Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104954**

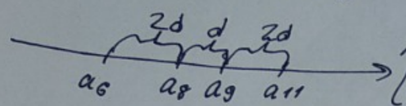
ID профиля: **341335**

Вариант 20

Чистовик.

№1. $a_6 a_{11} > S+15$

$a_8 a_9 < S+39$



$$\begin{cases} a_8 - a_6 = 2d \\ a_9 - a_8 = d \\ a_{11} - a_9 = 2d \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_8 - 2d)(a_9 + 2d) > S+15. \\ a_8 a_9 < S+39 \end{cases}$$

$a_8 a_9 - 2da_9 + 2da_8 - 4d^2 > S+15.$

$$\begin{cases} a_8 a_9 > S+15 - 2da_8 + 2da_9 + 4d^2. \\ a_8 a_9 < S+39 \end{cases}$$

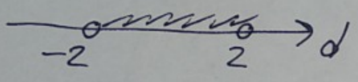
$\cancel{S+39 > a_8 a_9 >}$ $S+15-2da_8+2da_9+4d^2 < S+39.$

$4d^2 - 2d(a_9 - a_8) - 24 < 0.$

$4d^2 - 2d \cdot d - 24 < 0.$

$6d^2 - 24 < 0.$

$(d-2)(d+2) < 0.$



d, т.к прогрессия возраст, то $d > 0$.

$\Rightarrow d \in (0; 2)_{\mathbb{Z}}$

$a_1, a_2 \ldots$ – целые числа. Значит их разность d – целое число.

$\Rightarrow d = 1$

Пусть $a_1 = x$. Тогда $a_6 = x+5$; $a_8 = x+7$; $a_9 = x+8$; $a_{11} = x+10$, $S = \frac{2x+4}{2} \cdot 5$

$$\begin{cases} (x+5)(x+10) > (x+2)\cdot 5 + 15. \\ (x+7)(x+8) < (x+2)\cdot 5 + 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 15x + 50 > 5x + 10 + 15. \\ x^2 + 15x + 56 < 5x + 10 + 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 10x + 25 > 0. \\ x^2 + 10x + 7 < 0, \end{cases}$$ $D = 100 - 28 = 72 = (6\sqrt{2})^2.$

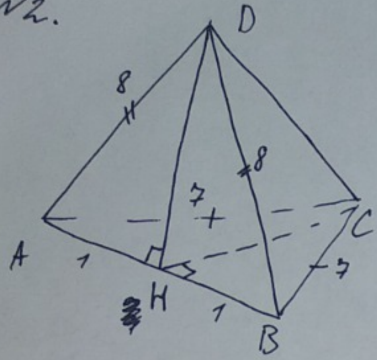
$$\begin{cases} (x+5)^2 > 0. \\ (x+5-3\sqrt{2})(x+5+3\sqrt{2}) < 0 \end{cases}$$ $x = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = -5 \pm 3\sqrt{2}.$

$x \in (-5-3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5+3\sqrt{2}).$

$4 < 3\sqrt{2} < 5$

$\Rightarrow$ если $x \in \mathbb{Z}$, то $x = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1;$ Отв: $x = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

№2.



Чистовик.

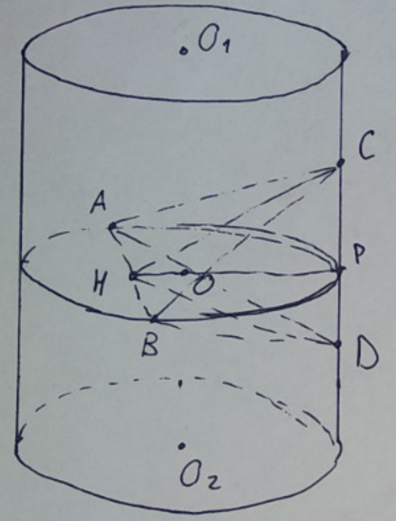
$\triangle ADB$ – равноб. $\Rightarrow DH \perp AB$ явл выс, бис. и мед.

Пров CH. CH – мед в равноб. $\triangle ABC \Rightarrow CH$ – выс, бис.

$AH = HB = \frac{AB}{2} = 1$.

По т. Пифагора: $DH = \sqrt{8^2 - 1} = \sqrt{63}$.

$CH = \sqrt{7^2 - 1} = \sqrt{48}$.

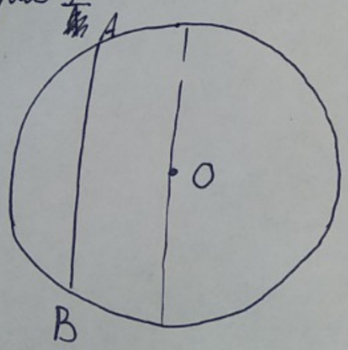


Т.к. $CD \parallel O_1O_2$, то $CD \perp$ основаниям.

Точки A и B равноудалены от точек C и D $\Rightarrow A$ и B лежат на одной окр-ти перпендикулярной к оси O_1O_2.

Р/м рис 1. окружность с центром O и хордой AB. Диаметр d окр-ти $\geq AB$. Значит радиус цилиндра минимален, когда $d = AB$. $r = \frac{AB}{2} = 1$. Тогда центр окр-ти O совп. с точкой H, т.к. H – середина AB.

рис 1



Т.к. окр-ть с центром H параллельна основаниям, то CD перпенди. к этой окр-ти.

Р/м $\triangle CPH$. $\angle CPH = 90°$. По опр. косинуса: $\cos\angle CHP = \frac{HP}{CH}$

$\cos\angle CHP = \frac{1}{\sqrt{48}}$

$\sin\angle CHP = \sqrt{1 - \frac{1}{48}} = \sqrt{\frac{47}{48}}$.

$\sin\angle CHP = \frac{CP}{CH} \Rightarrow CP = \sqrt{\frac{47}{48}} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{47}$.

Аналогично в $\triangle HPD$. $\cos\angle PHD = \frac{1}{\sqrt{63}}$

$\sin\angle PHD = \sqrt{\frac{62}{63}} = \frac{PD}{HD}$

$\Rightarrow PD = \sqrt{\frac{62}{63}} \cdot \sqrt{63} = \sqrt{62}$.

$CD = CP + PD = \sqrt{47} + \sqrt{62}$.

Отв: $\sqrt{47} + \sqrt{62}$.

