

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100422**

ID профиля: **846667**

Вариант 21

Пусть  $a_1$  - первый член арифметич. прогрессии,  $a d$  - разность данной прогрессии, тогда:  $S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3d) \cdot 7$ , тогда:

$$\begin{cases} (a_1 + 7d)(a_1 + 16d) > (a_1 + 3d) \cdot 7 + 27 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 13d) < (a_1 + 3d) \cdot 7 + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 23da_1 + 112d^2 > (a_1 + 3d) \cdot 7 + 27 \\ (a_1 + 3d) \cdot 7 + 60 > a_1^2 + 23da_1 + 130d^2 \end{cases} \quad +$$

$$\cancel{a_1^2 + 23da_1 + 112d^2} + (a_1 + 3d) \cdot 7 + 60 > \cancel{a_1^2 + 23da_1 + 130d^2} + (a_1 + 3d) \cdot 7 + 27$$

$$112d^2 - 130d^2 + 60 - 27 > 0$$

$$-18d^2 + 33 > 0 \quad | \div 3$$

$$11 > 6d^2$$

$\frac{11}{6} > d^2$ , заметим, что т.к. все члены арифметич. прогрессии целые, то и  $d$  должно быть целым и положительным, т.к. прогрессия возрастает, заметим, что  $\frac{11}{6} < \frac{12}{6} = 2$ , значит

$d = 1$ , т.к.  $0 < d < 2$  и  $d \in \mathbb{Z}$ , тогда:

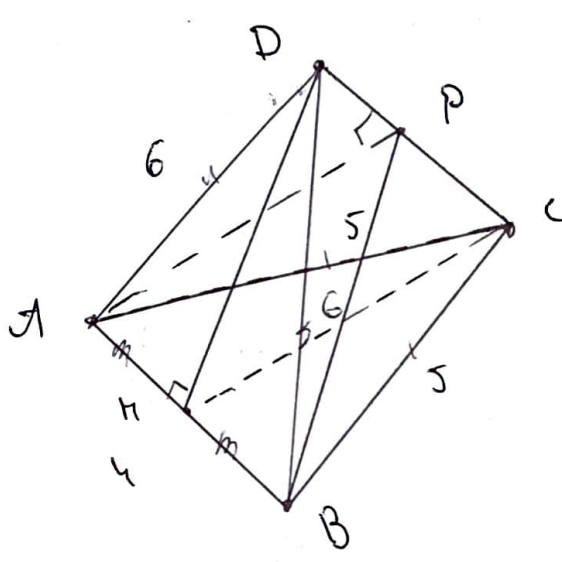
$$\begin{cases} a_1^2 + 23a_1 + 112 > 7a_1 + \underbrace{21}_{48} + 27 \\ 7a_1 + \underbrace{21}_{81} + 60 > a_1^2 + 23a_1 + 130 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 64 > 0 \Leftrightarrow (a_1 + 8)^2 > 0 \Leftrightarrow a_1 \neq -8 \\ 0 > a_1^2 + 16a_1 + 49 \end{cases}; \quad \frac{D}{4} = 64 - 49 = 15$$

$$a_{корни} = \frac{-8 \pm \sqrt{15}}{1} = -8 \pm \sqrt{15}$$

т.к. это параболы с ветвями вверх, то  $a_1 \in (-8 - \sqrt{15}; -8 + \sqrt{15})$ ,  
 заметим, что  $\sqrt{15} < \sqrt{16} = 4$ , значит  $a_1 \in \{-11; -10; -9; -8;$   
 $;-7; -6; -5\}$ , но из первой строки системы  $a_1 \neq -8$

Ответ:  $a_1 = -11; -10; -9; -7; -6; -5$ .



52

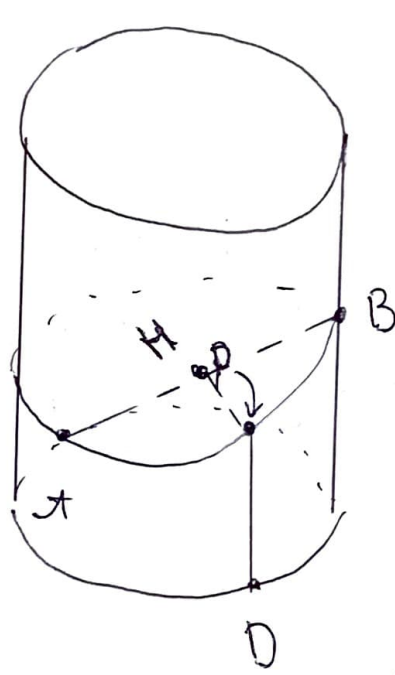
$(CMD) \perp AB$ , т.к.  $CH \perp AB$ ;

$DH \perp AB$ ;  $AB \perp CD$

$AB \parallel$  осн; по условию

$(APB) \parallel$  осн. по услов.

