Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104962**

ID профиля: **801708**

Вариант 20

Чистовик.

1]

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$, где S - сумма первых 5 членов возраст. арифм. прогр.

$$\begin{cases} a_6 \cdot a_{11} > S + 15 \\ a_8 \cdot a_9 < S + 39 \end{cases}$$

$a_6 = a_1 + 5d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_8 = a_1 + 7d$

$a_9 = a_1 + 8d$

$S = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{a_1 + (a_1 + 4d)}{2} \cdot 5 = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5 =$

$= (a_1 + 2d) \cdot 5 = 5a_1 + 10d$

$$\begin{cases} (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > S + 15 \\ (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < S + 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \quad (1) \\ 5a_1 + 10d + 39 > a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 \quad (2) \end{cases}$$

(1) + (2): $\cancel{a_1^2} + 15\cancel{a_1}d + 50d^2 + \cancel{5a_1} + 10\cancel{d} + 39 > \cancel{5a_1} + 10\cancel{d} + 15 + \cancel{a_1^2} + 15\cancel{a_1d} + 56d^2$

$50d^2 + 39 > 15 + 56d^2$

$24 > 6d^2$

$d^2 < 4 \Leftrightarrow d \in (-2; 2)$, но т.к. у нас возрастающая арифм. прогр., где все числа целые, то $d = 1$

Подставим $d = 1$, в (1) неравенство:

$(a_1 + 5)(a_1 + 10) > 5a_1 + 10 + 15$

$a_1^2 + 15a_1 + 50 > 5a_1 + 25$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

По т. Виета, получаем $(a_1 + 5)^2 > 0$

А значит, $a_1 \in (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$.

Подставим $d = 1$, в (2) нер-во:

$a_1^2 + 15a_1 + 56 < 5a_1 + 10 + 39$

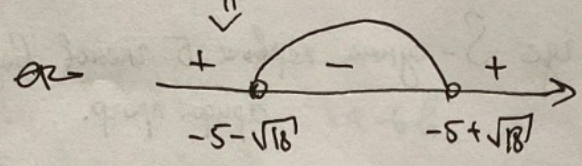
$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

3| Чистовик. Математика, 11 кл.

$a_1^2+10a_1+7<0$

$a_1 = -5 \pm \sqrt{25-7} = -5 \pm \sqrt{18}$

$\Updownarrow$

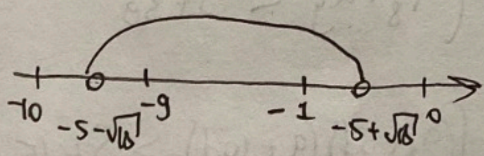


Оценим: $-5-\sqrt{18}$ и $-5+\sqrt{18}$

$4<\sqrt{18}<5$

$-5<-\sqrt{18}<-4$

$\left[\begin{array}{l} -10<-5-\sqrt{18}<-9 \\ -1<-5+\sqrt{18}<0 \end{array}\right.$



Т.е. $a_1 \in [-9;-1]$

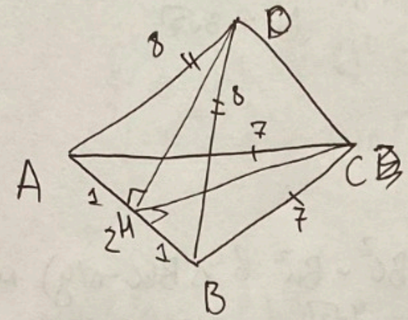
Объединяя оба решения, получаем $a_1 \in [-9;-5) \cup (-5;-1]$, $a_1 \in \mathbb{Z}$

Ответ: $a_1 \in [-9;-5) \cup (-5;-1]$, где $a_1 \in \mathbb{Z}$.

Математика, 11кл.

Чистовик

2|



Дано:

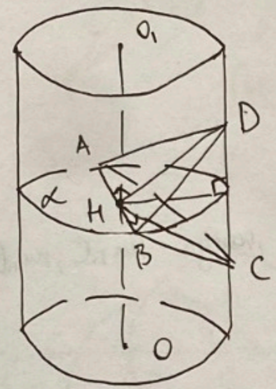
ABCD – тетраэдр; цилиндр, в который вписан ABCD

AB=2; AC=CB=7; AD=DB=8

$CD \parallel OO_1$; OO_1 – ось цилиндра

Найти: CD=?, при котором R основания наименьший; R – радиус основания цилиндра

I случай:



Решение:

1) $\triangle ADB$ – р/б => $DH \perp AB$, где H – сер-на AB

$\triangle ACB$ – р/б => $CH \perp AB$, где H – сер-на AB

⇓

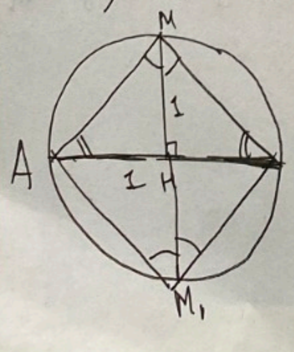
$AB \perp DH$; $AB \perp CH$ => $AB \perp (DHC)$

$AB \perp DC$

2) $AB \perp DC$, $DC \parallel OO_1$ => $OO_1 \perp AB$ => $OO_1 \perp$ плоскости, где лежит AB, т.е. AB лежит в плоскостях, $\parallel$ основанием цилиндра (назовем (α))

3) А знаем, чтобы радиус был наименьшим, AB должен быть диаметром, т.е. R=1

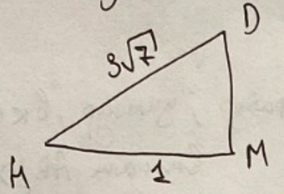
4) Отметим проекцию точки D (или C) на ~~осн~~ плоскости α и ~~получим~~ назовём её M, и т.к. $AB \perp (DHC)$, то $AB \perp MH$.



