Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104375**

ID профиля: **233468**

Вариант 20

№1

Пусть a_1-первый член, а d-разность ($d>0$; a_1 и d - целые)

$S = a_1+a_1+d+a_1+2d+a_1+3d+a_1+4d = 5a_1+10d$

По условию

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+10d) > 5a_1+10d+15\\(a_1+7d)(a_1+8d) < 5a_1+10d+39\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+15da_1+50d^2 > 5a_1+10d+15\\a_1^2+15da_1+56d^2 < 5a_1+10d+39\end{cases}$$

~~Пусть~~ Предположим, что $d\geq 2 \Rightarrow d^2\geq 4 \Rightarrow 6d^2\geq 24$

Если $a_1^2+15a_1d+50d^2 > 5a_1+10d+15 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1^2+15a_1d+56d^2 > 5a_1+10d+39$. Однако неравенство обратное $\Rightarrow d<2 \Rightarrow d=1$

$$\begin{cases}a_1^2+15a_1+50 > 5a_1+25\\a_1^2+15a_1+56 < 5a_1+49\end{cases}$$

$a_1^2+10a_1+7<0$

$f(a_1)=a_1^2+10a_1+7$

1) парабола, $a>0$ ветви вверх

2) $D=100-4\cdot 7=72$

$a_{1,2}=\frac{-10\pm\sqrt{72}}{2}=-5\pm\sqrt{18}=-5\pm3\sqrt{2}$

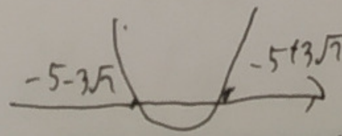
$a_1^2+10a_1+25>0$

$(a_1+5)^2>0$

$a_1+5\neq 0$

$a_1\neq -5$

3)



т.к. a_1-целое $\Rightarrow \begin{cases}a_1\in[-9;-1], \text{ т.к. } -10<-5-3\sqrt{2}<-9 \text{ и } 0>-5+3\sqrt{2}>-1\\a_1\neq -5\end{cases}$

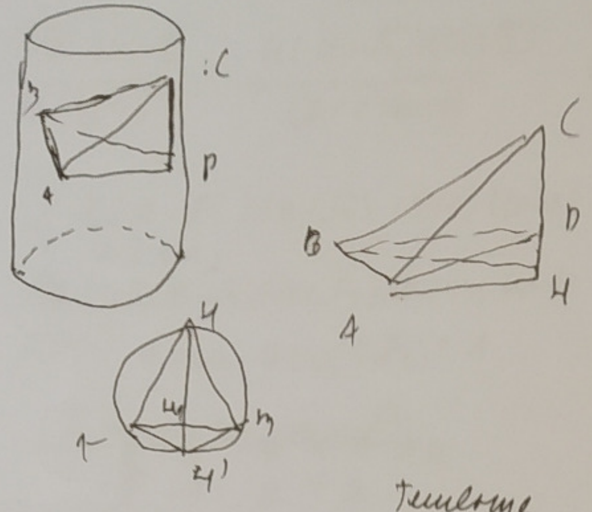
$\Downarrow$

a_1 может быть равно: $-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1$

Ответ: $-1;-2;-3;-4;-6;-7;-8;-9$

Цилиндр

№2



Дано: $ABCD$ - тетр

$AB=2$

$AC=BC=4$

$AD=BD=3$

$ABCD$ - вписан в цилиндр

$CD \parallel$ оси

$R_{ц}$ min

Найти: CD

Решение

I Доп. постр: $AH \perp CD$; BH

II т.к $\triangle ACD$ и $\triangle BCD$ равные $\Rightarrow BH \perp CD \Rightarrow (AHB) \perp CD$

III $\left.\begin{matrix} CD \parallel \text{оси} \\ CD \perp (ABH) \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ ось $\perp (ABH)$ - значит $\triangle ABH$ вписан в окружность основания

IV Доп. постр: в $\triangle AHB$: HH_1 - высота; $H_1H \cap$ окр $= H'$; AH'; BH'

