# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100133**

ID профиля: **873369**

Вариант 21

Черновик

① $S = a_1 + \dots + a_7 = 7a_1 + \frac{6\cdot 7}{2} b = 7a_1 + 21b$ Пусть $b$ - разность прогр.

$a_8 = a_1 + 7b$ ; $a_{11} = a_1 + 10b$ ; $a_{14} = a_1 + 13b$ ; $a_{17} = a_1 + 16b$

$\begin{cases} a_8 a_{17} > S + 27 \\ a_{11} a_{14} < S + 60 \end{cases}$ *

Т.к. все числа целые => $a_1; b \in \mathbb{Z}$
и т.к. возрастающая прогрессия => $b > 0$

$\begin{cases} (a_1 + 7b)(a_1 + 16b) > S + 27 \\ (a_1 + 10b)(a_1 + 13b) < S + 60 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 7\cdot 16 b^2 + 23a_1 b > S + 27 \\ S + 27 + 33 > a_1^2 + 130b^2 + 23a_1 b \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 112b^2 + 23a_1 b > S + 27 \\ a_1^2 + 112b^2 + 23a_1 b + S + 27 + 33 > a_1^2 + 130b^2 + 23a_1 b + S + 27 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 112b^2 + 23a_1 b > S + 27 & (1) \\ 33 > 18b^2 & (2) \end{cases}$

рассмотрим (2)

$b^2 < \frac{33}{18} < 2$ ← Т.к $b \in \mathbb{Z}$ => $b^2 \in \mathbb{Z}$ => $b = \pm 1; 0$, т.к.
других чисел удовлетворяющих не будет, а т.к $b > 0$
=> $b = 1$

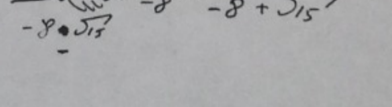
Подставим в (1) и в *

$\begin{cases} a_1^2 + 112 + 23a_1 > 7a_1 + 21 + 27 \\ a_{11} a_{14} < S + 60 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 64 > 0 \\ a_1^2 + 130 + 23a_1 < 7a_1 + 21 + 60 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 64 > 0 \\ a_1^2 + 16a_1 + 49 < 0 \end{cases}$ ①

$\begin{cases} (a_1 + 8)^2 > 0 \\ (a_1 + 8 + \sqrt{15})(a_1 + 8 - \sqrt{15}) < 0 \end{cases}$




на интервале $(-8-\sqrt{15}; -8+\sqrt{15})$ располагаются целые числа,
такие как: $-8; -7; -9; -6; -10; -5; -11$

21100133 (U873369 M1301171)

Чистовик

Проверим это

$-4 \overset{?}{\vee} -8+\sqrt{15}$

$4 \overset{?}{\vee} \sqrt{15}$ $\Rightarrow$ не располагается на $(-8-\sqrt{15}; -8+\sqrt{15})$

$-12 \overset{<}{\vee} -8-\sqrt{15}$

$-4 \overset{<}{\vee} -\sqrt{15}$ $\Rightarrow$ не располагается на $(-8-\sqrt{15}; -8+\sqrt{15})$

$-5 \overset{<}{\vee} -8+\sqrt{15}$

$3 \overset{<}{\vee} \sqrt{15}$

$-5 \overset{?}{\vee} -8-\sqrt{15}$ $\Rightarrow$ $-5$ лежит на $(-8-\sqrt{15}; -8+\sqrt{15})$

$3 \overset{?}{\vee} -\sqrt{15}$

$-11 \overset{<}{\vee} -8+\sqrt{15}$

$-3 \overset{?}{\vee} \sqrt{15}$

$-11 \overset{?}{\vee} -8-\sqrt{15}$ $\Rightarrow$ $-11$ лежит на $(-8-\sqrt{15}; -8+\sqrt{15})$