$MH \perp AB$ => ~~MH диам~~ продолжение прямой MH (MM_1) – диаметр (т.к. $MH \perp AB$(диаметру) и делит пополам). А знаем, MH = AH = 1, т.е. $\angle AMH = \angle HMB = \angle HMB = \angle MBH = 45°$ => $AMBM_1$ – квадрат (т.к. $AM = MB = AM_1 = M_1B$)

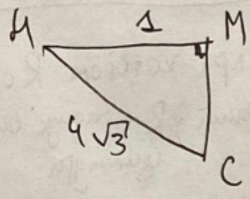
2

А значит, по т. Пифагора в $\triangle HDM$ (где $DH^2 = AD^2 - AH^2$ в $\triangle ADH$ − п/у).
$DH = 3\sqrt{7}$



$$DM^2 = 63 - 1 = 62$$
$$DM = \sqrt{62}$$

А для $\triangle HMC$ − п/у (где $HC^2 = BC^2 - BH^2$ в $\triangle BHC$ − п/у) по
$HC = 4\sqrt{3}$



т. Пифагора:

$$MC^2 = HC^2 - HM^2$$
$$MC = \sqrt{48 - 1} = \sqrt{47}$$

А значит $CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$. Это в случае, когда и т. C, и т. D не лежит в одной плоскости α с AB.

II случай, когда C лежит в плоскости α:

получим $\triangle HDC$ − п/у ($CD \perp \alpha$), т.е. $DH^2 = CH^2 + DC^2$ (по т. Пифагора)
($\angle HCD = 90°$)

$$63 = 48 + DC^2$$
$$DC = \sqrt{15}$$

III случай, когда D лежит в плоскости α:

получим $\triangle HDC$ − п/у ($\angle HDC$ − п/у), т.е $CH^2 = DH^2 + DC^2$ (по т. Пифагора)

$$48 = 63 + DC^2$$
$$DC^2 = -15$$

А это значит, что III случай невозможен

Ответ: $CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$ или $CD = \sqrt{15}$.

Математика, 11 кл.

Чистовик.

3)
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13) \end{cases}$$

I случай:

$\min(-4a-6b, 13) = -4a-6b$

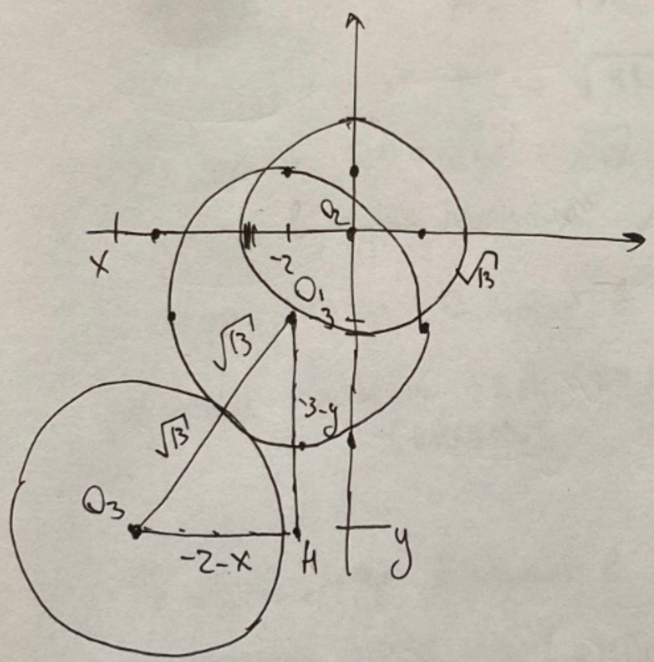
$\{ \cancel{(x-a)^2+}$ $a^2+b^2 \le -4a-6b$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

II случай:

$\min(-4a-6b, 13) = 13$

$a^2+b^2 \le 13$



А значит, нужно найти, когда $(a-x)^2+(b-y)^2 \le 13$ (1), касается объединения графиков $(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$ (2) и $a^2+b^2 \le 13$ (3)

Расстоянием между центрами (1) и (2) равно $2\sqrt{13}$.

$\triangle O_1O_3H$ – п/у: $(2\sqrt{13})^2 = (-2-x)^2+(-3-y)^2$

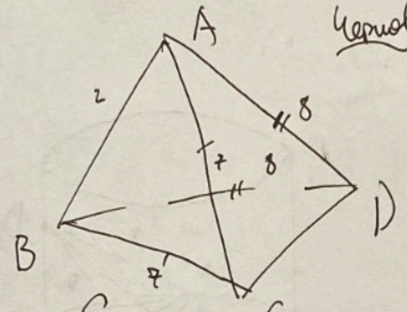
$52 = 4+4x+x^2+9+6y+y^2$

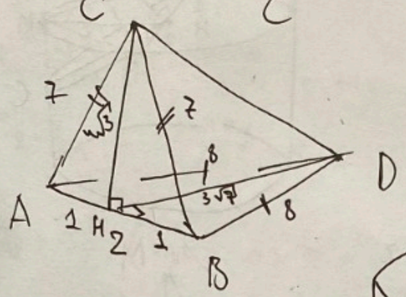
$x^2+4x+y^2+6y-39=0$

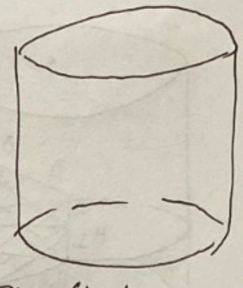
3

2)

