Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104227**

ID профиля: **177671**

Вариант 20

Математика 11 Чистовик

Вариант 20

Задача 1.

пусть a - первый член прогрессии, d - её шаг, тогда $S = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) + (a+4d) + (a+5d) = 5a + 10d$

$a_6 = a + 5d$

$a_{11} = a + 10d$

по условию $a_6 a_{11} > S + 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a+5d)(a+10d) > 5a + 10d + 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 + 15ad + 50d^2 > 5a + 10d + 15 \Rightarrow a^2 + 15ad + 56d^2 > 5a + 10d + 15 + 6d^2$

Также $a_8 a_9 < S + 39 \Rightarrow (a+7d)(a+8d) < S + 39 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 + 15ad + 56d^2 < S + 39$

Итак,

$S + 15 + 6d^2 < a^2 + 15ad + 56d^2 < S + 39 \Rightarrow$

$\Rightarrow S + 15 + 6d^2 < S + 39 \Rightarrow 6d^2 < 24 \Rightarrow d^2 < 4$

прогрессия возрастает $\Rightarrow$

$\Rightarrow d > 0$, значит

$0 < d < 2$

последовательность состоит из целых чисел $\Rightarrow$ d - целое $\Rightarrow$

$\Rightarrow d = 1$. Тогда первое неравенство переписывается

как: $a^2 + 15a + 50 > 5a + 25 \Leftrightarrow a^2 + 10a + 25 > 0 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow (a+5)^2 > 0 \Leftrightarrow a \neq -5$

Второе неравенство: $a^2 + 15a + 56 < 5a + 10 + 39 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 + 10a + 7 < 0$

$a^2 + 10a + 7 = 0$ имеет корни $\dfrac{-10 \pm \sqrt{100 - 7 \cdot 4}}{2} =$

$= \dfrac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = -5 \pm 3\sqrt{2}$

Вариант 20

Чистовик

Заметим, что $\cancel{-9} -10 < -5-3\sqrt{2} < -9$, т.к. $9 \overset{<}{\cancel{\geq}} 5+3\sqrt{2} \overset{<}{\cancel{\geq}} 10$

$4 \overset{<}{\cancel{\geq}} 3\sqrt{2} \overset{<}{\cancel{\geq}} 5$

$16 \overset{<}{\cancel{\geq}} 18 \cancel{\geq} < 25$

и $-1 < -5+3\sqrt{2} < 0$

$4 < 3\sqrt{2} < 5$

$16 < 18 < 25$

т.к. $a^2+10a+7=0$ имеет корни $-5 \pm 3\sqrt{2}$, то

$a^2+10a+7<0 \Rightarrow a \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2}) \Rightarrow$

$\Rightarrow a \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$, по т.к. т.к. a – целое (a – член последовательности)

по первому перву $a \neq -5 \Rightarrow a \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -2\}$

Ответ: $\{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

$\boxed{\text{Gp 2}}$

21104227 (U177671 M1295803)

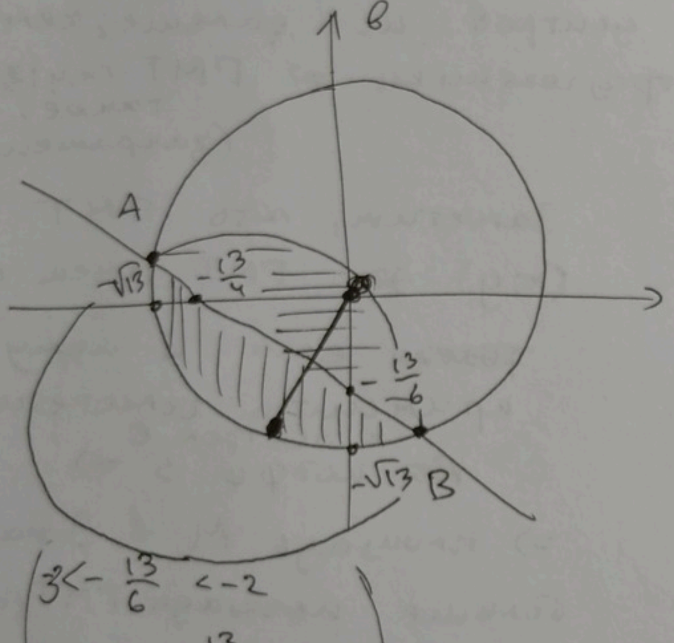
Чистовик
Вариант 20

Задача 3.

Рассмотрим 2 случая: (1) $-4a-6b \geq 13$ и (2) $-4a-6b \leq 13$. В (1) случае пары чисел a и b находится ниже прямой $-4a-6b=13$, во (2) случае — выше.

(1): $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 13 \\ a^2+b^2 \leq 13\end{cases}$ — круг с центром в $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{13}$, т.к. если $-4a-6b \geq 13$, то $\min(-4a-6b, 13) = 13$

т.к. $\sqrt{13} > \frac{13}{6}$ т.к. $6 > \sqrt{13}$ и $\sqrt{13} > \frac{13}{4}$, т.к. $4 > \sqrt{13}$, то прямая пересекает круг и



a и b лежат в вертикально закрашенной области

Во втором случае $a^2+b^2 \leq -4a-6b$ и a и b лежат выше прямой

$a^2+4a+b^2+6b \leq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a+2)^2+(b+3)^2 \leq 13$

круг с центром в $(-2;-3)$ и радиусом $\sqrt{13}$

$\Downarrow$

a и b находятся в горизонтально заштрих. области.

$\left(\begin{array}{l} -3 < -\frac{13}{6} < -2 \\ -4 < -\frac{13}{4} < -3 \end{array}\right)$

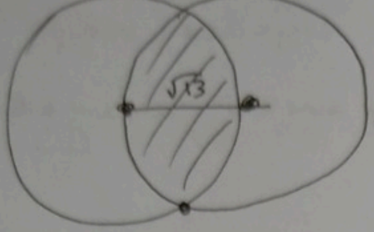
~~Заме~~ оба круга проходят через точки a и b

(случай когда $-4a-6b=13 \Rightarrow$
$\Rightarrow a^2+b^2 \leq 13$ и ~~a^2+b^2~~ $(a+2)^2+(b+3)^2 \leq 13$)

Итак, a и b лежат в закрашенной области = = область пересечения кругов с радиусами $\sqrt{13}$

Чистовик

и расстояние между центрами тоже $\sqrt{13}$ $= \sqrt{2^2+3^2}$

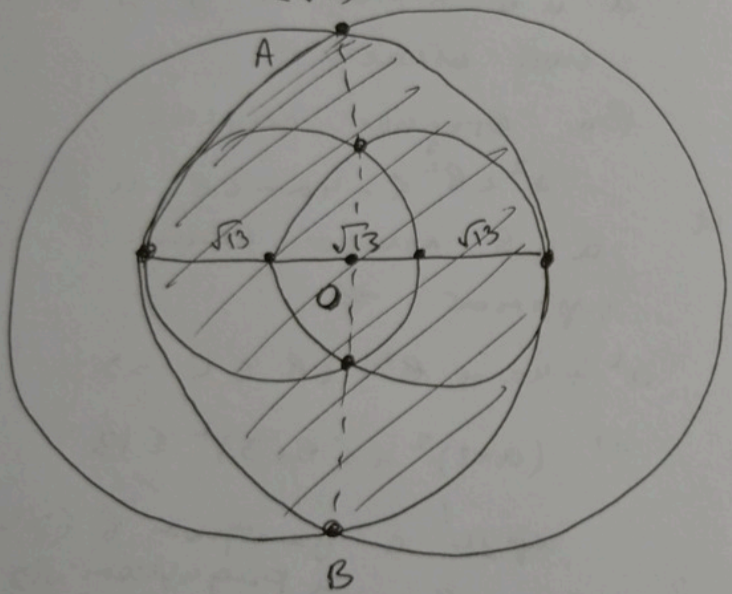


$(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ x и y – любые точки, удаленные от $(a;b)$ не дальше, чем на $\sqrt{13}$.