$-3 \overset{?}{\vee} -\sqrt{15}$

$\Rightarrow$ все числа между $(-11; -5)$ тоже лежат

это $-5; -6; -7; -8; -9; -10; -11$

и т.к. $(a_1+8)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -8$

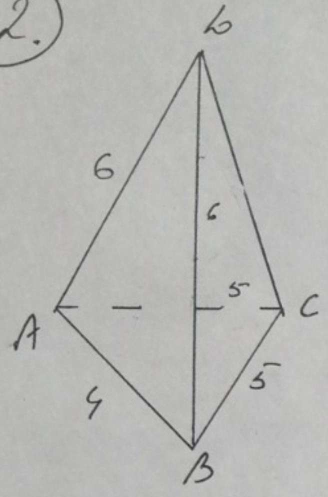
Значит $a_1$ может принимать значения: $-5; -6; -7; -9; -10; -11$

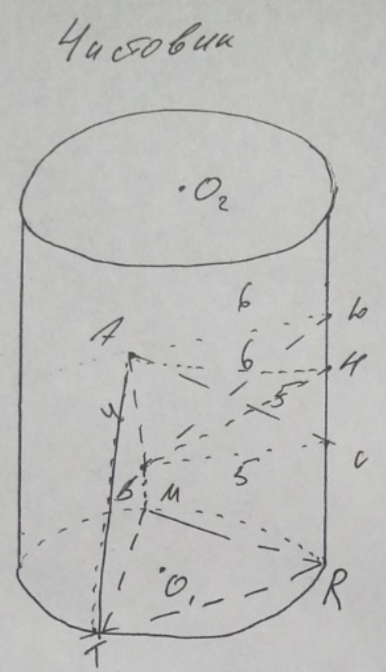
Ответ: $-5; -6; -7; -9; -10; -11$

2

Чистовик

2.




Дано: ABCD-тетраэдр

AB=4; AC=CD=5;

AD=DB=6

ABCD впис. в цилиндр ($O_1O_2$; R)

CD || $O_2O_1$

R-min

Найти CD

Решение

1. Д.п. BH ⊥ CD ~~плоскости тетраэдра~~ ; AK ⊥ DC
△DAC=△DBC по трем сторонам => соотв. высоты равны,
BH=AK
△DAH=△DBH по катету и гипотенузе => DH=DK
H ≡ K

2. AH ⊥ DC
BH ⊥ DC |=> DC ⊥ (ABH) по признаку

=> (ABH) || плоскости основания

3. Д.п. AT ⊥ $осн_1$; BM ⊥ $осн_1$ | => т.к. (ABH) || плоскости осн.
HR ⊥ $осн_1$ | => △AHB = △TRM

4. Точки T, R, M располагаются на окр (O, R) т.к. A, H, B располагаются на боковой поверхности.

5. В △MRT по обобщенной теореме синусов

3

$R = \frac{MT}{2\sin\angle MRT}$; R-min при $\sin\angle MRT$ - max

максимальное значение $\sin\angle MRT$ это 1 при $\angle MRT = 90°$

# Чистовик

6. рассмотрим возможный случай $\angle MRT = 90°$

в $\triangle MRT$: $MR = RT = MT \cdot \sin 45° = 2\sqrt{2}$

7. т.к. $\triangle AHB = \triangle TRM \Rightarrow MR = BC = AC = TR = 2\sqrt{2}$

8. $\triangle ABH$ - существует по неравенству треугольника

$(AB < AH + HB;\ AH < AB + HB;\ HB < AB + AH)$

9. по т. Пифагора: $\triangle HAB$ $HB = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{36-8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$\triangle HAC$ $HC = \sqrt{25-8} = \sqrt{17}$

10. а) $H$ лежит на $[CB] \Rightarrow CB = 2\sqrt{7} + \sqrt{17}$

проверим возможность по неравенству $\triangle$

$AB + AC \overset{?}{>} BC$

$11 > \underset{6}{\underbrace{2\sqrt{7}}} + \underset{5}{\underbrace{\sqrt{17}}}$

$AB + BC \overset{?}{>} AC$

$6 + 2\sqrt{7} + \sqrt{17} \overset{?}{>} 5$

$2\sqrt{7} + \sqrt{17} \overset{?}{>} -1$

$AC + BC \overset{?}{>} AB$

$5 + 2\sqrt{7} + \sqrt{17} \overset{?}{>} 6$

$2\sqrt{7} + \sqrt{17} \overset{?}{>} 6$

$\Rightarrow CB = 2\sqrt{7} + \sqrt{17}$ возможен

б) $H$ на продолжению $BC$ за точку $B$

$\Rightarrow BC = HC - HB = \sqrt{17} - 2\sqrt{7} < 0 \Rightarrow$ невозможно

в) $H$ с продолжению $BC$ за точку $C$

$\Rightarrow BC = HB - HC = 2\sqrt{7} - \sqrt{17}$

проверим возможность по неравенству $\triangle$

$AB + AC \overset{?}{>} BC$

$11 \overset{?}{>} \underset{6}{\underbrace{2\sqrt{7}}} - \underset{5}{\underbrace{\sqrt{17}}}$

