Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100488**

ID профиля: **55349**

Вариант 21

1

Чистовик.

№ 1

Пусть разница арифм. прогрессии $= \Delta$, $\Delta > 0$ (т.к. возраст.) т.е. $a_i = a_1 + (i-1)\cdot\Delta$.

Тогда по условию: $S = a_1 + a_2 + \ldots + a_7 = 7a_1 + \frac{6\cdot 7}{2}\Delta = 7a_1 + 21\Delta$

$\Delta \in \mathbb{Z}$ т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$ и прогр. целая.

$a_8 \cdot a_{17} > S + 27 \quad (a_1+7\Delta)(a_1+16\Delta) > S+27$

$a_{11}\cdot a_{14} < S+60 \quad (a_1+10\Delta)(a_1+13\Delta) < S+60$

$$\begin{cases} a_1^2 + 23\Delta\cdot a_1 + 112\Delta^2 > 7a_1 + 21\Delta + 27 & (1) \\ a_1^2 + 23\Delta a_1 + 130\Delta^2 < 7a_1 + 21\Delta + 60 & (2) \end{cases}$$

$$a_1^2 + 23\Delta a_1 + 112\Delta^2 > 7a_1 + 21\Delta + 27 > a_1^2 + 23\Delta a_1 + 130\Delta^2 - 33$$

$$33 > 130\Delta^2 - 112\Delta^2$$

$\frac{33}{18} > \Delta^2$, а т.к. Δ - целое и положительное, то

$\Delta = 1$ ($\Delta \geq 2$ уже не подходит, т.к. $4 > \frac{33}{18}$)

Тогда усл-е $\Longleftrightarrow \Delta = 1$ и

$$\begin{cases} a_1^2 + 23a_1 + 112 > 7a_1 + 21 + 27 \\ a_1^2 + 23a_1 + 130 < 7a_1 + 21 + 60 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 64 > 0 \to (a_1+8)^2 > 0 \ \forall a_1 \\ a_1^2 + 16a_1 + 49 < 0 \end{cases}$$

$a_1^2 + 16a_1 + 49 < 0 \qquad a_1 \in (-8 - \sqrt{64-49}; -8 + \sqrt{64-49})$

а т.к. a_1 - целое, то т.к. $3 < \sqrt{15} < 4 \Rightarrow -8 - \sqrt{64-49} \in (-12; -11)$ и

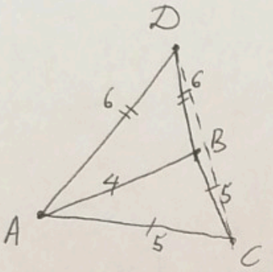
$-8 + \sqrt{15} \in (-5; -4) \Rightarrow a_1 \in [-11; -5]$

Ответ: $a_1 \in \{-11; -10; -9; -8; -7; -6; -5\}$

21100488 (U55349 M1298987)

2

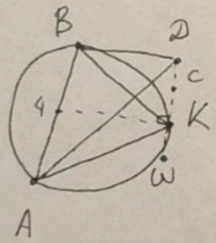
Чистовик № 2



~~Пусть ...~~ Идея 1: $AB \perp CD$.

Действительно: $\triangle ABD$ и $\triangle ABC$ - равнобедр. $\Rightarrow$ D и C лежат на плоскости явл. ~~...~~ перпендикулярной к AB и проходящей через его середину. Пусть мы вписали тетраэдр в нек. цилиндр по условию. Тогда рассмотрим плоскость α проходящую через AB и $\perp$ CD. Так как ось цилиндра $\parallel$ CD, то эта плоскость $\perp$ оси $\Rightarrow$ высекает на нём круг радиусом r = радиусу цилиндра.

Так как C и D лежат на плоскости цилиндра и при проекции на α переходят в точку $CD \cap \alpha$ - обозначим K, то K лежит на окр-ти высекаемой цилиндром ($CD \in$ поверх-ти цилиндра). Рассмотрим проекцию на плоск. α:



Точка K кстати явл. проекцией A и B на CD. ($\alpha \perp CD$) окружность ω имеет радиус r и явл. (ABK). $\Rightarrow r \geq AB/2$ и минимум, т.е. $\frac{AB}{2} = 2$ достигается ~~при~~ когда центр круга попадает на середину AB. При этом $BK = AK$ (т.к. C и D $\in$ плоск. сер. пер. к. AB, то и K ей $\in$, а значит K на сер. пер. к AB и $\triangle ABK$ - равнобедр.) и прямоуг. т.к. ~~...~~ AB - диаметр $\omega \Rightarrow$

$BK = AK = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$. C и D при этом лежат на перп. из K к α.

