Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101004**

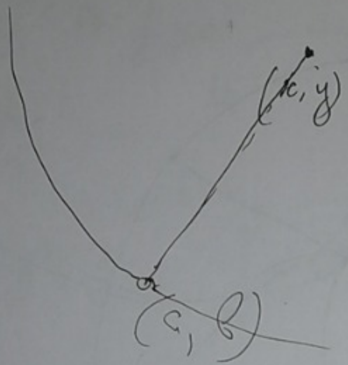
ID профиля: **873709**

Вариант 21

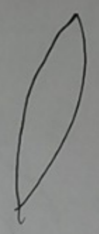
Черновик

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 20$

на расстоянии $\le \sqrt{20}$
найдется точка



если



$a^2+b^2 \le \min(8a-4b; 20)$

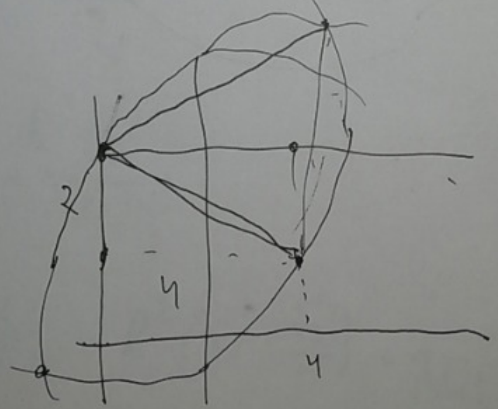
$a^2+b^2 \le 20$

$a^2+b^2 \le 8a-4b$

$a^2-8a+16+b^2+4b+4 \le 20$

$(a-4)^2+(b+2)^2 \le 20$

4 -16



Чистовик

Математика
11 класс
Вариант 21

Лист (3)

(3)

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20, \\ a^2+b^2 \le \min(8a-4b; 20). \end{cases}$$

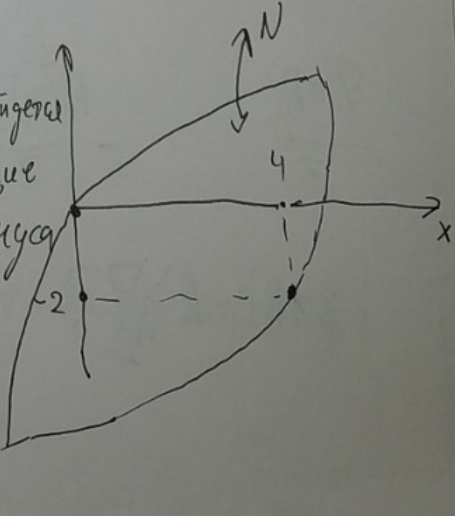
$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 20$ означает, что найдется точка с координатами (a,b), такая, что расстояние от (x,y) до $(a,b) \le \sqrt{20}$ (или, что в ~~окр~~ круге с центром в (x,y) и радиусом $\sqrt{20}$ найдется точка $a,b)$

$$a^2+b^2 \le \min(8a-4b; 20) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 20 \\ a^2+b^2 \le 8a-4b \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 20 \\ a^2-8a+16+b^2+4b+4 \le 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 20 \\ (a-4)^2+(b+2)^2 \le 20 \end{cases} \Rightarrow$$

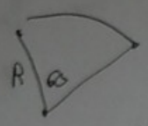
$\Rightarrow$ точки a и b лежат в пересечении двух ~~окружностей~~ кругов радиуса $\sqrt{20}$ с центрами в $(0,0)$ и $(4,-2)$, $16+4=20 \Leftrightarrow$ расстояние между центрами равно радиусу. N - точки этого пересечения

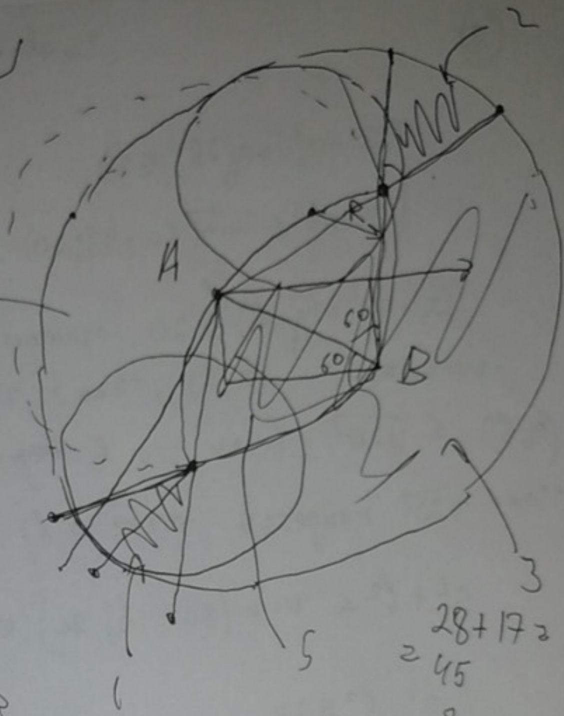
Т.к. условие на точки фигуры M - ~~расстояни~~ на расстоянии $\le \sqrt{20}$ от (x,y) найдется точка из N, то M - все точки лежащие внутри или на границе кругов радиуса $\sqrt{20}$ с центрами внутри и на границе N.