V $\triangle AHB$ - р/б $\Rightarrow HH_1$ содержит центр окр $\Rightarrow$

$\Rightarrow HH'$ - диам. т.к $\min R \Rightarrow \min D$

VI Пусть $AH = BH = a \Rightarrow HH_1 = \sqrt{AH^2 - AH_1^2} = \sqrt{a^2-1}$

VII из св-ва хорд: $AH_1 \cdot H_1B = HH_1 \cdot H_1H'$; $1 = \sqrt{a^2-1} \cdot H'H_1 \Rightarrow H'H_1 = \frac{1}{\sqrt{a^2-1}}$

VIII $HH' = \sqrt{a^2-1} + \frac{1}{\sqrt{a^2-1}}$

надо минимизировать, то есть найти произв

$(HH')' = \left(\sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}}\right)' t'$, где $t = a^2-1$

$(HH')' = \left(\frac{1}{2\sqrt{t}} - \frac{1}{2\sqrt{t^3}}\right) \cdot t' = \left(\frac{1}{2\sqrt{a^2-1}} - \frac{1}{2\sqrt{a^2-1}(a^2-1)}\right) 2a =$

$= \frac{2a}{2\sqrt{a^2-1}}\left(1 - \frac{1}{a^2-1}\right) = \frac{2a}{2\sqrt{a^2-1}} \cdot \frac{a^2-2}{a^2-1} = \frac{a}{\sqrt{a^2-1}} \cdot \frac{a^2-2}{a^2-1}$

Область опред: $a \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

т.к $\sqrt{a^2-1} > 0$ надо найти знак от

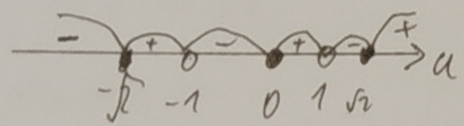
2

$$\frac{a(a^2-2)}{a^2-1}=\frac{a(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})}{(a+1)(a-1)} \vee 0$$

$$\begin{cases} a(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})(a+1)(a-1) \vee 0 \\ a \neq \pm 1 \end{cases}$$

$f(a)=a(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})(a+1)(a-1)$

$f(a)=0$ при $a=0;\ \pm\sqrt{2};\ \pm 1$



$f(100)>0$

важно заметить, что $a \in (-\infty;-1)\cup[1;+\infty)$, что

дите при этом при $a \geq 7$ произв >0

$\Rightarrow$ функ-я возраст $\Rightarrow$ значит min при $a=7$.

($a \geq 7$, т.к. a - высота (+и) в ΔACD, где $AC=7$; $AD=8$)

$\Downarrow$

R_{min} при $a=7 \Rightarrow AC$ - и есть высота на $CD \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD=90° \Rightarrow CD=\sqrt{AD^2-AC^2}=\sqrt{64-49}=\sqrt{15}$

Ответ: $\sqrt{15}$

н

№3 чистовик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13)\end{cases}$$

$a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13)$
начертим это мн-во
~~на~~ коорд. плоск.