Черновик

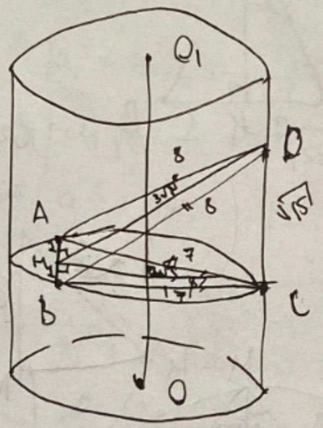


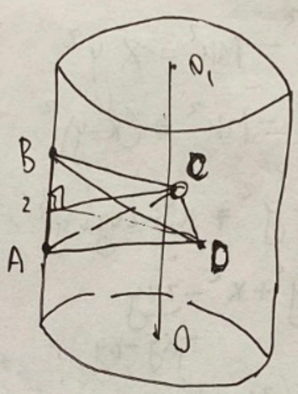




$1+26$ $\quad 64-1=63$

$49-1=48=4\sqrt{3}$





$AB \perp CD$

$CD \parallel OO_1$

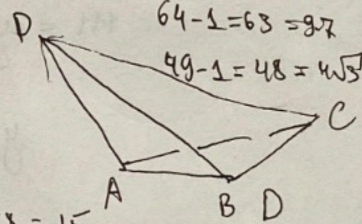
$AB \perp OO_1$

$DH=\sqrt{63}$

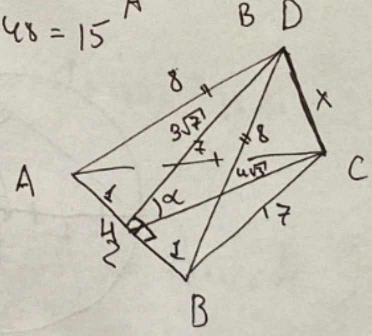
$CH=\sqrt{48}$

$64-1=63=9\cdot 7$

$49-1=48=4\sqrt{3}$



DC $\quad CD = 63-48=15$



$\sin\frac{\beta}{2} = \frac{1}{7}$

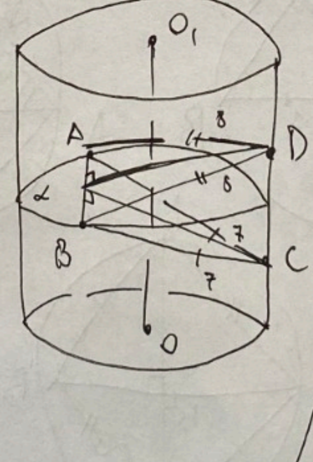
$\cos\frac{\beta}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$

$\sin\beta = 2\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{4\sqrt{3}}{7} = \frac{8\sqrt{3}}{49}$

$\frac{AB}{\sin\beta} = 2R$

$\frac{2\cdot 49}{8\sqrt{3}} = \frac{49}{4\sqrt{3}} = 2R$

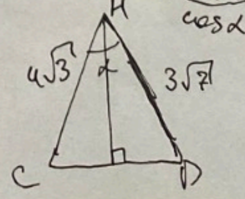
$R = \frac{49}{8\sqrt{3}}$

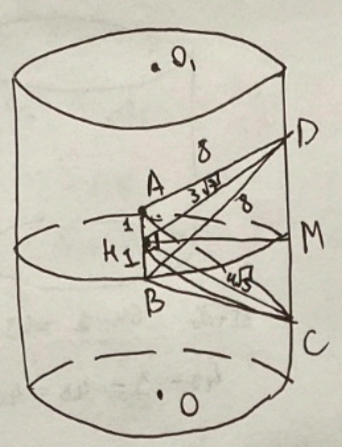


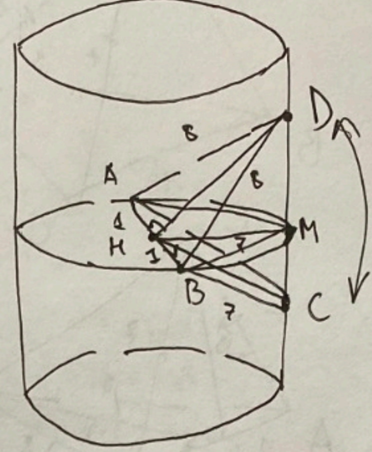
$x^2 = \overbrace{63+48}^{111} - 2\cdot \overbrace{3\sqrt{7}\cdot 4\sqrt{3}}^{6}\cdot\cos\alpha$

$x^2 = 111 - 24\sqrt{21}\cos\alpha$

$\cos\alpha \in [-1;1]$







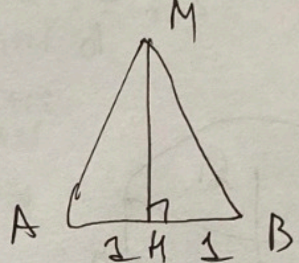
$M = C$

$CD = \sqrt{15}$

$CD = x$

$MD = y$

$CM = x - y$



+ $(3\sqrt{7})^2 - MH^2 = \cancel{x}\, y^2$

$(4\sqrt{3})^2 - MH^2 = (x-y)^2$

$111 = y^2 + x^2 - 2xy + y^2$

$111 = 2y^2 + x^2 - 2xy$

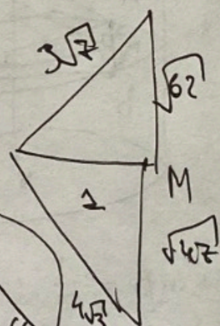
$-xy - xy$

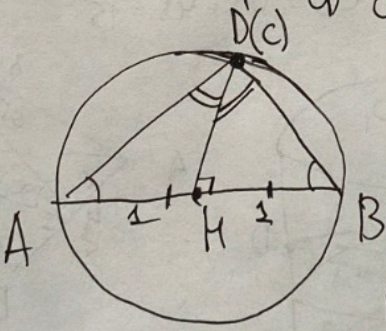
$y(2y - x) + x(x - y)$

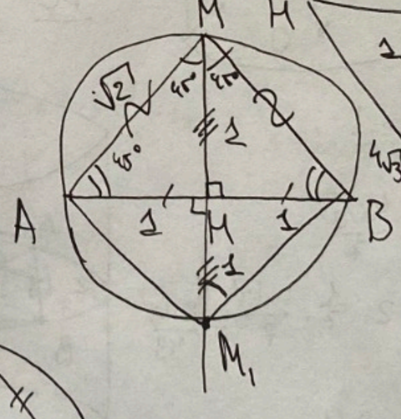
CD CM

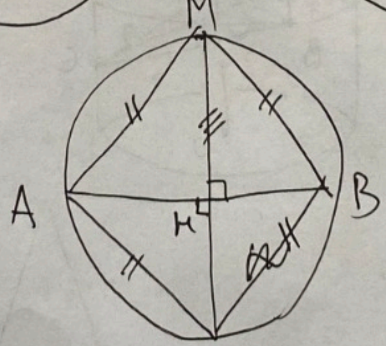
63-1

48-1









Черновик

1)