2

21104954 (U341335 M1302684)

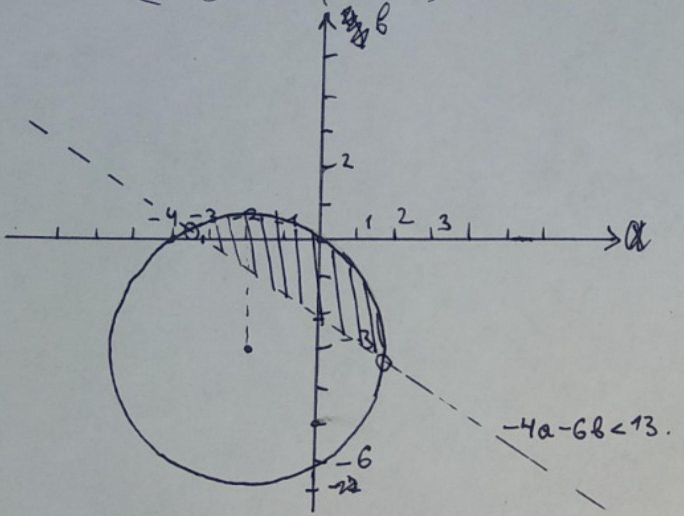
Чистовик.

№3. $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13.\\ a^2+b^2\le \min(-4a-6b;\,13).\end{cases}$

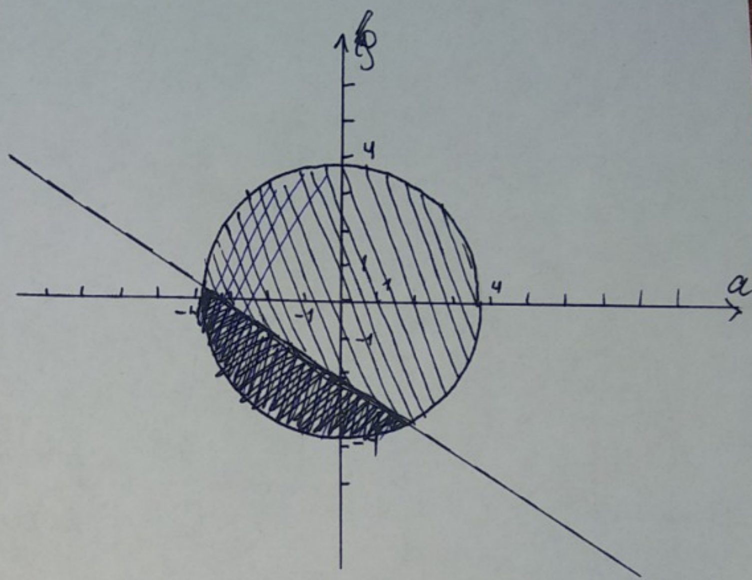
1) Пусть $\begin{cases}-4a-6b<13.\\ a^2+b^2\le -4a-6b\end{cases}$

$a^2+4a+4-4+b^2+6b+9-9\le 0.$

$(a+2)^2+(b+3)^2\le 13.$

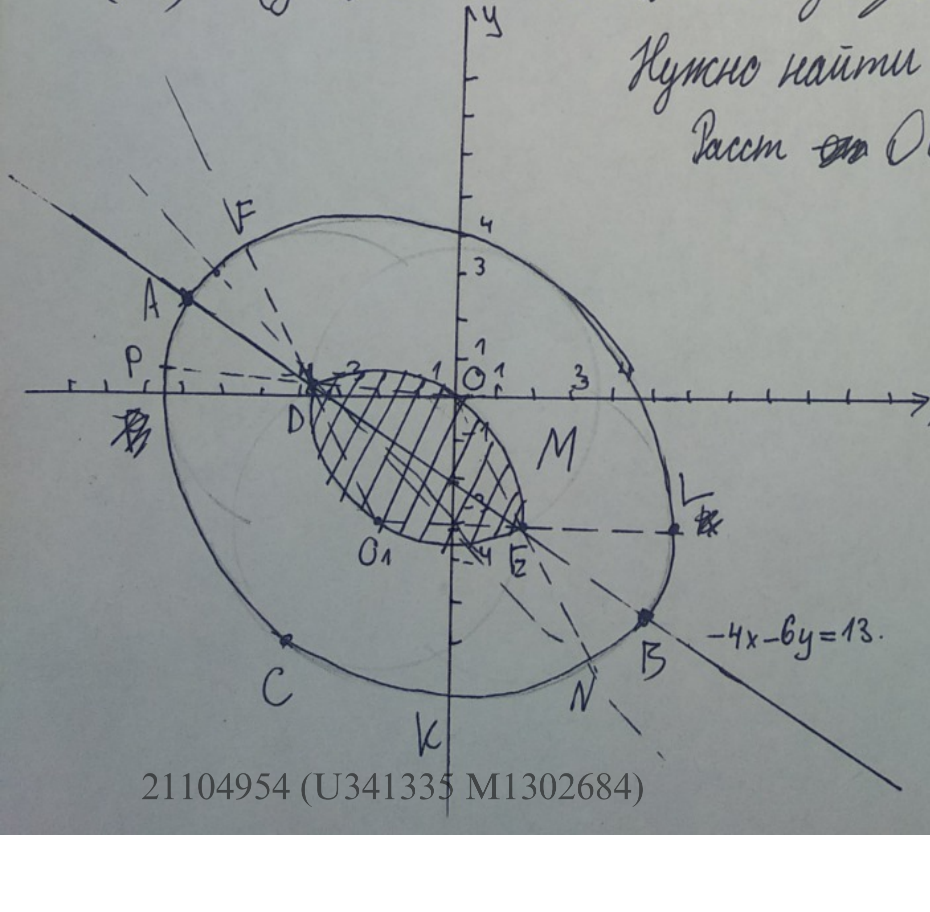


2) Пусть $\begin{cases}-4a-6b\ge 13\\ a^2+b^2\le 13\end{cases}$



~~$(a-x)^2+(b-y)^2\le 13!$~~

Совмещ. реш получим, что центр окр-ти $(x-a)^2+(y-b)^2\le 13$ лежит в заштрих. обл-ти.