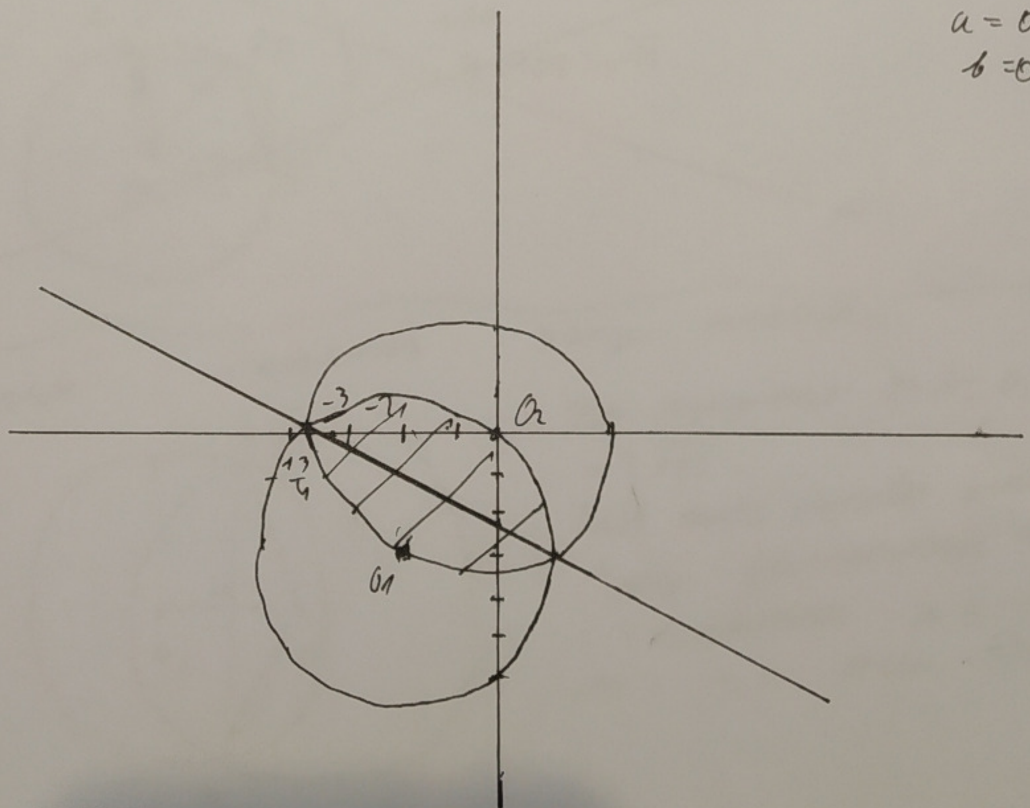
$$\begin{cases}a^2+b^2 \le 13 \\ 13 \le -4a-6b\end{cases} \qquad \begin{cases}a^2+b^2 \le -4a-6b \\ -4a-6b < 13\end{cases}$$

$a^2+b^2 \le 13$
круг с центром в $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{13}$

$a^2+4a+b^2+6b \le 0$
$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$
круг с центром в $(-2;-3)$ и радиусом $\sqrt{13}$

Сначала эскиз ~~множества~~ мн-ва точек $(a;b)$

прямая: $4a+6b+13=0$
$a=0 \Rightarrow b=-\frac{13}{6}$
$b=0 \Rightarrow a=-\frac{13}{4}$



т.к. $O_1O_2 = \sqrt{4+4} = \sqrt{13} \Rightarrow$ одна окружность проходит через центр другой и наоборот

~~Чистовик~~

Заметим, что окр-ти пересек. на прямой, т.к

$\begin{cases} a^2+b^2=13 \\ a^2+4a+b^2+6b=0 \end{cases} \Rightarrow -4a-6b=13;\ 4a+6b+13=0$

Посмотрим, где остаётся какая окружность, относ. прямой (проверяем для точки $(-2;-3)$):

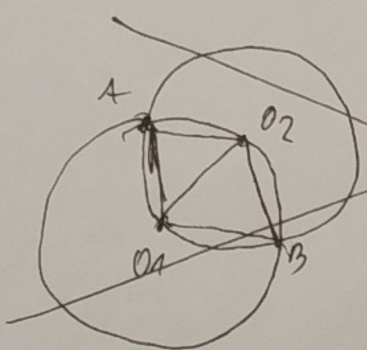
$-4\cdot(-2)-6(-3)=8+18=26>13 \Rightarrow$ остаётся кусок $a^2+b^2=13$

Значит выше остаётся $(a+2)^2+(b+3)^2=13$

Теперь перейдём к x и y:

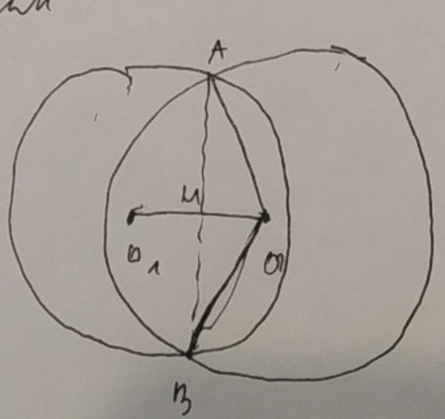
$(x-a)^2+(y-b)^2\le 13$ означает, что точки удалены от мн-ва для a и b не более $\sqrt{13}$