~~Пусть KD = x, то~~. Из прямоуг. $\triangle AKD$ и $\triangle AKC$ по теореме Пифагора:

$$\begin{cases} AD^2 = DK^2 + AK^2 \\ AC^2 = AK^2 + CK^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DK = \sqrt{36-8} \\ CK = \sqrt{25-8} \end{cases} \quad \begin{matrix} DK = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \\ CK = \sqrt{17} \end{matrix}$$

Всего есть два варианта: C и D на одном луче из K: тогда $CD = |KD - CK| = 2\sqrt{7} - \sqrt{17}$, либо C и D по разные стороны от K на прямой и $CD = CK + KD = 2\sqrt{7} + \sqrt{17}$

Ответ: $2\sqrt{7} - \sqrt{17}$; $2\sqrt{7} + \sqrt{17}$

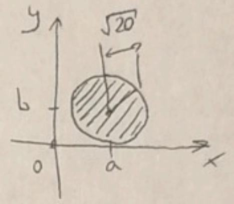
③

Чистовик.

№ 3.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 20 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(8a-4b,\ 20) & (2)\end{cases}$$

~~(1) те ур-е при фикс. a и b~~ Для пары (x,y) $\exists$ пара a,b $\Leftrightarrow$ эта пара (x,y) явл. реш. при подст. a и b. $\Rightarrow$ ГМТ всех $(x,y)\in M$ – это ГМТ всех реш-ий (x,y) при всевозможных $(a;b)$.



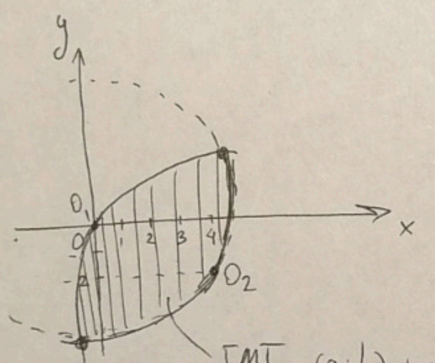
(1) – это ~~окруж~~ внутр. круга с центром в $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{20}$:

Найдем ГМТ $(a;b)$ удовлетвор. (2). (2) $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases}\underbrace{a^2+b^2\le 8a-4b}\\ a^2+b^2\le 20\end{cases}\qquad \begin{cases}(a-4)^2+(b+2)^2\le 20\\ a^2+b^2\le 20\end{cases}$$

– Каждое из ур-ий это круг (с границей) радиуса $\sqrt{20}$ и с центрами в $(4;-2)$ и $(0;0)$ соотв.

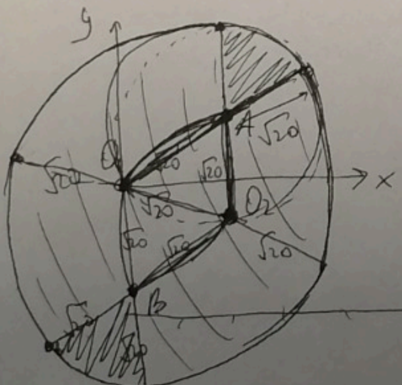
$O_2,\ \omega_2$ $\quad$ $O_1,\ \omega_1$



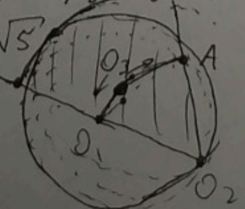
$O_1O_2=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}\Rightarrow O_1$ и O_2 лежат на ~~окр~~ окр-тях в противоп. точках радиуса $\sqrt{20}$ см. рис.

ГМТ $(a;b)$ подход. под (2).

