

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104492**

ID профиля: **804955**

Вариант 20

Вариант 20.

W1

a_1 - первый член

d - разность ($d > 0$ условие)

$a_1, d \in \mathbb{Z}$

$$S = 5(a_1 + 2d)$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$a_9 = a_1 + 8d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > (a_1 + 2d) \cdot 5 + 15 \\ (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < (a_1 + 2d) \cdot 5 + 39 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1^2 + 5a_1(3d-1) > -50d^2 + 10d + 15 \\ a_1^2 + 5a_1(3d-1) < -56d^2 + 10d + 39 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1^2 + 5a_1(3d-1) > -50d^2 + 10d + 15 \\ a_1^2 + 5a_1(3d-1) < -56d^2 + 10d + 39 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow -50d^2 + 10d + 15 < -56d^2 + 10d + 39$$

$$6d^2 < 24$$

$$d^2 < 4$$

$$\Rightarrow d = 1 ; d = 2$$

у-га $d \in \mathbb{Z}, d > 0$

тогда

$$\left[\begin{array}{l} \text{при } d=2 \\ \left\{ \begin{array}{l} a_1^2 + 25a_1 + 165 > 0 \\ a_1^2 + 25a_1 + 165 < 0 \end{array} \right. \\ \text{при } d=1 \\ \left\{ \begin{array}{l} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

не имеет решений?

1

$$\left\{ \begin{array}{l} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \\ d = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_1 \in (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty) \\ a_1 \in (-5 - 3\sqrt{2}; -5 + 3\sqrt{2}) \\ d = 1 \end{array}$$

$$-5 < -5 - 3\sqrt{2} < -4$$

$$-2 < -5 + 3\sqrt{2} < -1$$

$$\Rightarrow a_1 = -4; -3; -2 \quad \text{т.к. } a_1 \in \mathbb{Z}$$

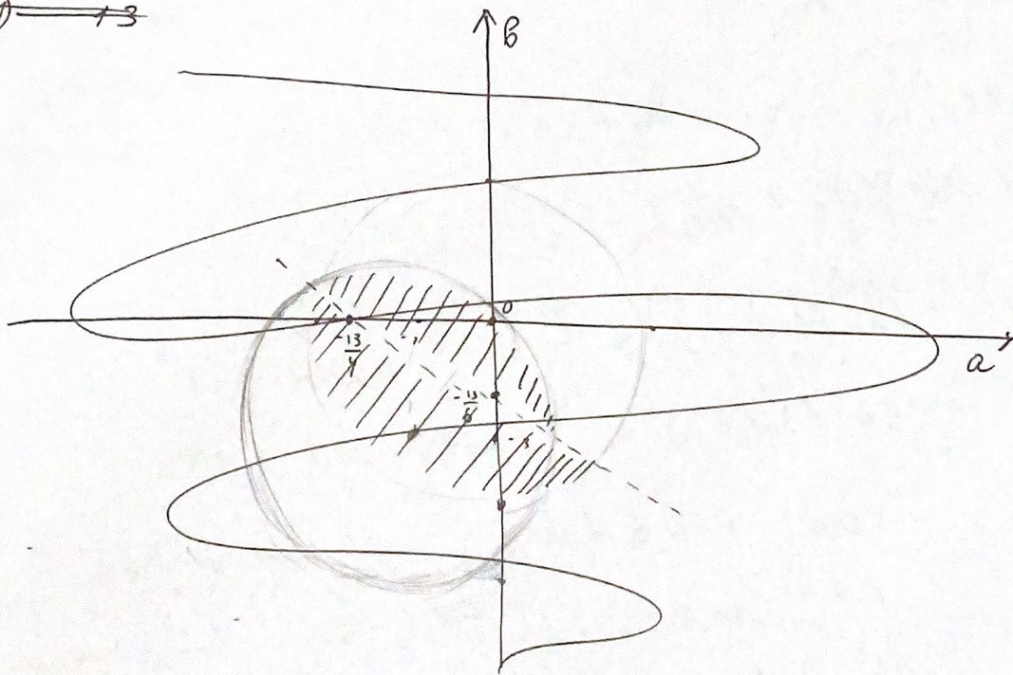
Ответ: $a_1 = -4; -3; -2$.

№3

1) построим в плоскости ~~а~~ $воа$

$$a^2 + b^2 \leq \min(-4a + 6b; 13)$$

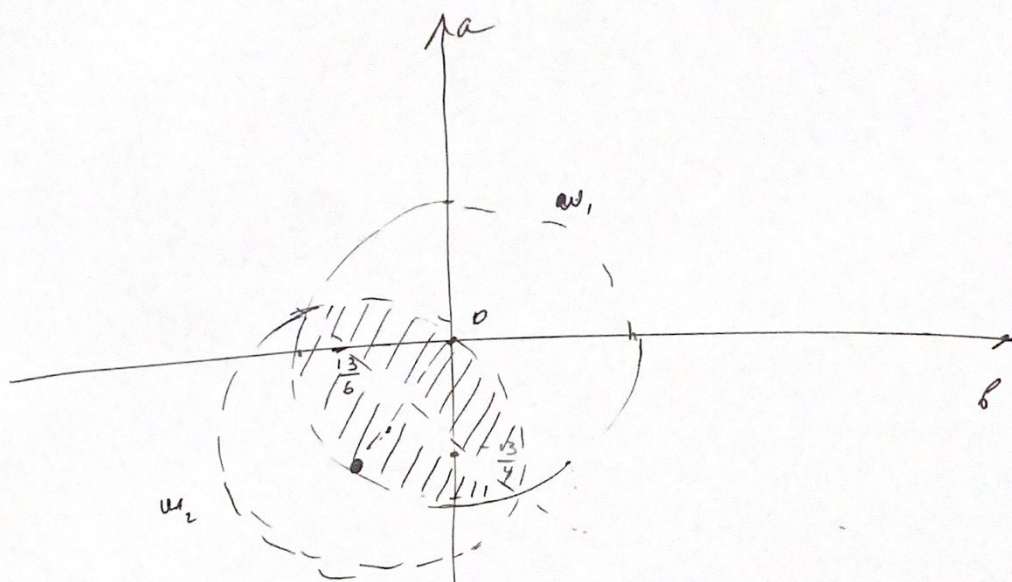
~~1) +3~~



$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 = a^2 + b^2 \leq 13 \\ 4a + 6b \leq -13 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_2 = (a+2)^2 + (b+3)^2 \leq 13 \\ 4a + 6b \geq -13 \end{array} \right.$$