$AC + BC \overset{?}{>} AB$

$5 + 2\sqrt{7} - \sqrt{17} \overset{?}{>} 6$

$2\sqrt{7} - \sqrt{17} \overset{?}{>} 1$

$\sqrt{28} - \sqrt{17} \overset{?}{>} 1$

$28 + 17 - 2\sqrt{28 \cdot 17} \overset{?}{>} 1$

$-2\sqrt{28 \cdot 17} \overset{?}{>} -44$

(4)

21100133 (U873369 M1301171)

Чистовик

~~44~~

$22 \overset{>}{\vee} \sqrt{28 \cdot 17}$

~~$22 \cdot 22 >$~~

$11 \vee \sqrt{7 \cdot 17}$

$121 \overset{>}{\vee} 119$

~~$AB + BC \vee AB$~~

~~$5 + 2\sqrt{7} - \sqrt{17} \vee 4$~~

~~$2\sqrt{7} - \sqrt{17} \vee$~~

$AB + BC \overset{>}{\vee} AC$

$6 + 2\sqrt{17} - \sqrt{17} \overset{>}{\vee} 5$

$2\sqrt{17} - \sqrt{17} \overset{>}{\vee} -1$

=> такой случай возможен

при $\sin\alpha \neq 90^\circ$ $\quad R \geq \frac{4}{2\sin\alpha} \geq 2 \quad \Rightarrow R = 2$

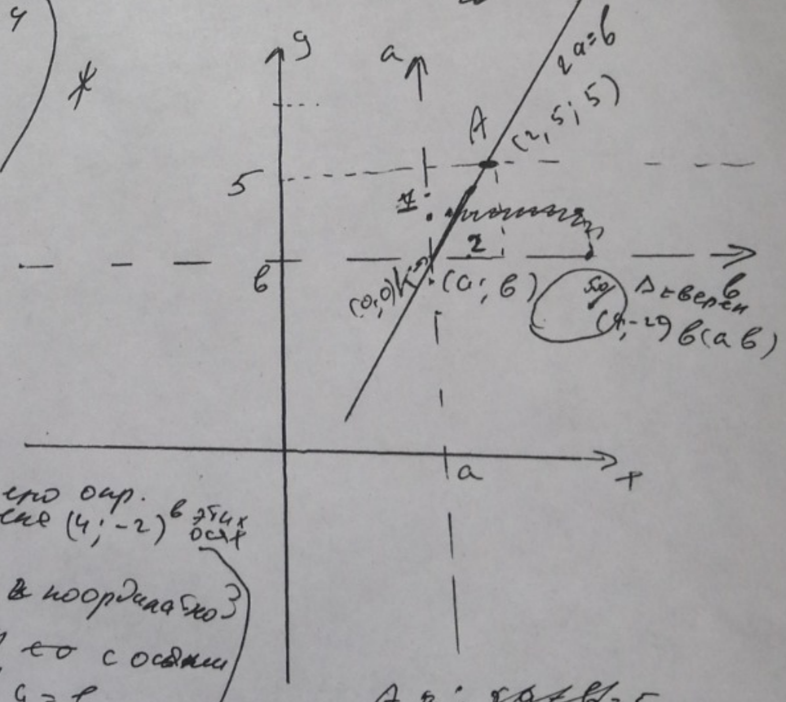
Ответ: $2\sqrt{7} - \sqrt{17}$; $2\sqrt{7} + \sqrt{17}$

(5)

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20 \\ a^2 + b^2 \leq \min(8a - 4b; 20) \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a-4)^2 + (b+2)^2 \leq 16 + 4 \\ 8a - 4b < 20 \end{cases} \\ \begin{cases} 8a - 4b \geq 20 \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases} \end{array}\right. \end{array}\right. \quad *$$