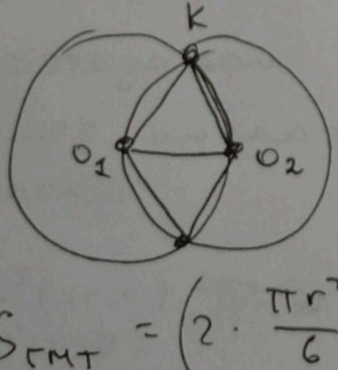
(a,b) удалена от центров окружностей не дальше, чем на $\sqrt{13}$ ⇒
(x,y) удалена от (a,b) не больше, чем на $\sqrt{13}$ ⇒

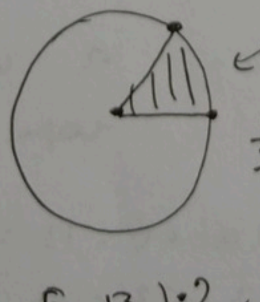
⇒ (x,y) удалена от центров не дальше, чем на $2\sqrt{13}$ по нер-ву треугольника ⇒ ГМТ (x,y) – такое: (закрашено)



Заметим, что ГМТ $(x;y)$ это ГМТ точек (a,b), ~~только~~ если к нему применить гомотетию с центром O с ~~ко~~ коэфф. 3 ⇒

⇒ площадь M в 9 раз больше площади ГМТ(a,b)





← площадь такого сегмента $= \frac{\pi r^2}{6}$

$\frac{1}{2}$ площадь ГМТ = площадь двух таких сегментов – площадь треугольника O_1O_2K, т.к. его посчитали 2 раза (равносторонний, $aK=\sqrt{13}$)

$$S_{ГМТ} = \left(2 \cdot \frac{\pi r^2}{6} - \frac{\sqrt{3}\cdot 13}{4}\right)\cdot 2 = \left(\frac{\pi \cdot 13}{3} - \frac{\sqrt{3}\cdot 13}{4}\right)2$$

$$S_M = 9 \cdot \left(\frac{\pi\cdot 13}{3} - \frac{\sqrt{3}\cdot 13}{4}\right)\cdot 2 \leftarrow \text{ответ.}$$

Задача 2

$AD = DB \Rightarrow \triangle ADB$ - равноб. $\Rightarrow D \in$ сер. перпенд. к AB $\Big|$ $\Rightarrow$

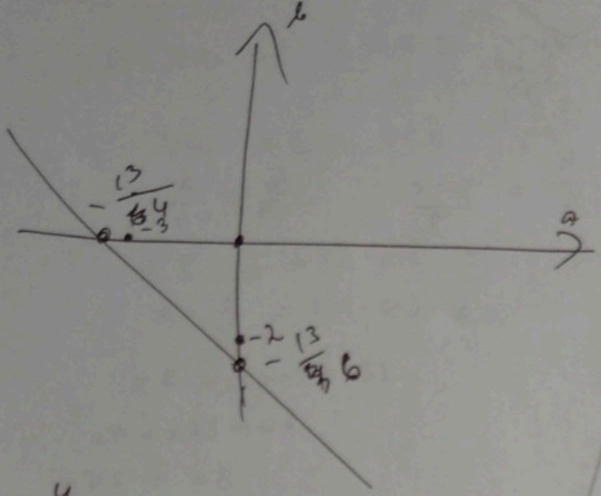
$AC = CB \Rightarrow \triangle ACB$ - равноб $\Rightarrow C \in$ сер. перпенд. к AB $\Big|$

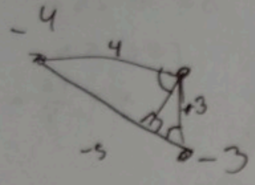
$\Rightarrow CD \perp AB$ по т. о трех перпендикулярах

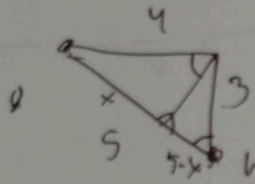
21104227 (U177671 M1295803)

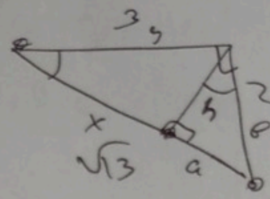
стр 5

Черновик









$$3\frac{h}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{x}{3} = \frac{h}{2}$$

$$h = \frac{2}{3}x = \frac{3}{2}a$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{3}{2}(\sqrt{13} - x)$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{3}{2}\sqrt{13} - \frac{3}{2}x$$

$$4x = 9\sqrt{13} - 9x$$

$$13x = 9\sqrt{13}$$

$$x = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

$$a = 13 - \frac{9}{\sqrt{13}} = \frac{13\sqrt{13} - 9}{\sqrt{13}}$$

$$h^2 = x \cdot a = \frac{9}{\sqrt{13}} \cdot \frac{(13\sqrt{13} - 9)}{\sqrt{13}} \vee \sqrt{13}$$

$$9 \cdot 13\sqrt{13} - 81 \vee 13\sqrt{13}$$

$$8\sqrt{13} \vee 81$$

$$\frac{h}{3} = \frac{x}{4}$$

$$h^2 = \frac{80}{7}\left(5 - \frac{80}{7}\right) \qquad \frac{5-x}{3} = \frac{h}{4}$$

$$\frac{80}{7} \cdot \frac{4}{7} \qquad \frac{4}{3} \cdot (5 - x) = \frac{3}{4} \cdot x$$

$$16 \cdot (5 - x) = 9x$$

$$80 - 16x = 9x$$

$$80 = 7x$$

$$\sqrt{13} < \frac{80}{7} = x$$

$$49 \cdot 13 \vee 80^2 = 100 \cdot 16$$

$$<$$

$$52x^2 + 13 \cdot 4 \cdot 2x + 13^2 - 13 \cdot 36 = 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 13$$