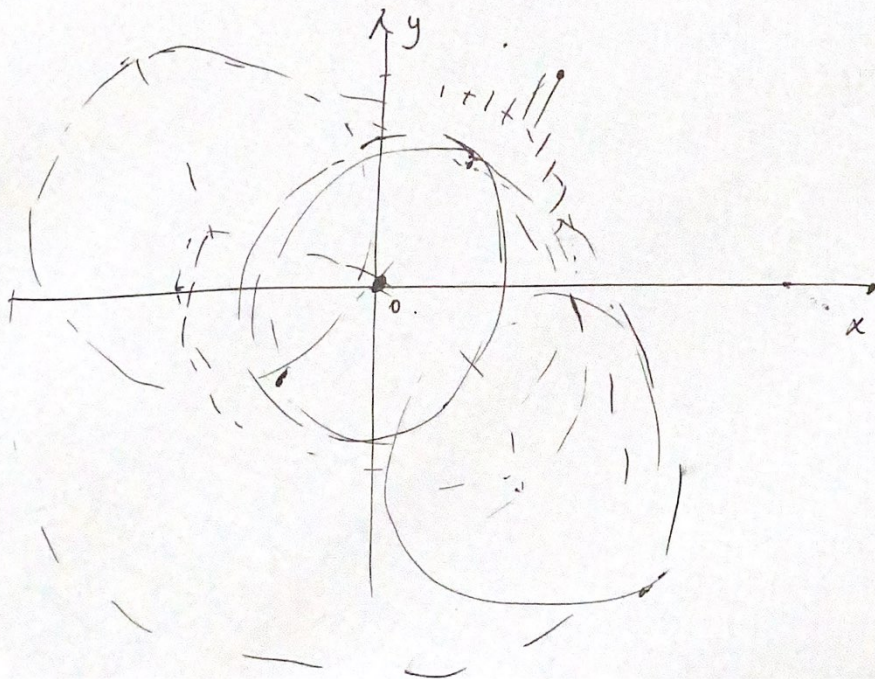
т.к. точки их пересечения
лежат на прямой?
 $4a + 6b = -13$



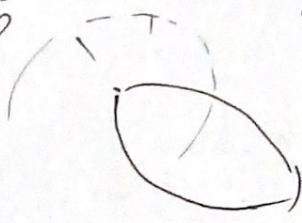
получается, что множество значений которое
 могут принимать a и b в двумерной плоскости
 в плоскости xOy

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 13$$

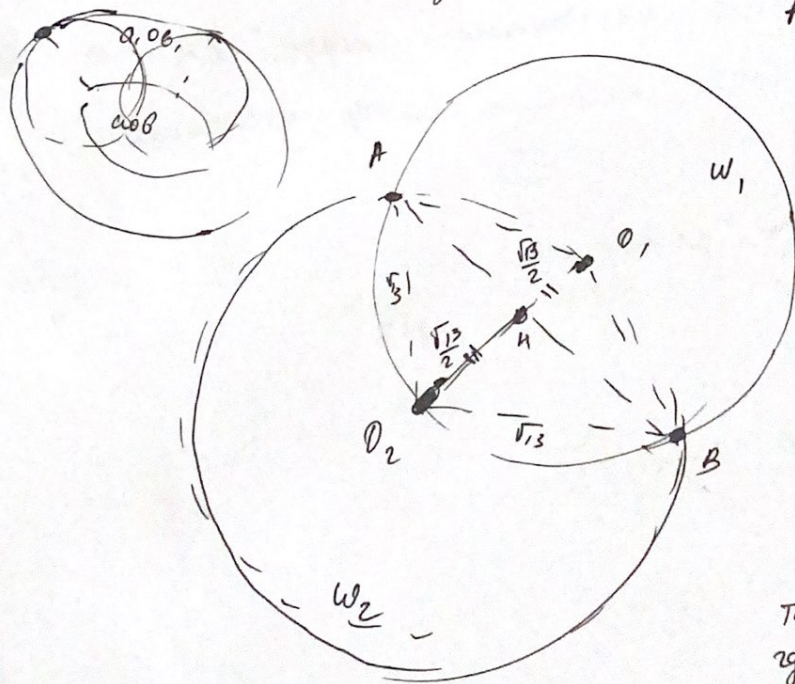
будет выглядеть как круг с центром
 находящийся в плоскости xy рисунки выше



тогда S полуэллипсической фигурой будет
 $\frac{1}{2} S_1$, где S_1 - площадь эллип. эллипсоида $a \times b$
 потому что
 представим себе ~~эллипсоид~~ просто фигуру xy плоскости
 окруженную центром которой лежит
 на границе фигуры будет
 описывать траекторию и
 полуэллипс описанная
 плоскость по диаметру будет в 2
 раза больше $a \times b$, а по площади
 в 4.



Таких образцов получим
 новую фигуру площадь которой
 нужно найти



1) Рассмотрим
 O_1, O_2 т.к.
 O_1, O_2 радиусы ω_1
 то $O_1, O_2 = \sqrt{13}$
 т.к. AB общая
 хорда ω_1 и ω_2
 то $AB \perp O_1, O_2$
 $O_2 B = O_1 A$
 потому что у ω_1
 и у ω_2 одинаковые
 радиусы
 тогда $O_1, H = H O_2$
 где $H = AB \cap O_1, O_2$
 тогда у n/y $\Delta A O_2 H$, $\angle H = 90^\circ$

$$AH^2 = 13 - \frac{13}{4} = \frac{13 \cdot 3}{4}$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{13}$$

$$\sin \angle A O_2 H = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \angle A O_2 H = 60^\circ$$

$AB =$

4

Т.к. $AO_2 = BO_2$, а $O_2H \perp AB$ то O_2H бис. перпенд.
и высота AO_2B

тогда $\angle AO_2H = \angle BO_2H = 60^\circ$, $AO_2 = BO_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \angle AO_2B = 120^\circ$$

где S - площадь

S_2 - часть окружности

$$S_2 = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 13$$

$$\text{часть круга } AO_2B = \frac{\angle AO_2B}{360^\circ} \cdot S_2 = \frac{120}{360} \cdot S_2 =$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 13$$

$$S(\triangle AO_2B) = O_2H \cdot \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{13\sqrt{3}}{8}$$

3

$$\Rightarrow \text{меньший сектор окружности отсеченной хордой } AB = \frac{13\pi}{3} - \frac{13\sqrt{3}}{8}$$

$$\text{аналогично в } \omega_2 \text{ меньший сектор отсеченной хордой } AB = \frac{13\pi}{3} - \frac{13\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow S \text{ фигуры в плоскости } aob = \frac{26\pi}{3} - \frac{13\sqrt{3}}{4}$$