Тогда мн-во для x и y будет аналогичным, но только радиусы кругов будут $=2\cdot\sqrt{13}$



~~Будем искать эту площадь на рисунке $O_2A=O_2B=O_1A=O_1B=2\sqrt{13}$ и $O_1O_2=\sqrt{13}$~~

Будем искать эту площадь



На рисунке $O_2A=O_2B=O_1A=O_1B=$
$=2\sqrt{13}$
Для того чтобы найти, достаточно найти ? половинки и умножить на 2, т.к они одинак.

Проведём O_1O_2; $O_1O_2=\sqrt{13} \Rightarrow HO_2=\frac{\sqrt{13}}{2}$

$S_{пол} = S_{сек} - S_{\Delta} = \frac{\angle BO_1A}{2} R^2 - S_{\Delta} = \frac{\arccos \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{2\sqrt{13}}}{2} \cdot 4 \cdot 13 -$

$- S_{\Delta} = 26 \arccos \frac{1}{4} - S_{\Delta} = 26 \arccos \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot 2\sqrt{4 \cdot 13 - \frac{13}{4}} =$

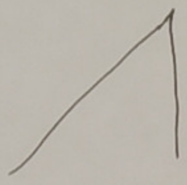
$= 26 \arccos \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 26 \arccos \frac{1}{4} - \frac{13}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} =$

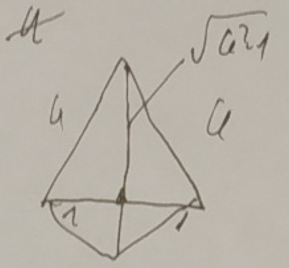
$= 26 \arccos \frac{1}{4} - \frac{13}{4} \sqrt{15}$

Ответ: $26 \arccos \frac{1}{4} - \frac{13}{4} \sqrt{15}$

21104375 (U233468 M1297425)

черновик





$a^2+b^2=13$

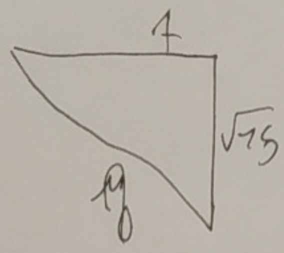
$a^2+4a+b^2+6b=0$

$13+4a+4+6b+9=13$

$4a+6b=13$

$1\cdot 1=\sqrt{a^2-1}\cdot x$

$x=\frac{1}{\sqrt{a^2-1}}$



$\sqrt{a^2-1}+\frac{1}{\sqrt{a^2-1}}$ $(\sqrt{a^2-1})'$

$t+\frac{1}{t}=t+t^{-1}=1-\frac{1}{t^2}$

$64-49=15$

$1-\cancel{\frac{1}{\ }}$

$1-\frac{1}{t^2}$

$+$ $+$ $+$

$-\sqrt{7}$ -1 1 $\sqrt{7}$

$1-\frac{1}{a^2-1}<0$ $-\frac{4}{32}$ $\frac{7}{7}\frac{4}{18}$

$-5-3\sqrt{7}$

$\frac{a^2-1-1}{a^2-1}\leq 0$ $-\frac{100}{76}$ -0 $-5+3\sqrt{7}$

$\frac{a^2-2}{a^2-1}\leq 0$ $\frac{\ }{47}$ 4 $3\sqrt{7}$

$5>3\sqrt{7}>4$

$-5<-3\sqrt{7}<-4$

$-10<-5-3\sqrt{7}-9$

$(a-\sqrt{2})(a-1)(a+1)(a+\sqrt{2})\leq 0$

$0>\frac{-5+}{3\sqrt{2}}>-1$

21104375 (U233468 M1297425)