$$-4x - 6y \geq 13$$

$$4x + 6y \leq -13$$

$$x^2 + 4x + y^2 + 6y \leq 0$$

$$(x + 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 13$$

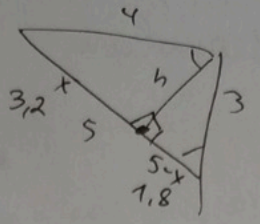
$$x^2 + y^2 = 13$$

$$+4x + 6y = -13$$

$$y = -\frac{13 - 4x}{6}$$

$$x^2 + \left(\frac{13 + 4x}{6}\right)^2 = 13 \qquad = 13 \cdot 3$$

$$36x^2 + 13^2 + 13 \cdot 4 \cdot 2x + 16x^2 +$$



$$\frac{h}{4} = \frac{5-x}{3} \qquad \frac{h}{3} = \frac{x}{4}$$

$$\frac{4}{3}\cdot(5-x) = \frac{3}{4}\cdot x$$

$$16\cdot(5-x) = 9x$$

$$80-16x = 9x$$

$$80 = 25x$$

$$16 = 5x$$

$$x = \frac{16}{5} = \frac{32}{10} = 3{,}2$$

$$h^2 = \frac{32}{10}\cdot\frac{18}{10} = \frac{64\cdot 9}{100}$$

$$h = \frac{8\cdot 3}{10} = 2{,}4$$

$$\frac{24}{10} < \sqrt{13}$$

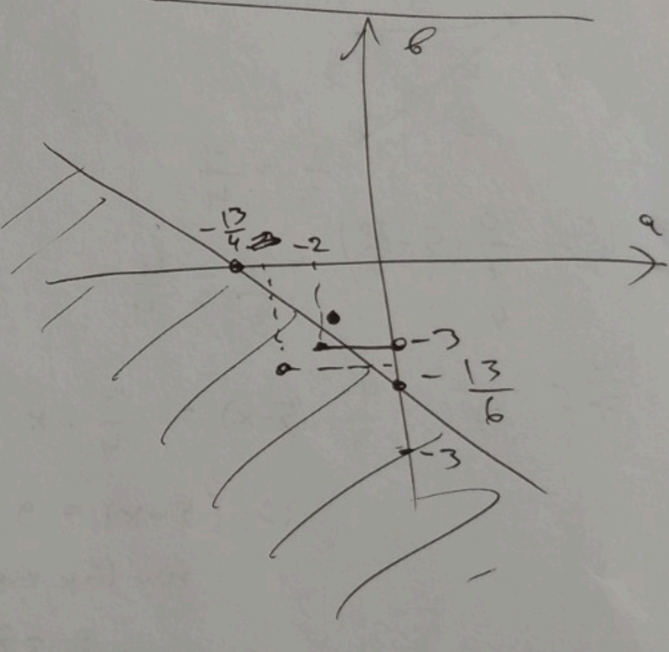
$$2{,}4 < 3 < \sqrt{13}$$

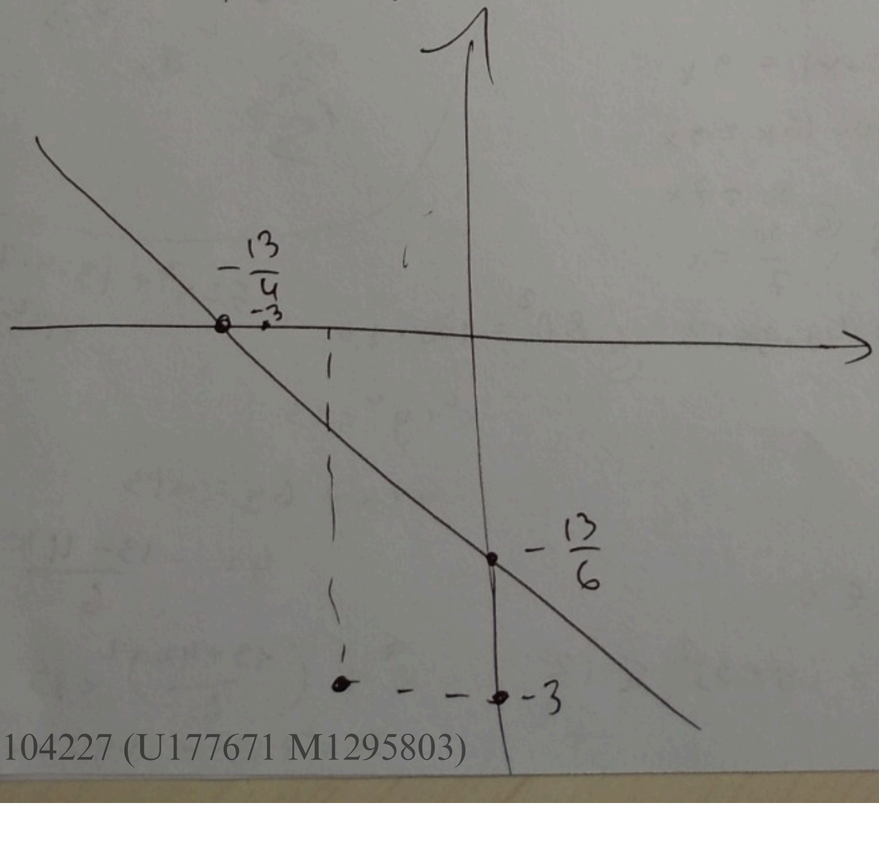
$$a^2 + в^2 < -4a + 6в$$

$$a^2 + 4a + в^2 + 6в < 0$$

$$\underbrace{(a+2)^2 + (в+3)^2}_{13} - 13 < 0$$

$(-2; -3)$ – центр





Черновик

$(x^3-a)^2+(y-b)^2 \le 13$

$a^2+b^2 \le \min(-4a-6b; 13)$

если $-4a-6b > 13$

$4a+6b \ge 13$

$\cancel{4a > 13-6b}$

$6b > -13-4a$

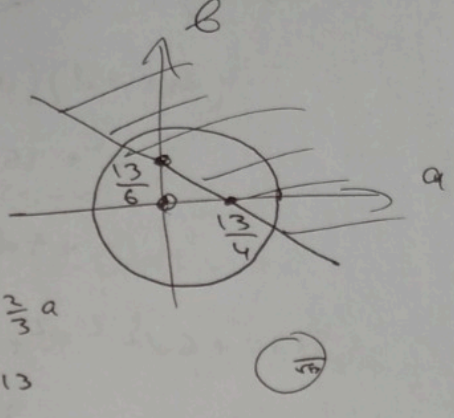
$b > \frac{13-4a}{6} = -\frac{13}{6}-\frac{2}{3}a$