(продолжение на листе №4)

Черновик





$60 = \frac{1}{6} \cdot 360$

$2 \cdot \frac{\pi R^2}{6}$

$2 \cdot \frac{\pi 4R^2}{3}$

$28+17 = 45$

$-2S_5$

$S_1+S_2 \quad 2 \cdot R \cdot 60°$

$\frac{Rh}{2}$ $\quad h = R\sin 60$ $\quad h = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2 \cdot 2R \cdot 120°$

70
49
119

$-2S_5$

$\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$

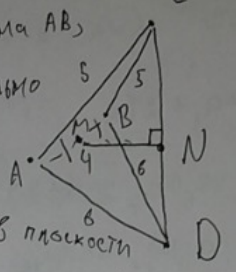
$\sqrt{17} + 2\sqrt{7}$

$17 + 4 \cdot 7 + 4\sqrt{7 \cdot 17}$

$\frac{9\pi R^2}{3} - \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$

$3\pi R^2 - R^2\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad R^2\left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 20\left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

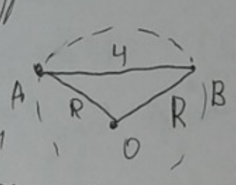
2. Заметим, что A совмещается с B поворотом относительно CD и, если M - середина AB, то тетраэдр ABCD симметричен относительно плоскости CMD. Заметим, что т.к. CD $\parallel$ оси ~~п~~ цилиндра и $AC=BC$ и $AD=BD$, то ось цилиндра лежит в плоскости CMD, но $AB \perp CM$ и $AB \perp MD \Rightarrow AB \perp$ оси цилиндра $\Rightarrow$



$\Rightarrow AB \parallel$ основанию цилиндра. Рассмотрим окружность, описанную около AB, равную окружности основания цилиндра, с центром O, на оси цилиндра.

Тогда эту окружность содержит цилиндр.

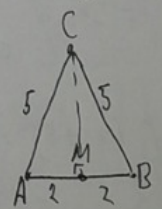
Пусть $\angle AOB = \alpha$ и $R = AO = BO \Rightarrow$



$\Rightarrow R = \frac{4}{2\sin\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow R$ минимально при $\alpha = 180 \Rightarrow M = O \Rightarrow AB$ - диаметр цилиндра.

Тогда пусть N - основание перпендикуляра из M к CD $\Rightarrow$

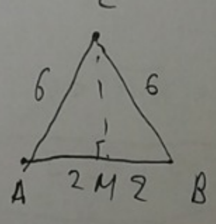
$\Rightarrow MN = 2$. $CM = \sqrt{25-4} = \sqrt{21} \Rightarrow$



$\Rightarrow CN = \sqrt{CM^2 - MN^2} = \sqrt{21-4} = \sqrt{17}$

$DM = \sqrt{36-4} = \sqrt{32}$, $DN = \sqrt{DM^2 - MN^2} =$

$= \sqrt{32-4} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$



$CD = \left[\begin{array}{l} CN + DN = \sqrt{17} + 2\sqrt{7} \\ \cancel{CN = DN} \; DN - CN = 2\sqrt{7} - \sqrt{17} \end{array}\right.$

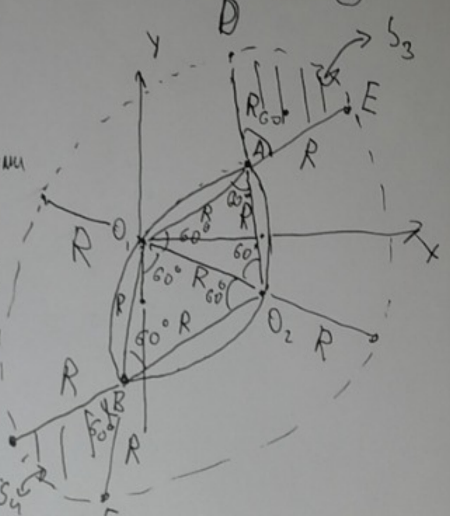
$\boxed{\text{Ответ: } CD = \left[\begin{array}{l} \sqrt{17} + 2\sqrt{7} \\ 2\sqrt{7} - \sqrt{17} \end{array}\right.}$

Чистовик

Математика
11класс
Вариант 21
Лист 4

3 (продолжение)

$O_1=(0,0)$
$O_2=(4,-2)$ – центры окружностей
$R=\sqrt{20}$



A и B - точки пересечения окружностей радиуса R с центрами O_1 и O_2. Т.к. $O_1O_2=\sqrt{20}=R$

$\triangle AO_1O_2$ и $\triangle BO_1O_2$ - равносторонние

S_M - Площадь M будет равна площади дуги окружности $\frac{2\pi}{3}$ радиуса 2R с центром в O_2 ~~...~~ $=S_1$ + дуги окружности $\frac{2\pi}{3}$ радиуса 2R с центром в $O_1 = S_2 + S_3 + S_4 -$
$- S_{AO_1O_2} - S_{BO_1O_2}$, т.к. M - ~~"оболочка"~~ ~~вокруг~~ все точки расстояние от которых до какой-то точки из $N \le \sqrt{20} \Rightarrow$

$S_M = S_1+S_2+S_3+S_4 - S_{\triangle O_1O_2A} - S_{\triangle O_1O_2B}$, т.к. $S_1=S_2$, и $S_3=S_4$, и $S_{\triangle O_1O_2A} =$
$= S_{\triangle O_1O_2B}$ $\quad S_M = 2(S_1+S_3 - S_{\triangle O_1O_2A}) =$

$= 2\left(\frac{1}{3}\cdot\pi 4R^2 + \frac{1}{6}\pi R^2 - \sin 60^\circ\cdot\frac{R^2}{2}\right) =$

$= 2R^2\left(\frac{9}{6}\pi - \frac{\sin 60^\circ}{2}\right) = R^2\left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 20\left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\boxed{\text{Ответ: } S_M = 20\left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$

Черновик $K=1$

S - сумма $a_1\ a_2\ a_3 \dots,$

$a_8 a_{17} > S+27$

$a_i = a_1 + k(i-1)$

$a_{11}\ a_{14} < S+60$

$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7$ a_1 - ?