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in \mathbb{Z}$, $S = \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5$

$a_6 \cdot a_{11} > S + 15$

$a_8 \cdot a_9 < S + 39$ $\quad a_1 = ?$

$$\begin{cases} a_6 \cdot a_{11} > \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5 + 15 \\ a_8 \cdot a_9 < \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5 + 39 \end{cases}$$

$a_6 = a_1 + 5d$
$a_{11} = a_1 + 10d$
$a_8 = a_1 + 7d$
$a_9 = a_1 + 8d$

$$\begin{cases} (1)\ (a_1+5d)(a_1+10d) > \frac{\overbrace{a_1+a_1}^{2a_1}+4d}{2} \cdot 5 + 15 \quad " \ a_1+2d \\ (2)\ (a_1+7d)(a_1+8d) < \frac{a_1+a_1+4d}{2} \cdot 5 + 39 \quad " \ a_1+2d \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1)\ a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \\ \cancel{a_1(a_1-5)+10d(5d}\\ 2)\ a_1^2 + 15da_1 + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39 \\ 5a_1 + 10d + 39 > a_1^2 + 15da_1 + 56d^2 \end{cases}$$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{15da_1} + 50d^2 + \cancel{5a_1} + \cancel{10d} + 39 > \cancel{5a_1} + \cancel{10d} + 15 + \cancel{a_1^2} + \cancel{15da_1} + 56d^2$

$50d^2 + 39 > 15 + 56d^2$

$24 > 6d^2$

$d^2 < 4 \Rightarrow d \in (-2;2) \Rightarrow d \in (0;2)$, т.к. все члены $\in \mathbb{Z}$

$d^2 - 4 < 0$

$\Downarrow$

$d = 1$

$a_1^2 + 15a_1 + 56 < 5a_1 + \overbrace{10+39}^{49}$

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$D = 25 - 7 = 18$

$a_1 = -5 \pm \sqrt{18}$

a_1

$25-7=18$

$56-49=7$

$4 < \sqrt{18} < 5$

$-5 < -\sqrt{18} < -4$

$-10 < -5-\sqrt{18} < -9$

$-1 < \sqrt{18} < 0$

$-5\sqrt{18}$ $\quad -5+\sqrt{18}$

$56 \ 49$

$-\begin{array}{r}56\\49\\ \hline 7\end{array}$

$-10 \quad -9 \quad -1 \quad 0$

$M = C$

$CD = \sqrt{18}$

$CD = x$

$MD = y$

$CM = x - y$

$63-1$

$48-1$

$\sqrt{62}$

M

$\sqrt{47}$

3) $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13\\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13)\end{cases}$

(x, y) такие, что

$x_0, y_0 \to \exists\ a, b$

(1) $\min = -4a-6b$

$a^2+b^2 \le -4a-6b$

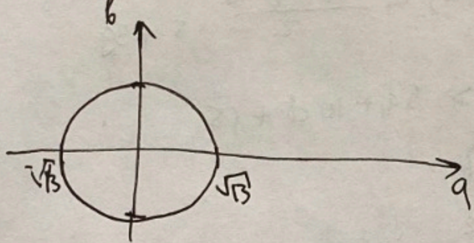
$a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 0$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

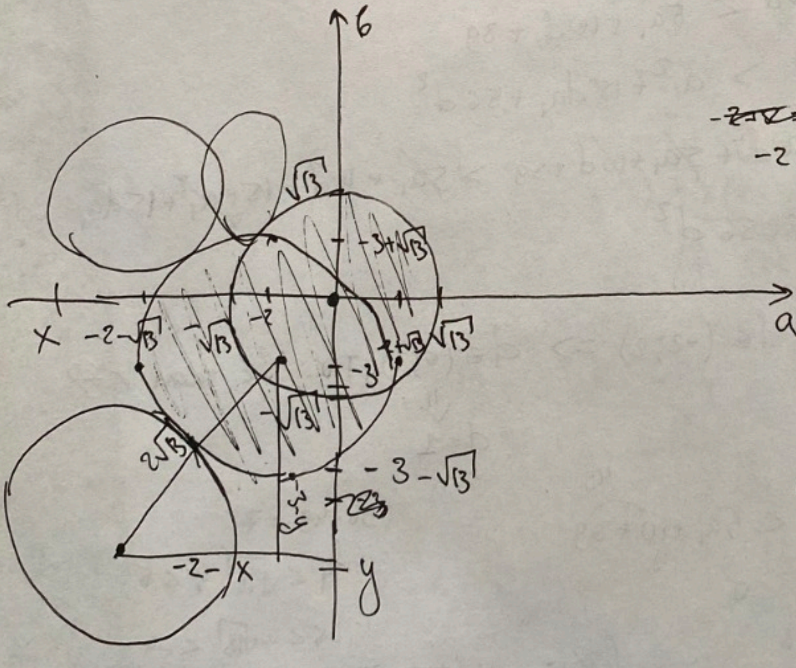
(2) $\min = 13$

$a^2+b^2 \le 13$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 13$



$3 < \sqrt{13} < 4$



~~$-2-x = -3$~~ $-5-(-2)$

$-2-(-5) = 3$

$52-13 = 39$

$(2\sqrt{13})^2 = (-2-x)^2 + (-3-y)^2$

$\underset{52}{4 \cdot 13} = 4+4x+x^2+9+6y+y^2$

$x^2+4x+6y+y^2-39=0$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104962**

ID профиля: **801708**

Вариант 20

Чистовик

Математика, 11 кл.

5

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

При каких x два из этих числа равны, а третье больше их на 1.