$4a=13$

тогда

$a^2+b^2 \le 13$

$3 < \sqrt{13} < 4$

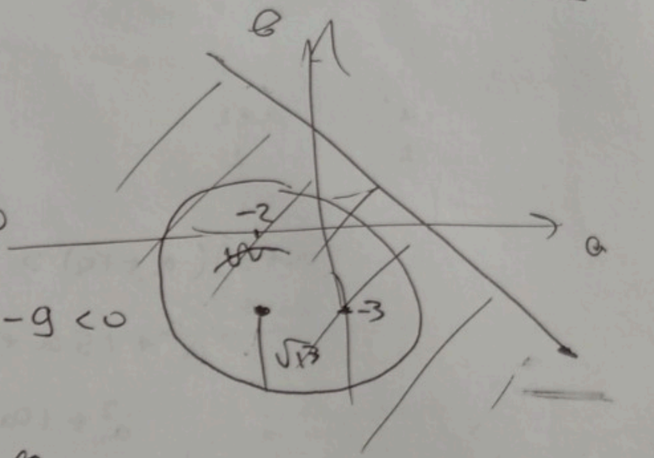


если $-4a-6b < 13$

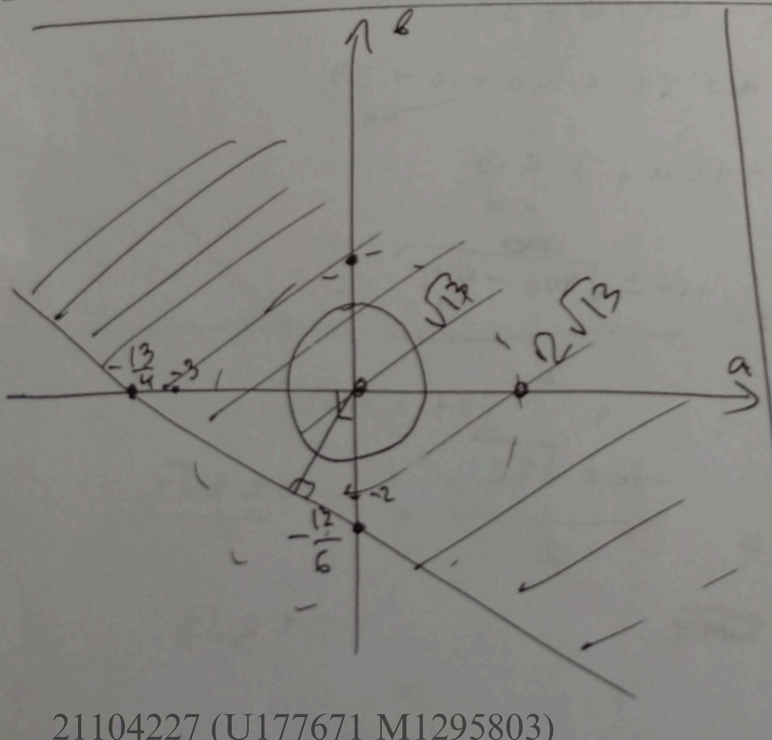
$a^2+b^2 < -4a-6b$

$a^2+b^2+4a+6b<0$

$\underbrace{(a+2)^2+(b+3)^2}_{<13}-4-9<0$

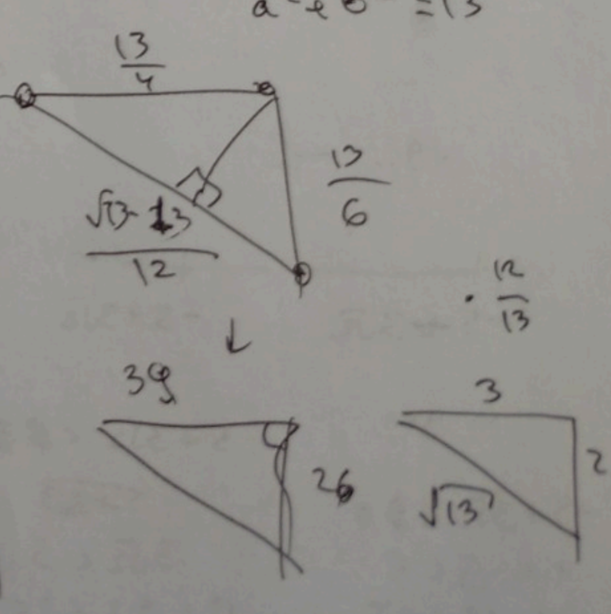


$-4a-6b=13 \quad 4a+6b=-13 \quad a^2+b^2 \le$



1. ~~если $-4a-6b>13$~~

$a^2+b^2 \le 13$



$\cdot \frac{12}{13}$

черновик

a_1 , d

$S = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 5a_1 + 10d$

$(a_1 + 5d)(a + 10d) > 5a_1 + 15 + 10d$

$$\begin{cases} a^2 + 15ad + 50d^2 > 5a_1 + 15 + 10d = S + 15 \\ (a + 7d)(a + 8d) < S + 39 \end{cases}$$

$S + 15 + 6d^2 < a^2 + 15ad + 56d^2 < S + 39$

$a^2 + 15ad + 56d^2 > S + 15 + 6d^2$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$

$d < 2$

$d = 1$

a	$a+1$
1	2

$(a+5)(a+10) > 5a_1 + 10 + 15$

$a^2 + 15a + 50 > 5a + 25$

$a^2 + 10a + 25 > 0$

$(a+5)^2 > 0$ $\qquad a \neq -5$

$(a+7)(a+8) < 5a + 10 + 39$

$a^2 + 15a + 56 < 5a + \underbrace{10 + 39}_{49}$

$a^2 + 10a + 7 < 0$

$= 0$

$-9 .. -1$

$a = \dfrac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 7}}{2}$

$-5 - 3\sqrt{2}$ $\qquad -5 + 3\sqrt{2}$

$8 \cdot 9 = (6\sqrt{2})^2$

$\dfrac{-10 \pm \sqrt{72}}{2} = \dfrac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2}$

