-3x+5-x-1$~~

$\boxed{b=2}$

$b=1$

$\log_a b = \log_c a$

$\log_a b - \frac{1}{\log_a c} = 0$

$\log_a b = \log_b c$

$\log_c a = \log_b c$

$\frac{\log_a b \cdot \log_a c - 1}{\log_a b \log_a a \log_a c} = 0$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

$\log_c a = \frac{\log_{ab} b}{\log_{ab} a}$

$\log_c a = \log_c b \cdot \log_c b$

$\frac{\log_{ab} c}{\log_{ab} b}$

$\log_a b = \log_a b \cdot \log_c b$

$\log_a b(\log_c b - 1) = 0$

$\log_a b = \log_b c$

$\log_a ab = \log_b c - 1$

$\frac{c}{b}$

$\log_a ab = \log_b c$

$2x-3=a$

$2x+2=a+5$

$x+1=\frac{a+5}{2}$

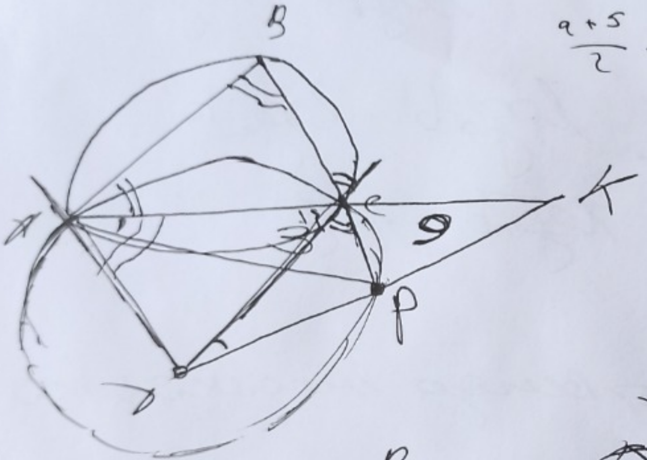
$x=\frac{a+3}{2}$

$2\log_{|a|}\left(\frac{a+5}{2}\right)$

$2\log\left(\frac{a+3}{2}\cdot a+5\right)^{|a|}$

$\log_{\frac{a+5}{2}}\left(\frac{a+3}{2}\cdot a+5\right)$

$\frac{a+5}{2}+\frac{2}{2}$

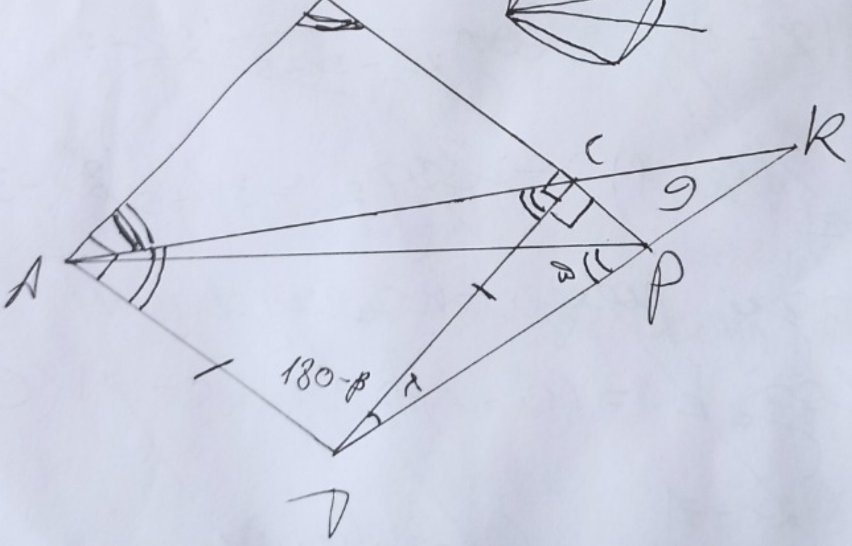


$APK = \cancel{CPK}$

$S_{APK}=n$

$S_{CPK}=9$

$S_{ACP}=3$



$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=35 & (1) \\ НОК(a;b;c)=5^{19}\cdot 7^{11} & (2) \end{cases}$$

Из (1) следует, что $a,b,c \,\vdots\, 7$ и $\vdots\, 5$
существует одно число у которого $5^{?}$ дает остаток 1.

Из (2) следует, что ~~никаких~~ делителей кроме 5 и 7 нет

$a=5^{a_1}\cdot 7^{a_2}$

$b=5^{b_1}\cdot 7^{b_2}$

$c=5^{c_1}\cdot 7^{c_2}$

$$\begin{cases} a_1+b_1+c_1=18 & (а) \\ a_2+b_2+c_2=16 & (б) \end{cases}$$

существует 3 способа выбрать одно из чисел равно 1 в ~~первом~~ (а) и 3 способа в (б)

$x_1+y_1=17$

$x_2+y_2=15$

тогда решений 16 и 14

тогда конечный ответ $3\cdot 3\cdot 16\cdot 14$

$9\cdot 16\cdot 14$

$224 \times 9 = 2016$

$16 \times 9 = 144$

144×14: 576, 144, 2016

16×14: 64, 16, 224

21101244 (U848565 M1297708)