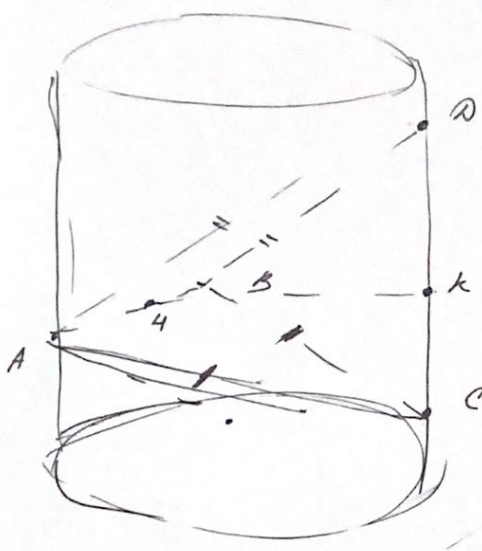
$$\text{тогда } M = 4S = \frac{104\pi}{3} - 13\sqrt{3}$$

$$\text{Отвст: } \frac{104\pi}{3} - 13\sqrt{3}$$

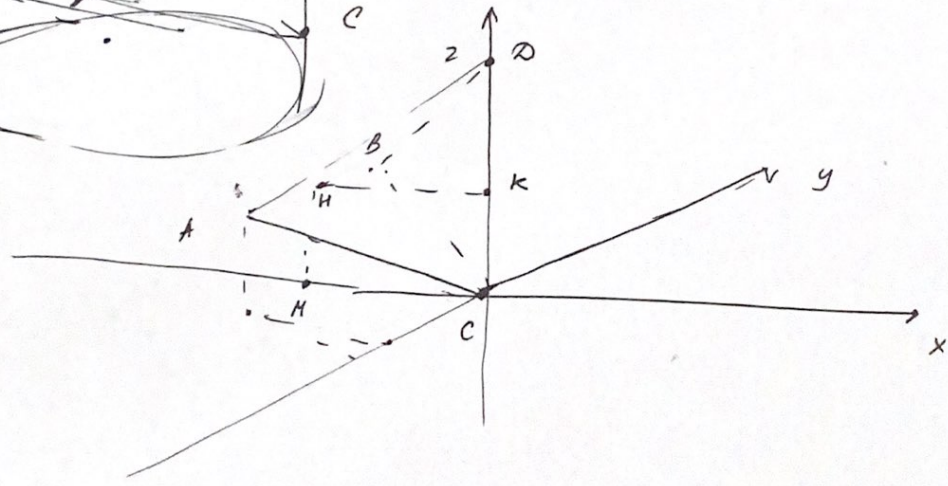
5

3

а) в силу неравенства о гмт $\triangle ABC$ и $\triangle DC$
 $DC \in (1; 15)$



г) R цилиндра будет равен
 радиусу сферичности отнс. ослю
 где $HK \perp DC$ и $AK = KB$
 тогда HK - расстояние между
 DC и AB
 2) $DC = x, HK = y$



~~векторы~~ ~~\vec{DC}~~ ~~и~~ ~~\vec{AB}~~ ~~и~~ ~~\vec{AC}~~
 $D = \{0; 0; x\}$
 $C = \{0; 0; 0\}$

$$H = \left\{ \frac{|\vec{AC}|}{|\vec{AC}|}; 0; \frac{|\vec{CK}|}{|\vec{CK}|} \right\}$$

$$K = \left\{ 0; 0; \frac{|\vec{CK}|}{|\vec{CK}|} \right\}$$

$$\vec{HK} = \left\{ \frac{|\vec{CK}|}{|\vec{CK}|}; 0; 0 \right\}$$

$$\vec{CD} = \left\{ 0; 0; x \right\}$$

$$A \{ = \left\{ \frac{|\vec{AH}|}{|\vec{AH}|}; \frac{|\vec{AH}|}{|\vec{AH}|}; \frac{|\vec{AC}|}{|\vec{AC}|} \right\}$$

$$\vec{AB} = \left\{ 1; 2; 0 \right\}$$

$$B = \left\{ -\frac{|\vec{AH}|}{|\vec{AH}|}; \frac{|\vec{BH}|}{|\vec{BH}|}; \frac{|\vec{CK}|}{|\vec{CK}|} \right\}$$

6

$$\{\vec{HK}\} \cdot \{\vec{CD}\} = 0$$

$$\{\vec{HK}\} \cdot \{\vec{AB}\} = 0$$

ответ

когда DAC прямой угол

$$2a_1 +$$

$$(a_1 +$$

$$(a_1 + 5$$

$$(a_1 + 7$$

$$a_1^2 + 1$$

$$a_1^2 + 5a_1$$

$$a_1^2 +$$

$$d > 0$$

$$D_1 = 25 \neq$$

$$D_2 = 25 \neq$$

$$225d^2$$

$$25c$$

$$5f$$

$$2a_1$$

$$(a_3 + 3d)(a$$

$$(a_3 + 5d)$$

$$a_3^2 +$$

$$a_3^2 +$$

$$D_1$$

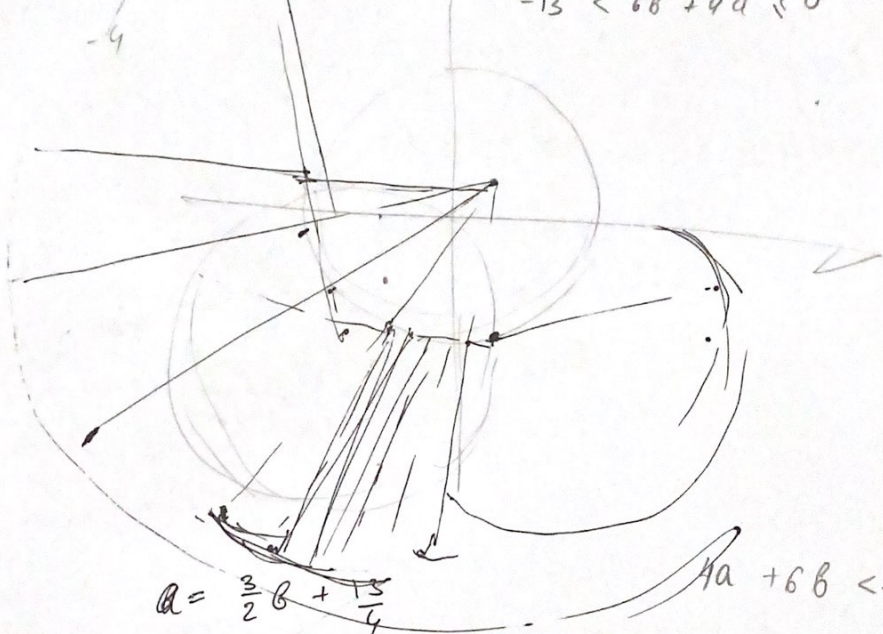
$$D_2$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 13 \\ a^2 + b^2 \leq -4a - 6b \end{cases} \quad [0; 13]$$