По ГМТ$(a;b)$ легко понять как выглядит M – мы берём $\cup$ по всем кругам проведённым с центром в ГМТ$(a;b)$ и радиусом $\sqrt{20}$:



Учитывая, что A и B – точки пересеч. окр-тей ω_1 и ω_2 образуют равносторонние $\triangle O_1AO_2$ и $\triangle O_1BO_2$ со сторонами $=$ $= r=\sqrt{20}$, то легко понять, что если центр ~~окруж~~ круга двигать по дуге O_1A ~~~~, то их объединение покроет в ~~~~ пересеч-ии с углом $\angle O_1O_2A$ сектор круга с центром в O_2 и радиусом $=2r=$ $=2\sqrt{20}=4\sqrt{5}$

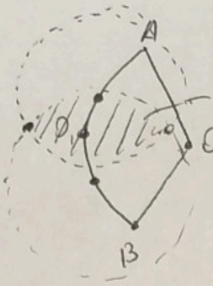


~~В крайних точках A и B~~ всех. Аналогично с остальными углами. Точки A и B выпукут по кругу. Все точки внутри выпукл. оболочки карис. очевидно будут покрыты кругами

4

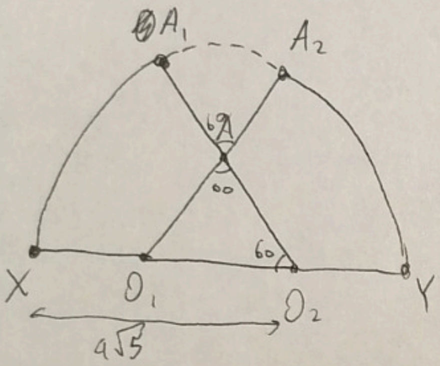
Чистовик

№ 3 (продолжение)

Также понятно, что: 

область Λ полностью содержится в указ. области т.к. расст. до $A < 2r$ и до $B < 2r$ ⇒ в пересеч. окр-ей радиуса $2r$ с центрами A и B (а оно внутри в нашей оболочки)

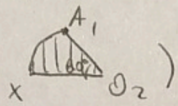
⇒ указ. область и есть наше ГМТ M. Осталось найти ее площадь:



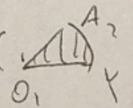
Посчитаем площадь "верхней" половины (нижняя та же)

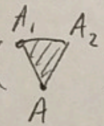
Введём обозн. "крайних" точек как на рис.

ΔO_1AO_2 – равностор. ⇒ углы по $60°$.

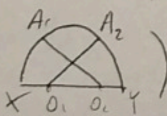
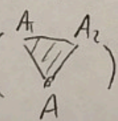
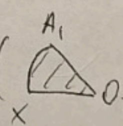
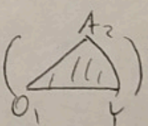
$S($  $) = \frac{60}{360} \cdot S_{\text{круга радиусом } 4\sqrt{5}} =$

$= \frac{1}{6}\pi \cdot 80 = \frac{40\pi}{3}$

Аналогично $S($  $) = \frac{40\pi}{3}$.

$S($  $) = \frac{60}{360} \cdot S_{\text{круга радиуса } 2\sqrt{5}} = \frac{20\pi}{6} = \frac{10\pi}{3}$

$S(\Delta O_1AO_2) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot O_1O_2^2 = \frac{20\sqrt{3}}{4} = 5\sqrt{3}$

$S($  $) = S($  $) + S($  $) + S($  $) - S(\Delta O_1AO_2) =$

$= \frac{10\pi}{3} + \frac{2 \cdot 40\pi}{3} - 5\sqrt{3} = 30\pi - 5\sqrt{3}$ ⇒

⇒ $\boxed{S(M) = 2(30\pi - 5\sqrt{3}) = 60\pi - 10\sqrt{3}}$

Ответ: $60\pi - 10\sqrt{3}$

Арифм. пр.