$PH$  - обш. перпендикул. к  $AB$  и  $CD$



$$\begin{cases} PH = 2\sqrt{9-1} = 4\sqrt{2} \\ CH = \sqrt{25-1} = \sqrt{24} \end{cases}$$

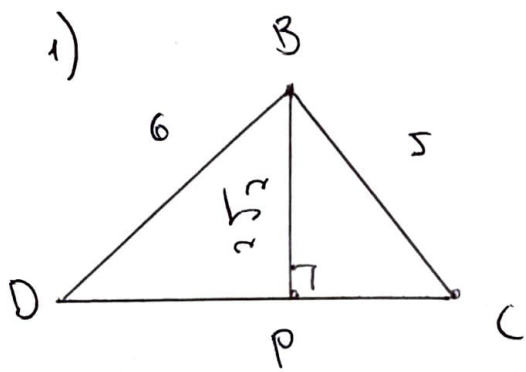
$$\begin{cases} DC = CP + PD \\ DC = DP - CP \end{cases}$$

$AB$  - хорда;  $\min R = \frac{AB}{2} = 2$ , тогда:

$$HP = AH = HB$$

$\angle APB = 90^\circ$ ;  $AP = PB$  из рав-ва с. об

$$AP = PB = 2\sqrt{2}$$

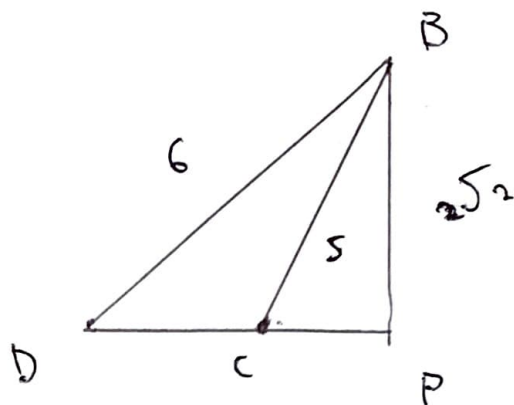


$$DP = 2\sqrt{9-2} = 2\sqrt{7}$$

$$PC = \sqrt{25-8} = \sqrt{17}$$

$$CD = \begin{cases} (1) : 2\sqrt{7} + \sqrt{17} \\ (2) : 2\sqrt{7} - \sqrt{17} \end{cases}$$

2)



$$\text{Смб: } 2\sqrt{7} - \sqrt{17}$$

§ 3

Имеем сист. нерав-в:

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20 & (1) \\ a^2 + b^2 \leq \min(8a-4b; 20) & (2) \end{cases}$$

На декартовой п-ти с координатами  $(x; y)$ ; нерав-в

(1) задает круг, где  $r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$  с центром в

$T = e : (a; b)$ .

Будем строить нерав-во (2) накладывая на гор. условие на

$T = y (a; b)$ :

$$\min(8a-4b; 20) = \begin{cases} 8a-4b; 8a-4b \leq 20 \\ 20; 8a-4b \geq 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  (I) Если  $8a-4b < 20$ :

(II)

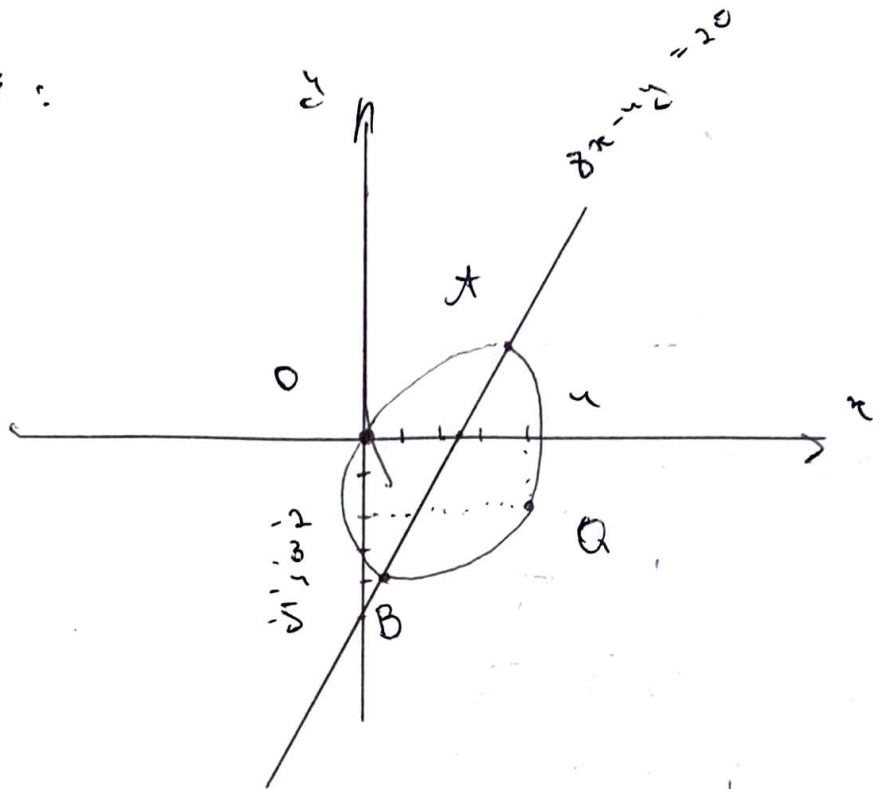
$$(2) : a^2 + b^2 \leq 8a - 4b$$

$$a^2 + b^2 - 8a + 16 + 4b + 4 \leq 20$$

$$(a-4)^2 + (b+2)^2 \leq 20$$

числовик Сугоров  
стр 3

Изобразим ~~.....~~ :



В случае (I)  $\tau$ -и круга с центром  $(4; -2)$ ; радиусом:  $r = 2\sqrt{5}$ ; расположенные на прямой  $8x - 4y = 20$  (центра) (x)

В случае (II) центр  $(0; 0)$ , а  $\tau$ -и находится под прямой (центра)  $(8x - 4y = 20)$  (x x)

Обозначим  $\tau$ -и  $O; Q; A; B$  (см. рис.)