$$(a+2)^2 + (b+3)^2 \leq 13$$

$$-4a - 6b > 0$$

$$-13 < 6b + 4a \leq 0$$



$$a = \frac{3}{2}b + \frac{13}{4}$$

$$4a + 6b < -13$$

$$\frac{9}{4}b^2 + b^2 + \frac{39}{4}b + \frac{169}{16} \leq 13b < \frac{-13}{6} - \frac{4}{6}a$$

$$36b^2 + 16b^2 + 39 \cdot 4b + 169 - 13 \cdot 16 = 0$$

$$-4a - 6b > 13$$

$$-4a - 6b < 13 \quad 52b^2 + 39 \cdot 4b - 39 =$$

$$a > -\frac{6}{4}b - \frac{13}{4}$$

$$4b^2 + 12b - 3 = 0$$

$$36 + 12 = 0$$

$$\frac{13}{4}$$

$$3 \frac{1}{4} \frac{9}{16}$$

$$13$$

$$a^2 + b^2 = 13$$

$$(a+2)^2 + (b+3)^2 = 13$$

$$4a + 4 + 6b + 9 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 13 \\ 8 \\ \hline 104 \end{array}$$

$$-5/10d^2 - 2d - 3 < -56d^2 + 10d + 39$$

$$6d^2 < 24$$

$$d^2 < 4$$

$$d = 2$$

$$d = 1$$

$$(a_1 + 4)5 + 15 < (a_1 + 10)(a_1 + 20)$$

$$a_1^2 + 25a_1 + 141 > 0$$

$$a_1^2 + 25a_1 + 165 > 0$$

berga!

$$\frac{1625}{-25 \pm 101}$$

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 25 \\ \hline 205 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 141 \\ 141 \\ \hline 564 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 14 \\ \hline 84 \\ + 140 \\ \hline 224 \\ \times 2 \\ \hline 448 \\ + 79 \\ \hline 165 \end{array}$$

$$a_1^2 + 25a_1 + 165 < 0 \text{ unkoze}$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \text{ beage } a_1 \neq -5$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$$

$$18 \quad -5 \pm 3\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} \times 41 \\ 41 \\ \hline 164 \\ + 681 \\ \hline 845 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 39 \\ \hline 117 \\ + 1521 \\ \hline 1638 \\ \times 38 \\ 38 \\ \hline 114 \\ + 1444 \\ \hline 1558 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 57 \\ 57 \\ \hline 399 \\ + 3245 \\ \hline 3644 \\ - 59 \\ \hline 3585 \\ \times 16 \\ 16 \\ \hline 224 \\ + 3245 \\ \hline 3469 \end{array}$$

$$(5 - 3\sqrt{2}) \vee 1$$

$$42 \vee 30\sqrt{2}$$

$$14 \vee 10\sqrt{2}$$

$$7 \vee 5\sqrt{2} \quad -10 \quad \vee$$

$$49 \vee 50 \quad 10 \quad \vee$$

$$100$$

$$5 + 3\sqrt{2}$$

$$25 + 18 + 30\sqrt{2}$$

$$57 \vee 30\sqrt{2}$$

$$-5 \cdot 3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} \vee 4$$

$$18 \vee 4$$

$$\frac{2a_1 + d \cdot 4}{2} \cdot 5 = 5$$

$$(a_1 + 2d) \cdot 5 = 5$$

$$(a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > (a_1 + 2d) \cdot 5 + 15$$

$$(a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < (a_1 + 2d) \cdot 5 + 39$$

$$a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15$$

$$a_1^2 + 5a_1(3d - 1) + 5(10d^2 - 2d - 3) > 0$$

$$a_1^2 + 5a_1(3d - 1) + 56d^2 - 10d - 39 < 0$$

$$d > 0 \quad d \in \mathbb{R}$$

$$D_1 = 25(3d - 1)^2 - 20(10d^2 - 2d - 3)$$

$$D_2 = 25(3d - 1)^2 - 4(56d^2 - 10d - 39)$$

$$225d^2 - 150d + 25 - 200d^2 + 40d + 60$$

$$25d^2 - 110d + 85$$

$$5(5d^2 - 22d + 17)$$

$$\frac{-250 \pm 25}{275}$$

$$2a_1 + 4d$$

$$2a_1 + 4d$$

$$(a_3 + 3d)(a_3 + 8d) > 5a_3 + 15$$

$$(a_3 + 5d)(a_3 + 6d) < 5a_3 + 39$$

$$a_3^2 + 11da_3 + 24d^2 - 5a_3 - 15 > 0$$

$$a_3^2 + 11da_3 + 30d^2 - 5a_3 - 39 < 0$$

$$D_1 = (11d - 5)^2 - 24 \cdot 4d^2 + 60$$

$$D_2 = (11d - 5)^2 - 30 \cdot 4d^2 + 39 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 24 \\ \hline 24 \\ 4 \\ \hline 96 \\ \times 156 \\ \hline 185 \end{array}$$

$$121d^2 - 110d + 25 - 96d^2 + 6$$

$$25d^2 - 110d + 85$$

$$d^2 - 110d + 181$$

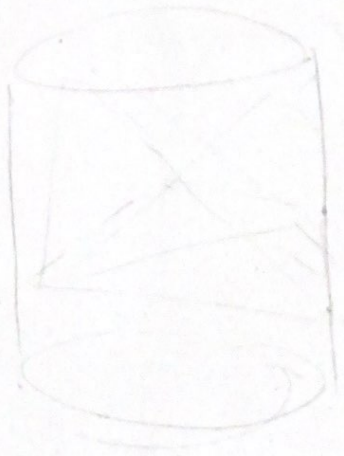
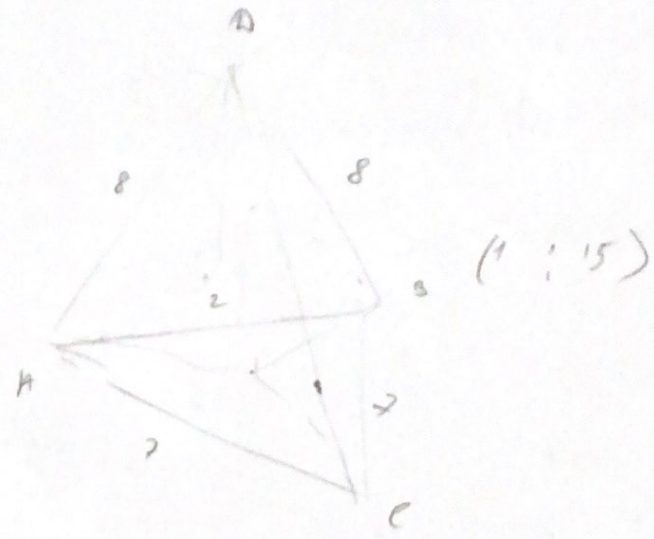
$$(d^2 - 55)^2 - 55^2 + 181$$