$S = a_1 + (a_1+k) + a_1 + 2k + \dots + a_1 + 6k =$

$= 7a_1 + k(1+2+3+4+5+6) = 7a_1 + k\, 21$

$4 \cdot 16 \cdot 7 = 112$

$7a_1 + 21k = 7(a_1+3k)$

$7 \cdot 16k^2$ $(a_1+7k)(a_1+16k) > 7(a_1+3k)+27$

$(a_1+10k)(a_1+13k) < 7(a_1+3k)+60$

$(a_1+7k)(a_1+16k) < (a_1+10k)(a_1+13k) < 7(a_1+3k)+60$

$a_1^2 + a_1\, 23k + 112k^2 > S+27$

$a_1^2 + a_1 \cdot 23k + 130k^2 < S+60$

$a_1^2 + a_1 23k + 112k^2 - 27 > S > a_1^2 + a_1 23k + 130k^2 - 60$

$60-27=$

$112k^2 - 27 > 130k^2 - 60$

$33 > 18k^2 \Rightarrow$ т.к. k - целое и $k^2 > 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow 18k^2$ - целое число из $[1 \dots 33] \Rightarrow$

$\Rightarrow = 18 \Rightarrow k=1$

Чистовик

Математика 11 класс
Вариант 21
лист 1

1) Пусть k - разность прогрессии =>

$=> S = a_1 + a_2 + \ldots + a_7 = a_1 + (a_1+k) + (a_1+2k) + \ldots + (a_1+6k) =$

$= 7a_1 + 21k$ (т.к. последовательность возрастающая $k>0$)

$a_8 a_{17} > S+27 \Rightarrow (a_1+7k)(a_1+16k) > S+27$

$a_{11} a_{14} < S+60 \Rightarrow (a_1+10k)(a_1+13k) < S+60$ =>

$\Rightarrow a_1^2 + 23k + 112k^2 - 27 > S > a_1^2 + \cancel{130k} + 23k + 130k^2 - 60 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{a_1^2} + \cancel{23k} + 112k^2 - 27 > \cancel{a_1^2} + \cancel{23k} + 130k^2 - 60 \Rightarrow$

$\Rightarrow 33 > 18k^2$, т.к. k - целое (последовательность целочисленная) $k^2=1$ (единственное число $\vdots 18$ от 1 до 33 равно 18) =>

=> т.к. $k>0$, $k=1$. $\Rightarrow \begin{cases} (a_1+7)(a_1+16) > 7a_1+21+27 \\ (a_1+10)(a_1+13) < 7a_1+21+60 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2+23a_1+112-7a_1-48>0 \\ a_1^2+23a_1+130-7a_1-81<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+16a_1+64>0 \\ a_1^2+16a_1+49<0 \end{cases} \Leftrightarrow$

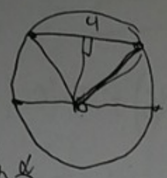
$\Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+8)^2>0 \Rightarrow a_1 \neq -8 \\ a_{1,2} = \dfrac{-16 \pm \sqrt{4(64-49)}}{2} = -8 \pm \sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow$

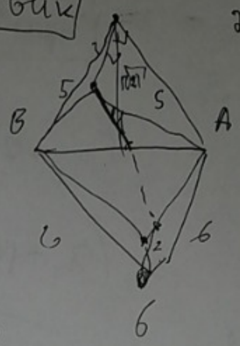
$-8-\sqrt{15}$ $\quad -8 \quad$ $-8+\sqrt{15}$

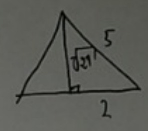
т.к. $3 < \sqrt{15} < 4$ и a_1 - целое, то **Ответ:** a_1 - любое из $[-11;-9] \cap [-7;-5]$

Черновик

$25-4=21$



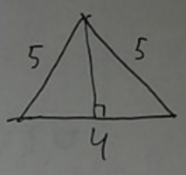


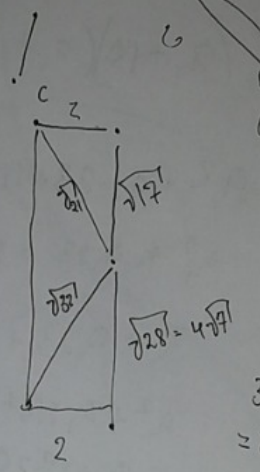


$4=2R\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$

$2=R\sin\frac{\alpha}{2}$

min R
$\Downarrow$
$\sin\frac{\alpha}{2}=1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=90$



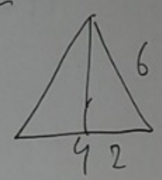


$21-4=$
$=17$

$$\begin{array}{r}16\\7\\\hline\end{array}\qquad \begin{array}{r}42\\+70\\\hline 112\end{array}$$

$36-4=\boxed{32}$

$32-4=$
$=28$

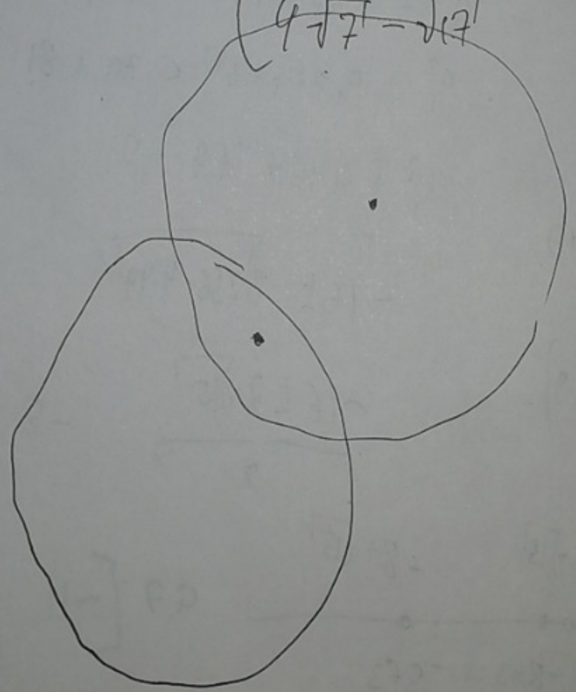


$$\left[\begin{array}{l}4\sqrt{7}+\sqrt{17}\\4\sqrt{7}-\sqrt{17}\end{array}\right.$$