$\vec{OQ} = (4; -2)$ , а направл. вектор по прямой  $8x - 4y = 20$  - это  $\vec{V} = (2; 4)$

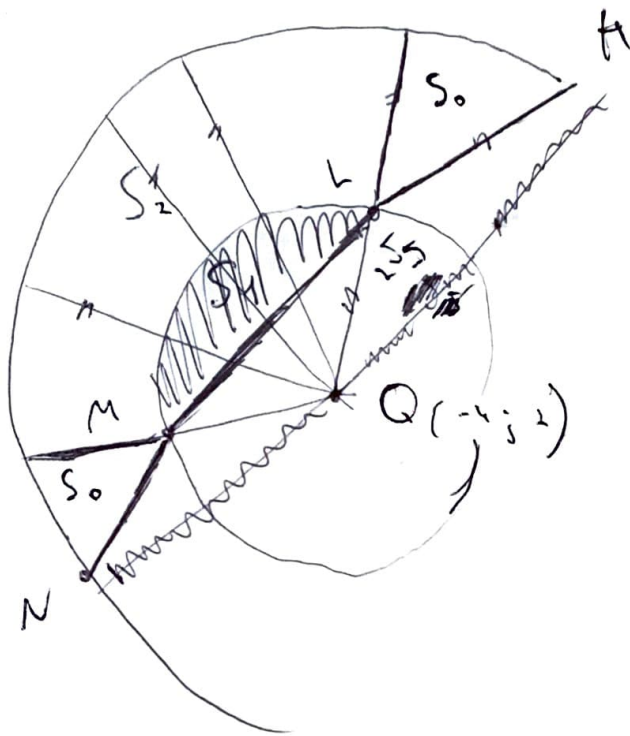
Значит, так как радиусы кругов (x) и (x x) равны, а их центры симметричны относительно прямой  $(8x - 4y = 20)$ ; получаем, что оба этих круга пересекаются прямую  $(8x - 4y = 20)$  в одной и той же  $\tau$ -е (A и B), т.е. картинка симметрична

$M = \left\{ \underbrace{\text{ин-во } \tau\text{-ек, ...}}_{\text{как в условии}} \right\} = \left\{ \text{ин-во } \tau\text{-к внутри кругов радиуса}$

$2\sqrt{5}$  с центром в замкнутой фигуре.

Источник: Суров

т.к. картинка симметрична изображим только половину :



$N; M; L; H$  - одна половина

Найдем  $T$ -ч  $A$  и  $B$  :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + (2x - 5)^2 - 20 = 0$$

$$x^2 + 4x^2 - 20x + 25 - 20 = 0$$

$$5x^2 - 20x + 5 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 - 1 = 3$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{1} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$x_1 = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow y_1 = -1 - 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow y_2 = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\text{Считаем } AB : AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{3 \cdot 4 + 3 \cdot 16} = 2\sqrt{15}$$

$$\text{Обозначаем все суммы площадей } S_M = S_m = 2 \cdot (S_1 + S_2 + S_0 + S_0)$$

Условие Сигорв

стр 5

~~Угол между сторонами~~

из ~~данных~~  $\pi$ -м катетов  $\triangle OAB$ :  $\cos \angle O = \frac{(2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{5})^2}{2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$$

$$S_1 + S_2 = \pi \cdot (2 \cdot 2\sqrt{5})^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} - 5\sqrt{3} = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 5 - 5\sqrt{3} = \frac{80\pi}{3} - 5\sqrt{3}$$

$$\angle BOA = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ \Rightarrow \text{сумма } S_0$$

$$S_0 = \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{36} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 5 = \frac{5\pi}{3}$$

Итого:  $S_m = 2 \cdot \left( \frac{80\pi}{3} - 5\sqrt{3} + \frac{10\pi}{3} \right) =$

$$= 2 \cdot (30\pi - 5\sqrt{3}) = 60\pi - 10\sqrt{3} : \text{ Ответ}$$


---

Учебник Луголов  
стр. 6

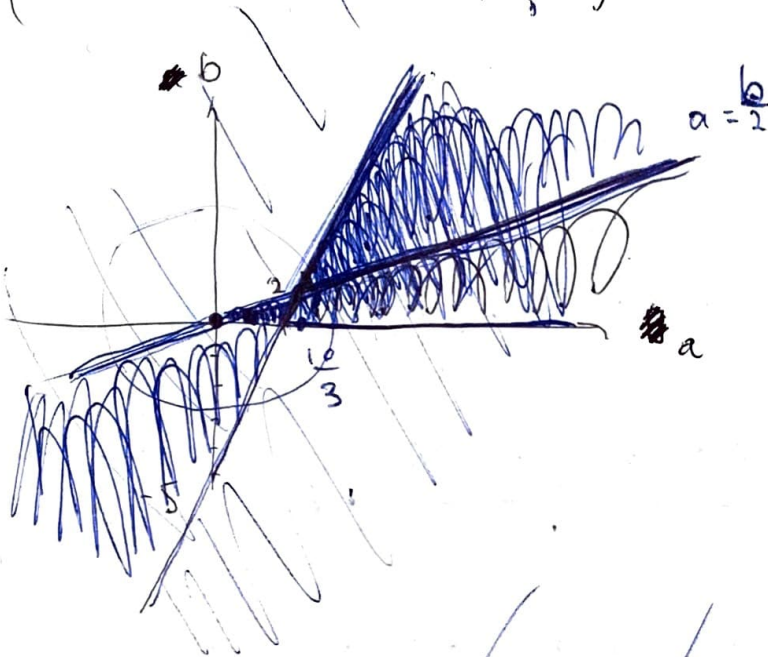
Решение

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20 \\ a^2 + b^2 \leq \min(8a - 4b; 20) \end{cases}$$