7
+66 ← 13

$$\frac{13}{5} = \frac{4}{6} \cdot 2$$

$$\frac{13}{4}$$

$$3 \frac{1}{4} + \frac{2}{16} = 3 \frac{4}{16} + \frac{2}{16} = 3 \frac{6}{16} = 3 \frac{3}{8}$$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104492**

ID профиля: **804955**

Вариант 20

13x + 42

1x - 7

3

= 1

6^A =

3^k =

53:

3

Вариант 20

① $\left\{ \begin{array}{l} \text{НОД}(a; b; c) = 10 \\ \text{НОД}(a; b; c) = 2^A \cdot 5^{16} \end{array} \right.$

т.к. $\text{НОД}(a; b; c) = 10$

то $a = 20 \cdot k \quad b = 10 \cdot m \quad c = 10 \cdot n$

где $\text{НОД}(k; m; n) = 1$

$$\text{НОД}(a; b; c) = \frac{a \cdot b \cdot c}{2 \cdot \text{НОД}(a; b; c)^2}$$

$$a \cdot b \cdot c = 100 \cdot 2^{17} \cdot 5^{16}$$

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot k \cdot m \cdot n = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2^{16} \cdot 5^{15}$$

$$k \cdot m \cdot n = 2^{16} \cdot 5^{15}$$

НОД(k; m; n) = 1

без ограничения общности положим, что

$$k = 2^x \cdot 5^y \quad m = 2^{16-x} \quad n = 5^{15-y}$$

$$0 \leq x \leq 16 \quad 0 \leq y \leq 15$$

* Если ~~если~~ 2^A входит и в k , и в m , и в n то ~~тогда~~ $\text{НОД}(k; m; n) = 2^A$ получается, что $a = 0$ аналогично с 5, тогда ~~тогда~~ ~~тогда~~

x принимает 17 различных значений, y 16

т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $x, y \in [0; +\infty)$ (как минимум)

тогда если ~~тогда~~ тройки

$$k = 2^x \cdot 5^y \quad m = 2^{16-x} \quad n = 5^{15-y} \quad \neq 16$$

①

x-26

17-16 различных вариантов.

Однако числа a, b, c могут повторяться

Однако тройки $(102^x \cdot 5^y; 10^5 \cdot 5^{15-y}; 10^2 \cdot 10^{16-x})$ и

$(10^5 \cdot 5^{15-y}; 10^2 \cdot 10^{16-x}; 102^x \cdot 5^y)$ различны

следовательно можно умножить 17-16 на количество перестановок, а именно в тройках,

а именно на 3!

получаем $17 \cdot 16 \cdot 3!$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 17 \\
 \times 16 \\
 \hline
 102 \\
 170 \\
 \hline
 272
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 17 \\
 \times 272 \\
 \hline
 1632
 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: 1632 тройки.

5) Заметим обращение:

$$\begin{cases}
 2x-8 > 0 \\
 2x-8 \neq 1 \\
 x-4 > 0 \\
 (x-4) \neq 1 \\
 5x-26 > 0 \\
 5x-26 \neq 1
 \end{cases}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 x > \frac{26}{5} \\
 x \neq \frac{27}{5}
 \end{cases}$$

~~Заметим, что тогда $2 \log$~~

Заметим, что $\log_{\sqrt{2x-8}} (x-4) \cdot \log_{(x-4)^2} (5x-26) \cdot \log_{(5x-26)} (2x-8) = 2$

$$\log_{\sqrt{2x-8}} (x-4) \cdot \log_{(x-4)^2} (5x-26) \cdot \log_{(5x-26)} (2x-8) = 2$$

однако с.к. какое-то 2 числа равно а еще $>$ их на 1 обратными равные через y

(2)

получаем:

$$y(y+1) \cdot y = 2$$

$$y^3 + y^2 - 2 = 0$$

$$(y-1)(y^2 + y + 1) + 1(y-1)(y+1) = 0$$

$$(y-1)(y^2 + 2y + 2) = 0$$

$$\Rightarrow y = 1$$

тогда

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 1$$

$$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = 1$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 1$$

\Rightarrow

$$(x-4)^2 = (2x-8)^2$$

$$(x-4)^2 = 5x-26$$

$$(5x-26)^2 = (2x-8)^2$$

кхкхнах

$$~~4x^2 - 32x + 64 - x^2 + 8x - 16 = 2x - 8~~ \quad x^2 - 8x + 16 = 2x - 8$$

$$x^2 - 8x + 16 = 5x - 26$$

$$4x^2 - 32x + 64 = 5x - 26$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$4x^2 - 37x + 90 = 0 \quad (\text{не имеет решений т.к. } D < 0)$$

$$(x-4)(x-6) = 0$$

$$(x-6)(x-7) = 0$$

$$x = 4 \quad (\text{не удовл. орг.})$$

$$x = 7$$

$$x = 6$$

$$x = 6$$

$$\log_{\sqrt{4}} 2 \quad \log_{2^2} 4 \quad \log_{\sqrt{4}} 4$$

$$\log_2 2 = 1 \quad \log_4 4 = 1 \quad \log_2 4 = 2$$

при $x = 6$ 2 мале равни, а друго отмен. не!

$$x = 9$$

$$\log_{\sqrt{6}} 3 \quad \log_{3^2} 9 \quad \log_{\sqrt{9}} 6$$

$$\log_{\sqrt{6}} 3 = \log_6 3 = \log_6 9 \quad \log_{3^2} 9 = \log_9 9 = 1 \quad \log_{\sqrt{9}} 6 = 2 \log_3 6$$