$-5 \pm 3\sqrt{2}$

a - цел

$5 + 3\sqrt{2} < 10$

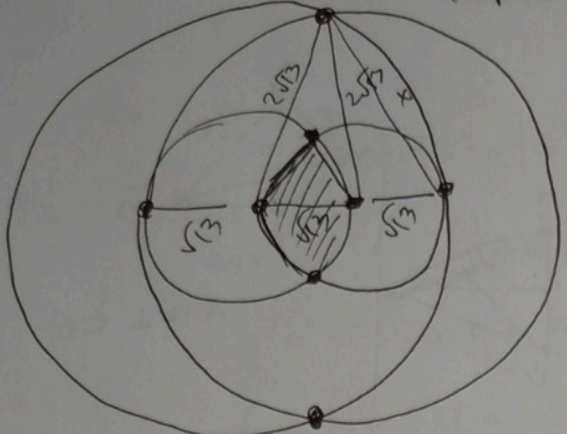
$< -5 + 3\sqrt{2} < 0$

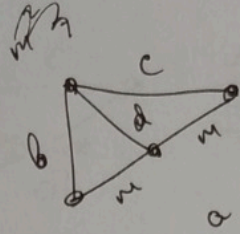
$3\sqrt{2} < 5$

$4 < 3\sqrt{2} < 5$

$16 < 18 < 25$

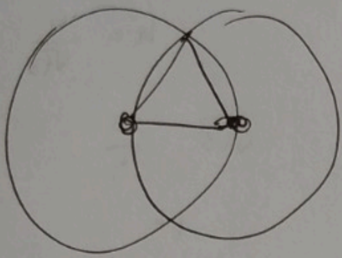
Черновик





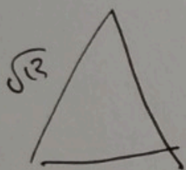
$$man + d^2 \cdot 2m = b^2 m + c^2 m$$

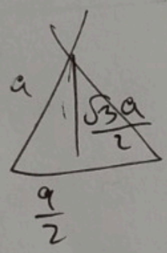
a

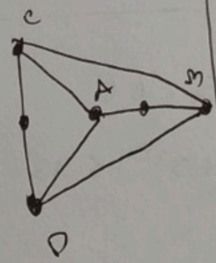


$$\frac{a}{2} \cdot a + 2d^2 = b^2 + c^2$$

$$d^2 = \frac{b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}}{2}$$





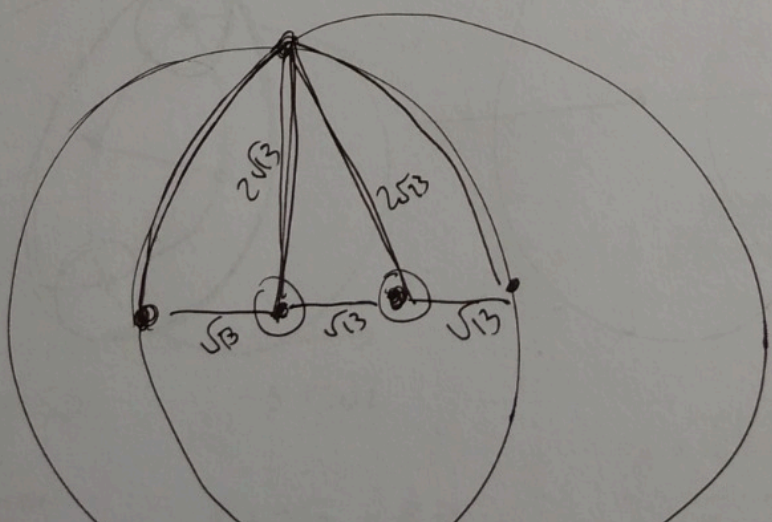


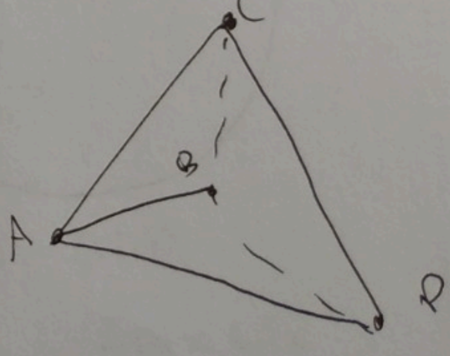
$$\cdot 4 \cdot 13 = \frac{7 \cdot 13 + c^2 - 2 \cdot 13}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}a}{4} \cdot a$$

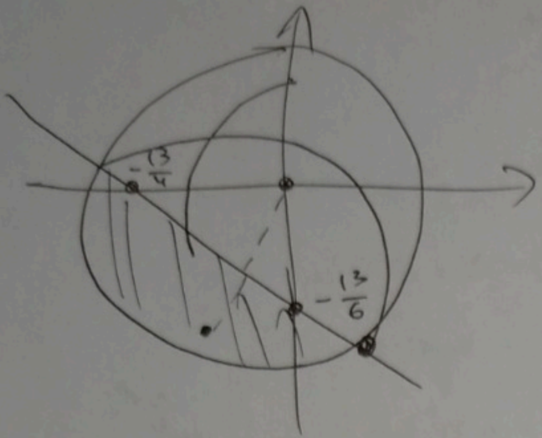
$$8 \cdot 13 = 2 \cdot 13 + c^2$$

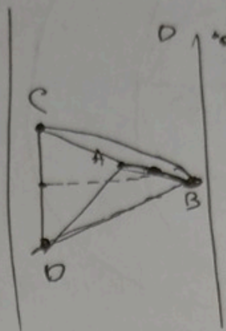
$$6 \cdot 13 = c^2$$

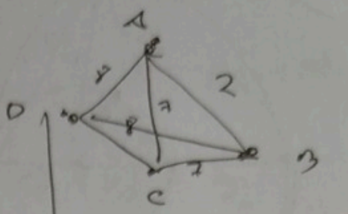




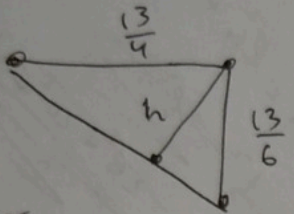
Черновик



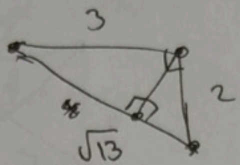




AB ⊥ CD



$\frac{12}{13} \rightarrow$



$S = 3 = \frac{h\cdot\sqrt{13}}{2}$

$h = \frac{6}{\sqrt{13}}$

$2\frac{12}{\cancel{13}\ \sqrt{13}} \cdot h = \frac{6}{\sqrt{\cancel{13}}}$

$\frac{2}{\sqrt{13}} = h < \sqrt{13}$

$\sqrt{13} > \frac{13}{6}$

$1\cancel{3} \vee \frac{13\cdot 13}{36}$

$36 > 13$

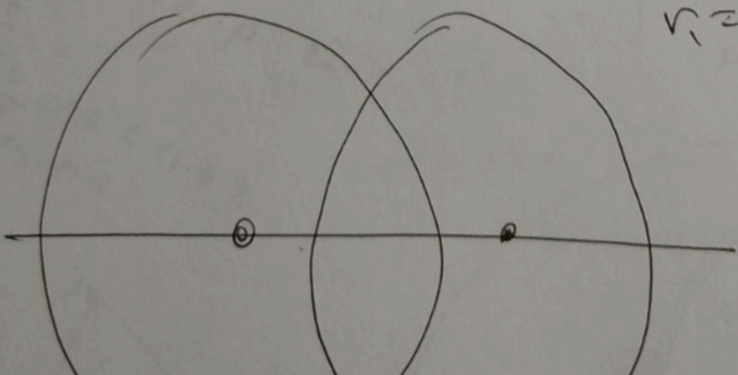
$\sqrt{13} \quad \frac{13}{4}$

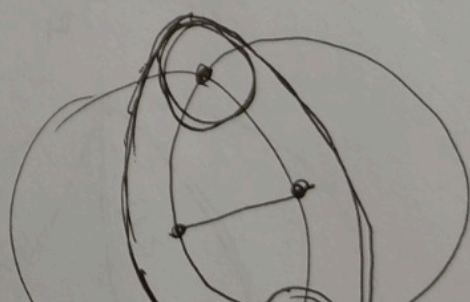
16

$a^2 + b^2 \le -4a - 6b$

$(a+2)^2 + (b+3)^2 \le 13$

$r_1 = r_2 = \sqrt{13}$





Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104227**

ID профиля: **177671**

Вариант 20

Чистовик

Вариант 20

Задача 4.