четвёртых

a_1, d

$(a_1+5d)(a_1+10d) > 5a_1+10d+15$

$(a_1+7d)(a_1+8d) < 5a_1+10d+39$

$a_1^2+15a_1d+50d^2 > 5a_1+10d+15$

$a_1^2+15a_1d+56d^2 < 5a_1+10d+39$

$a_1;\ a_1+1;\ a_1+2;\ a_1+3;\ a_1+4$

$a_1 \neq -5$

$6d^2 \geq 24$

$a_1^2+15a_1+50 > 5a_1+25$

$a_1^2+15a_1+56 < 5a_1+49$

$a_1^2+10a_1+25>0$

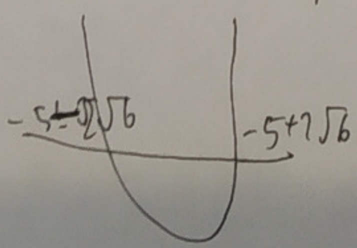
$a_1^2+10a_1+1<0$

$D=b^2-4ac$

$D=100-4=96$

$a_{1,2}=\dfrac{-10\pm\sqrt{96}}{2}=-5\pm\sqrt{24}=-5\pm2\sqrt6$

$\sqrt{a_1}\ \ldots<1{,}3$



$0>-5+2\sqrt6>-1$

$5>2\sqrt6>4$

$25>24>16$

$39-15=24$

6

$d>1$

отв. 4

$-9, 8, \cancel{-7}, -1.$

$a_1 \neq -5$

$-9>-5-2\sqrt6>-10$

$-4>-2\sqrt6>-5$

$4<2\sqrt6<5$

$16<24<25$

$-7>-5-2\sqrt6>-8$

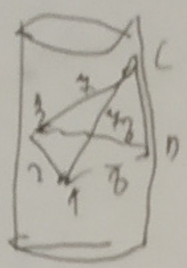
$-2>-2\sqrt6>-3$

$2<2\sqrt6<3$

$4<4.6<9$

21104375 (U233468 M1297425)

черновик



$a^2+b^2 \le$

$13 > -4a-6b$

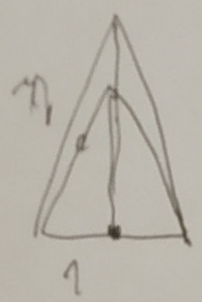
$4a+6b \cancel{>} -13$

$$\frac{2t \cdot 2t-(t^2+1)\cdot 2}{4t^2} = 1-\frac{t^2+1}{2t^2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2t^2}$$

$4a=-13-6b$

$a=-\frac{13}{4}-1{,}5b$

$a^2+b^2 \le -4a-6b$

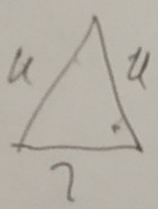


$a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 13$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

$a^2+b^2 \le 13$

$(-\frac{13}{4}-\frac{3}{2}b)^2+b^2 \le 13$



$\frac{9}{4}b^2+b^2+\frac{39}{4}b+\frac{169}{16}=13$

$\frac{13}{4}b^2+\frac{39}{4}b+\frac{169}{16}=13$

$$R=\frac{abc}{4S}=\frac{2a^2}{4\sqrt{(a+1)(a-1)\cdot 1\cdot 1}}$$

$13\cdot 4b^2+39\cdot 4b+169=416$

16
13
48
16
208

$4b^2+12b+13=16$

$D=b^2-4ac$; $D=144-208<0$

$(-\frac{13}{4}+\frac{1}{2b})^2$

$(-\frac{3}{2}b-\frac{13}{4})^2+(b+3)\le 13$

$4b^2+12b$

$t=\sqrt{a^2-1}$

$$\frac{2a^2}{4\sqrt{a^2-1}}$$

$$\frac{2(t^2+1)}{4t}=\frac{t^2+1}{2t}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104375**

ID профиля: **233468**

Вариант 20

Черновик

№4

т.к. нок состоит только из множителей 2 и 5 => то и в самих числах только множ 2 и 5.