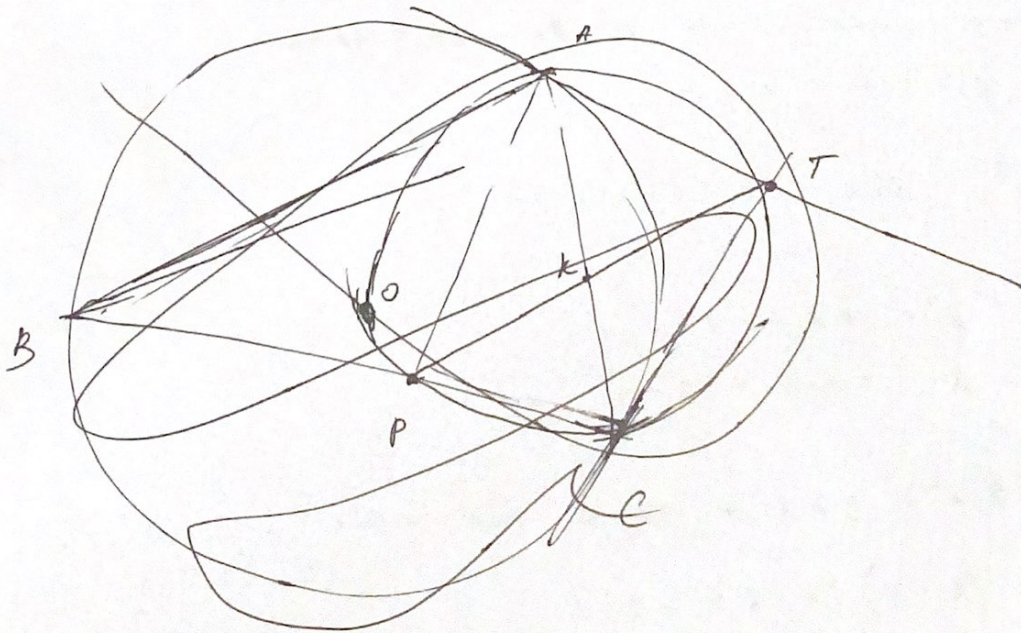
$$\log_3 6 \neq 1 \quad \log_6 9 \neq 1$$

$$\Rightarrow \log_3 6 = \log_6 9 - 1 = 0 \quad \text{неверно}$$

$x = 9$ не удовл. условию

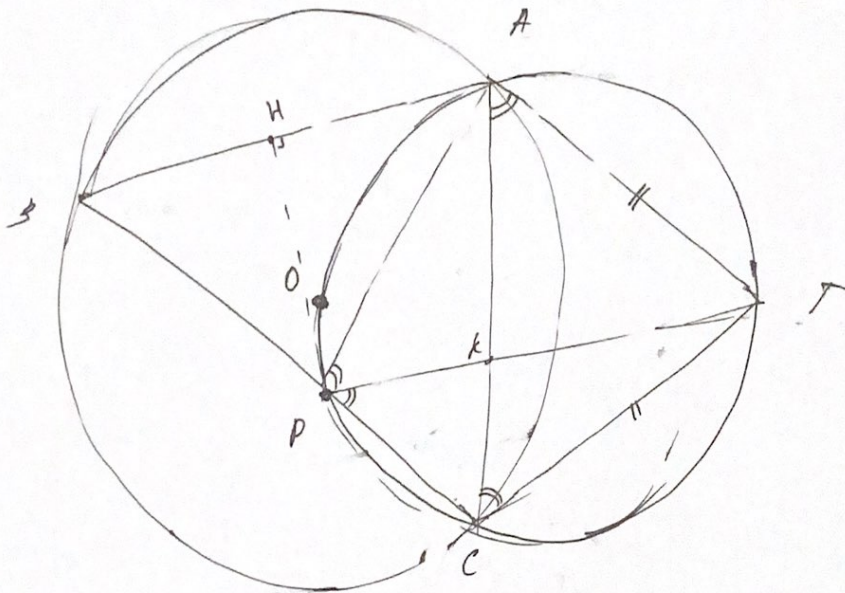
Отв: $x = 6$

(6)



(4)

- а) 1) Дадены, что T , центр ω_2 , окружности ω_1 ,
 проходящей через AOC , т.к. AT и CT касательные
 то $\angle TAC = \angle ACT = \angle B$ тогда $\angle ATC = 180^\circ - 2B$
 $\angle O$ центральный $\angle \tilde{AC} = 2\angle B$ $\angle ATC + \angle O = 180^\circ$
 $\Rightarrow T \in \omega_2$
 $AT = CT$ как отрезки касательных



- 2) $\angle APK = \angle ACT$ опир. на одну дугу
 $\angle TPC = \angle CAT$ — " —
 $\angle CAT = \angle ACT$ (из 1)
 $\Rightarrow PK$ — биссектриса $\angle APC$
 т.к. высота (h) ω_1 ω_2 ω_3 ω_4 ω_5 ω_6 ω_7 ω_8 ω_9 ω_{10} ω_{11} ω_{12} ω_{13} ω_{14} ω_{15} ω_{16} ω_{17} ω_{18} ω_{19} ω_{20} ω_{21} ω_{22} ω_{23} ω_{24} ω_{25} ω_{26} ω_{27} ω_{28} ω_{29} ω_{30} ω_{31} ω_{32} ω_{33} ω_{34} ω_{35} ω_{36} ω_{37} ω_{38} ω_{39} ω_{40} ω_{41} ω_{42} ω_{43} ω_{44} ω_{45} ω_{46} ω_{47} ω_{48} ω_{49} ω_{50} ω_{51} ω_{52} ω_{53} ω_{54} ω_{55} ω_{56} ω_{57} ω_{58} ω_{59} ω_{60} ω_{61} ω_{62} ω_{63} ω_{64} ω_{65} ω_{66} ω_{67} ω_{68} ω_{69} ω_{70} ω_{71} ω_{72} ω_{73} ω_{74} ω_{75} ω_{76} ω_{77} ω_{78} ω_{79} ω_{80} ω_{81} ω_{82} ω_{83} ω_{84} ω_{85} ω_{86} ω_{87} ω_{88} ω_{89} ω_{90} ω_{91} ω_{92} ω_{93} ω_{94} ω_{95} ω_{96} ω_{97} ω_{98} ω_{99} ω_{100}
 то $\frac{S_{APK}}{S_{APC}} = \frac{\frac{1}{2} AK \cdot h}{\frac{1}{2} AC \cdot h} = \frac{AK}{AC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$
 т.к. PK бисс. то $\frac{AP}{PC} = \frac{5}{4}$

- 3) $S_{APB} = \frac{AP \cdot BP \cdot \sin \angle BPA}{2}$
 пусть $\angle APT = \alpha = \angle B = \angle TPC$
 а $\angle PAC = \beta$
 тогда $\angle ACP = 180^\circ - 2\alpha - \beta$ ω_{11}