← окружность + внутренняя часть с центром $(a; b)$ радиус $\sqrt{20}$




рассмотрим *

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a-4)^2 + (b+2)^2 \leq 20 \\ 2a - b \leq 5 \end{cases} \quad \Delta \\ \begin{cases} 2a - b \geq 5 \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases} \end{array}\right.$$

↑ см. аналогично окр. в точке $(4; -2)$ в этих осях

$a^2 + b^2 \leq 20$ ← окружность в координатной плоскости $ab$ со с осями

$\vec{x} \parallel y = b$

$\vec{y} \parallel x = a$

A: $2a = b = 5$

$2a = 5$

$a = 2,5$

(5)

Ок

# Черновик

$S = a_1 + \dots a_7$ $\quad S = 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} b$ $\quad \begin{array}{r} +7 \\ 16 \\ \hline 23 \end{array}$

$a_8 a_{17} > S + 27$ $\quad (a_1 + 7b)(a_1 + 16b) > S + 27$

$a_{11} a_{14} < S + 60$ $\quad (a_1 + 10b)(a_1 + 13b) < S + 60$

$\begin{array}{r} \times 7 \\ 16 \\ \hline 42 \\ +7 \\ \hline 112 \end{array}$

$a_1^2 + \overset{112 b^2}{7 \cdot 16 b^2} + 23 a_1 b > 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} b + 27$

$a_1^2 + 130 b^2 + 23 a_1 b < 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} b + 60$

$(a_1^2 + 23 a_1 b + 112 b^2) > 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} b + 27$

$(a_1^2 + 23 a_1 b + 112 b^2) + 18 b^2 < 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} b + 60$

$\underline{\underline{t}} + (7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} b + 27) + 33 > \underline{S + 27} + \underline{t} + 18 b^2$

$33 > 18 b^2$

Т.к. числа целые

$\Rightarrow b \in \mathbb{Z}$

$b = 2$ - не подх

$b = \pm 1$

$b = 1$:

$\cancel{(a_1 + 6)}(a_1 + 15)$

$a_1^2 + \cancel{112 b}$

$a_1^2 + 23 a_1 + 112 > 7a_1 + 21 + 27$

$a_1^2 +$

$\begin{array}{r} 64 \\ -49 \\ \hline 15 \end{array}$

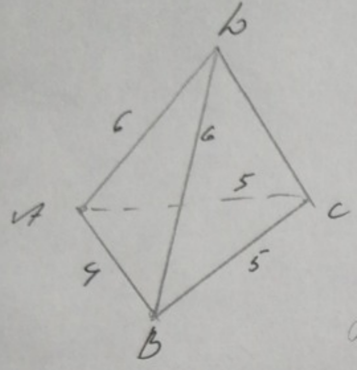
$\begin{array}{r} +16 \\ 7 \\ \hline \end{array}$ $\quad 23$ $\quad \begin{array}{r} +21 \\ 27 \\ \hline 48 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 70 \\ -21 \\ \hline 49 \end{array}$

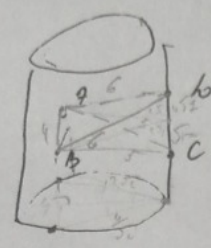
$\frac{D}{4} = 64 - 64 = 0$

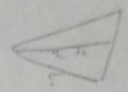
$\begin{array}{r} 23 \\ -7 \\ \hline 16 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 112 \\ -48 \\ \hline 64 \end{array}$

$\frac{D}{4} = 64 - 49 =$

Черновик



$25 \cdot 8 =$

$S =$

$36 \cdot 8 = 28$

$2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$

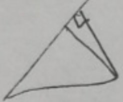
$\cos\alpha = \frac{2x^2-16}{4x^2} = \frac{x^2-8}{2x^2} = \frac{1}{2} - \frac{4}{x^2}$

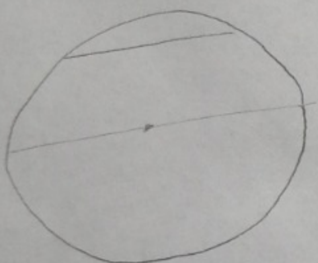
$2R = \frac{4}{\sin\alpha}$ $R = \frac{9}{2\sin\alpha}$