т.к. НОК (a, b, c) делится только на 2 и 5 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ и a, и b, и c делится только на 2 и на 5 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ пусть $a = 2^x \cdot 5^y$, $b = 2^m \cdot 5^n$, $c = 2^p \cdot 5^q$. т.к. НОД $= 10$, то x, y, m, n, p, q хотя бы 1. НОК делится на 2^{17}, но не делится на 2^{18} $\Rightarrow$ $\max(x, m, p) = 17$, аналогично $\max(y, n, q) = 16$. Если 17 среди x, m, p встречается только 1 раз, то всего таких случаев $3 \cdot 16^2$, т.к. если $x = 17$, то m и p – любые целые от 1 до 16, аналогично если $m = 17$ и если $p = 17$. Если 17 среди $\{x, m, p\}$ встречается дважды, то всего таких случаев $3 \cdot 16$ ($x = m = 17$: $p \in \{1 .. 16\}$, $x = p = 17$ и $m = p = 17$ аналогично)

и если 17 встречается трижды, то такой случай один. Всего: $3 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16 + 1$

Аналогично для 5: чтобы НОК делился на 5^{16}, но не на 5^{17} одно из чисел y, n, q должно равняться 16. Всего способов выбрать такие y, n, q ровно $3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1$.

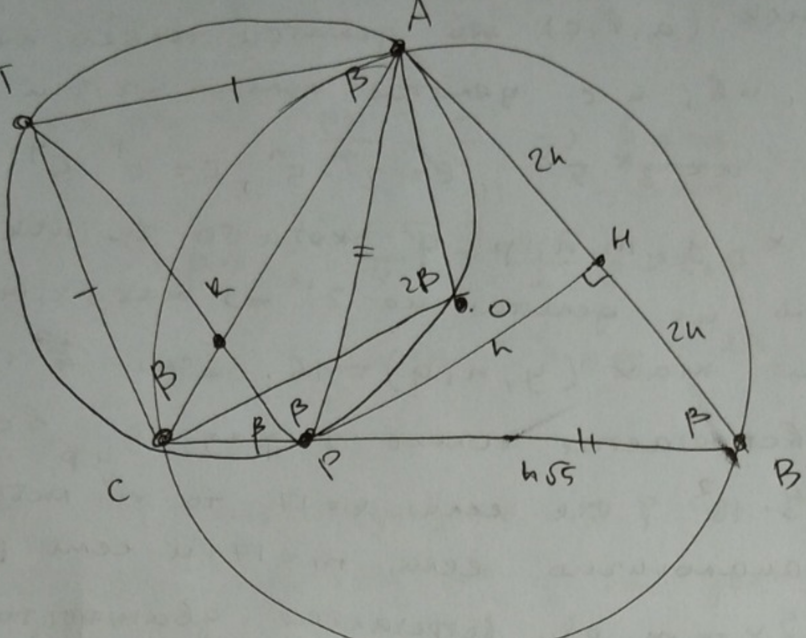
$3 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16 + 1$ способами выбираем x, m, p, $3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1$ способами выбираем y, n, q — всего $(3 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16 + 1) \cdot (3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1)$

Ответ: $(3 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16 + 1) \cdot (3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1)$

Чистовик

Вар. 20

Задача ~~3~~6.



Пусть $\angle ABC = \beta \Rightarrow \angle AOC = 2\beta$ (центральный)

$\angle TAC = \angle TCA = \angle ABC = \beta$, т.к. AT и TC – касательные, а $\angle ABC$ опирается на AC

⇓

в $\triangle TAC$ два угла по $\beta \Rightarrow \angle ATC = 180° - 2\beta$

$\left.\begin{array}{l}\angle ATC = 180° - 2\beta \\ \angle AOC = 2\beta\end{array}\right| \Rightarrow$ AOCT – вписанный $\Rightarrow$ A, O, P, C, T лежат на одной окр.

$\angle ATC = 180° - 2\beta \Rightarrow \angle APC = 2\beta$ (т.к. $\angle ATC + \angle APC = 180°$, т.к. PATC – впис)

⇓

$\angle APB = 180° - 2\beta$ (смежный)

$\left.\begin{array}{l}\angle APB = 180° - 2\beta \\ \angle ABP = \beta\end{array}\right| \Rightarrow \angle PAB = \beta$ (сумма углов в $\triangle APB = 180°$)

⇓

$\triangle APB$ – равнобедр. (AP = PB)

$\angle CPT = \angle TPA$, т.к. TA = TC, т.к. TA и TC – отрезки касательной

$\angle CPT + \angle TPA = 180^\circ - \angle ATC = 180^\circ - (180^\circ - 2\beta) = 2\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CPT = \angle TPA = \beta \Rightarrow PK$ – биссектриса $\Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC}$

$S_{APK} = 180$
$S_{CPK} = 8$ $\Big| \Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{5}{4}$

$AP = PB \Rightarrow \frac{PB}{PC} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{S_{APB}}{S_{APC}} = \frac{5}{4} = \frac{S_{APB}}{10+8} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{APB} = \frac{18 \cdot 5}{4} = \frac{9 \cdot 5}{2} = 22{,}5$

$S_{ABC} = S_{APB} + S_{APC} = 22{,}5 + 18 = 40{,}5$

Ответ: 40,5

б) пусть PH – перпендикуляр из P на AB $\Rightarrow$

$\Rightarrow HB = 2h$, т.к. $tg\,\beta = \frac{1}{2}$ по усл. $\Rightarrow PB = \sqrt{h^2 + 4h^2} =$ по т. пифагора

$= h\sqrt{5}$ $\quad \frac{PB}{PC} = \frac{5}{4} \Rightarrow PC = \frac{4PB}{5} = \frac{4 \cdot h\sqrt{5}}{5} \Rightarrow BC = PB +$

$+ PC = h\sqrt{5} + \frac{4h\sqrt{5}}{5} = \frac{5h\sqrt{5} + 4h\sqrt{5}}{5} = \frac{9h\sqrt{5}}{5}$

$tg\,\beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sin\beta = \cos\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\sin\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}$ $(\sin\beta > 0, \cos\beta > 0$, т.к. $\triangle ABC$ остроуг.)