5

$$\text{В } \triangle ABC \quad \angle B = \alpha \quad \angle C = 180 - 2\alpha - \beta$$

$$* \angle BPA = 180 - \angle APC \text{ (смежные)}$$

$$\Rightarrow \angle A = \alpha + \beta$$

$$\text{тогда } \angle PAB = \alpha$$

$$\Rightarrow \triangle BPA \text{ р/б}$$

$$AP = BP$$

$$4) \text{ пусть } AB = 5x, \text{ а тогда } CP = 4x$$

$$S_{APC} = \frac{5x \cdot 4x \cdot \sin 2\alpha}{2} = 18$$

$$5 \cdot x^2 \cdot \sin 2\alpha = 9$$

$$S_{BPA} = \frac{BP \cdot PA \cdot \sin \angle BPA}{2} \stackrel{a}{=} \frac{5x \cdot 5x \cdot \sin(180 - 2\alpha)}{2} = \frac{25x^2 \cdot \sin 2\alpha \cdot 5}{2}$$

$$= \frac{45}{2}$$

$$\Rightarrow \text{тогда } S_{ABC} = S_{BPA} + S_{APC} = 18 + \frac{45}{2} = \frac{81}{2}$$

10) Дл. 8) допустим высоту PH на AB

т.к. $BP = AP$ то $BH = HA$ и $\angle BPH = \angle HPA$

$$\text{по условию } \frac{PH}{BH} = \frac{1}{2}$$

$$\text{пусть } PH = y \text{ тогда } BH = 2y, \text{ а } BA = 4y$$

$$S_{ABP} = \frac{PH \cdot AB}{2} = \frac{4y^2}{2} = 2y^2 = \frac{45}{2}$$

$$\text{откуда } y = \frac{3\sqrt{5}}{2} \text{ тогда } AB = 6\sqrt{5}$$

$$\text{так как } BH = 2y \text{ и } PH = y \text{ тогда } BP^2 = BH^2 + PH^2 =$$

$$45 + \frac{45}{4} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 9}{4} \quad BP = \frac{15}{2}$$

(6)

$$\textcircled{2} \frac{BP}{PC} = \frac{AP}{PC} = \frac{5}{4} \quad (\text{из пункта а})$$

$$PC = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{15 \cdot 3}{2 \cdot PC} = \frac{5}{4} \quad PC = 6$$

$$\text{Тогда } BC = \cancel{27} PC + BP = \frac{27}{2}$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{\cos^2 \angle B} = \text{tg}^2 \angle B + 1$$

$$\frac{1}{\cos^2 \angle B} = \frac{1}{4} + 1$$

$$\cos^2 \angle B = \frac{4}{5}$$

$$\cos \angle B = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \text{и.к. } \triangle ABP \text{ п/д при } \angle P \text{ то } \angle B < 90^\circ \Rightarrow \cos \angle B > 0$$

$$\cos \angle B = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Тогда по т. косинусов

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cos \angle B \cdot AB \cdot BC$$

$$AC^2 = 36 \cdot 5 + \frac{27^2}{4} - 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot 6\sqrt{5} \cdot \frac{27}{2}$$
~~$$AC^2 = 36 \cdot 5 + \frac{27^2}{4} + 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot 6\sqrt{5} \cdot \frac{27}{2}$$~~

$$4AC^2 = 180 \cdot 4 + 27^2 - 48 \cdot 27$$

~~$$4AC^2 = 180 \cdot 4 + 27^2 - 48 \cdot 27$$~~

$$4AC^2 = 180 \cdot 4 + 27 \cdot 21$$

~~$$4AC^2 = 180 \cdot 4 + 27 \cdot 21$$~~

$$4AC^2 = 9 (20 \cdot 4 + 63)$$

$$AC^2 = \frac{9}{4} \cdot 143$$

~~$$4AC^2 = 9 (20 \cdot 4 + 63)$$~~

~~$$AC^2 = \frac{9}{4} \cdot 143$$~~

$$AC = \frac{3}{2} \sqrt{143}$$

~~$$AC = \frac{3}{2} \sqrt{143}$$~~

$$\text{Отвем: } AC = \frac{3}{2} \sqrt{143}; \quad \textcircled{7}$$

$$\left[\begin{array}{l} (2x-8)^2 = 5x-26 \checkmark \\ 2x-8 = (x-4)^2 \\ (x-4)^2 = 5x-26 \checkmark \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} 4x^2 - 32x + 64 = 5x - 26 \\ 2x - 8 = x^2 - 8x + 16 \\ x^2 - 8x + 16 = 5x - 26 \end{array} \right.$$

$$4x^2 - 37x + 90 = 0 \quad -$$

$$x^2 - 6x + 24 = 0 \quad -$$

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$(x-6)(x-7) \quad \checkmark$$

$$2 \log_6 3$$

$$\frac{1}{2} \log_3 9 = 1$$

$$\log_9 6$$

$$\frac{2 \log_6 3}{\log_3 6}$$

$$\frac{\log_6 9}{\log_3 6}$$

$$6^A = 9$$

$$3^k = 6$$

$$3^{k \cdot A} = 9$$

$$k \cdot A = 2 \quad \checkmark$$

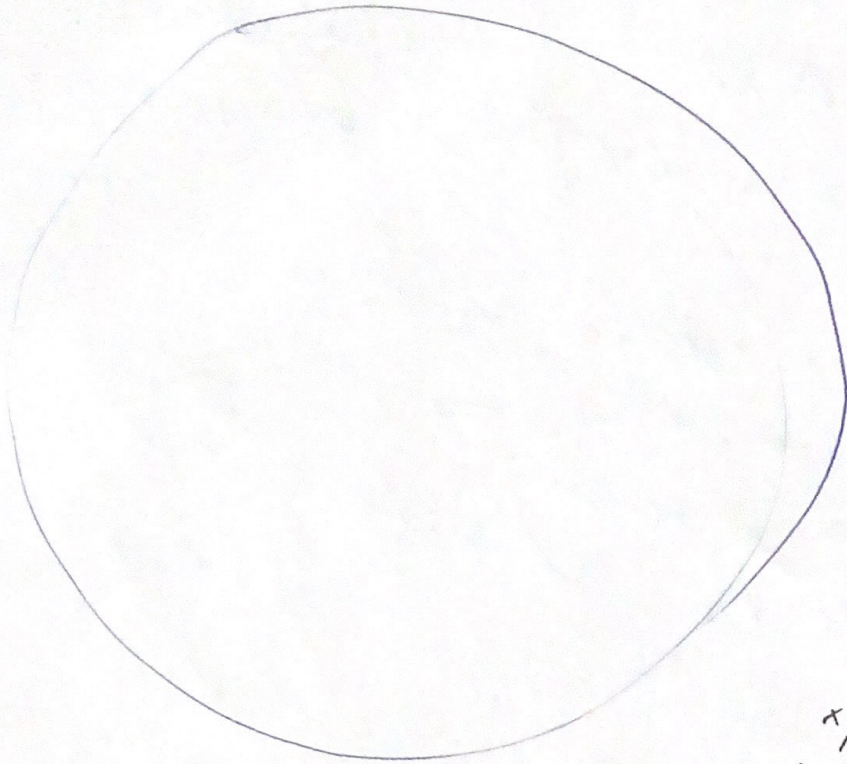
$$k = A = \sqrt{2}$$

$$\log_6 3 = 2 \log_3 6$$

$$\log_6 3 = 2$$

$$\log_6 3 = \pm \sqrt{2}$$

3 ~~9~~



$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 17 \\ \hline 28 \\ + 280 \\ \hline 68 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 102 \\ + 12 \\ \hline 114 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 272 \\ \times 272 \\ \hline 544 \\ 1896 \\ \hline 74144 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 1632 \end{array}$$