$$(x = a; y = b)$$

$$x = y \cdot \left(+\frac{a}{b}\right)$$

$$0 \leq r \leq \sqrt{20}$$



$$8a - 4b = 20$$

$$b = \frac{-20 + 8a}{4}$$

$$b = 2a - 5$$

$$b > 2a - 5, \text{ mo } 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 20$$

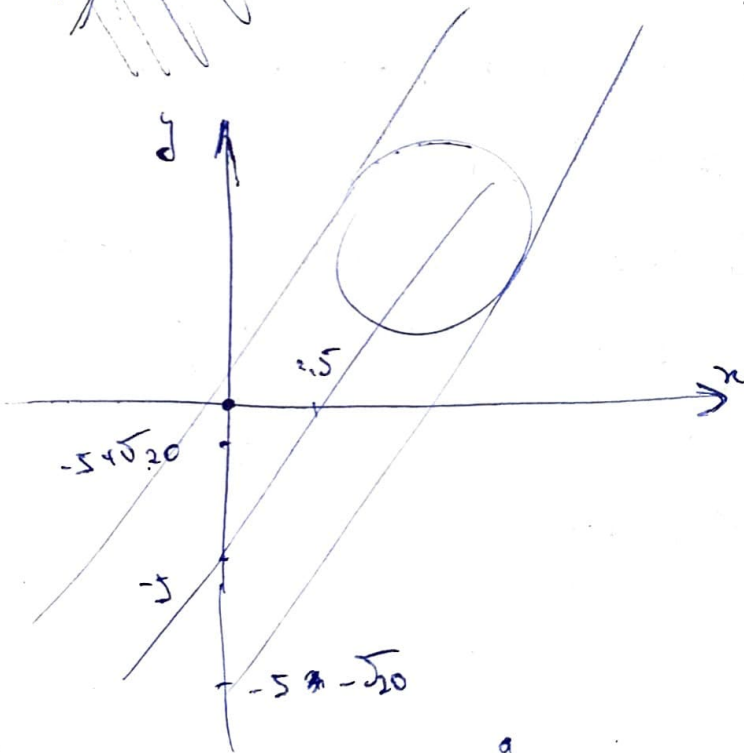
$$a > \frac{20 + xb}{2} = \frac{5 + b}{2}$$

$$a = \frac{5 + b}{2}$$

$$\left(x - \frac{5+b}{2}\right)^2 + (y-b)^2 \leq 20$$

$$\text{минимум: } \begin{cases} y = b \\ x = \frac{5+b}{2} \end{cases}$$

$$y = 2x - 5$$



$$8a - 4b = 20$$

$$b = \frac{8a - 20}{4}$$

$$b = 2a - 5$$

$$8a < 4b + 20$$

$$b > 2a - 5$$

$$2a - 5 = \frac{a}{2}$$

$$4a - 10 = a$$

$$3a = 10$$

$$a = \frac{10}{3}$$

$$a \geq \frac{5}{2}; b \geq 0$$

$$8a - 4b \geq 0$$

$$a \geq 2b$$

$$b \in [2a + 5; 2a], \text{ где } a \leq$$

Чертовик Суслов стр 2



(51)

$$a_1 + \dots + a_7 \quad \text{где } a_1, \dots, a_7 \in \mathbb{Z}$$

$$5 > 3$$

$$4 > 3$$

$$a_8 \cdot a_{17} > S + 27, \quad \text{где } S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$$

$$5 > 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_8 - a_{17} > \frac{7(a_1 + a_7)}{2} + 27 \end{array} \right.$$

$$6 > 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} \cdot a_{14} < \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 + 60 \end{array} \right.$$

$$-1 > 0$$

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} (a_1 + d \cdot 7)(a_1 + d \cdot 16) > \frac{7(a_1 + a_1 + 6d)}{2} + 27 \end{array} \right.$$

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} (a_1 + 10d)(a_1 + 13d) < \frac{7(a_1 + a_1 + 6d)}{2} + 60 \end{array} \right.$$

$$(1) \quad a_1^2 + a_1(13d) + 112d^2 > 7a_1 + 21d + 27$$

$$a_1^2 + a_1(13d - 7) + 112d^2 - 21d - 27 > 0$$

$$D = 169d^2 - 182d + 49 - 448d^2 + 84d + 108 =$$

$$= -279d^2 - 98d + 157$$

$$\begin{array}{r} 010 \\ 148 \\ \hline 169 \\ 279 \end{array}$$

$$\cancel{a_1^2} + \cancel{23d}a_1 + 112d^2 + \cancel{(a_1 + 30) \cdot 7} + \cancel{60} >$$

$$> \cancel{a_1^2} + \cancel{23d}a_1 + 130d^2 + \cancel{(a_1 + 30) \cdot 7} + 27$$