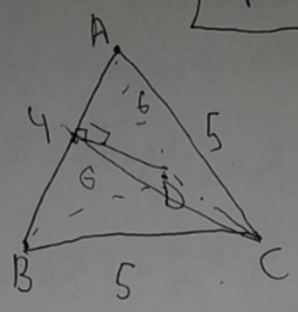
$8a-4b<20$

$2a-b<5$

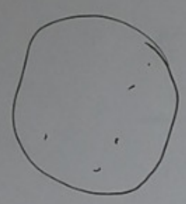
$2a<b+5$

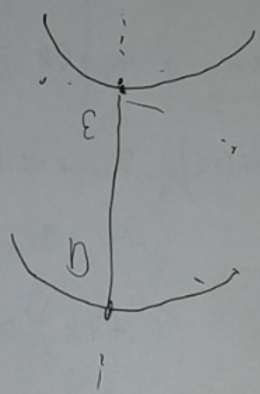


Черновик



$r_{min} = \frac{4}{2} = \frac{AD}{2}$





$2\sqrt{5}$

-20

$a^2 + b^2 \le 20$

$a^2 + b^2 \le 8a - 4b$

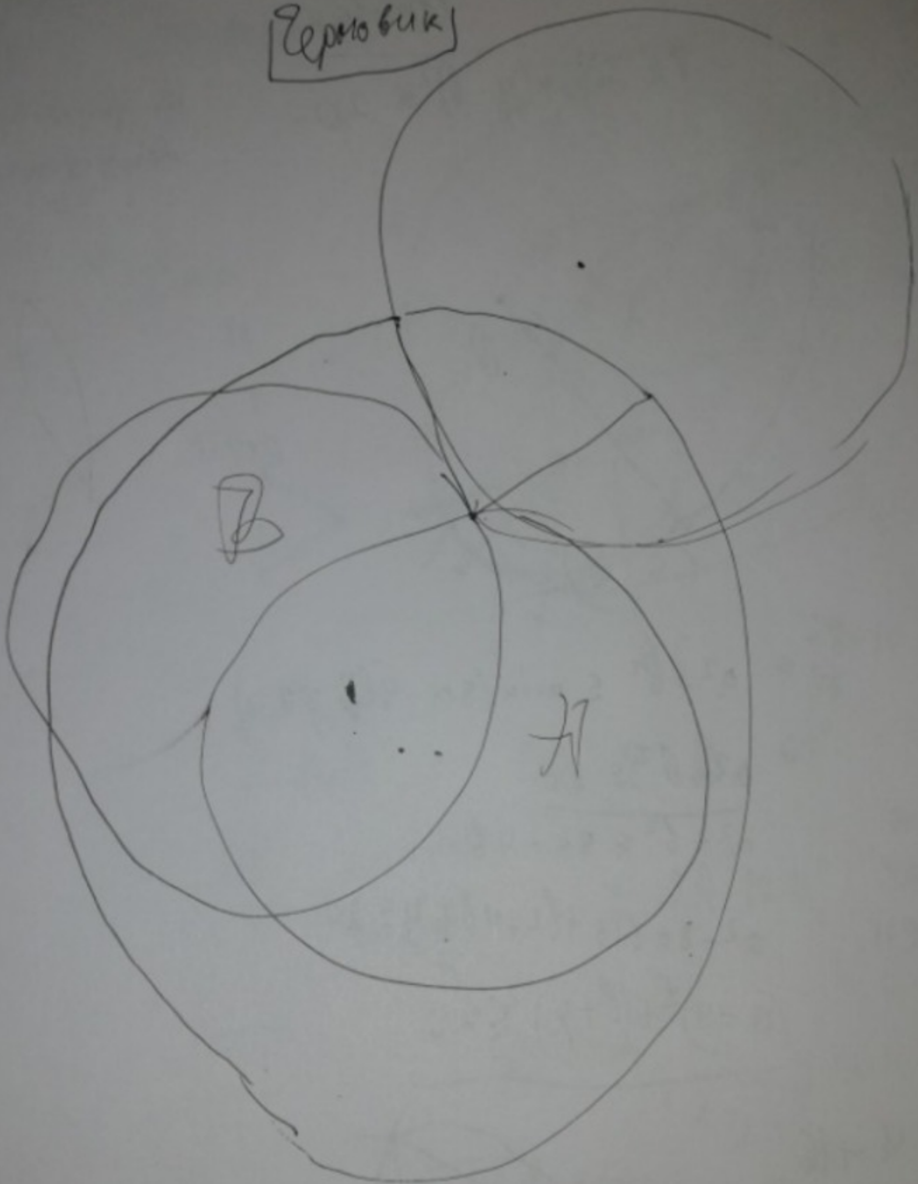
$a^2 - 8a + b^2 + 4b \le 0$

$a^2 - 8a + 16 + b^2 + 4b + 4 - 20 \le 0$

$a^2 -$

$(a-4)^2 + (b+2)^2 \le 20$

Черновик



Черновик

$k=1$

$(a_1+7)(a_1+16) > 7(a_1+3)+27$

$(a_1+10)(a_1+13) < 7(a_1+3)+60$

$48+64$

$a_1^2+a_1\cdot 23+112 > 7a_1+21+27$

52
$+60$
$\overline{112}$

$a_1^2+a_1 23+112 > 7a_1+48$

$a_1^2+a_1 23+64 > 7a_1$

$a_1^2+a_1\cdot 16+64 > 0$

$(a_1+8)^2 > 0$

2^4

$a_1^2+a_1 23+130 < 7a_1+21+60$

2^8 15

$a_1^2+a_1 23+130 < 7a_1+81$

$a_1^2+a_1 16+49 < 0$

256 $64-49$

$-16 \pm \sqrt{256-4\cdot 49}$ $3<\sqrt{15}<4$

$4(64-49)$

$\frac{-16 \pm 2\sqrt{15}}{2} = -8 \pm \sqrt{15}$

$-8-\sqrt{15}$ $-8+\sqrt{15}$

$-8-3$ $-8+3$

$a_7 \, [-11; -5)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101004**

ID профиля: **873709**

Вариант 21

Чистовик

Математика
11 класс
Вариант 21
Лист 1

4

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=35 \\ НОК(a,b,c)=5^{18}\cdot 7^{16} \end{cases}$$

т.к. $НОК(a,b,c)$ ~~сос~~ делится только на простые числа 5 и 7, то:

$$\begin{cases} a=5^{\alpha_1}\cdot 7^{\beta_1} \\ b=5^{\alpha_2}\cdot 7^{\beta_2} \\ c=5^{\alpha_3}\cdot 7^{\beta_3} \end{cases}$$, где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ - натуральные числа (они не 0, т.к. $НОД(a,b,c)=5\cdot 7 \Rightarrow$ $\Rightarrow a \vdots 5, a \vdots 7, b \vdots 5, b \vdots 7, c \vdots 5, c \vdots 7$) т.к. $НОД(a,b,c)=5^1\cdot 7^1$, то среди $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ есть число $=1$ и среди $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ есть число $=1$, т.к. $НОК(a,b,c)=5^{18}\cdot 7^{16}$, то среди $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ есть число 18 и среди ~~β_1~~ $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ есть число 16.