$n) = 1$
 $n = 2^{15}$

$$(x-8)^4 = x-4$$

$$A = (\log(2x-8)(5x-26))^{-1}$$

$$\frac{1}{A} = \log(2x-8)(5x-26)$$

$$5x-26 =$$

$$\log(2x-8)(x-4) - \log(5x-26)(2x-8) = 0$$

$$\log_a b - \log_c a = 0$$

$$\log_a^2 b + \log_c a^2 - 2\log_c b = 0$$

$$\log_a b - \log_c a = 0$$

$$2\log_a b = \frac{1}{2}\log_c c = 1$$

$$\log_a b^4 = \log_c c - 2$$

$$\log_c a^4 = \log_c c - 2$$

$$\frac{\log_a b}{\log_c c} = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_c a = 1$$

$$\log_c a = 1$$

$$\frac{\log_a b}{\log_c b} = 1$$

$$\frac{\log_c b}{\log_c a \cdot \log_c b} = 1$$

$$\log_c a = 1$$

$$5x-26 = 2x-8$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

$$2\log_4 2$$
$$2\log_4 4$$

$$\log_a b = \frac{\log_e b}{\log_e a}$$

$$\log_a b \cdot \log_e a = \log_e b$$

$$m \cdot n \cdot k = 2$$

$$m = k \quad n = k + 1$$

$$k \cdot (k + 1) = 2$$

$$k^2 + k - 2 = 0$$

$$(k - 1)(k + 2) = 0$$

$$k = -2$$

$$k = 1$$

$$k^2(k + 1) = 2$$

$$k^3 + k^2 - 2 = 0$$

$$(k - 1)(k^2 + k + 1) + (k - 1)(k + 1)$$

$$(k - 1)(k^2 + 2k + 2) = 0$$

$$(k = 1)$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 37 \\ \underline{37} \\ 259 \\ + 111 \\ \hline 1369 \\ \underline{55} \\ 169 \\ \underline{19} \\ 1440 \end{array}$$

$$x = 6$$

~~$$2 \log_4 2 = 1$$~~
~~$$2 \log_4 4 = 2$$~~

$$\frac{1}{2} \log_2 4 = 1$$

$$\frac{55 - 52}{2}$$

~~$$2x - 8 = x - 4$$~~

~~$$x = 4$$~~

~~$$4x = 22$$~~

~~$$x = \frac{22}{4} = \frac{11}{2}$$~~

~~22~~

~~$$5 \frac{1}{2}$$~~

~~$$2 \log_3 \left(\frac{3}{2} \right) = 2A$$~~

~~$$\frac{1}{2} \log_3 \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$~~

~~$$2 \log_3 \frac{3}{2} = 3$$~~

name
T =
i =



3
x²

$$\text{НОД}(abc) = 2 \cdot 5$$

$$\text{НОК}(abc) = 2^{19} \cdot 5^{16}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 5^{17}$$

$$a = 10 \cdot k$$

$$b = 10 \cdot m$$

$$c = 10 \cdot n$$

$$\text{НОД}(k; m; n) = 1$$

$$k \cdot m \cdot n = 2^{15} \cdot 5^{14}$$

$$k = 2^x \cdot 5^{14-m} \quad m = 2^{15-x} \quad n = 5^{14-m}$$

$$1 \leq x \leq 14$$

$$1 \leq m \leq 13$$

$$15$$

$$14$$

$$15 \cdot 14 = 6!$$

~~log 1/2~~

Op.

$$2x - 8 > 0$$

$$x > 4$$

$$x \neq \frac{9}{2}$$

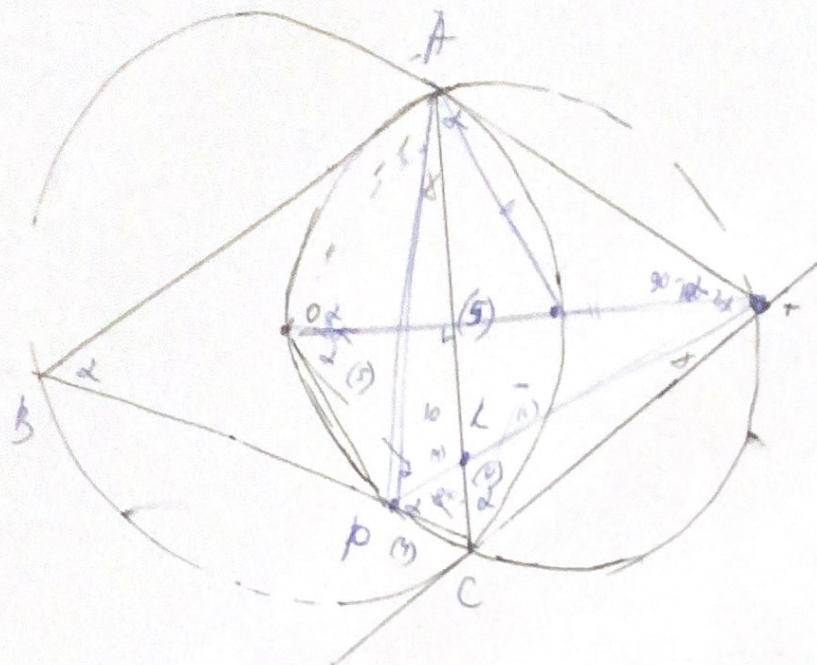
$$x \neq 5$$

$$\begin{aligned} x &> \frac{26}{5} \\ x &\neq \frac{27}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} & m & n \\ a & b & c \\ 2 \log(2x-8) & (x-4) & \frac{1}{2} \log(x-4)(5x-26) \\ c & a & x \\ 2 \log(5x-26) & (2x-8) & \end{array}$$

$$\log(2x-8)(x-4) = \frac{1}{2} \log(2x-8)(5x-26)$$

$$\log(2x-8)(x-4) - \log(2x-8)(5x-26) = 1$$



$$\text{width } 9x \cdot 5x = 18$$

N6