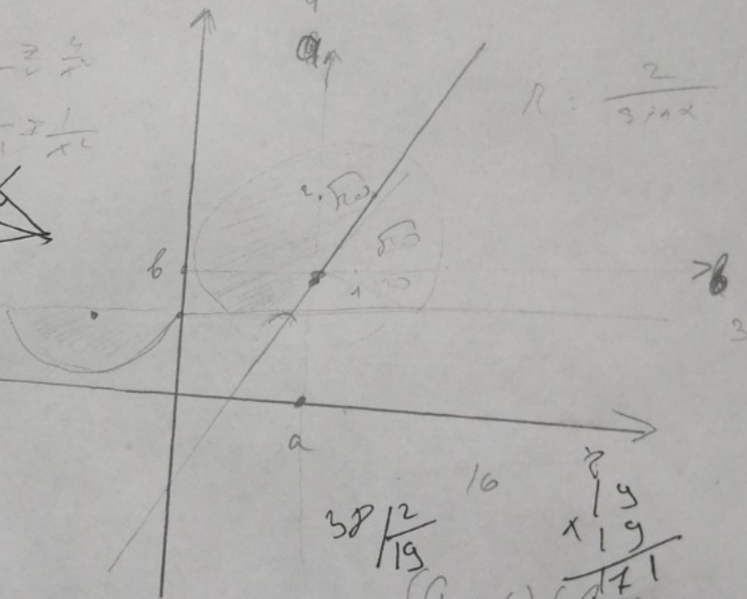
$\frac{1}{2} \geq \frac{4}{x^2}$

$\frac{1}{4} \geq \frac{1}{x^2}$

$R = \frac{2}{\sin\alpha}$








$38 \,|\, 2 = 19$

$19 \cdot 19 = 361$

$(a-4)(b+6)$

$8a - 4b < 20$

$2a - b < 5$

$2a - 5 < b$

$2a - b$

$121 - 28$

$28 + 7 = 35$

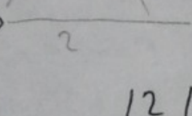
$121 - 35 = 86$

$76 \,|\, 2 = 38$

$17 \cdot 7 = 119$

$38 \cdot 38$: $304 + 114 = 1444$

$38 \cdot 3 = 114$



$17 \cdot 7 = 119$

1444

$121 - 35 = 86$

$28 + 17 = 45$

21100133 (U873369 M1301171)

# Часть 2

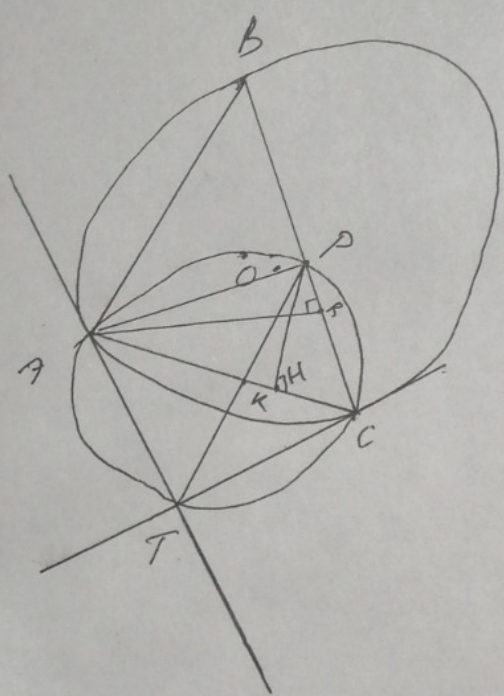
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100133**

ID профиля: **873369**

Вариант 21

⑥ Чистовик




Дано: $\triangle ABC$ вписан в окр $\omega(O;R)$
окр$_2$ опис около $\triangle AOC$
окр$_2$ $\cap$ $BC = k$
$AT$ и $TC$ - кас к $\omega$
$TP \cap AC = k$
$S(\triangle APK) = 12$; $S(\triangle CPK) = 9$
Найти: $S(\triangle ABC)$
б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{7}$
Найти $AC$

Решение:

1. Пусть $\angle AOC = \alpha$, тогда
в окр$_2$: $\angle AOC = \frac{1}{2} \cup AC = \angle APC = \alpha$ (впис. и опираются на $AC$)
в $\omega$: $\angle AOC$ - центральный $\Rightarrow \cup AC = \alpha$
$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{\alpha}{2}$ (вписанный)
2. $\angle CAT = \angle ACT = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{\alpha}{2}$ (в окр $\omega$; как угол между касательной и хордой)
3. в $\triangle ATC$: $\angle ATC = 180° - \angle ACT - \angle CAT = 180° - \alpha$
4. $\angle APC + \angle ATC = \alpha + 180° - \alpha = 180° \Rightarrow T \in$ окр$_2$ по признаку
5. $\angle TPC = \frac{1}{2} \cup TC = \angle ATC = \frac{\alpha}{2}$ (в окр$_2$ как впис. угол)
$\angle APK = \angle APC - \angle KPC = \frac{\alpha}{2}$
$\angle APK = \angle KPC = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow PK$ - биссек $\angle APC$

①

Чистовик

6. ~~[illegible]~~ д.п. $PH \perp AC$

~~[illegible]~~ $S(\triangle KPC) = \frac{1}{2} PH \cdot KC = 9$

$S(\triangle APK) = \frac{1}{2} PH \cdot AK = 12$

$$\frac{S(\triangle APC)}{S(\triangle APK)} = \frac{KC}{AK} = \frac{3}{4}$$

пусть $AK = 4x \Rightarrow KC = 3x$

7. $\angle PCK = \angle BCA$

$\angle KPC = \frac{\alpha}{2} = \angle CBA$ $\Big| \Rightarrow \triangle CPK \sim \triangle CBA$ по двум углам

$$\frac{PK}{BA} = \frac{CP}{CB} = \frac{\overset{=3x}{CK}}{\underset{=7x}{CA}} = \frac{3}{7} \Rightarrow K_{\text{подобия}} = \frac{3}{7}$$

$\Rightarrow BC = \frac{7}{3} CP$ ; $AB = \frac{7}{3} PK$

8. ~~$S(\triangle CPK)$~~

$$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle CPK)} = \left(\frac{1}{k^2}\right) = \left(\frac{7}{3}\right)^2$$ (площади подобных $\triangle$ относятся как $k^2_{\text{подобия}}$)

$S(\triangle ABC) = \frac{49}{9} \cdot S(\triangle CPK) = 49$

а) Ответ: 49

Б) ~~В окр.: $\angle PKC = \frac{1}{2}(\cup PC + \cup AT) = \frac{1}{2}\cup PC + \frac{1}{2}\cup AT =$ [illegible]~~ ~~угол с вершиной внутри круга~~

~~[illegible]~~

1. из условия $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{7} = \frac{1}{2}\alpha$

$\Rightarrow tg\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{7}$

$$tg\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{2\cdot\frac{3}{7}}{1-\frac{9}{49}} = \frac{6}{7}\cdot\frac{49}{40} = \frac{21}{20}$$ $\Rightarrow \alpha$ - острый

2. д.п. $AR \perp BC$ ; т.к. $\angle APC$ - острый $\Rightarrow R$ лежит на $[PC]$

3. В $\triangle ARB$: $\frac{AR}{RB} = tg\angle ABC = \frac{3}{7}$ ; пусть $AR = 3x$; $RB = 7x$

в $\triangle PRC$: $\frac{AR}{RP} = tg\angle APC = tg\alpha = \frac{21}{20} \Rightarrow RP = \frac{20}{21} RA = \frac{20}{21}\cdot 3x = \frac{20}{7}x$

2

21100133 (U873369 M1301172)

Чистовик

(1)

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=35 \\ НОК(a;b;c)=5^{18}\cdot 7^{16} \end{cases} \Rightarrow a⋮35;\ b⋮35;\ c⋮35$$