Пусть $a = 2^{x_1} 5^{x_2}$; $b = 2^{y_1} 5^{y_2}$; $c = 2^{z_1} \cdot 2^{z_2}$

т.к. $нод(a;b;c) = 10$; $нок(a;b;c) = 2^{17} \cdot 5^{16}$ =>

=> $\min(x_1; y_1; z_1) = \min(x_2; y_2; z_2) = 1$; $\max(x_1;y_1;z_1) = 17$, $\max(x_2;y_2;z_2) = 16$

То есть $x_1; y_1; z_1$ – $1; p; 17$ $(1 \leq p \leq 17)$, а $x_2; y_2; z_2$ – $1; q; 16$ $(1 \leq q \leq 16)$ в произв порядке

Посчитаем кол-во троек сначала для $x_1; y_1; z_1$, а потом для $x_2; y_2; z_2$

— $x_1; y_1; z_1$

1) Если $p = 1$ или 17, то троек по 3: $(1;1;17)$, $(1;17;1)$; $(17;1;1)$ и $(1;17;17)$; $(17;1;17)$; $(17;17;1)$

2) Если $p \neq 1$ или 17, то троек по $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$

Значит всего для „2" будет $3 \cdot 2 + 15 \cdot 6 = 6 + 90 = 96$ троек

— $x_2; y_2; z_2$

1) Если $q = 1$ или 16, то троек по 3

2) Если $q \neq 1$ или 16, то троек по 6

⇓

всего $3 \cdot 2 + 14 \cdot 6 = 15 \cdot 6 = 90$ троек

Значит всего комбинаций (троек чисел) = $= 96 \cdot 90 = 8640$ троек

Ответ: 8640 троек.

черновик

№5

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$; $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$; $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

область определения: 1) $\left.\begin{array}{l} 2x-8\geq 0 \\ \sqrt{2x-8}>0 \\ \sqrt{2x-8}\neq 1 \\ x-4\neq 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\geq 4 \\ x>4 \\ x\neq 4{,}5 \\ x>4 \end{array}\right| \Rightarrow x\in(4;4{,}5)\cup(4{,}5;+\infty)$

2) $\left.\begin{array}{l} (x-4)^2>0 \\ (x-4)^2\neq 1 \\ 5x-26>0 \end{array}\right| \begin{array}{l} x\neq 4 \\ \Rightarrow x\neq 3; x\neq 5 \\ 5x>26 \Rightarrow x>5{,}2 \end{array} \Big| \Rightarrow x\in(5{,}2;+\infty)$

3) $\left.\begin{array}{l} \sqrt{5x-26}>0 \\ 5x-26\geq 0 \\ \sqrt{5x-26}\neq 1 \\ 2x-8>0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5x-26\neq 0;\ x>5{,}2 \\ x\geq 5{,}2 \\ 5x\neq 27;\ x\neq 5{,}4 \\ x>4 \end{array}\right| \Rightarrow x\in(5{,}2;5{,}4)\cup(5{,}4;+\infty)$

Если объединить, то $x\in(5{,}2;5{,}4)\cup(5{,}4;+\infty)$

перемножим все логарифмы

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)\cdot\log_{(x-4)^2}(5x-26)\cdot\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=$

$=\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)\cdot\underbrace{\log_{x-4}(\sqrt{5x-26})}_{\text{по обл. опред}}\cdot\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=$

$=\log_{\sqrt{2x-8}}(2x-8)=2$

По условию два из чисел равны, а 3 на 1 больше

⇓

$a^2(a+1)=2$

$a^3+a^2-2=0$

$(a-1)(a^2+2a+2)=0$

$a-1=0$ $\qquad a^2+2a+2=0$

$a=1$ $\qquad (a+1)^2+1=0$

нет корн.

$\boxed{2}$

Значит две из них равны 1, а третий – 2 | чистовик

1) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=1$

$\sqrt{2x-8}=(x-4)$

Замена: $t=\sqrt{2x-8}$, $t\geq 0$

$t=\frac{t^2}{2}$

$t^2=2t$

$t(t-2)=0$

$t=0$ или $t=2$

обр замена

$\sqrt{2x-8}=0$ 	$\sqrt{2x-8}=2$

$2x-8=0$ 	$2x-8=4$

$2x=8$ 	$2x=12$

$x=4$ 	$x=6$

не входит в обл опр

при $x=6$ 	$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{\sqrt{4}}(2)=1$;

$\log_{(x-4)^2}(5x-26)=\log_4 4=1$; $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=\log_2 4=2$. – подх

2) $\log_{(x-4)^2}(5x-26)=1$

$(x-4)^2=5x-26$

$x^2-8x+16=5x-26$

$x^2-13x+42=0$

$(x-6)(x-7)=0$

$x=6$ 	или $x=7$

получили раньше

При $x=7$ 	$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{\sqrt{6}}3\neq 1$ или 2 => не подх $x=7$

3) $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=1$

$2x-8=\sqrt{5x-26}$

$(2x-8)^2=5x-26$, т.к. работаем на обл опр.