~~Оставшееся число из $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ = любое из $[1; 18]$ и оставшееся число из $\beta_1, \beta_2 \beta_3$ = любое из $[1; 16]$ $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow$ вариантов всего $3^2\cdot 2^2\cdot 18\cdot 16$ =~~

~~выбираем α и $\beta = 1$; выбираем $\alpha = 18$ и $\beta = 16$; выбираем чему равно оставшееся α и β~~

Оставшееся α может быть равно числу из $[2; 16]$ или 1 или 18, тогда способов расставить α будет $3\cdot 2\cdot 16+3+3$, т.к. способов, когда 2 из 3 $\alpha_i=1$ или $=18$ по 3 штуки $\Rightarrow$ для α_i способов будет $6\cdot 17$, аналогично для β_i способов $6\cdot 15$ $\Rightarrow$

всего $36\cdot 15\cdot 17 = 9180$

~~Ответ~~ Ответ: 9180

Чистовик

Лист 2

Математика
11 класс
Вариант 21

5

~~$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$, $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$, $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$~~

$a = 2\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = 2\log_{2x-3}(x+1) \Rightarrow x > \frac{3}{2}$

$b = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 2\log_{2x^2-3x+5}2x-3$

$c = \log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$\alpha = x+1$ $\quad a = 2\log_\beta \alpha$

$\beta = 2x-3 \Rightarrow b = 2\log_\gamma \beta$, но $\log_\beta \alpha = \frac{\log_\gamma \alpha}{\log_\gamma \beta} = \frac{1}{\log_\gamma \beta \cdot \log_\alpha \gamma} \Rightarrow$

$\gamma = 2x^2-3x+5$ $\quad c = \log_\alpha \gamma$

$\Rightarrow \log_\beta \alpha \cdot \log_\alpha \gamma \cdot \log_\gamma \beta = 1 \Rightarrow abc = 4$, тогда если какие-то два числа из a, b, c равны, а третье на 1 меньше, то ~~$\Rightarrow$~~ если два равных равны t, то верно, что $t^2(t-1) = 4 \Leftrightarrow t^3 - t^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t^2+t+2) = 0$

$\Rightarrow$ единственный корень $t = 2 \Rightarrow$ рассмотрим все корни для $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$

: $2 \cdot \log_{2x-3}(x+1) = 2 \Leftrightarrow 2x-3 = x+1 \Leftrightarrow x = 4$

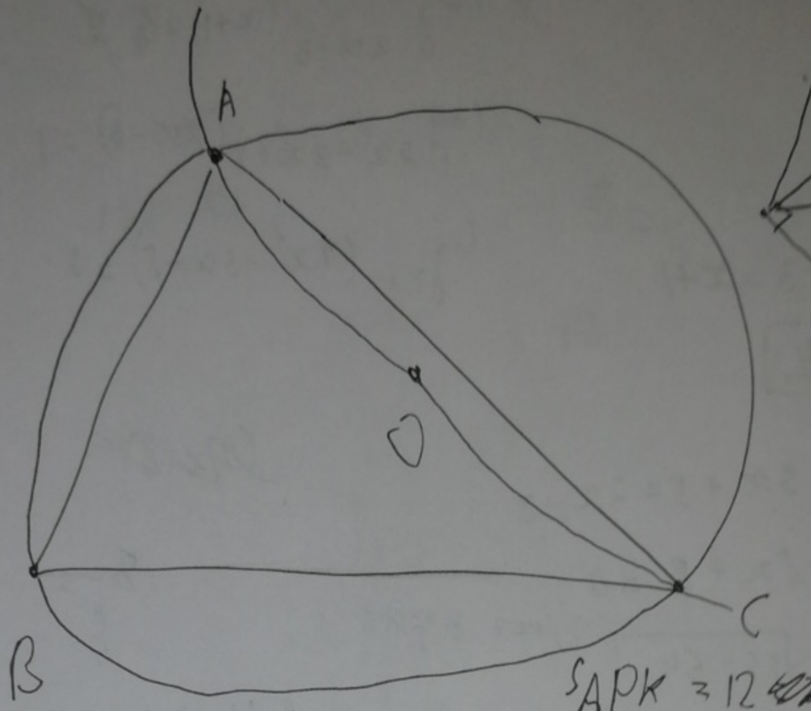
$2 \cdot \log_{2x^2-3x+5}(2x-3) = 2 \Rightarrow 2x^2-3x+5 = 2x-3 \Leftrightarrow 2x^2-5x+8=0$ $D = \sqrt{25-64} \Rightarrow$
$\Rightarrow x = \varnothing$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = 2 \Rightarrow 2x^2-3x+5 = (x+1)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow x = \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow \varnothing \ (x > \frac{3}{2}) \\ x = 4 \end{array}\right.$