~~Чер~~ Черновик.

a, Δ

$18\Delta^2$

$\frac{33}{18} > \Delta^2$

$$\begin{array}{r} 112 \\ -\ 48 \\ \hline 64 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 130 \\ 81 \\ \hline 49 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ -\ 49 \\ \hline 15 \end{array}$$

$2\sqrt{5}$

$4 < \quad < 5$

$16 \cdot 5$

80

$16+4$

$\frac{20}{4}$

$16 - 4 \cdot 64$

$3 \cdot 16 + 48$

$\sqrt{48}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$36 - 8$

$\sqrt{28}$

$25 - 8 = \sqrt{17}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100488**

ID профиля: **55349**

Вариант 21

1

Чистовик

N 4

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} НОД(a, b, c) = 35 = 5^1 \cdot 7^1 & (1) \\ НОК(a, b, c) = 5^{18} \cdot 7^{16} & (2) \end{cases}$$

Так как в НОК чисел входят лишь простые 5 и 7, то каждое из чисел a, b, c представляется в виде $5^n \cdot 7^m$ $n, m \in \{\mathbb{N}$ или $0\}$. ~~Также~~ Тогда из (1) также следует, что в каждое из чисел 5 и 7 входят в степени ≥ 1, т.е. $n, m \in \mathbb{N}$. Пусть:

$a = 5^{a_1} \cdot 7^{a_2}$ $b = 5^{b_1} 7^{b_2}$ $c = 5^{c_1} \cdot 7^{c_2}$. Тогда

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \min(a_1, b_1, c_1) = 1 \\ \min(a_2, b_2, c_2) = 1 \end{cases}$$

Давайте будем разбираться с тем как выглядят степени 5-ок и 7-ок (в условии огранич. только НОД и НОК, что позволяет нам это сделать):

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} НОК(5^{a_1}, 5^{b_1}, 5^{c_1}) = 5^{18} \\ НОК(7^{a_2}, 7^{b_2}, 7^{c_2}) = 7^{16} \end{cases} \begin{cases} \max(a_1, b_1, c_1) = 18 \\ \max(a_2, b_2, c_2) = 16 \end{cases}$$

Кол-во всевозможных (a_1, b_1, c_1) : $\min = 1$, а $\max = 18$ равно

$16 \cdot 6 = 96$ $14 \cdot 6 = 84$

- кол-ву всех троек где ~~каждое~~ одно $= 1$, одно $= 18$ и одно $\in [2; 17]$ - таких троек $3 \cdot 2 \cdot 16 = 96$
- кол-ву всех троек где два $= 1$, одно 18 или два $= 18$ и одно $= 1$. - таких всего $3 \cdot 2 = 6$

$\rightarrow$ всего $96 + 6 = 102$

Кол-во всевозможных троек (a_2, b_2, c_2) считается аналогично:

$3 \cdot 2 \cdot 14 + 3 \cdot 2 = 84 + 6 = 90$

А кол-во всех троек $(a; b; c)$ = кол-ву всех троек $(a_1, b_1, c_1) \cdot$ кол-во всех (a_2, b_2, c_2)

каждой паре троек взаим. однознач. сопоставляется тройка $(a; b; c)$ =

$= 102 \cdot 90 = 9180$

Ответ: 9180

(2)

Чистовик.

№ 5.

$\left\{\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1),\ \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2,\ \log_{x+1}(2x^2-3x+5)\right\}$ изоморф. $\{a, a, a-1\}$

ОДЗ: $\underbrace{2x>3,\ x>-1}_{x>1{,}5}$, $2x^2-3x+5>0$, $D=9-8\cdot5<0 \Rightarrow$ выполнено $\forall x$.

$\sqrt{2x-3}\neq1 \quad 2x\neq4 \quad \underline{x\neq2}$

$2x^2-3x+5\neq1 \quad D=9-8\cdot4<0 \Rightarrow \forall x$ ok.

$x+1\neq1 \quad \underline{x\neq0}$

$\Rightarrow$ ОДЗ: $x\in(1{,}5;2)\cup(2;+\infty)$. Тогда можно записать

$\log_{(2x-3)^{1/2}}(x+1) = 2\log_{2x-3}(x+1)$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 2\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)$

~~Обозначим $2x^2-3x+5=a$. Тогда наше соотношение~~

~~$\{2\log_{2x-3}(x+1),\ \log_{x+1}a$~~ $\underline{\text{И по ОДЗ ясно что } a,b,c\neq0}$

Пусть $\ln(2x^2-3x+5)=a$, $\ln(x+1)=b$, $\ln(2x-3)=c$. Тогда наши логарифмы можно переписать как:

$\left\{2\frac{b}{c},\ 2\frac{c}{a},\ \frac{a}{b}\right\}$ изом. ~~Пусть равны~~

~~Случай 1: равны первые два~~ ~~$\begin{cases}2\frac{b}{c}=2\frac{c}{a}\\ \frac{a}{b}=2\frac{b}{c}-1\end{cases}$ $\begin{cases}ba=c^2\\ ac=2b^2-bc\end{cases}$~~

~~$\begin{cases}c=\sqrt{ab}\\ c(a-b)=2b^2\end{cases} \Rightarrow \sqrt{ab}(a-b)=2b^2 \Rightarrow ab(a-b)^2=4b^4 \Rightarrow$~~

~~$a^3-2a^2b+ab^2=4b^3$~~ ~~$\Rightarrow ab+ac+bc=c^2+2b^2$~~

~~$a(a^2+b^2)=2b(a^2+b^2)+2b^3$~~ ~~$2ab+2ac+2bc=2c^2+4b^2$~~

~~$(a+b+c)^2=a^2+3c^2+5b^2$~~

Заметим, что $2x^2-3x+5>x+1$ и $2x-3$ $\forall x$. Действительно, у $2x^2-4x+4$ и $2x^2-5x+8$ $D<0$. А значит $a>b$ и $a>c$ $\forall x$

Также $2x^2-3x+5>1$ и $x+1>1$ на ОДЗ $\Rightarrow a$ и $b>0$.

3

Чистовик.

№5 (продолжение)

1. Случай: $\begin{cases} 2\frac{b}{c} = 2\frac{c}{a} = \frac{a}{b}+1 \end{cases}$

$$2b^2a = 2c^2b = a^2c + abc$$

$$abc = a(2b^2-ac) = c(2bc-a^2)$$

a и $b>0 \Rightarrow \frac{a}{b}+1>1 \Rightarrow 2\frac{c}{a}>1 \Rightarrow c>0$

$2\frac{c}{a} = \frac{a}{b}+1 \Rightarrow 2bc = a^2+ab > bc+bc = 2bc$?! ($a^2 = a\cdot a > b\cdot c$ и $a>c$)

$\Rightarrow$ Случай невозможен.

2. Случай: $2\frac{b}{c}+1 = \underbrace{2\frac{c}{a} = \frac{a}{b}}$ $\quad a^2 = 2bc \Rightarrow c>0.$

Пусть $\sqrt{2\frac{b}{c}} = k$. тогда

$$k^2+1 = 2\cdot\frac{c}{a} = 2\cdot\frac{c}{\sqrt{2}\sqrt{bc}} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{c}{b}} = \frac{2}{k}$$

$$k^3+k=2$$

$(k-1)\underbrace{(k^2+k+2)}_{D<0}=0 \Rightarrow k=1$

$a=c$?!

$\Rightarrow$ Случай невозможен

3 Случай: $2\frac{b}{c} = 2\frac{c}{a}+1 = \frac{a}{b}$

$c>0 \Leftarrow \underbrace{a = 2\frac{b^2}{c}}$ и $2bc+ab=a^2 \Rightarrow 2bc+\frac{2b^3}{c} = 4\frac{b^4}{c^2} \Rightarrow 2c^3+2b^2c = 4b^3$

$$c^3+b^2c-2b^3=0$$

$(c-b)\underbrace{(c^2+bc+2b^2)}_{>0 \text{ т.к. и } b \text{ и } c>0}=0 \Rightarrow$ реш-ем является только $c=b=\frac{a}{2}$ т.е.

$x+1 = 2x-3$ и $2x^2-3x+5 = (x+1)^2$

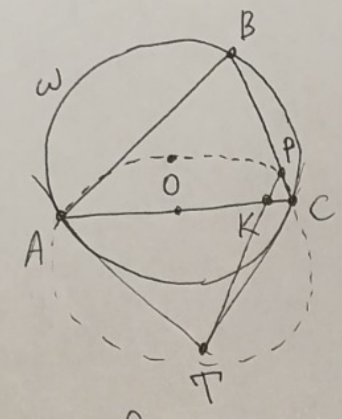
$x=4$ и подстановкой убежд. что подходит.