$4x^2-32x+64=5x-26$

$4x^2-37x+90=0$

чистовик

$D = b^2 - 4ac$

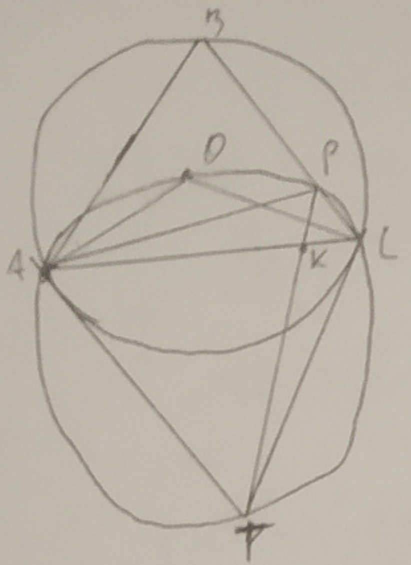
$D = 37^2 - 4 \cdot 4 \cdot 90 = 1361 - 1440 < 0$

решений нет

значит единственное решение $x = 6$

№6

- чистовик



Дано: $\triangle ABC$

окр $(O; R)$ (ω) опис около $\triangle ABC$

окр (AOC) пересек BC в т. P

AT и CT — кас к ω

$TP \cap AC = K$

$S_{AKP} = 10$; $S_{CPK} = 8$

Найти: S_{ABC}

$\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$

Найти: AC

Решение

1) I Пусть $\angle ABC = \alpha \Rightarrow \angle AOC = 2\alpha$ из опис окружности

II $\angle AOC = \angle APC = 2\alpha$ из окр(AOC)

III $\angle BAP = \angle APC - \angle ABC = 2\alpha - \alpha = \alpha = \angle ABC = \angle ABP$

$\Downarrow$

$\triangle ABP$ р/б $\Rightarrow AP = BP$

IV $\angle CAT = \angle ACT = \frac{1}{2} \cup AC = \angle ABC = \alpha \Rightarrow \angle ATC = 180 - 2\alpha$

V $\angle ATC + \angle APC = 180 - 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow T \in$ окр(AOC)

VI $AT = TC$; $T \in$ окр$(AOC) \Rightarrow PT$ — биссек $\angle APC$

VII по св-ву биссек $\frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC} = \frac{BP}{PC}$

VIII $\frac{S_{AKP}}{S_{PKC}} = \frac{AK}{KC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

IX $\frac{S_{APC}}{S_{ABC}} = \frac{PC}{BC} = \frac{1}{\frac{BC}{PC}} = \frac{1}{\frac{BP}{PC}+1} = \frac{1}{\frac{5}{4}+1} = \frac{1}{\frac{9}{4}} = \frac{4}{9}$

$\Downarrow$

$S_{ABC} = \frac{9}{4} S_{APC} = \frac{9}{4}(10+8) = \frac{9}{4} \cdot 18 = \frac{9 \cdot 9}{2} = \frac{81}{2}$

2) I Пусть $AP = 10x \Rightarrow PC = 8x$, т.к. $\frac{AP}{PC} = \frac{10}{8}$ и $\angle ABC < 45^\circ$

II $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{tg} \angle ABC = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \angle ABC} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow \cos \angle ABC = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \angle ABC = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

III $\sin \angle APC = \sin 2\angle ABC = 2 \cdot \cos\angle ABC \cdot \sin \angle ABC = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5} \Rightarrow$