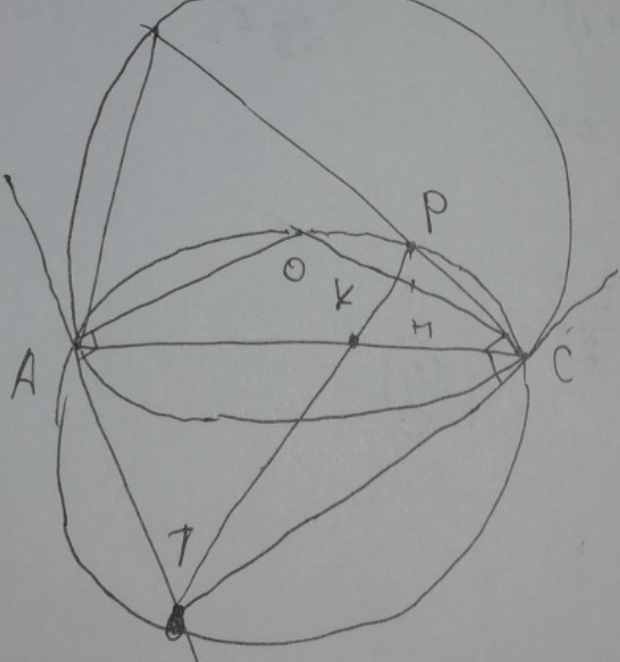
21101004 (U873709 M1305117)

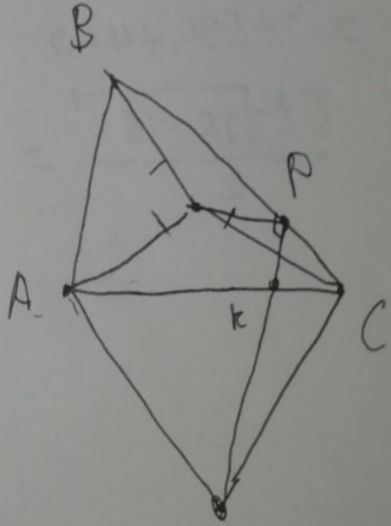
6

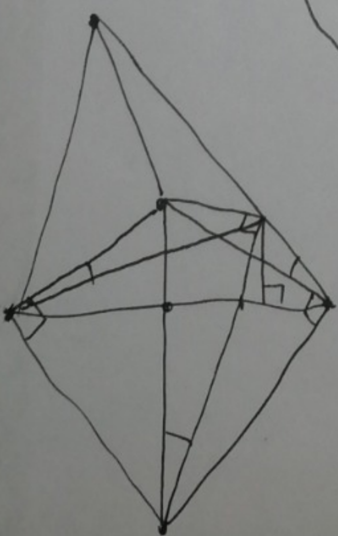


$S_{APK} = 12$

$S_{CPK} = 9$







$2\cdot 18\cdot 5\cdot 3\cdot 17$

$180\cdot 51$ $\quad\quad 36\cdot 15\cdot 17$

$180\cdot 3\cdot 17$

$\log_{\gamma}\cdot = 2\log_{\odot} = a$

51

$$\begin{array}{r} 180 \\ 51 \\ \hline 180 \\ 8900 \\ \hline 9180 \end{array}$$

5) Черновик

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$ $\quad a=2x-3>0$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$ $\quad b=x+1>0$

$c=2x^2-3x+5>0$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

x

$x=2\log_a b$ $\quad t^2+t+2$

$y=2\log_c a$ $\quad t-4$

$-2x^2+x^2-2x$

$z=\log_b c$

$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{1}{\log_c a\cdot\log_b c}$

$(x-2)(x^2+x+2)=0$

$x^3+x^2+\cancel{2x}-2x^2-\cancel{2x}-4=0$

$\log_a b\,\log_c a\cdot\log_b c=1$

$x^3-x^2-4=0$

$\log_a b\,\log_b c\,\log_c a=1$

$x=2$

$x=2$

$xyz=4$ $\quad x^3-x^2=4$

$x^2(x-1)=4$

2

(5)

$$\cancel{x}\log_{2x-3}(x+1)=\cancel{1}\cdot\cancel{x}$$

$$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)=1$$

$$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=2$$

$2x-3=x+1$

$\boxed{x=4}$

$\cancel{(2x-3)^2}$

$2x^2-3x+5=2x-3$

$2x^2-5x+8=0$

$5\pm\sqrt{25-64}$ => нет корней

$8-3$
$=$
5

$2\cdot16-3\cdot4+5$

$32-12+5$

25 5

$2x^2-3x+5=(x+1)^2$

$2x^2-3x+5=x^2+2x+1$

$x^2-5x+4=0$

$$\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm3}{2}=\left[\begin{array}{l}1\\4\end{array}\right.$$

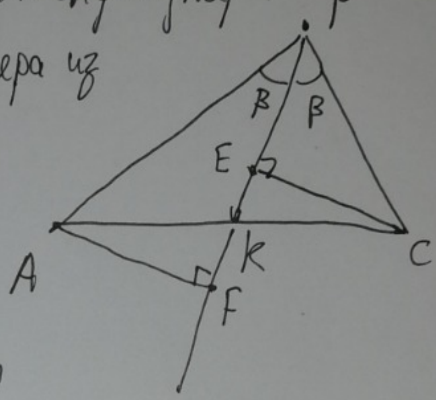
21101004 (U873709 M1305117)

Чистовик Лист 5 Математика 11 класс Вариант 21

6 б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{7} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{3}{7}$

$\angle APT = \angle TPC = \beta$ (из вписанности)

$\Rightarrow$ Тогда, если E основание перпендикуляра из C к PK, а F - перпендикуляра из A к PK, то $AF \cdot PK = 24$ и $PK \cdot EC = 18$.