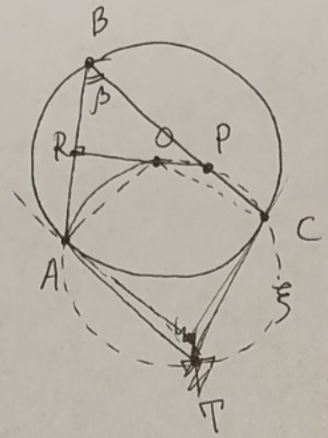
Ответ: $x=4$

④

Чистовик

№ 6.

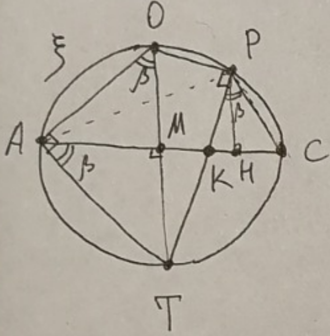




Идея 1: $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ$ т.к. касательные ~~…~~. Обозначая за ξ окружность (AOC), получаем, что тогда $T \in \xi$ (сумма углов при A и C равна 180), OT – диаметр ξ (угол по 90) и $P \in \xi$. Также поскольку $AO = OC =$ радиусу ω, то

$\Delta AOT = \Delta OCT$ (по гипотенузе и катетам) OT

Также $\angle OPT = 90^\circ$ т.к. OT – диаметр ξ



Пусть расстояние от P до $AC = h$. Тогда

$S_{\Delta APK} = \frac{1}{2} h \cdot AK$, $S_{\Delta KPC} = \frac{1}{2} h \cdot KC$

$\Rightarrow AK/KC = S_{\Delta APK} / S_{\Delta KPC} = 12/9 = 4/3 \Rightarrow \frac{CK}{AC} = \frac{3}{7}$

Пусть $\angle ABC = \beta$. Тогда $\angle AO = 2\beta$, т.к. $AOCT$ – дельтоид, то $\angle AOT = \angle TOC = \beta$ $\angle OAC = \angle OCA = 90 - \beta$ из равнобедр. ΔAOC

$\angle OPB = \angle OAC$ (из впис. 4-ка $AOPC$) $= 90 - \beta$.

Продлим ~~…~~ PO до пер-я с AB – точка R. Тогда $\angle BRP = 90^\circ$ по сумме углов в ΔRBP. Но тогда ~~…~~ R – проекция O на AB, т.е. RP – сер-пер к AB.

Заметим, что $\Delta CKP \sim \Delta ABC$: $\angle ACB$ – общий, а $\angle KPC = \angle ABC \Rightarrow$ $\overset{(\angle TOC)}{\parallel}$

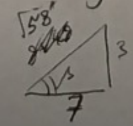
$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta KPC}} = \left(\frac{CK}{AC}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2$$

$\boxed{S_{\Delta ABC} = \frac{49}{9} \cdot 9 = 49 \text{ (a)}}$

$\boxed{\text{Ответ к а): } 49}$

б) $\beta = \operatorname{arctg} \frac{3}{7}$ ($\Rightarrow tg(\beta) = \frac{3}{7}$). Пусть M – середина AC. Тогда OT и AC пересек. по M т.к. дельтоид ~~…~~ и $\angle AMT = 90^\circ$. $\angle TAM = \angle TOC = \beta$ (впис. углы)

~~…~~ $tg(\beta) = \frac{3}{7} \Rightarrow$



$\Rightarrow \cos\beta = \frac{7}{\sqrt{58}}$ и $\sin\beta = \frac{3}{\sqrt{58}}$

(по углу)

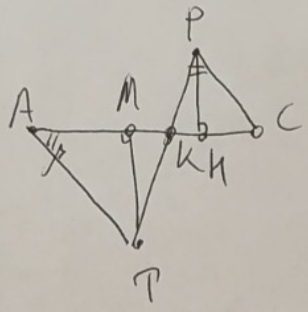
$TM = AT \cdot \sin\beta$, а если опустить PH на AC, то $\Delta TMK \sim \Delta KPH \Rightarrow$

$\Rightarrow PH = TM \cdot \frac{KP}{TK} = AT \cdot \sin\beta \cdot \frac{KP}{TK}$

(5)

Чистовик

№ 6 II



Степень K отн-но ξ равна $AK \cdot KC = TK \cdot KP$.