ОДЗ:

$\cancel{2x-8>0 \iff 2(x-4)>0}$ ✓

$\sqrt{2x-8}\neq 1 \iff 2x-8\neq 1$; $\boxed{x\neq \frac{9}{2}}$

$\boxed{x-4>0}$

$(x-4)^2\neq 1 \iff x\neq 4\pm 1$; $\boxed{x\neq 3,\ x\neq 5}$

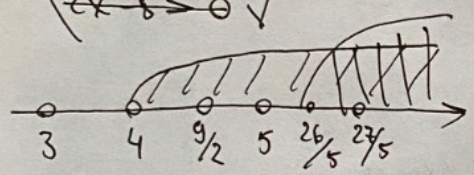
$(x-4)^2>0 \iff x\neq 4$ ✓

$5x-26>0 \iff \boxed{x>\frac{26}{5}}$

$5x-26>0$ ✓

$\sqrt{5x-26}\neq 1 \iff \boxed{x\neq \frac{27}{5}}$

$\cancel{2x-8>0}$ ✓



ОДЗ: $x\in\left(\frac{26}{5};\frac{27}{5}\right)\cup\left(\frac{27}{5};+\infty\right)$.

Заметим, что если все числа перемножить, получится:

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)\cdot\log_{(x-4)^2}(5x-26)\cdot\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=$

$=\cancel{2}\cdot\underbrace{\log_{(2x-8)}(x-4)\cdot\cancel{\tfrac{1}{2}}\log_{(x-4)}(5x-26)}\cdot 2\log_{(5x-26)}(2x-8)=$

$=2\cdot\log_{(2x-8)}(5x-26)\cdot\log_{(5x-26)}(2x-8)=$

$=2.$

Пусть $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=a$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)=b$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=c$.

Тогда есть 3 случая:

1) $a=b$ и $c=a+1$

2) $b=c$ и $a=b+1$

3) $a=c$ и $b=a+1$

Разберём 1 случай:

$a\cdot a\cdot(a+1)=2$

$a^3+a^2-2=0$

$(a^3-1)+(a^2-1)=0$

$(a-1)(a^2+a+1)+(a-1)(a+1)=0$

$(a-1)(a^2+2a+2)=0$

$a=1$ или $\frac{D}{4}=1-2<0$, нет действ. корней.

Т.е. $a=b=1$ и $c=1+1=2$

Аналогично с точностью до названия переменных во 2 и 3 случаях получим: во втором случае: $b=c=1$ и $a=2$

в третьем: $a=c=1$ и $b=2$

1) $a=b=1$ и $c=2$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=1 \\ \log_{(x-4)^2}(5x-26)=1 \\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x-4=\sqrt{2x-8} \; (1) \\ (x-4)^2=5x-26 \; (2), \\ 5x-26=2x-8 \; (3) \end{cases}$$

(1): $x-4=\sqrt{2x-8}$. (Учитывая ОДЗ обе стороны неотр.)

$x^2-8x+16=2x-8$

$x^2-10x+24=0$

$(x-6)(x-4)=0$

$x=6$ или $x=4$, ~~пк~~ в ОДЗ входит только $x=6$

(2): $x^2-8x+16=5x-26$

$x^2-13x+42=0$

$(x-7)(x-6)=0$

$x=7$ или $x=6$, в ОДЗ оба входят:

(3) $5x-26=2x-8$

$3x=18$

$x=6$. Значит, $\boxed{x=6 \text{ -- реш.}}$

2 случай) ~~$b=2$~~ $a=c=1$ и $b=2$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=1 \; (1) \\ \log_{(x-4)^2}(5x-26)=2 \; (2) \\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=1 \; (3) \end{cases}, \quad \begin{cases} x-4=\sqrt{2x-8} \\ 5x-26=(x-4)^4 \\ 2x-8=\sqrt{5x-26} \end{cases}$$

(1): $x-4=\sqrt{2x-8}$ (возв. в кв., т.к. ОДЗ)

$x^2-8x+16=2x-8$

$x=6$ или $x=4$, в ОДЗ входит только $x=6$

Математика, 11кл.

Чистовик

Продолжение №3

(3): $2x-8=\sqrt{5x-26}$ (возв. в кв., т.к. ОДЗ)

$4x^2-32x+64=5x-26$

$4x^2-37x+90=0$

$D=37^2-16\cdot 90=1369-1440<0$, значит, нет корней $\Rightarrow$ 2 случай невозможен

3 случай) $b=c=1$ и $a=2$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=2 \\ \log_{(x-4)^2}(5x-26)=1 \\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x-4=2x-8 \Leftrightarrow \boxed{x=4} \\ 5x-26=(x-4)^2 \\ \sqrt{5x-26}=2x-8 \end{cases}$$

Корень $x=4$ не входит в ОДЗ, а значит никакой корень системы не входит в ОДЗ.

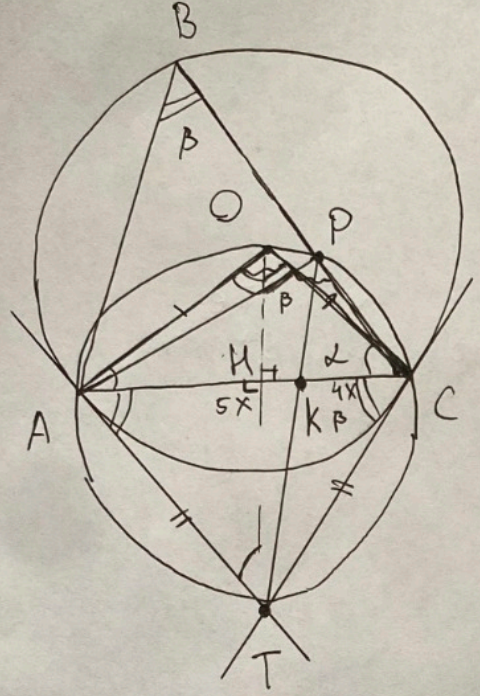
Следовательно, единственное решение $x=6$.

Ответ: 6

Математика, 11 кл.

Чистовик.