Нужно найти площадь обл-ти M:

Расст $OC=2\sqrt{13}$. $S_{\frac14 \bigcirc OPK}=\frac14\cdot\pi\, OC^2=$
$=\frac14\pi\cdot 4\cdot 13=13\pi.$

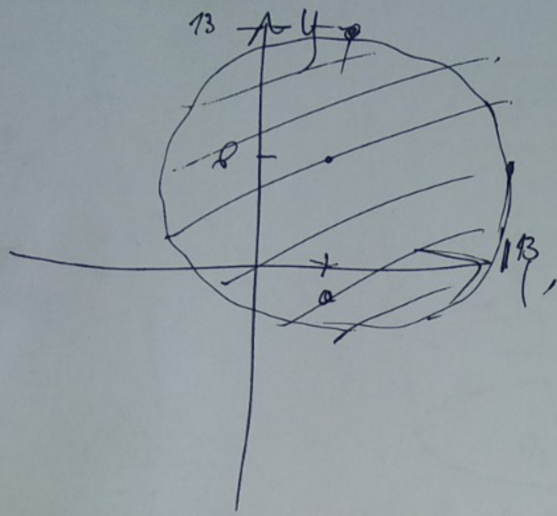
$PD=AD=\sqrt{13}$

$tg\angle ADP=\frac{2}{3}.$

Нужно найти $S_{FO_1L}+S_{PON}-S_{DOEO_1}+S_{FDP}+S_{NEL}=S_M.$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13$ Черновик

$a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13)$.



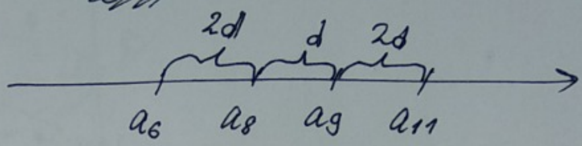
$a_6 = x+5d$

$a_{11} = a_6+5d$.

$a_8 = x+7d$.

$a_9 = x+8d = a_8+d$.

$a_{11} = a_9+2d$.



$(a_8-2d)(a_9+2d) > S+15$.

$a_8 \cdot a_9 < S+39$.

$a_8a_9 - 2da_9 + 2da_8 - 4d^2 > S+15$.

$S+39 > a_8a_9 > S+15+4d^2+2d(a_9-a_8)$.

$S+15+4d^2+2d(a_9-a_8) < S+39$ $\quad$ $\cancel{39-15=}$ $15+9=24$.

$4d^2+2d(a_9-a_8)-24<0$.

$4d^2+2d \cdot d - 24 < 0$.

$4d^2+2d^2-24<0$.

$6d^2-24<0$.

$d^2-4<0$

$(d-2)(d+2)<0$.

+ -2 − 2 + d

$d>0$

$d \in (0;2)$.

$\begin{cases}(x+5)(x+10) > \frac{2x+4d}{2}\cdot 5+15 \\ (x+7)(x+8) < (x+2)\cdot 5+39\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+15x+50 > (x+2)\cdot 5+15. \\ x^2+15x+56 < 5x+10+39\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+15x-5x+35-10>0. \\ x^2+10x+46-39<0.\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+10x+25>0. \\ x^2+10x+7<0.\end{cases}$

$(x+5)^2>0$. $\quad D=100-28=72$.

$x \ne -5$.

$x^2+15x+56<5x+10+39$.

$x^2+10x+56-49<0$.

$x^2+10x+7<0$.

$D=100-28=72=9\cdot 8=$

$=3^2\cdot 2^2\cdot 2$.

$x=\frac{-10\pm 6\sqrt{2}}{2}=-5\pm 3\sqrt{2}$.

+ $-5-3\sqrt{2}$ − $-5+3\sqrt{2}$ + x

т.к $a_1, a_2 \ldots$ — цел. числа, то и d — цел. числа

$\Rightarrow d=1$.

$x \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2})$.

$9\cdot 2=18$.

$4<\sqrt{18}<5$.

$x \in (-5-3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5+3\sqrt{2})$.

$-5-4=-9$.

$-5-5=-10$.

$x=-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

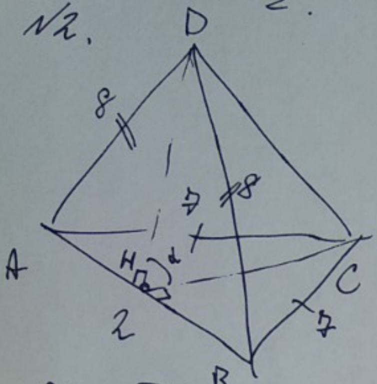
21104954 (U341335 M1302684)

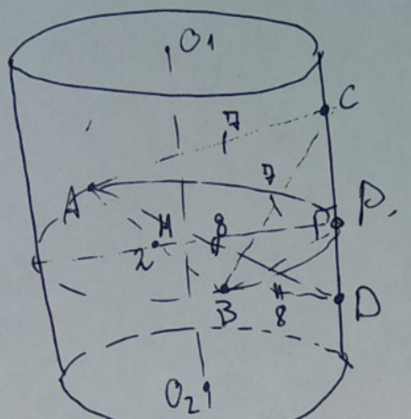
$D = 4^2 \cdot 12 \cdot 18 = 4^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2 = (4 \cdot 2 \cdot 3)^2 \cdot 6$ Черновик.

$S = \frac{-96 \pm 24\sqrt{6}}{2} = -48 \pm 12\sqrt{6}$.

$x = \frac{75 \pm \sqrt{S^2 + 96S + 1440}}{2}$.

№2.

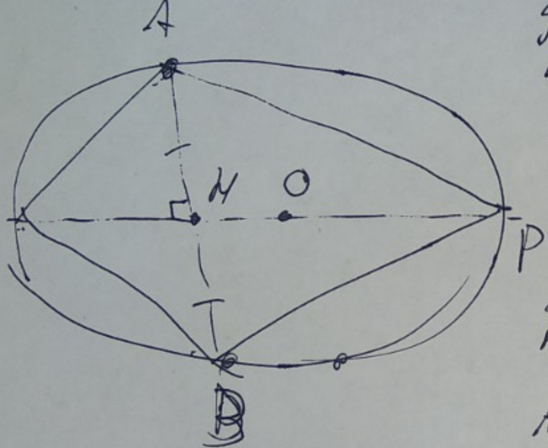




$DH = \sqrt{64-1} = \sqrt{63}$.

$CH = \sqrt{49-1} = \sqrt{48}$.

A, B леж. на од. окр.-ти, т.к. равноуд. от т. C и D.