$\Updownarrow$

$4\sin^2\beta = 1 - \sin^2\beta \Rightarrow 5\sin^2\beta = 1 \Rightarrow \sin\beta = \sqrt{\frac{1}{5}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

по т. косинусов $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow AC^2 = (4h)^2 + \left(\frac{9h\sqrt{5}}{5}\right)^2 - 2 \cdot 4h \cdot \frac{9h\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$S_{ABP} = 22{,}5 \Rightarrow \frac{h \cdot 4h}{2} = 22{,}5 \Rightarrow 4h^2 = 45 \Rightarrow h^2 = \frac{45}{4}$

$AC^2 = 16 \cdot \frac{45}{4} + \frac{81}{5} \cdot \frac{45}{4} - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{45}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}$

Ответ: $\sqrt{4 \cdot 45 + \frac{81 \cdot 9}{4} - 4 \cdot 81}$

Задача 5 Чистовик

Пусть $t = x - \cancel{4}2$, тогда числа равны

$\log_{\sqrt{2t}} t = \frac{1}{2} \log_{2t} t = \log_{2t} t^2$

$\log_{t^2} 5t-6 = 2 \log_t 5t-6$

$\log_{\sqrt{5t-6}} 2t = \frac{1}{2} \log_{5t-6} 2t$

Заметим, что $t^2 > 5t-6 \Leftrightarrow t \notin [2;3]$

$t^2 > 2t$ при $t \notin [0;2]$

$5t-6 > 2t$ при $t > 2$

По ОДЗ $t > 0$, т.к. $2t > 0$, т.к. $2x-8 > 0$

при $t = 2$ первое число $\log_{4} 4 = 1$

$x = 4$

второе $\log_4 4 = 1$

третье $\cancel{\frac{1}{2}\log_4 4 = \frac{1}{2}} \log_2 4 = 2$

при $t = 3$ первое число

В остальных случаях неравенства строгие

$\Rightarrow$ больше ~~...~~ таких t нет

$5t - 6 > t$

$4t > 6$

$2t > 3$

$t > 1{,}5$

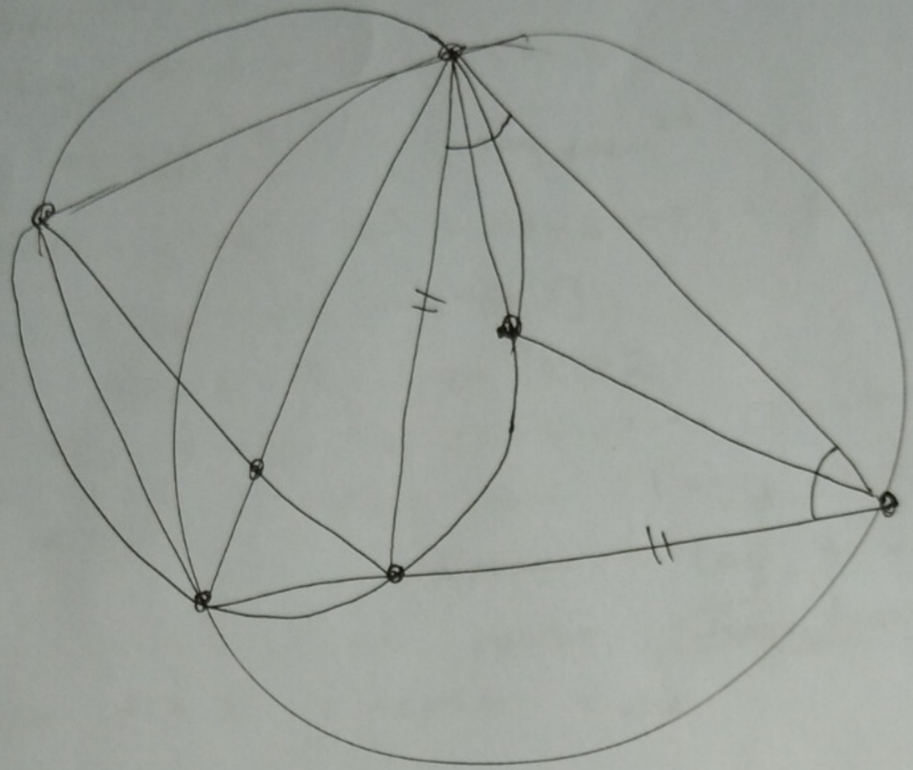
$\sqrt{t} > 5t - 6$

$0 > 25t^2 + 36 - 60t$

$D = 61^2 - 4 \cdot 25 \cdot 36$

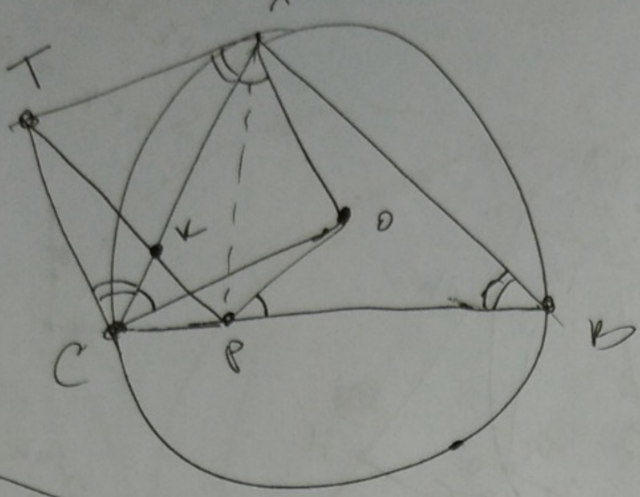
$61^2 \; 4 \cdot 25 \cdot 36$

36



21104227 (U177671 M1295804)

Черновик



$\odot AOPK$

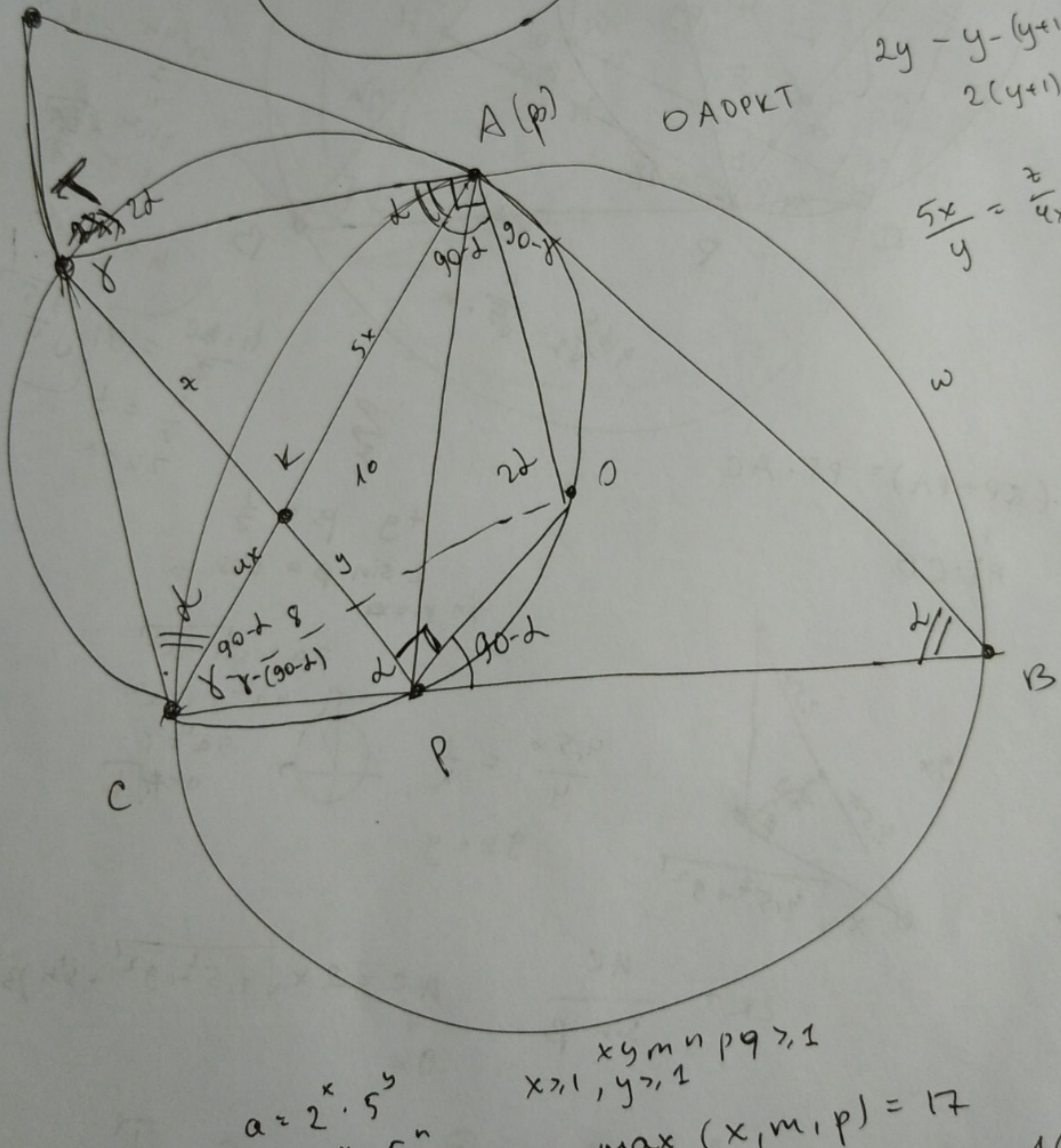
$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 8$