Пусть $a=5\cdot7\cdot f$; $b=5\cdot7\cdot t$; $c=5\cdot7\cdot d$ $\quad f,t,d\in\mathbb{Z}$

$$НОК(a;b;c)=\frac{a\cdot b\cdot c}{НОД(a;b;c)^2} \Rightarrow$$

$$5^{18}\cdot7^{16}=\frac{5^3\cdot7^3\cdot ftd}{5^2\cdot7^2}$$

$$5^{18}\cdot7^{16}=5\cdot7\cdot ftd$$

$$5^{17}\cdot7^{15}=ftd$$

$\Rightarrow$ в $ftd$ содержится 17 раз множитель 5 и 15 раз множитель 7, а других множителей отличных от единицы нет

распределить $5^{17}$ по $ftd$ есть $18\cdot17$ способов

распределить $7^{15}$ по $ftd$ есть $16\cdot15$ способов

~~=> (что) трои чисел буква a, b, c т.к. 18·17·16·15 т.к. важно~~

это были способы расставить перегородки

количество когда получается два одинаковых числа

Пусть это $p^a$ и $q$, тогда $2p^a+q=17$, способов выбрать $q \to 9$

для $7^{15}$: $q\to 8$

но для $7^{15}$ есть еще вариант $5\cdot5\cdot5$

Значит всего способов $\cancel{((18\cdot17-9)\cdot(16\cdot15-8-1))}$

$(3\cdot2\cdot18\cdot17-3\cdot9)(3\cdot2\cdot16\cdot15-3\cdot8-1)=891\cdot1415=\boxed{1260865}$ ответ

способ распределить по a, b, c

(4)

21100133 (U873369 M1301172)

$2x^2-3x+5$

$D = 9 - 40 < 0$

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) \quad \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

1) $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$

$\Downarrow$

$2x-3>0$

$\log_{2x-3}(x+1) = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)$

$$\frac{\log_{2x-3}(x+1)\cdot\log_{2x-3}(2x^2-3x+5) - 1}{\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)} = 0$$

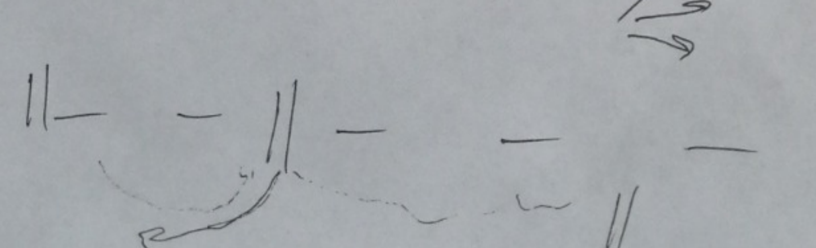
$\log_{2x-3}(x+1)\log_{2x-3}(2x^2-3x+5) = 1$

$(2x^2-3x+5)^{\log_{2x-3}(x+1)} = 1$

$\log_{2x-3}$

$t : ab$

$t^{ab} = (t^a)^b$



$35 = 5 \cdot 7$

НОД

$a \; b \; c$

$5^{18} \cdot 7^{16} \vdots a, \; \vdots b \; c$

$НОК = \frac{a \cdot b \cdot c}{НОД^2}$

$НО \cdot НОД^2 = a \cdot b \cdot c$

$5^{20} \cdot 7^{18} = a \cdot b \cdot c$

$5^{20} \, 7^{18} = (5 \cdot 7)^3 \cdot k f t$

$5^{17} \cdot 7^{15} = k f t$

$k^2 \cdot t \leftarrow \cancel{8 \cdot 7} \; 9 \cdot 7$

$k^3$ - нет

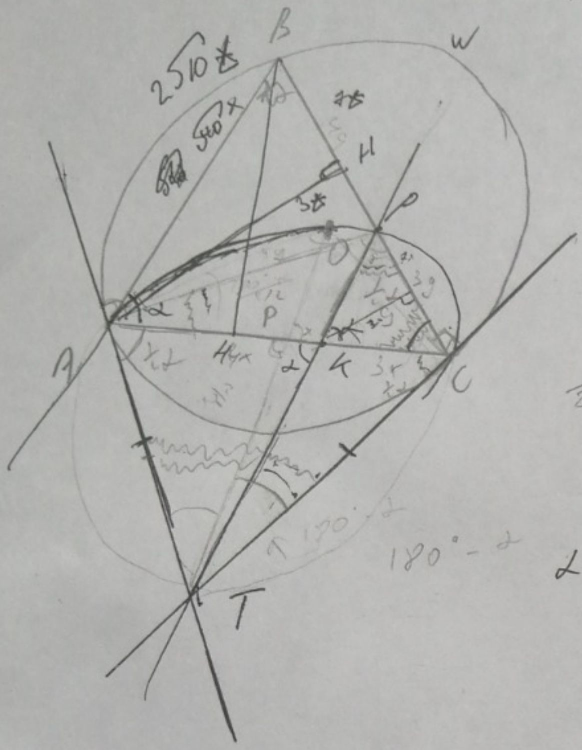
$\overset{18}{k} \quad \overset{17}{f} \quad t$