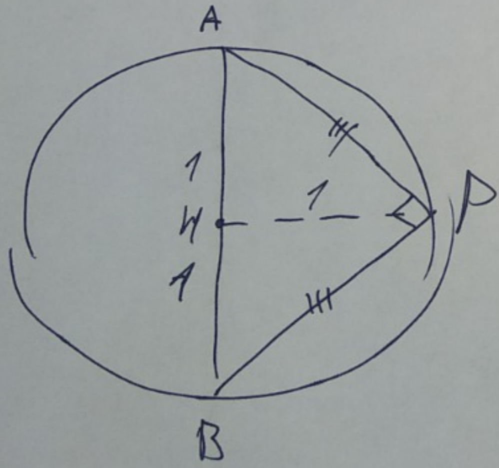
При увелич. угла $\angle CHD$ при отрезок AB будет смещ. ближе ~~к центру~~ к CD.

AB – хорда $d \geq AB$ => мин радиус минимален, когда $d = AB$, $r = \frac{1}{2}AB = 1$.

Т.к AB – диаметр, то $\angle APB = 90°$.

AP = PB, т.к это проекции AC и BC, AD и BD, а они равны AC = BC, AD = BD.

HP = 1, как мед. в прям. Δ-ке.



Тогда из Δ CHP: $\cos\angle CHP = \frac{HP}{CH} = \frac{1}{\sqrt{48}}$.

$\sin\angle CHP = \sqrt{1 - \frac{1}{48}} = \sqrt{\frac{47}{48}} = \frac{CP}{CH}$.

$\Rightarrow CP = \sqrt{\frac{47}{48}} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{47}$.

Аналогично Δ HPD: $\cos\angle PHD = \frac{1}{\sqrt{63}}$

$\sin\angle PHD = \sqrt{\frac{62}{63}} = \frac{PD}{PH}$.

$PD = \sqrt{\frac{62}{63}} \cdot \sqrt{63} = \sqrt{62}$.

$CD = PD + CP = \sqrt{62} + \sqrt{47}$.

21104954 (U341335 M1302684)

Черновик.

$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13. \text{ — кр окр-ти. с зак внутри.}\\ a^2+b^2\le \min(-4a-6b;\ 13)\end{cases}$

1) Пусть $-4a-6b\le 13$

$a^2+b^2\le -4a-6b.$

$a^2+4a+4-4+b^2+6b+9-9\le 0.$

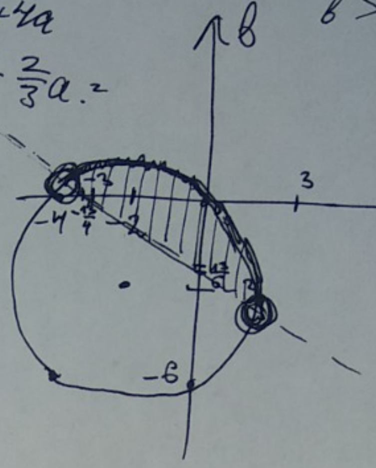
$(a+2)^2-4+(b+3)^2-9\le 0.$

$(a+2)^2+(b+3)^2\le 13.$

$-6b<13+4a$

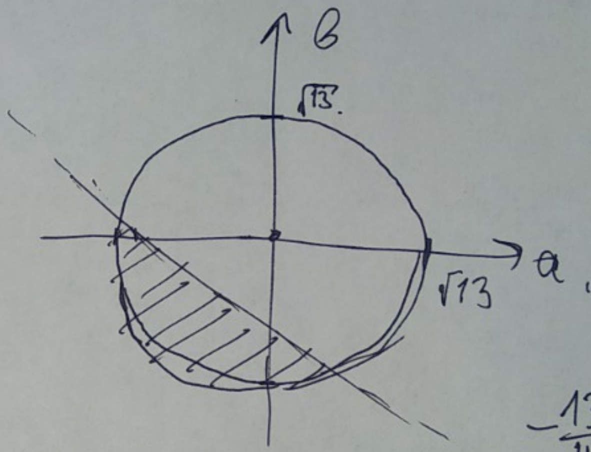
$b>\frac{13+4a}{-6}$

$b>\frac{-13}{6}-\frac{2}{3}a = \frac{-13-4a}{6}.$



2) Пусть $13\le -4a-6b.$

$a^2+b^2\le 13.$



$-\frac{13}{4}=-3\frac{1}{4}.$

$-\frac{13}{6}=-2\frac{1}{6}$

21104954 (U341335 M1302684)

Черновик.

№1. $S = \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5.$, $d>0$, $a_1, \dots a_5 \in Z.$

$a_6 \cdot a_{11} > S+15,$

$a_8 a_9 < S+39.$

$a_1 - ?$

$S = \frac{x+x+4d}{2} \cdot 5 = \frac{2x+4d}{2} \cdot 5 = 5(x+2d).$

$a_6 = a_1 + d \cdot 5$

$a_{11} = a_1 + 10d.$

$a_8 = a_1 + 7d$

$a_9 = a_1 + 8d.$

$300+75$

$(x+5d)(x+10d) > S+15.$

$(x+7d)(x+8d) < S+39$

$\begin{cases} x^2+10dx+5dx+50d^2 > 5x+10d+15 \\ x^2+8dx+7dx+56d^2 < 5x+10d+39. \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+15dx-5x+50d^2-10d-15>0. \\ x^2+15dx-5x+56d^2-10d-39<0. \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+x(15d-5)+50d^2-10d-15>0. \\ x^2+x(15d-5)+56d^2-10d-39<0. \end{cases}$

$D = (15d-5)^2 - 4 \cdot 5(10d^2-2d-3) =$

$= 225d^2+150d-25-200d^2+40d+60 =$

$= 25d^2+190d+35 = 5(5d^2+38d+7)$

$S = \frac{x+x+4d}{2} \cdot 5 = (x+2d) \cdot 5.$, $d>0.$

$d = \frac{\frac{S}{5}-x}{2} = \frac{S}{10} - \frac{x}{2} > 0.$

$\frac{x}{2} < \frac{S}{10}$

$x < \frac{S}{5}.$

$a_6 = x+5d$

$a_{11} = x+10d$

$a_8 = x+7d$

$a_9 = x+8d$

$\begin{cases} (x+5d)(x+10d) > S+15. \\ (x+7d)(x+8d) < S+39 \end{cases}$

$\begin{cases} (x+5(\frac{S}{10}-\frac{x}{2}))(x+S-5x) > S+15. \\ (x+7(\frac{S}{10}-\frac{x}{2}))(x+8(\frac{S}{10}-\frac{x}{2})) < S+39. \end{cases}$