6



Дано:

$\triangle ABC$; $\triangle ABC$ вписан в ω с центром O

Окр. $(O_1; r) \cap BC = P$

$(A, O, C \in (\text{Окр.}(O_1; r)))$

AT и TC – кас.; $AT \cap TC = T$

$PT \cap AC = K$

$S_{APK} = 10$; $S_{CPK} = 8$

а) Найти: $S_{ABC} = ?$

б) Найти: AC, если $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

Решение:

1) Т.к. $S_{APK} = 10 = \frac{1}{2} \cdot H_P \cdot AK$ (где H_P – высота из P)

$S_{PKC} = 8 = \frac{1}{2} \cdot H_P \cdot KC$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{5}{4} = \frac{5x}{4x}$$

2) Т.к. $\angle OAT = 90°$ (по усл.), то $\angle OCA = \alpha$ и $\angle ACT = \beta \Rightarrow$ $\alpha + \beta = 90°$. А значит, $\angle HOC = \beta$ (т.к. $\triangle OHC$ – п/у)

3) $\angle ABC = \angle TAC = \beta$ (угол между кас. и хордой)

4
4) $\left.\begin{array}{l} \frac{9x}{\sin\beta} = 2R \\ \sin\alpha = \frac{OH}{R} \end{array}\right| \Rightarrow \frac{9x}{\sin\beta} = \frac{2OH}{\sin\alpha}$

5) По т. синусов:

$$\frac{AO}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin 2\beta} = \frac{AO}{\cos\beta}$$

$$\frac{R}{\cancel{\cos\beta}} = \frac{9x}{2\sin\beta\cancel{\cos\beta}}$$

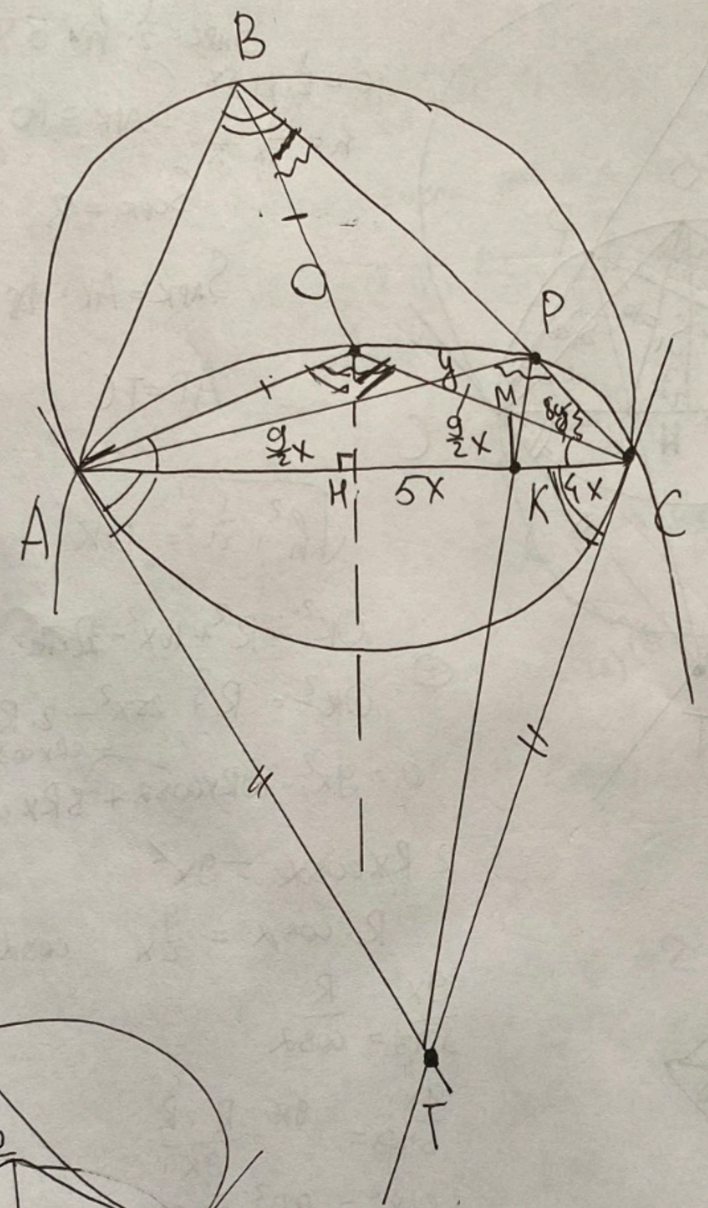
$$2R = \frac{9x}{\sin\beta}$$

$O, A, C, T \in$

2) 6) $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow$ Окр. $\omega(O_1; r)$