$S_{\triangle APK} = AK \cdot \frac{1}{2} PH = AK \cdot AT \cdot \sin\beta \cdot \frac{KP}{TK} \cdot \frac{1}{2}$, а

$S_{\triangle KPC} = KC \cdot \frac{1}{2} PH = KC \cdot AT \cdot \sin\beta \cdot \frac{KP}{TK}$

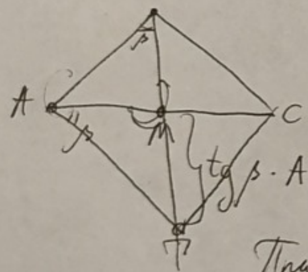
Из $\triangle AMT$: $AT = AM / \cos\beta = \frac{AC}{2\cos\beta}$

$\cancel{12 = \frac{1}{2} AK \cdot \frac{AC}{2} \cdot tg\beta \cdot \frac{KP}{TK}}$

$\cancel{9 = \frac{1}{2} KC \cdot \frac{AC}{2} tg\beta \cdot \frac{KP}{TK}}$

$\cancel{AK = \frac{3}{7} A \quad CK = \frac{3}{7} AC \Rightarrow 36 = \frac{3}{7} AC^2 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{KP}{TK}}$

$\cancel{\frac{KP}{TK} = \frac{PH}{MT} = \frac{S_{\triangle APC}}{S_{\triangle ATC}} = \frac{12+9}{\frac{AC}{2} tg \frac{1}{2}(MT \cdot AC)} = \frac{42}{AC \cdot \frac{AC}{2} tg\beta} = \frac{84}{AC \cdot tg\beta}}$



$tg\beta \cdot AM = \frac{3}{7} \cdot \frac{AC}{2} \Rightarrow S_{\triangle ACT} = \frac{1}{2} AC \cdot MT = \frac{AC^2 \cdot 3}{28}$

При этом $TM / PH = TK / KP \Rightarrow S_{\triangle AKP} / S_{\triangle KPC} =$

$= \frac{TK}{KP} \cdot \frac{AK}{KC} = \frac{TK}{KP} \cdot \frac{4}{3}$

$\frac{4}{7} AC \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3AC}{14} = S_{\triangle AKP} = 12 \cdot \frac{TK}{KP}$

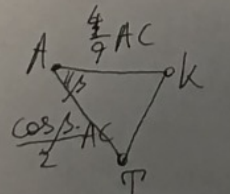
$\frac{3AC^2}{49} = 12 \cdot \frac{TK}{KP}$ $\quad TK \cdot KP = AK \cdot KC \Rightarrow$

$\frac{TK}{KP} = \frac{AK \cdot KC}{KP^2} = \frac{12}{49} \frac{AC^2}{KP^2}$

$KP^2 \frac{3}{49} = 12/49$

$\Rightarrow KP = 2$ $\quad AC^2 = 49 \cdot 4 \cdot \frac{TK}{2}$

а TK находим по теор. косинусов из $\triangle AKT$



$TK^2 = \left(\frac{16}{49} + \frac{\cos^2\beta}{4} - \cos\beta \cdot \frac{4}{7}\right) AC^2$

$\left(\frac{16}{49} + \frac{49}{58 \cdot 4} - \frac{4}{\sqrt{58}}\right) \cdot 49 \cdot 2 = AC$

Черновик.

$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$

$a = b$ ~~$b^3 2 2 b^2 + b^2$~~

$a = -b$ $2b$

$8 -$

$k^3 - 2k^2 + k = 4$

$\begin{cases} 2\frac{b}{c} = \frac{a}{b} \\ 2\frac{c}{a} = \frac{a}{b} - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2b^2 = ac \\ 2bc = a^2 - ab \end{cases}$ $a > b \Rightarrow$

$b(2c + a) = a^2$

$2x^2 - 3x + 5 \overset{?}{>} x + 1$

$2x^2 - 4x + 4 \overset{?}{>} 0$

$16 - 4 \cdot 8$

5

$2x^2 - 3x + 5 > 2x - 3$

$2x^2 - 5x + 8 \overset{?}{>} 0$

$25 - 8 \cdot 8$

$2 \cdot 16 - 12 + 5$

$\begin{array}{r} 32 \\ -12 \\ \hline 20 \end{array}$

25