$\begin{cases} (x+\frac{S}{2}-\frac{5}{2}x)(S-4x) > S+15. \\ (x+\frac{7}{10}S-\frac{7}{2}x)(x+\frac{4}{5}S-4x) < S+39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\frac{S}{2}-\frac{3}{2}x)(S-4x) > S+15. \\ (\frac{7}{10}S-\frac{5}{2}x)(\frac{4}{5}S-3x) < S+39 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (S-3x)(S-4x) > 2S+30 \\ (7S-25x)(\frac{4}{5}S-3x) < 10S+390 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2-4xS-3xS+12x^2 > 2S+30. \\ (7S-25x)(4S-15x) < 50S+390 \cdot 5 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2-7xS+S^2-2S-30>0. \\ 28S^2-(70+35)Sx-100Sx+125 \cdot 3x^2-50S-1500-450<0. \end{cases}$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2-7xS+S^2-2S-30>0. \\ 375x^2-205Sx+28S^2-50S-1950<0. \end{cases}$

1) $D = 49S^2-4 \cdot 12(S^2-2S-30) =$

$= 49S^2-48S^2+96S+1440 =$

$= S^2+96S+1440 \geq 0.$

$D = (4 \cdot 12 \cdot 2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 30 =$

$= 4^2(12^2 \cdot 2^2 - 12 \cdot 30) = 4^2 \cdot 12(12 \cdot 4 - 30) = 4^2 \cdot 12 \cdot 18$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104954**

ID профиля: **341335**

Вариант 20

Чистовик.

№4. $\begin{cases} НОД(a;в;c)=10 \\ НОК(a;в;c)=2^{17}\cdot 5^{16}. \end{cases}$

$\begin{cases} a=2^{n}\cdot 5^{k} \\ в=2^{x}\cdot 5^{y} \\ c=2^{p}\cdot 5^{h} \end{cases}$ Пусть n и y – наименьшие степени 2 и 5 соответственно. Тогда $НОД(a;в;c)=2^{n}\cdot 5^{y}=10=2^{1}\cdot 5^{1}$

$n=1$ $y=1$

$\begin{cases} a=2\cdot 5^{k} \\ в=2^{x}\cdot 5 \\ c=2^{p}\cdot 5^{h} \end{cases}$ Пусть k и x – наибольшие степени. Тогда $НОК(a;в;c)=2^{x}\cdot 5^{k}=2^{17}\cdot 5^{16}$

$x=17$ $k=16$.

Значит $\underbrace{1\le p\le 17}_{степень\ 2}$; $\underbrace{1\le h\le 16}_{степень\ 5}$.

Чтобы числа a, в, c удволетворям условию задачи, необходимо, чтобы ~~каки~~ у каких-то двух чисел степень 2 была равна 1 и 17, а у третьего степень 2 принимала любое из 17 значений, и у каких-то двух чисел степень пятерки была равна 1 и 16, а у третьего числа принимала любое из 16 значений.

a		в		c		
степ. 2	степ. 5	ст 2	ст 5	ст 2	ст 5	
min	min	MAX	MAX	17	16	
min	MAX	MAX	min	17	16	
min	~~16~~ 16	MAX	~~17~~ min	17	MAX	
MAX	16	min	~~17~~ MAX	17	min	

$17\cdot 16\cdot 6$

$17\cdot 16\cdot 16$

$17\cdot 16\cdot 6$

~~Каждому числу~~ Первому числу a я могу дать ~~любое из~~ либо максим. степ 2 либо миним либо одну из 17. Тогда числу в что-то из 2 варантов. И числу c последний 1 варинт.

=> варантов расставить степ. 2 между числами $3\cdot 2\cdot 17$

Аналогично для степени 5: $3\cdot 2\cdot 16$

Всего: $6\cdot 17\cdot 6\cdot 16=36\cdot 16\cdot 17=9792$.

Отв: 9792.

1.

21104954 (U341335 M1302685)

Чистовик.

№5. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

ОДЗ: $\begin{cases} 2x-8>0 \\ 2x-8\neq 1 \\ x-4>0 \\ x-4\neq 1 \\ 5x-26>0 \\ 5x-26\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x>5,2 \\ x\neq 5,4. \end{matrix}$

1) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)$.

$\begin{cases} 2\log_{(2x-8)}(x-4) = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26). \\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) - 1 = \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4). \end{cases}$

$4 \log_{2(x-4)}(x-4) = \log_{(x-4)}(5x-26)$.

$\cancel{\frac{1}{4\log_{(x-4)}(2(x-4))} = \frac{1}{\log_5}}$

$\frac{1}{4}\log_{(x-4)}(2(x-4)) = \log_{(5x-26)}(x-4)$.

$\frac{1}{4}(\log_{(x-4)}2 + 1) = \log_{(5x-26)}(x-4)$.

$\begin{cases} \log_{(x-4)}2 + 1 = 4\log_{(5x-26)}(x-4). \\ 2\log_{(5x-26)}(2x-8) - 1 = 2\log_{(2x-8)}(x-4). \end{cases}$

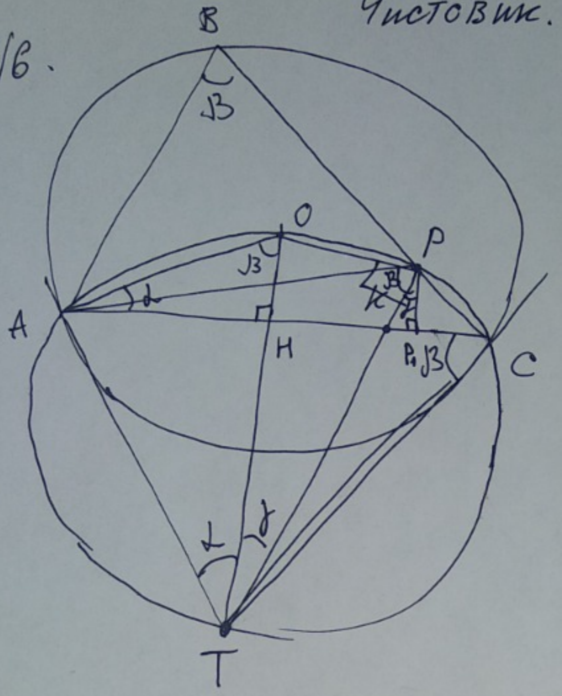
$\log_{(x-4)}2 - 2\log_{(2x-8)}(x-4) = \log_{(5x-26)}\frac{(x-4)^4}{(2(x-4))^2}$

$\log_{(x-4)}2 - 2\log_{2x-8}(x-4) = \log_{(5x-26)}\frac{(x-4)^2}{4}$.