$18 \cdot 17 \quad \cdot 2$

$15 \cdot 16$

21100133 (U873369 M1301172)

Черновик AH = BH.



$S_{\triangle APK} = 12$

$S_{ABC}$?

$\frac{BH}{AH} = \frac{21}{20}$

$\frac{1}{2} \cdot 3t \cdot PC = APC = 21$

$\frac{1}{2} \cdot AK \cdot PK \cdot \sin\alpha + 3 = \frac{1}{2} \cdot PK \cdot KC$

$\frac{AK}{KC} = \frac{4}{3}$

$180° - \alpha$ $\alpha +$

$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$

$\frac{1}{2} H \cdot 3x = 9$

$tg 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{3}{7}}{1 - \frac{9}{49}} = \frac{6}{7} \cdot \frac{49}{40} = \frac{3 \cdot 7}{20}$

$\frac{1}{2} H \cdot 4x = 12$

$\triangle APT \sim \triangle OPC$

$\frac{1}{2} \sin\alpha \cdot 7x = 12$

$Hx = 6$

$\frac{AP}{OP} = \frac{PT}{PC} = \frac{AT}{OC} \frac{21}{20}$

$\cancel{180°}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$

$\cancel{\alpha + \quad + \alpha + \frac{1}{2}}$

$AP \cdot PC = OP \cdot PT$

$180° - \alpha + \alpha + \frac{1}{2}\alpha - 0$

$\frac{17}{2}$ / 34

$3 \cdot 9 (2 \cdot 17 - 1)$

$27 \cdot 33$

$24 \times 59 = 216 + 120 = 1416$ AP

$OP \cdot PT =$ $27 \times 33 = 81 + 81 = 891$

$14 \times 7 = 98$

$\frac{1}{2} \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot PK$

$14 \times 4 = 56 + 10 = 1120$

$49 \times 2 = 98$

$98 / 7 = 14$

$21 \times 21 = 189$, $+ 54$ = 629

$3 \cdot 8 (4 \cdot 15 - 1) =$ 60

=

891 × 1415 = 4555 + 891 + 3564 + 891

1260865

Частован

4. $S(\triangle APC) = 21 = \frac{1}{2} AR \cdot PC$

$PC = \frac{2S(\triangle APC)}{AR} = \frac{42}{3x} = \frac{14}{x}$

5. $BC = BR + PC - 2PR = 7x + \frac{14}{x} - 2 \cdot \frac{20x}{7} = \frac{49x^2 + 98 - 40x^2}{7x} = \frac{9x^2+98}{7x}$

6. $S(\triangle ABC) = 49 = \frac{1}{2} \cdot AR \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \frac{9x^2+98}{7x}$

$49 = \frac{3}{2} \cdot (9x^2+98)$

$\frac{98}{3} = 9x^2 + 98$

$\frac{98 \cdot 4}{3} = 9x^2$

$x = \pm \frac{98 \cdot 4}{27}$ $\qquad x > 0 \Rightarrow x = \frac{98 \cdot 4}{27}$

7. ~~по т. Пифаго~~ $RC = \cancel{PR + RC}\ PC - PR = \frac{14}{x} - \frac{20}{7} \cdot x =$

$= 14 \cdot \frac{27}{98 \cdot 4} - \frac{20 \cdot 98 \cdot 4}{27 \cdot 7} = \frac{27}{14 \cdot 4} - \frac{20 \cdot 14 \cdot 4}{27} =$

$= \frac{27 \cdot 27 - 20 \cdot (14 \cdot 4)^2}{14 \cdot 4 \cdot 27} = \frac{629 - 1120}{14 \cdot 4 \cdot 27}$