$$\cancel{a_1^2} + 112d^2 - 130d^2 + 60 - 27 > 0$$

$$\begin{array}{r} 010 \\ 112 \\ -48 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\cancel{112d^2}$$

$$-18d^2 + 33 > 0$$

$$-6d^2 + 11 > 0$$

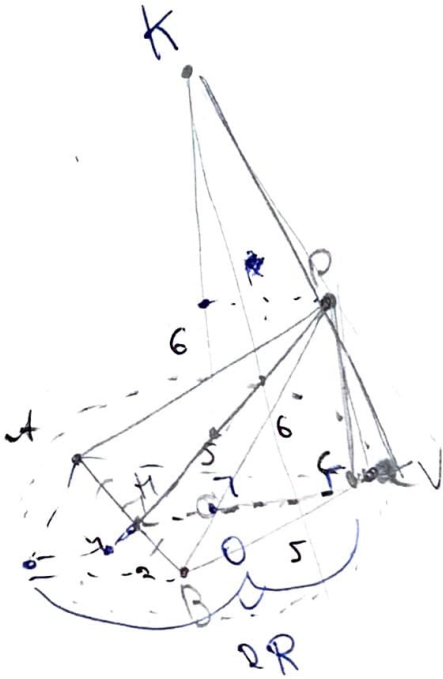
$$11 > 6d^2$$

$$\frac{11}{6} > d^2 \quad d = 1$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ -81 \\ \hline 49 \\ -10 \\ \hline 39 \\ 15 \end{array}$$

Числовая последовательность

$$AB = 4 ; AC = CB = 5 ; AD = PB = 6$$



$$KD = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32}$$

Чертовак Сурров

Смт. 3

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100422**

ID профиля: **846667**

Вариант 21

непробна задача (55)

Барман 21 окт 1

$$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) \quad \log_{(2x^2-3x+5)}(2x-3)^2 \quad \log_{x+1}(2x^2-3x+5)$$

108  
 $\frac{6 \cdot 18}{6 \cdot 16} = 96$

9600  
 $\frac{0 \cdot 17}{0 \cdot 18} x$

(54)

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 5 \cdot 7 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \end{cases}$$

$a; b; c \in \mathbb{N}$

$$5^3 \cdot 7^3 \mid 5^3 \cdot 7^3 \mid 5^{n+1} \cdot 7^{h+1}$$

Означим:  $5 \cdot 7$        $6 = 6 \cdot 17 \cdot 15 : \text{Гибель}$

$$5^{18} \cdot 7^{16} \quad 5 \cdot 7 \quad 5 \cdot 7$$

$$5 \cdot 7 \quad \left[ 5^{18} \cdot 7^{16} \right] \quad 5^{18+h} \cdot 7^{16+k}$$

$$5^{18} \cdot 7^{16} \quad 5^{18} \cdot 7^{18}$$

$$a \cdot b \cdot c \leq 5^{18} \cdot 7^{16}$$

$$\left| \begin{array}{c} n \geq 1 \\ 5 \cdot 7 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} k \geq 1 \\ 5 \cdot 7 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} l \geq 1 \\ 5 \cdot 7 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} v \geq 1 \\ 5 \cdot 7 \end{array} \right|$$

$$n \leq 16 \quad k \leq 18 \quad l \leq 18 \quad v \leq 16$$

7<sup>1</sup>    одна 5<sup>1</sup>  
 одна 7<sup>18</sup>    одна 5<sup>18</sup>

$$16 \cdot 18 \cdot 18 \cdot 16$$

значения цифр

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 16 \\ \hline 108 \\ 18 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 9 \\ 288 \\ \hline 2592 \end{array}$$