2

Чистовик.

№6.



~~OH ⊥ AC~~ OH – серед. перп., O – ц. опис. окр-ти.

O_2 – центр. окр-ти опис. около $\triangle AOC$.

$O_2 \in TO$, т.к O_2H – тоже серед. перп.

$\Rightarrow R_2 = \frac{1}{2} OT = r$ $\qquad PP_1 \perp AC$.

$S_{APK} = 10 = \frac{1}{2} \cdot PP_1 \cdot AK$

$S_{CPK} = 8 = \frac{1}{2} \cdot PP_1 \cdot KC$

$\Rightarrow \frac{KC}{AK} = \frac{8}{10}$.

$\angle OAH = \alpha$.

$\Rightarrow \angle ATO = \alpha$

$AO = R$

$\cos\alpha = \frac{AH}{AO} = \frac{\frac{1}{2}AC}{R}$.

$\sin\alpha = \frac{AO}{OT} = \frac{R}{2R_2} = \frac{R}{2r}$.

По т. син. $\triangle AOC$: $2r = \frac{OC}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\alpha}$.

$\angle ACT = \angle ABC = \beta$, т.к TC – кас, $\beta = \angle CAT = 90° - \alpha$.

По т син: $\frac{AC}{\sin\beta} = 2R$; $\frac{AT}{\sin\beta} = 2r$.

$$\frac{AC}{AT} = \frac{R}{r}.$$

$\angle APT = \angle ACT = \beta$ (опир. на одну дугу).

$\angle OPT = 90°$ (опир. на диаметр).

$\angle HTK = \angle KPP_1 = \gamma$.

$\cos\gamma = \frac{PT}{2r} = \frac{HT}{KT} = \frac{PP_1}{PK}$.

$PT = PK + KT$.

③.

21104954 (U341335 M1302685)

Черновик.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 17 \\ \hline 448 \\ +64 \\ \hline 1088 \end{array}$$

№4. $\begin{cases} НОД(a,b,c)=10 \\ НОК(a,b,c)=2\cdot 10^{16} \end{cases}$

$\begin{cases} a=2^n\cdot 5^k\cdot \\ b=2^x\cdot 5^y\cdot \\ c=2^p\cdot 5^f\cdot \end{cases}$

Пусть ~~$2^n\cdot 5^y$~~ n и y – наим. степени, тогда $НОД=2^n\cdot 5^y=10$
$2^1\cdot 5^1$

~~Тогда наим об НОК~~

$\begin{cases} a=2\cdot 5^k \\ b=2^x\cdot 5\cdot \\ c=2^p\cdot 5^f\cdot \end{cases}$

1) Пусть k и x – наиб. степ.
Тогда $НОК=5^k\cdot 2^x=2^{17}\cdot 5^{16}$
$x=17;\ k=16$.

2) ~~Пусть k и~~ $1\le p\le 17$ – дв.
$1\le f\le 16$ – пят

Значит min степень двойки и пятерки $=1$.
Максимальная степ двойки $=17$. Макс степ пят $=16$.
Пусть a приним min степ. Тогда два др. числа приним степ. максим или $1\le p\le 17$; $1\le f\le 16$.
Пусть у числа a степ 2 $=1$, тогда степ 5 $1\le f\le 16$.
Для 5 – 16 вар.

Числа a b c сост. из множит 2 и 5 при этом у одного из чисел степень 2 обяз равна 1 и у др. 17. У одного из чисел степ 5 обяз равна 1, а у другого люб. 16
У трет. люб. степ. от 1 до 16 и от 1 до 17.
У третьего числа 17 · 16 вариантов.
У первого числа 2 · 2 вар, а у второго 1 · 1.
Тогда всего вариантов $17\cdot 16\cdot 2\cdot 2=4\cdot 4^2\cdot 17=2^6\cdot 17=$
$=64\cdot 17=1088$.

21104954 (U341335 M1302685)

Черновик. 64

Черновик.

№1. $\begin{cases} НОД(a;b;c)=10. \\ НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16}=2\cdot 10^{16}. \end{cases}$

4 8 2 — НОД = 2, НОК = 8.

14 ~~2~~ 4 7 — НОД = 1, НОК = 28.

$a \vdots 10$ $\quad 2\cdot 10^{16} \vdots a$

$b \vdots 10$ $\quad 2\cdot 10^{16} \vdots b$

$c \vdots 10.$ $\quad 2\cdot 10^{16} \vdots c.$

НОК = 2 знач на 3.

Вариант раздать ~~эст~~

2 10

1 20

6·6·17·16.

~~$a = 10\cdot\alpha = 2\cdot 10^{15}\cdot 10\cdot\alpha$~~

~~$b = 10\cdot\beta = 2\cdot 10^{16}\cdot\beta$~~

~~$c = 10\cdot\omega = 2\cdot 10^{16}\cdot\omega$~~

$a=10\alpha$

$b=10\beta$

$c=10\omega$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8).$

ОДЗ: $\begin{cases} x-4>0 \\ 5x-26>0. \\ 2x-8>0. \\ x-4\neq 1. \\ 2x-8\neq 1 \\ 5x-26\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>4 \\ x>5\frac{1}{5} \\ x>4 \\ x\neq 5 \\ x\neq \frac{9}{2}. \\ x\neq \frac{27}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} x>5,2 \\ x\neq 5 \\ x\neq 4,5 \\ x\neq 5\frac{2}{5} \end{cases}$

ОДЗ: $\begin{cases} x>5,2 \\ x\neq 5,4 \end{cases}$

$17\cdot 16 = 102 + 17\ldots = 272$; $272\cdot 36 = 1632 + 816 = 9792$

C^6_{24}

1) $\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26). \\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) - 1 = \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4 \end{cases}$

$\log_{\sqrt{2}\sqrt{x-4}}(x-4) = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26).$

$2\log_{2(x-4)}(x-4)$

1) Пусть ~~число т~~ a прин. 2·16, число b 17·1, число c 1·...