Черновик

6



$S_{APK} = 10$

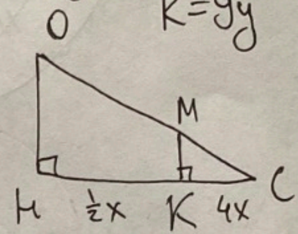
$S_{CPK} = 8$

$\frac{1}{2} h \cdot AK = 10$

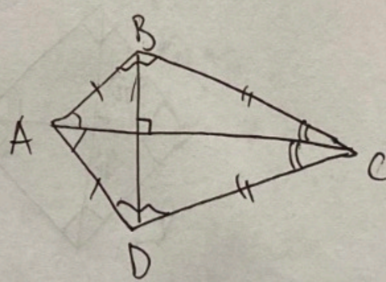
(!) $\frac{1}{2} \cdot h \cdot KC = 8$

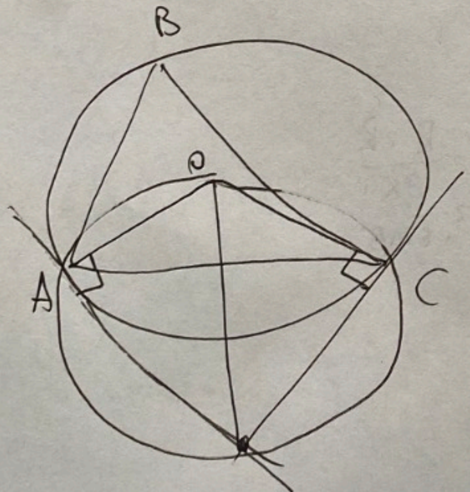
$\frac{AK}{KC} = \frac{5}{4}$

$R = 9y$



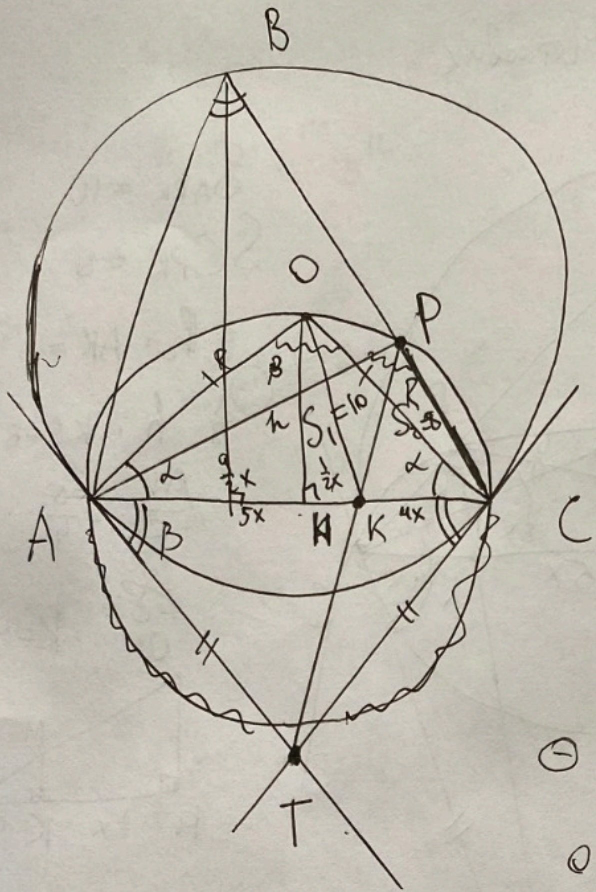
$\frac{MK}{OH} = \frac{MC}{OC} = \frac{8}{9}$



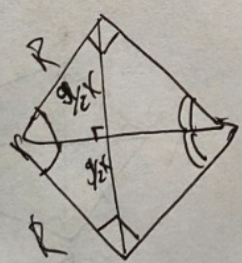


$\frac{R}{\sin\alpha} = 2r = \frac{9x}{\sin 2\beta}$

$\frac{R}{\cos\beta} = \frac{9x}{\sin 2\beta}$



$\alpha + \beta = 90^\circ$



$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot h$

$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot 5x ; S.$

$10 = \frac{1}{2} \cdot h \cdot 5x$ $\quad S_{APK} = 10$

$h = \frac{20}{5x} = \frac{4}{x}$

$S_{CPK} = 8$

$S_{APK} = AK \cdot AP \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\alpha$

$AT = TC$

$\sqrt{h^2 + \frac{1}{2}x^2} = OK$

$OK^2 = R^2 + 16x^2 - 2 \cdot R \cdot 4x \cdot \cos\alpha$

$\ominus \quad OK^2 = R^2 + 25x^2 - 2 \cdot R \cdot 5x \cdot \cos\alpha$

$0 = 9x^2 \underbrace{- 10Rx\cos\alpha + 8Rx\cos\alpha}_{= 2Rx\cos\alpha}$

$2Rx\cos\alpha = 9x^2$

$R \cdot \cos\alpha = \frac{9}{2}x \qquad \cos\alpha = \frac{9x}{2R}$

$\frac{9x}{\sin\beta} = \frac{R}{\cos\alpha}$

$\frac{9x}{\sin\beta} = \frac{R \cdot 2R}{9x}$

$81x^2 = 2R^2 \cdot \sin\beta$

Черновик

1)
$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=10 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

$x^{-4}=2x^{-8}$

$x=4$

НОК = 70

35 70

$169-168=1$

$x=\frac{13\pm 1}{2}=\left[\begin{matrix}7\\6\end{matrix}\right.$

$\begin{array}{r} 26 \\ +\ 8 \\ \hline 34 \end{array}$

$26-8=18$

2) $\underset{\text{"a}}{\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)}$, $\underset{\text{"b}}{\log_{(x-4)^2}(5x-26)}$, $\underset{\text{"c}}{\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)}$

При каких 2 из этих числа равны, а третье больше их на 1

ОДЗ:

$\cancel{2x-8>0}$ ✓ $\quad 2(x-4)>0$

$\sqrt{2x-8}\neq 1 \Leftrightarrow 2x-8\neq 1$ $\quad \boxed{\cancel{x\neq 9/2}}$

$\boxed{\cancel{x-4>0}}$ ✓

$\cancel{x-4\neq 0}$ ✓

$(x-4)^2\neq 1$ $\quad (x-4-1)(x-4+1)\neq 0$

$\cancel{x\neq 5}$; $x\neq 3$ ✓

$5x-26>0$ $\quad x>\frac{26}{5}$

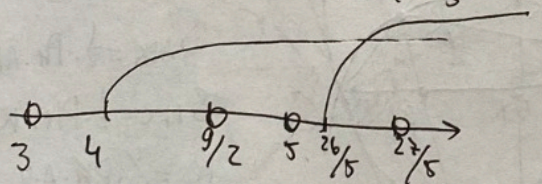
$\cancel{5x-26>0}$ ✓

$\sqrt{5x-26}\neq 1$

$\cancel{2x-8>0}$ ✓

$5x-26\neq 1$

$5x\neq\frac{27}{5}$



$x\in\left(\frac{26}{5};\frac{27}{5}\right)\cup\left(\frac{27}{5};+\infty\right)$.