5

чистовик

$\cos\angle APC = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$ (т.к. $\angle AKC < 45^\circ \Rightarrow \angle APC = \angle ABC < 90^\circ$)

IV $S_{APC} = \frac{1}{2} AP \cdot PC \cdot \sin\angle APC$

$18 = \frac{1}{2} \cdot 10x \cdot 8x \cdot \frac{4}{5}$

$18 = \frac{4}{10} \cdot 80x^2$

$18 = 32x^2$

$x^2 = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$

V в $\triangle APC$

$AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2\cos\angle APC \cdot AP \cdot PC$, по теор cos

$AC^2 = 100x^2 + 64x^2 - 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot 10x \cdot 8x = 164x^2 - \frac{3 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 8x^2}{5} =$

$= 164x^2 - 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 8x^2 = (164-96)x^2 = 68x^2 =$

$= \frac{68 \cdot 9}{16} = \frac{17 \cdot 9}{4} = \frac{153}{4}$

Ответ: а) $\frac{81}{2}$; б) $\frac{153}{4}$.

Черновик

$a = 2^{x_1} 5^{x_2}$

$b = 2^{y_1} 5^{y_2}$

$c = 2^{z_1} 5^{z_2}$

$\min(x_1; y_1; z_1) = \min(x_2; y_2; z_2) = 1$

$\max(x_1; y_1; z_1) = \cancel{17}$

$\max(x_2; y_2; z_2) = 16$

~~7~~	a	12
7	b	16

$a^{\log_a b \cdot \log_b c} = b^{\log_b c} = c = a^{\log_a c}$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$; $\log_{x-4}\sqrt{5x+6}$; $\log_{\sqrt{5x+16}}(2x-8) =$

$= \log_{\sqrt{2x-8}}(2x-8) = 2$

$a^2(a+1) = 2$

$a^3 + a^2 - 2 = 0$

$\cancel{(a+1)(a^2-2)}$

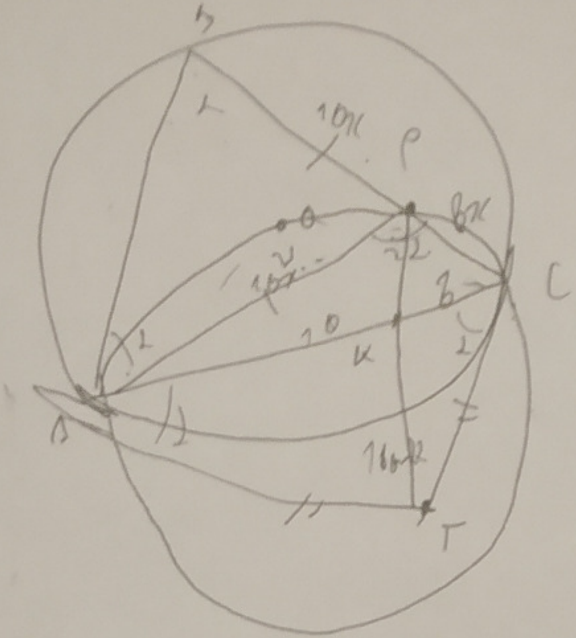
$(a-1)(a^2+2a+2) = 0$

$a = 1 \quad (a+1)^2 + 1 = 0$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

черновик



$\frac{1}{2}\cdot 10x\cdot 8x\cdot\frac{4}{5}=18$

$tg\,\alpha=\frac{1}{2}$

$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ $\quad\frac{4}{\cancel{10}}\cdot\cancel{10x}\cdot 8x=18$

$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad 32x^2=18$

$x^2=\frac{18}{32}=\frac{9}{16}$

$1+\frac{1}{4}=$ $\quad x=\frac{3}{4}$

$\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad\sin\alpha\ \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha=2\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$

$\cos 2\alpha=\frac{3}{5}$

$100x^2+64x^2-2\cos 2\alpha\cdot 80x^2=$

$=164x^2-2\cdot\frac{3}{5}\cdot 80x^2=$

$=164x^2-96x^2=68x^2=68\cdot\frac{9}{16}=\frac{17\cdot 9}{4}.$