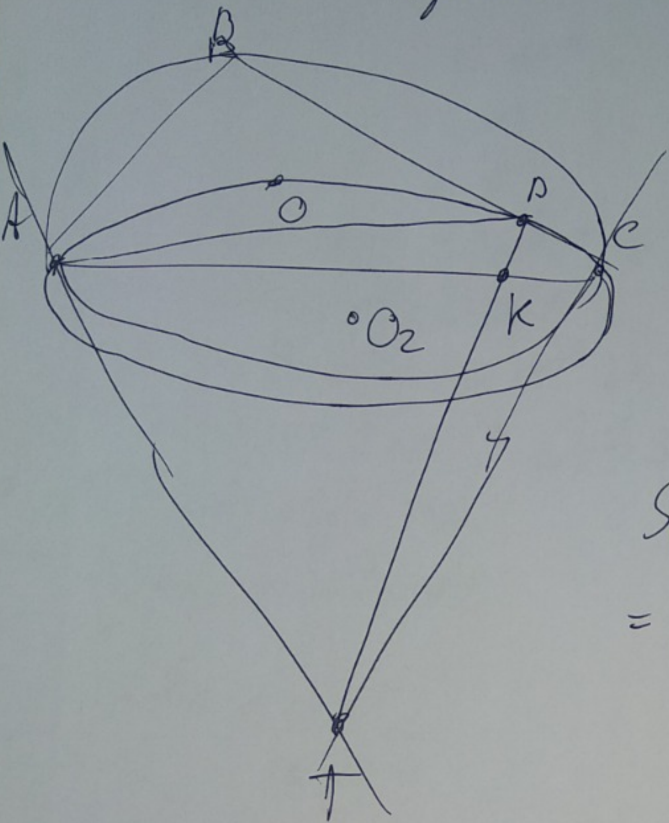
Всего 2·16·17.

2) Пусть a прин 2·2, число b 16·17, число c 1·1.

Всего: 2·2·16·17.

a		b		c	
min	MAX	MAX	min	16·17.	1·6.
~~max~~ min	17	MAX ·	MAX	16 · min	1·6.
min	min	MAX	MAX	17·16	1·6.
MAX	17	min	min	16 · MAX	1·6.

Черновик.



$S_{APK} = 10 = \frac{1}{2}\cdot PH\cdot AK$

$S_{CPK} = 8 = \frac{1}{2}\cdot PH\cdot KC$

$\frac{AK}{KC} = \frac{10}{8} \Rightarrow \frac{KC}{AK} = \cancel{0.8}\ \frac{8}{10}$

$S_{ABC} - ?$

$AT = TC$, т.к $OA = OC$, ~~O~~ OT — общ.

$S_{APK} = 18 = \frac{1}{2} PH\cdot AC = \cancel{\frac{1}{2} PH\left(\frac{8}{10}AK + AK\right)} =$

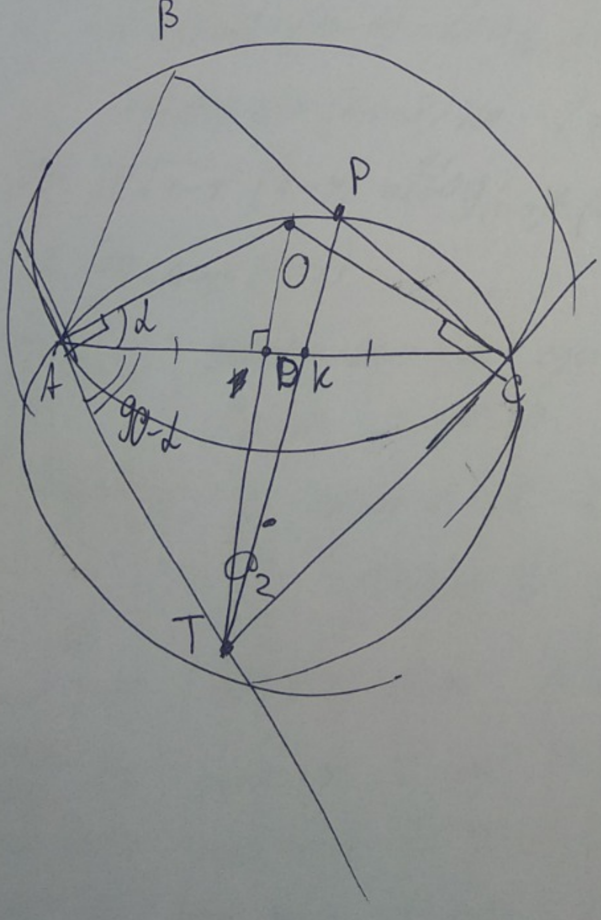
$= \frac{AP\cdot PC\cdot AC}{4R_{O_2}}$ $\cancel{= \frac{1}{2}\cdot\frac{18}{10} PH\cdot AK} =$

$O_2 \in OT$, т.к O_2 леж на пересеч. серед. перп.

Из подобий $O_2O = \frac{1}{2} OT$.

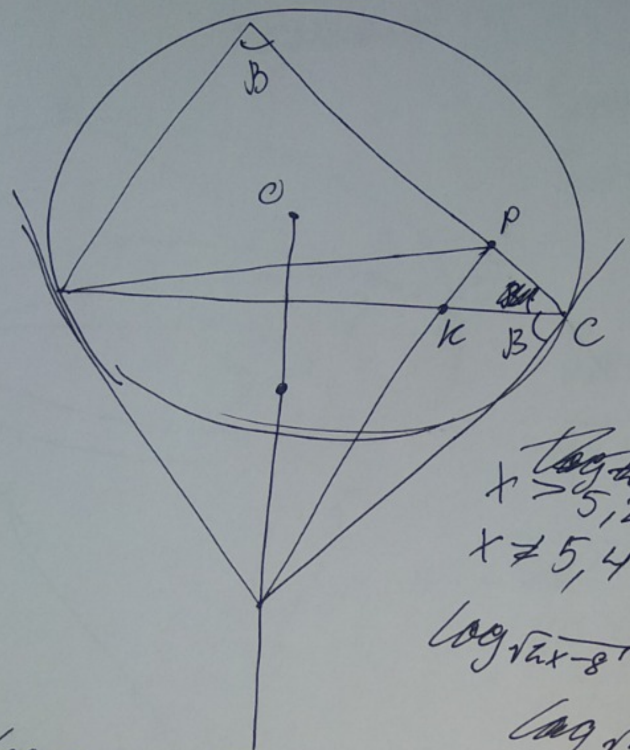
$\Rightarrow OT$ — диаметр окр-ти O_2.

$R_{O_2} = \frac{1}{2} OT$.