Пусть N - середина BA, тогда

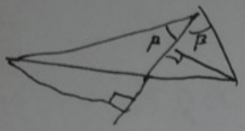
$S_{\triangle BNP} = S_{\triangle ANP} = \frac{49-9-12}{2} = 14 = \frac{PN \cdot BN}{2}$ и $\frac{PN}{BN} = \frac{3}{7} \Rightarrow$

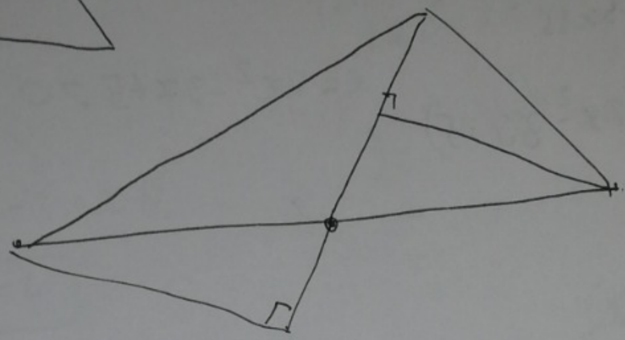
$\Rightarrow (BN)^2 \cdot \frac{3}{2 \cdot 7} = 14 \Rightarrow BN = \frac{14}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = \frac{28}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

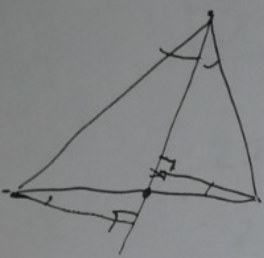
$\Rightarrow$ если h = высота из B к AC, то $\frac{h \cdot AC}{2} = 49 \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = \frac{98}{h}$

Черновик







49

12+9

21

49-21

28

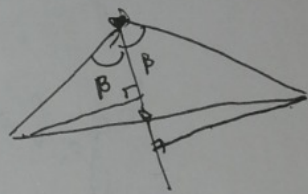
14

14

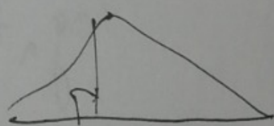
S_{ARK} +

h·8

$\cancel{\frac{AB}{4} = 14}$



$$\frac{h\cdot AM}{2} = 14$$



$$tg\,\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

$$\frac{h}{AM} = \frac{3}{7}$$

$$AM^2 \frac{3}{2\cdot 7} = 14$$

$$AM^2 = \frac{14^2}{3} \qquad h = AM\cdot\frac{3}{7}$$

$$AM = \frac{14}{\sqrt{3}} \qquad h = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Чистовик Лист 3 Математика

11 класс

Вариант 21

5 продолжение

$\Rightarrow$ это возможно только при

$a = c$ и $x = 4$ $\left(b = 2 \cdot \log_{2\cdot 16 - 12 + 5} 8 - 3 = 2 \cdot \log_{25} 5 = 1\right) \Rightarrow$

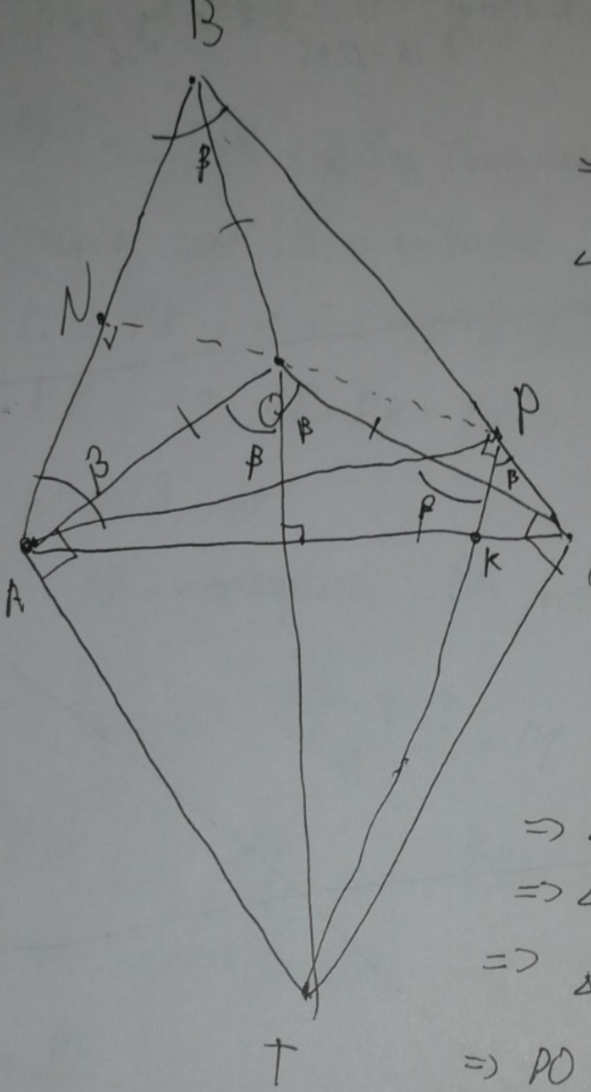
$\Rightarrow$ Ответ: $x = 4$.

21101004 (U873709 M1305117)

Чистовик Лист ~~3~~ 4 Математика 11 класс Вариант 21

6

а)



$\beta = \angle ABC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOC = 2\beta$

$\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow T$ лежит на окружности описанной около $\triangle AOC$ и OT – её диаметр. $\Rightarrow \angle OPT = 90^\circ$

OT – серпер к AC и $TC = TA \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle TOC = \angle TOA = \beta$

$\angle APC = \angle AOC = 2\beta$ (из вписанности)

$\Rightarrow$ ~~$\angle BAP = 180$~~ $\angle APB = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAP = 180^\circ - (180^\circ - 2\beta) - \beta = \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle APB$ – равнобедренный $\Rightarrow$

$\Rightarrow PO$ – серпер к AB. $\angle APT = \angle AOT = \beta \Rightarrow$ (вписанность)

$\Rightarrow PT \parallel AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC \Rightarrow \dfrac{S_{ABC}}{S_{KPC}} = \left(\dfrac{KC}{AC}\right)^2$, но $\dfrac{KC}{AK} = \dfrac{S_{KPC}}{S_{APK}} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \left(\dfrac{AK+KC}{KC}\right)^2 \cdot S_{KPC}$ и $\dfrac{KC}{AK+KC} = \dfrac{S_{KPC}}{S_{APK}+S_{KPC}} = \dfrac{9}{12+9} = \dfrac{3}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \left(\dfrac{7}{3}\right)^2 \cdot 9 = 49$ Ответ: 49.