S_{ABC} ?

y
y
$y+1$

$2y - y - (y+1) = -1$
$2(y+1) - y - y = 2$



$\odot AOPKT$

$\frac{5x}{y} = \frac{z}{4x}$

$x y m n p q \geqslant 1$
$x \geqslant 1, y \geqslant 1$

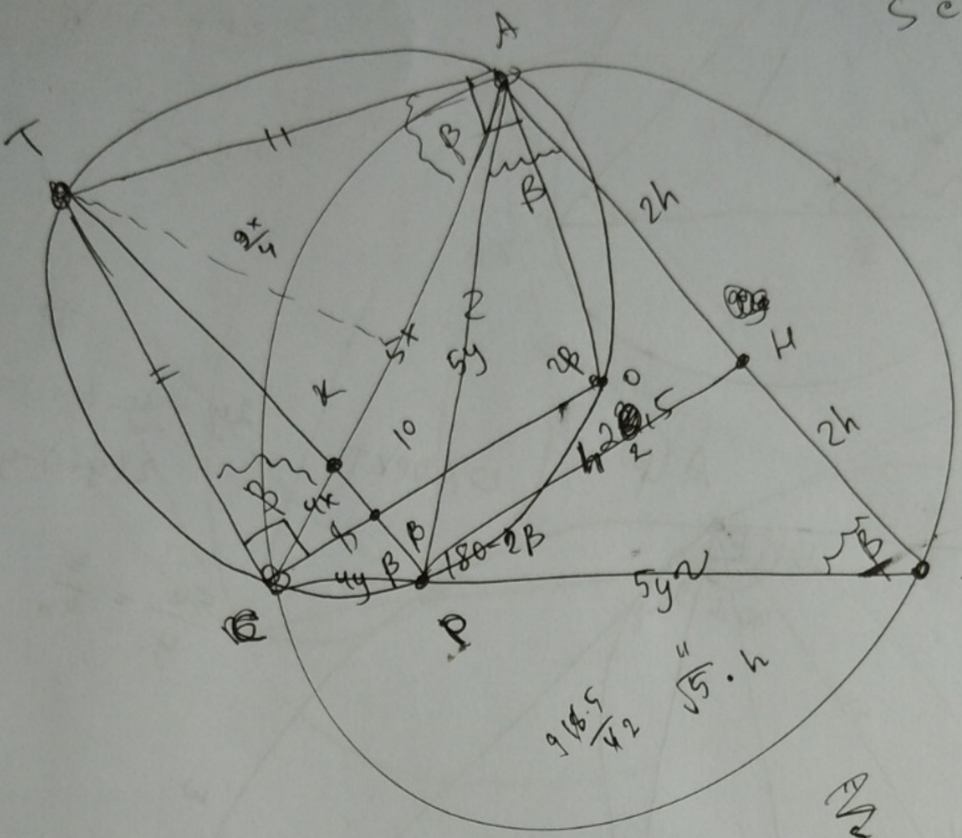
$a = 2^x \cdot 5^y$
$b = 2^m \cdot 5^n$
$c = 2^p \cdot 5^q$

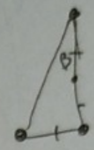
$\max(x, m, p) = 17$
$\max(y, n, q) = 16$

21104227 (U177671 M1295804)

$S_{APK}=10$

$S_{CPK}=8$





$\frac{h\cdot 4h}{2}=20.5$

$2h^2$

$h=\sqrt{\frac{22.5}{2}}=\sqrt{\frac{9\cdot 5}{4}}$

$\frac{h\cdot BC}{2}=81$

$\frac{h}{x}=\frac{1}{2}$

$2h=x$

$AT(CP+PA)=PT\cdot AC$

$AT\cdot CB$

$tg\ \beta=\frac{1}{2}$

$2\sin\beta=\cos\beta$

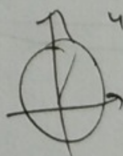
$\sin\beta=a$

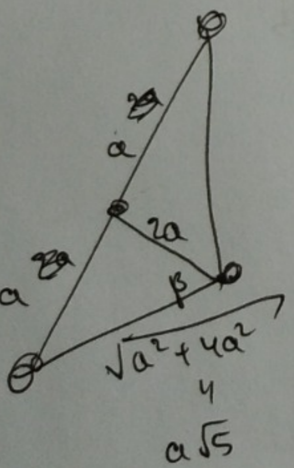
$2a=\sqrt{1-a^2}$

$4a^2=1-a^2$

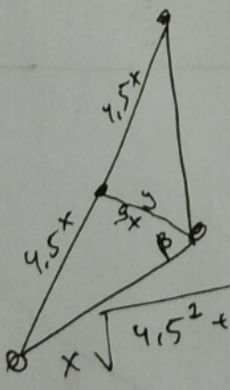
$5a^2=1$

$a=\sqrt{\frac{1}{5}}$





$9x$



$\frac{4,5x}{y}=\frac{1}{2}$

$9x=y$

$2R=\frac{AC}{\sin\beta}$

$AC=2x\sqrt{4,5^2+9^2}\cdot\sin\beta$

$9x$

$\frac{2a}{\sin\beta}=2R$

$a=R\cdot\sin\beta=a\sqrt{5}\cdot\sin\beta=a\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}}=a$