Исполвник. $\overset{2}{64}$

$\log_{\sqrt{2x-4}}$



$$\frac{AT}{\sin B}=2r.$$

$$\frac{AC}{\sin B}=2R.$$

$$\frac{AT}{AC}=\frac{r}{R}=\frac{\sqrt{4r^2-R^2}}{AC}.$$

$$\frac{AC^2}{4r^2-R^2}=\frac{R^2}{r^2}$$

$x>5,2$

$x\neq 5,4.$

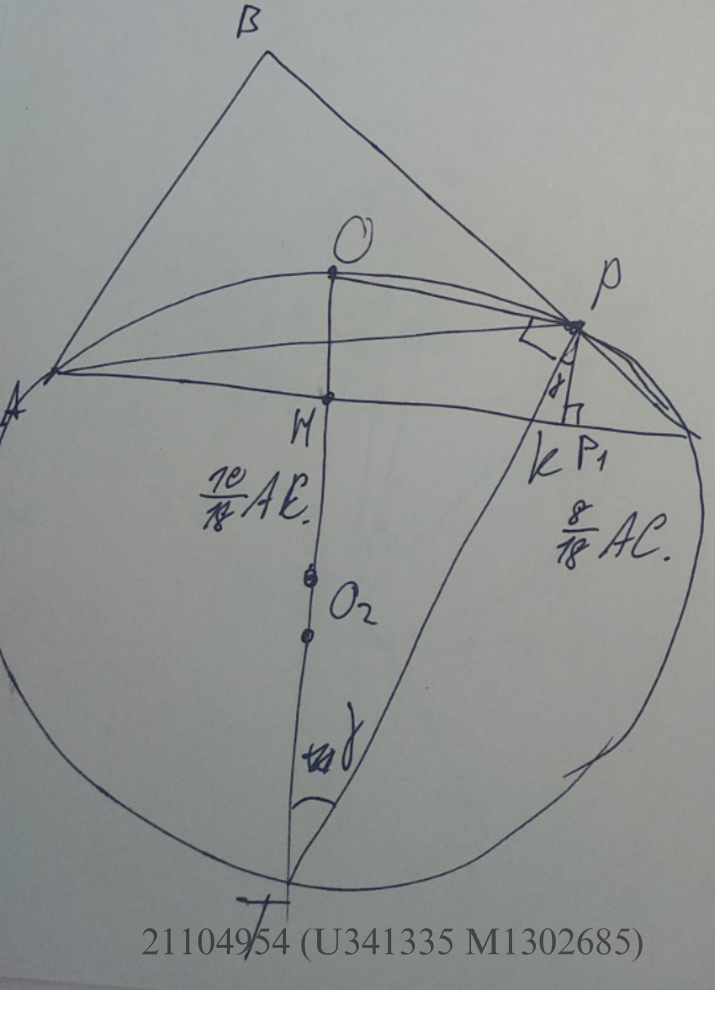
$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)-\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=1.$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=\log_{(x-4)^2}(5x-26).$$

$$\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)=2\log_{(5x-26)}(2x-8).$$

$2\log_{(2x-8)}(x-4)-\log$

$$2\log_{2x-8}(x-4)=2\log_{5x-26}(2x-8).$$



$$\sin\gamma=\frac{OP}{2r}.\quad \cos\gamma=\frac{PT}{2r}.$$

$$AC=\frac{18}{10}AK.$$

$$AK=\frac{10}{18}AC\quad KC=\frac{8}{18}AC.$$

$$AH^2=OH\cdot HT$$

$$\frac{1}{4}AC^2=OH\cdot HT.$$

$$OH+HT=2r.$$

$$AC^2=\frac{R^2}{r^2}(4r^2-R^2).$$

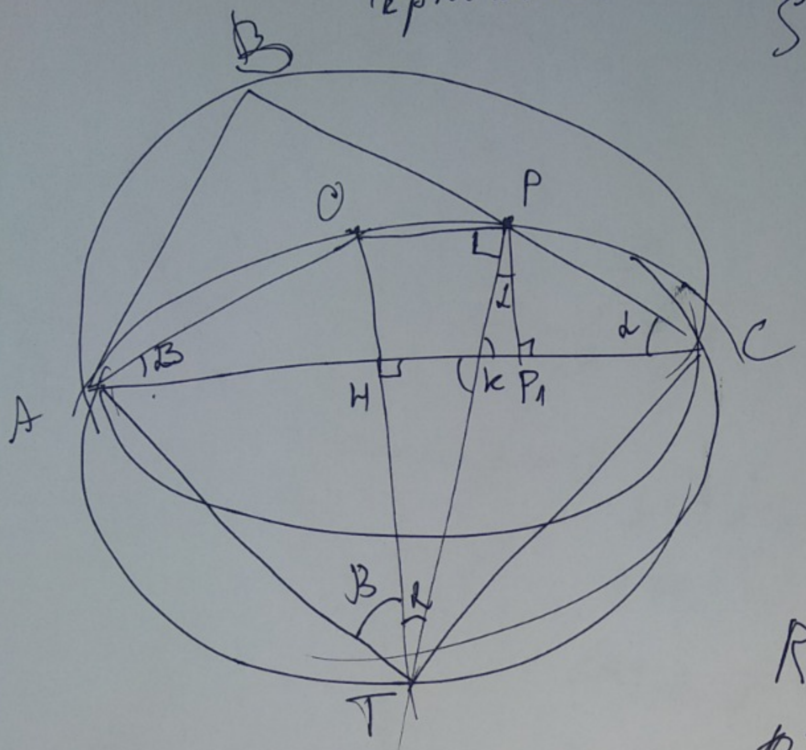
$$OH=2r-HT.$$

$$\frac{1}{4}\left(\frac{R^2}{r^2}(4r^2-R^2)\right)=(2r-x)x.$$

Чедновик.

№ 1.

Черновик.



$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R} =$

$\frac{HK}{HT} = \frac{KP_1}{PP_1}$

$HT = 2r - OH =$

$= 2r - \sqrt{R^2 - (\frac{1}{2}AC)^2}$

$\frac{OH}{AO} = \frac{AO}{AT}$

$\cancel{\frac{OH}{AH} = \frac{OA}{AT}}$ $\frac{AH}{HT} = \frac{OH}{AH}$

$\frac{1}{4}AC^2 = HT(2r - HT)$

$R^2 - \frac{1}{4}AC^2 = (HT - 2r)^2$

$R^2 - HT(2r - HT) - (HT - 2r)^2 = 0$

$R^2 - HT \cdot 2r + HT^2 - HT^2 - 4r^2 + 4r = 0$

$HT \cdot 2r = R^2 - 4r^2 + 4r$

$HT = \frac{1}{2r}(R^2 - 4r^2 + 4r)$

21104954 (U341335 M1302685)