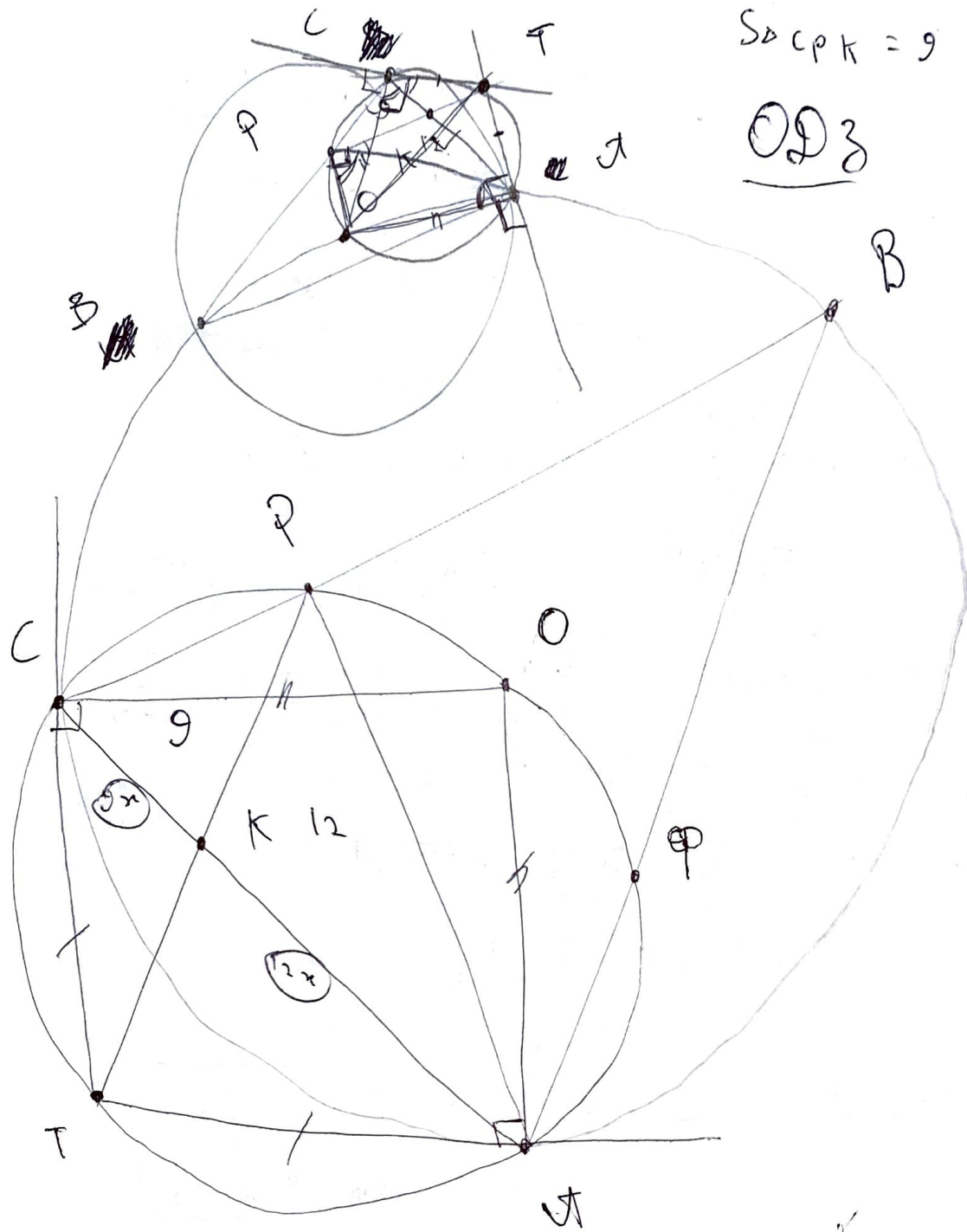
$$\begin{array}{r} 288 \\ \times 9 \\ \hline 2592 \end{array}$$

Чертеж углов Угол см. 2

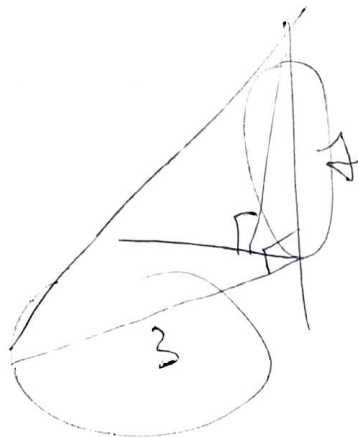
$$S_{\triangle PKT} = 12$$

$$S_{\triangle CPT} = 9$$

023



$$\angle ABC = \arctan\left(\frac{3}{7}\right)$$



Черновик

54

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 35 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \end{cases}$$

- 1) Заметим, что  $\text{НОК}(a; b; c)$  состоит только из степеней "5" и "7", а  $\text{НОД}$  представляет собой произведение наибольших степеней простых делителей чисел, т.е.  $a; b; c \div 5$  и  $\div 7$ , но больше ни на какие простые числа они не делятся.
- 2) Заметим, что  $\text{НОД}(a; b; c) = 35 = 5 \cdot 7$ , что означает, что каждое число  $a; b; c$  содержит в себе 35, а также есть первая степень 5-ки и первая степень 7-ки (ровно 1-ая степень) внутри этих чисел (допустим:  $a = 5 \cdot 7^{16}$ ;  $b = 5^{18} \cdot 7$ ;  $c = 5^{13} \cdot 7$ )
- 3) Заметим, что  $\text{НОК}(a; b; c) = 5^{18} \cdot 7^{16}$ , значит внутри чисел  $a; b; c$  есть 18-ая степень 5-ки и 16-ая степень 7-ки, также степени больше чем 18 у 5-ки не может, также как и больше степени 16 у 7-ки внутри чисел
- 4) Мы имеем 3 числа состоящих (каждое) из <sup>произведений</sup> степеней 5-ки и 7-ки больше или равных единице, также в этих произведениях где-то есть 5-ка и 7-ка в первой и 18 степенях (7-ка в 16-ой степени): Будем  $a = 5^n \cdot 7^m$ ;  $b = 5^k \cdot 7^l$ ;  $c = 5^v \cdot 7^x$ , где  $n; m; k; l; v; x \geq 1$ . Будем рассматривать степени простых чисел в разложении на простые этих 3-х чисел как упорядоченные места (всего 6), в которые нужно поместить две единицы (одну в степень 5-ки, другую - 7-ки), также с числом 18 и 16 (во сколько мест поместить две единицы), а в оставшиеся 5-ку и 7-ку

Сидоров Иван 21 Вар ~~Чертовик~~ стр. 4

Чертовик  
можно поставить любую постоянную цифру (т.к.  $a; b; c \in \mathbb{N}$ )  
степеней  $\leq 18$  (где 5-ки) и  $\leq 16$  (где 7-ки)

5) Получается, что вариантов занять последние 2 места всего:

$18 \cdot 16 = 288$ , вариантов расставить 18 и 1 среди степеней

5-рок:  $A_3^2 = \text{штрихи} = 6$  и вариантов расставить 16 и 1

среди степеней 7-рок:  $A_3^2 = \text{штрихи} = 6$

6) Ответ:  $6 \cdot 6 \cdot 288 = 2592$

$$1 + \frac{9}{49} = \frac{58}{49}$$

$$7 \cdot 58 = 29 \cdot 2$$

$$8 \cdot 29 =$$

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 35 = 5 \cdot 7 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 5^{a_1} \cdot 7^{a_2} \\ b = 5^{b_1} \cdot 7^{b_2} \\ c = 5^{c_1} \cdot 7^{c_2} \end{cases}$$

м.к. НОК выбираем

полезно мк - мн 5 и 7

Заметим, что: м.к. НОД содержит 5 и 7 в 1-ой степени

максимум:

$$\max(a_1; b_1; c_1) = 18$$

$$\max(a_2; b_2; c_2) = 16$$

м.к. 18 и 16 совб. степени при 5 и 7 у НОК а.

Рассчитаем количество комбинаций с помощью метода расщепления коэффициентов  $a_1; b_1; c_1$  и  $a_2; b_2; c_2$  по отдельности, чтобы они удовлетворяли условиям:

1) Если полезны одна 1 и одна 18:

$$A_3^2 \cdot 16 = 6 \cdot 16$$

Выбираем место где 1 и 18

остаётся пустые степени, т.к. они ~~все~~  $\leq 18$ , а 1 и 18 не повторяются

2) Если 2-е единицы и одна 18: 3

3) Если одна единица и 2-е 18: 3

Итого:  $6 \cdot 16 + 3 + 3 = 102$  комбинации как разном числе степени 5-ки  $(a_1; b_1; c_1)$



Аналогично где  $a_2; b_2; c_2$  :

1) Одна единица и одна -16 : 6 · 14

2) ~~Две~~ Две единицы, одна -16 : 3

3) Одна единица, где -16 : 3

Итого получаем, что всего :  $6 \cdot 14 + 3 + 3 = 90$  комбинаций как можно расположить степеней 7-к ( $a_2; b_2; c_2$ )

Ответ :  $10^2 - 90 = 910$

55

(произвольные из гаммы 3-к)

Пусть  $a; b; c$  - это стороны, тогда условие

можно записать так :

$$\begin{cases} (1) & abc = 4 \\ (2) & a = b \\ (3) & c = a - 1 \end{cases}$$

$a^2(a-1) - 4 = 0$  (подставим (3) и (2) в (1))

$a^3 - a^2 - 4 = 0$

$(a-2)(a^2+a+2) = 0$  |  $\emptyset$  в случае, когда  $a^2+a+2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a$  просто равно двум  $\Rightarrow a = b = 2 \Rightarrow c = 2 - 1 = 1$

1)  $\begin{cases} (1) & \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_{(2x-3x+5)}(2x-3) = 2 \end{cases}$

2)  $\log_{(x+1)}(2x^2-3x+5) = 1$

3) :  ~~$2x^2 - 3x + 5 = x + 1$   
 $2x^2 - 3x + 5 > 0$   
 $x + 1 > 1$   
 $x + 1 > 0$~~

$2x^2 - 3x + 5 = x + 1$

$2x^2 - 4x + 4 = 0$

$x^2 - 2x + 2 = 0$

$(x-1)^2 + 1 = 0$  - невозможно

$$2) \begin{cases} \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_{(x+1)}(2x^2-3x+5) = 2 \\ \log_{(2x^2-3x+5)}(2x-3)^2 = 1 \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x + 5 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$2x^2 - 9x + 4 = 0$$

~~Суровов Куемсбек Баир 21 сур. 3~~

$$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 7}{4} \Rightarrow x = \left\{ \frac{1}{2}; 4 \right\}$$

Проверим:  $x = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Q} \cap \mathbb{Z}$ , знаем  $x = 4$ , тогда:

~~Ответ~~

↪, м.к.  $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}$

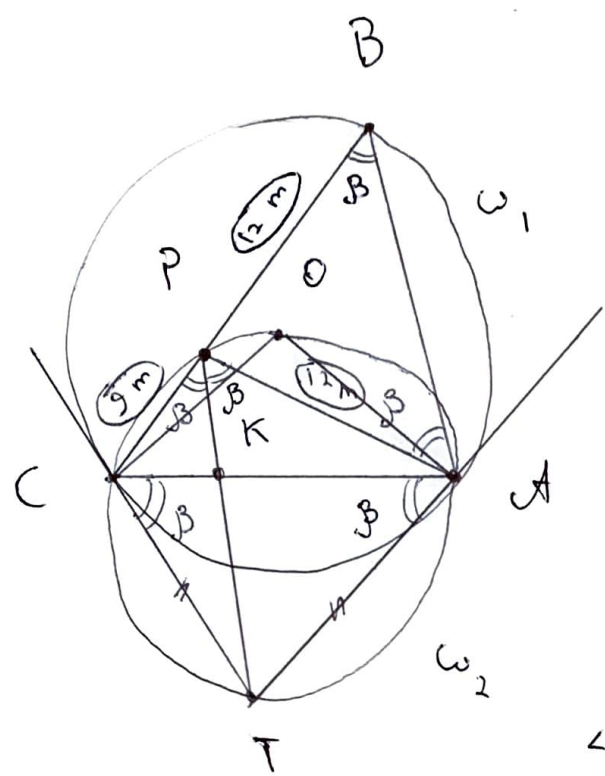
~~Суровов Куемсбек Баир 21 сур. 3~~ Пусть  $x = 4$ :  $\log_{\sqrt{5}} 5 = 2$ ;  $\log_5 25 = 2$ ;  $\log_{25} 25 = 1$