21101004 (U873709 M1305117)

Черновик

5) $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$, $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

-3 27

$2x-3>0$

$x+1>0$

9

$2\log_{(2x-3)}(x+1)$

$x>-1$

3

$x>\frac{3}{2}$

9^9

$2\log_{2x^2-3x+5}$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$\sqrt{9}^9$

$\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot 10}}{4}$

3

$2\log_a b$ $2\log_c a$

$\log_b c$

черновик

$n\cdot m - (n-1)(m-1)$

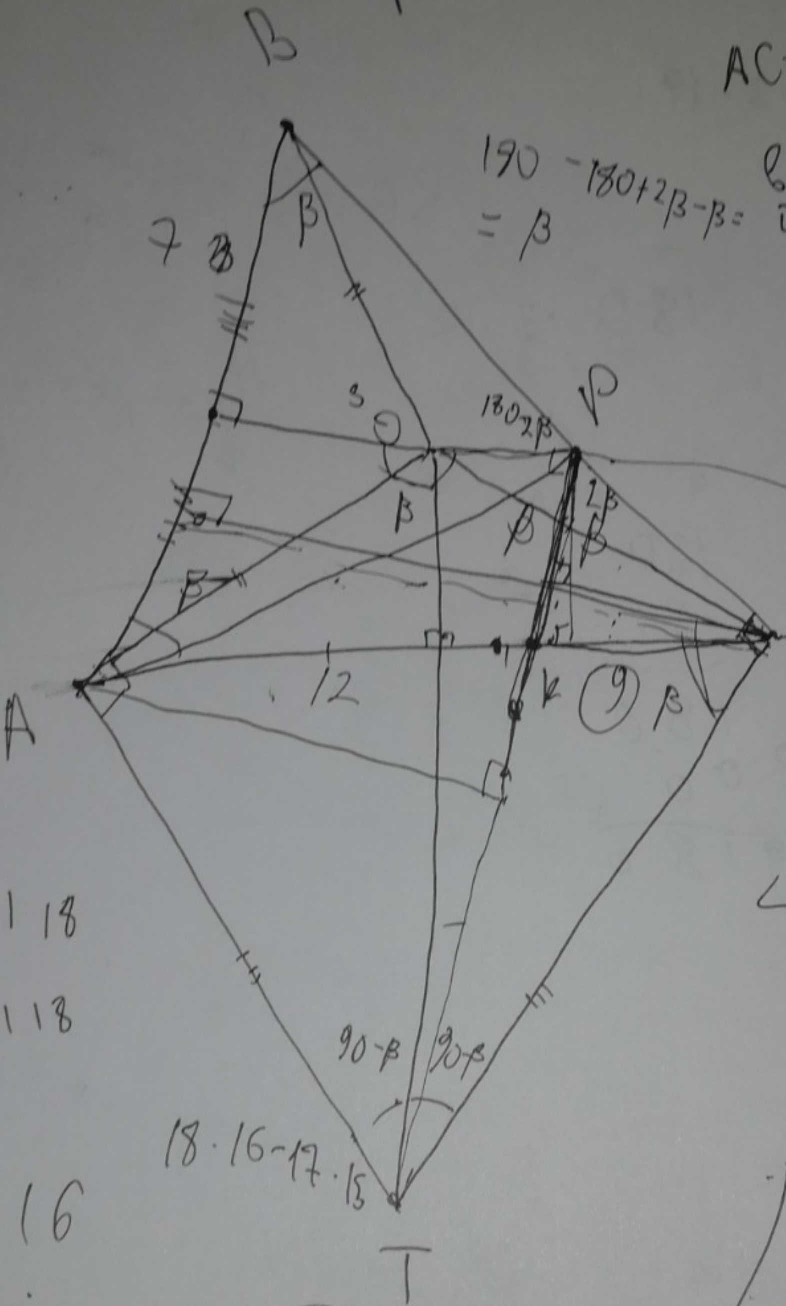
$n\cdot \cancel{m} - \cancel{nm} + n + m - 1$

$n+m-1$

$AC = b$

$190 - 180 + 2\beta - \beta = \frac{b^2}{4}$

$= \beta$



$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{7}$

$\operatorname{tg}\angle ABC = \frac{3}{7}$

11 18

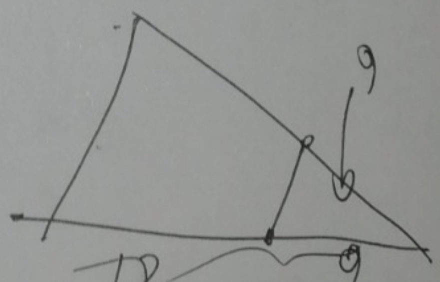
11 18

$18\cdot 16 - 17\cdot 15$

16

14

49



$3^2\cdot 2$

$36(17\cdot 15)$

$\left(\frac{7}{3}\right)^2\cdot 9$

$3\cdot 2\cdot 16 + 3 + 3$

$(3\cdot 2\cdot 17) + 3\cdot 2\cdot 15)$

$6\cdot 17 + 6\cdot 15$

$\frac{7}{3}$

Черновик

4) a, b, c

$НОД(a,b,c) = 35 = 5 \cdot 7$

$НОК(a,b,c) = 5^{18} \cdot 7^{16}$

НОК делится только на 5 и на 7

$\Rightarrow \quad a = \cancel{\beta} 5^{\alpha_1} 7^{\beta_1}$

$b = 5^{\alpha_2} 7^{\beta_2}$

$c = 5^{\alpha_3} 7^{\beta_3}$

α_1
$\alpha_2 \geq 1$
α_3

$a \vdots 5$

β_1
$\beta_2 \geq 1$
β_3

$b \vdots 7$

$[1 \; 18]$ $[1 \; 16]$

18 16

12
8

Ответ $\underbrace{3 \cdot 2 \cdot 18 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 16}$ =

$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2^4$

$3^4 \cdot 2^7$

$81 \cdot 128$

10000

$$\begin{array}{r} 128 \\ \times\; 81 \\ \hline 128 \\ 10240 \\ \hline \end{array}$$

Ответ: 10368