$\left(\begin{matrix}\log_a b\cdot\log_b c=\log_a c \\ a^{\log_a b}=b\end{matrix}\right)$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\sqrt{2x-8} = (2x-8)^{\frac{1}{2}}$

$2\cdot\log_{(2x-8)}(x-4)\cdot\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)\cdot 2\cdot\log_{(5x-26)}(2x-8)$

$2\cdot\underline{\log_{(2x-8)}(x-4)}\cdot\log_{(x-4)}(5x-26)\cdot\underline{\log_{(5x-26)}(2x-8)}$

$2\cdot\log_{(5x-26)}(2x-8)\cdot\log_{(2x-8)}(x-4)\cdot\ldots$

и

$2\log_{(5x-26)}(x-4)\cdot\log_{(x-4)}(5x-26)=$

$=2$

$(2(x-4))^2\overset{?}{=}$

$=4(x^2-8x+16)$

$a\cdot b\cdot c=2$

1) $a=b$ и $c=a+1$

2) $a=c$ и $b=a+1$

3) $b=c$ и $a=b+1$

$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 90 \\ \hline 1440 \end{array}$

$(a^3-1)+(a^2-1)=(a-1)(a^2+a+1)+a+1)$

$(a-1)(a^2+2a+2)=0$

$a=1$; $c=2$

1) $a\cdot a\cdot(a+1)=2$

$a^2\cdot(a+1)=2$

$a^3+a^2-2=0$

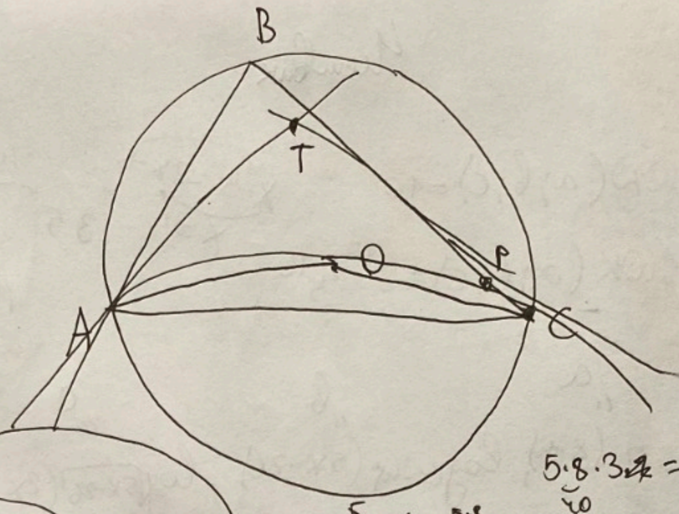
$-1-1$

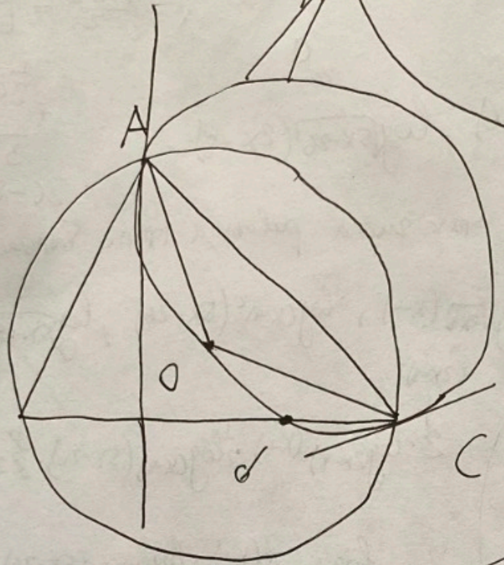
$64+26=$

$=70+20$

$\begin{array}{r} 37 \\ \times\ 37 \\ \hline 259 \\ +\ 111\ \ \\ \hline 1369 \end{array}$

$\boxed{6}$





$5 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cancel{2} = 120$

$\overset{5}{\overset{\shortparallel}{5}}, \overset{3\cdot 4}{12}, \overset{0\cdot 8}{40}$

1

$AB^2 = BP \cdot BC$

$AT = TC$

$\frac{9x}{\sin\alpha} = 2r \quad \frac{R}{\sin\beta}$

17, 51, 34

НОК = 51

НОД = 17

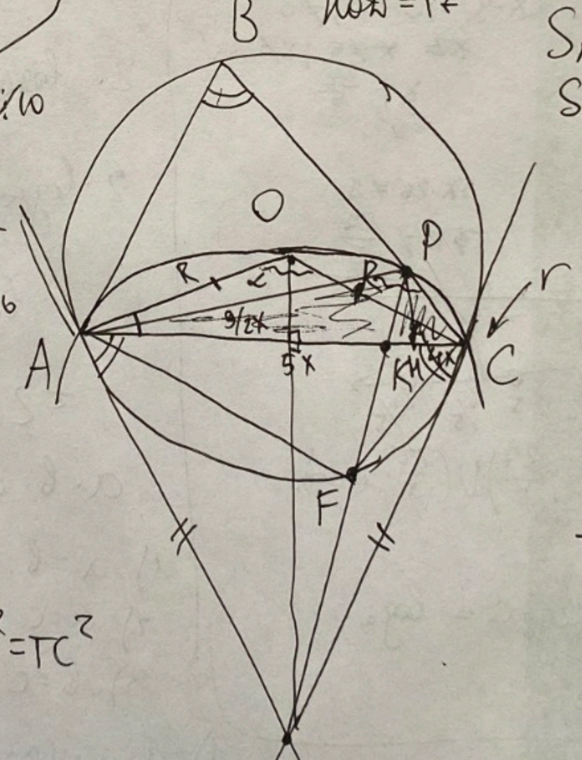
$n ⋮ 10;\ b ⋮ 10;\ c ⋮ 10$

$10n + 10b + 10c$

НОД$(a, b, c) = 10 = 2 \cdot 5$

НОК$(a, b, c) = 2^{17} \cdot 5^{16}$

$10n \cdot 10b \cdot 10c$



$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 8$

$S_{ABC} = ?$

$AC = ?$

$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot PH \cdot AK$

$S_{PKC} = \frac{1}{2} \cdot PH \cdot KC$

$10 = \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \cancel{PH} \cdot AK$

$8 = \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \cancel{PH} \cdot KC$

$\frac{5}{4} = \frac{AK}{KC}$

$TF \cdot TP = AT^2 = TC^2$

$S_{ABP} = \frac{1}{2}$