$$3) \begin{cases} \log_{(2x^2-3x+5)}(2x-3)^2 = \log_{(x+1)}(2x^2-3x+5) = 2 \\ \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = 1 \end{cases}$$

$$x+1 = \sqrt{2x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 2x + 1 = 2x - 3 \\ x^2 = -4 \quad - \text{невозможно} \end{cases}$$

Ответ:  $x = 4$

a)



$OC \perp CT$ , т.к.  $CT$  - касательная. Аналогично  $OA \perp AT$   
 $\Rightarrow \angle OCT + \angle OAT = 180^\circ \Rightarrow$   
 $\Rightarrow COAT$  - впис. четырехугольник  
 т.е.  $T$  - а  $T$  лежит на 2-й сфер. - мб.  $T \in \omega_2$   
 $TC = TA$ , как отрезки касат. уг. от одной т.-и.  
 $\angle CPT = \angle CAT = \angle TCA = \angle TPA$

т.к. Они относятся к равным хордам  $\omega_2 (TA; TC)$

Пусть  $\angle B = \beta$ , тогда:  $\angle COA = 2\beta$ , т.к.  $COA$  - центральный угол.  $\angle CPA = \angle COA = 2\beta$  (опираются на одну хорду  $CA$ )  
 $\angle CPT = \angle APT = \frac{1}{2} \cdot \angle CPA = \beta$ ;  $\angle CPA$  - впис. угол  
 $\angle PBA \Rightarrow \angle PAB = 2\beta - \beta = \beta$

Таким образом, на рисунке отмечены 6 углов  $\beta$

$$\frac{1}{2} CP \cdot PK \cdot \sin \beta = S = S_{\Delta CPK}; \quad \frac{1}{2} \cdot PA \cdot PK \cdot \sin \beta = 12 = S_{\Delta APK}$$

$$\Rightarrow CP : PA = \frac{9}{12} \Rightarrow CP = 9 \text{ м, тогда } PA = PB = 12 \text{ м, т.к.}$$

$\Delta PAB$  - равнобедр. ( $\angle B = \angle A = \beta$ ), тогда:  $S_{\Delta CPA} = 12 + 9 = 21$

т.к.  $\Delta CBTA$  и  $\Delta CPA$  имеют общую высоту к основанию  $CP$  и  $CB$ , значит их площади относятся также как относятся основания  $\Delta$ -ов  $\Rightarrow \frac{S_{\Delta CPA}}{S_{\Delta CBTA}} = \frac{CP}{CB} = \frac{9 \text{ м}}{21 \text{ м}} = \frac{3}{7} \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{\Delta CBTA} = \frac{7}{3} \cdot S_{\Delta CPA} = \frac{7}{3} \cdot 21 = 49 : \text{ Ответ}$$

8) Рассчитать  $\Delta PAB$ : Сторона известна Вар. 21  
ср. 5

$$S_{\Delta PAB} = 28 = 12 \text{ м} \cdot 12 \text{ м} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(180^\circ - 2\beta) = \frac{1}{2} \cdot 144 \text{ м}^2 \cdot \sin(2\beta)$$

Знаем, что  $\arctg\left(\frac{3}{7}\right) = \beta \Rightarrow \text{tg } \beta = \frac{3}{7}$

Используем формулы тригонометрии. Косинусы:

$$S_G = 12 \text{ м} \cdot 12 \text{ м} \cdot \frac{2 \cdot \text{tg}(\beta)}{1 + \text{tg}^2(\beta)} = 144 \text{ м}^2 \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{7 \cdot 58}$$

$$(12 \text{ м})^2 = \frac{28 \cdot 58}{7 \cdot 3 \cdot 49} = \frac{4 \cdot 58}{3 \cdot 7} = \frac{4 \cdot 58}{3}$$

$$144 \text{ м}^2 = \frac{4 \cdot 58}{3} \Leftrightarrow \text{м}^2 = \frac{4 \cdot 58}{3 \cdot 144}$$

$$\cos(2\beta) = \frac{1 - \text{tg}^2(\beta)}{1 + \text{tg}^2(\beta)} = \frac{40}{58} \cdot \frac{49}{58} = \frac{40}{58} = \frac{20}{29}$$

$$= 225 \text{ м}^2 - 2 \cdot 9 \cdot 12 \cdot \text{м} \cdot \frac{20}{29} =$$

$$= \frac{225 \cdot 58}{3 \cdot 144 \cdot 36} - \frac{2 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 20 \cdot 58 \cdot 2}{20 \cdot 7 \cdot 144 \cdot 36} =$$

$$= \frac{225 \cdot 58}{3 \cdot 36} - \frac{4 \cdot 20 \cdot 88 \cdot 2}{36} = \frac{75 \cdot 58}{36} - \frac{4 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 20}{36} =$$

$$= \frac{1}{36} \cdot (4350 - 2880) = \frac{1470}{36} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{1470} : \text{Ответ}$$