Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104084**

ID профиля: **825758**

Вариант 20

Черновик

1. a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 $\qquad S = S_5$

~~a_1 целое~~

$a_1, d \in Z$ $\qquad S = \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5 = \frac{2a_1+4d}{2} \cdot 5 = 5a_1 + 10d$

$\begin{cases} a_6 \cdot a_{11} > S+15 \\ a_8 \cdot a_9 < S+39 \end{cases}$ $\qquad a_1 - ?$

$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > 5a_1+10d+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < 5a_1+10d+39 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \\ a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39 \end{cases} \Big| \cdot (-1)$

$+\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \\ -a_1^2 - 15a_1d - 56d^2 > -5a_1 - 10d - 39 \end{cases}$

$0+0-6d^2 > 0+0 - 24$

$d^2 < 4$

$-2 < d < 2$

$18 \cdot 18 = 144$, $18^2 = 324$

$16 < 18 < 25$

$4 < \sqrt{18} < 5$

Поскольку a_n - возрастающая $\Rightarrow d > 0$, а поскольку все числа целые, т.е. $d \in Z \Rightarrow \underline{d = 1}$

$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 + 50 > 5a_1 + 25 \\ a_1^2 + 15a_1 + 56 < 5a_1 + 49 \end{cases}$ $\qquad a_1 \in \{X \mid X \in Z,$

$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases}$

$D = 100 - 28 = 72 = 9 \cdot 8 = 9 \cdot 4 \cdot 2 = 2 \cdot 6^2$

$\begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \\ \left(a_1 - \frac{-10-6\sqrt{2}}{2}\right)\left(a_1 - \frac{-10+6\sqrt{2}}{2}\right) < 0 \end{cases}$

$-5-3\sqrt{2} < 0$

$-5+3\sqrt{2} \vee 0$

$3\sqrt{2} \vee 5$

$18 \vee 25$

$<$

$-5-3\sqrt{2} \quad -5+3\sqrt{2} \quad 5 \quad a_1$

$\sqrt{2} \approx 1,4 \Rightarrow 3\sqrt{2} \approx 4,2$

$a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2})$

$a = -9; -8; -7; -9$

$a_1 = -8$ $\qquad a_6 = -3$

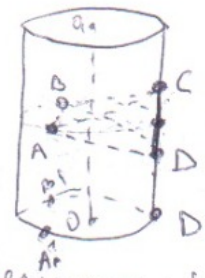
$S = -30$ $\qquad a_{11} = 2$

$\begin{cases} -6 > -15 \\ 0 < 9 \end{cases}$

21104084 (U825758 M1298627)

Черновик

2.



$D'A'^2 +$

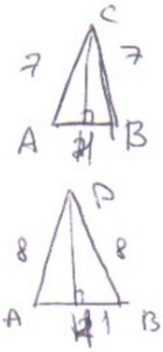
CD лежит на образующей

$AB=2$

$AC=CB=7$

$AD=DB=8$

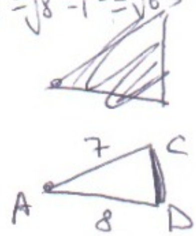
$CD - ?$



$CH=\sqrt{7^2-1^2}=\sqrt{48}=$

$=4\sqrt3$

$DH=\sqrt{8^2-1^2}=\sqrt{63}=3\sqrt7$



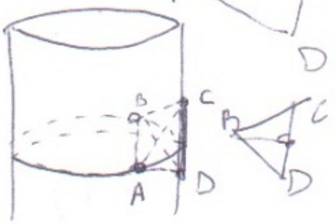
Пр-м

$R<2$

$CD<\underline{7+8}$

$CD<15$

$\underline{CD<3\sqrt7+4\sqrt3}$



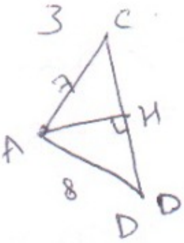
$\frac{26}{\cancel{3}} \cdot 9 = 26\cdot 3 = 78$

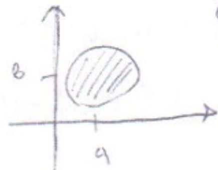
3

$\begin{array}{r}26\\ 9\\ \hline 234\end{array}$

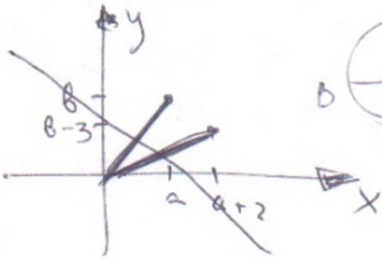
5

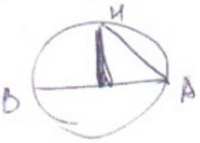
$\begin{array}{r}13\\ 9\\ \hline 117\end{array}$

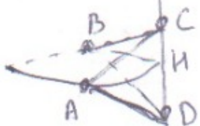




3. $(x;y)$: $\exists (a;b)$: $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13\\ a^2+b^2\le \min(-4a-6b,13)\end{cases}$







$\begin{cases}a^2+b^2\le 13\\ a^2+b^2\le -4a-6b\end{cases}$

$\begin{cases}a^2+b^2\le 13\\ a^2+4a+4+b^2-6b+9\le 13\end{cases}$

$\begin{cases}a^2+b^2\le 13\\ (a+2)^2+(b-3)^2\le 13\end{cases}$

$\begin{cases}a^2+b^2=13\\ (a+2)^2+(b-3)^2=13\end{cases}$

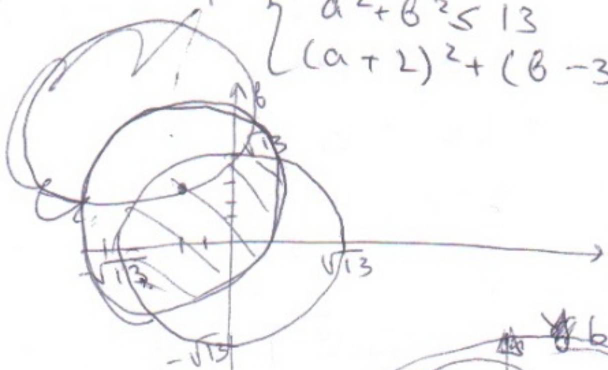
$(a+2)^2-a^2+(b-3)^2-b^2=0$

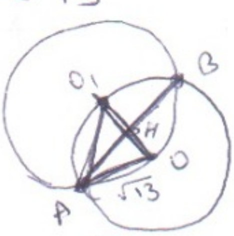
$2(2a+2)-3(2b-3)=0$

$4a+4=6b-9$

$6b=4a+13$

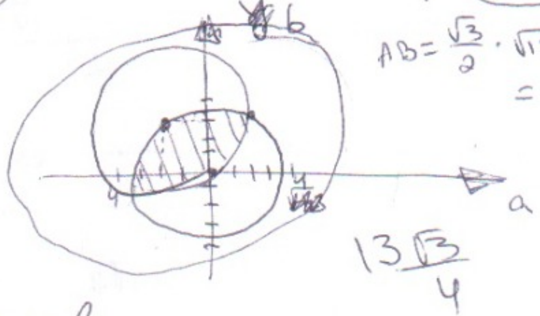
$b=\frac{2}{3}a+\frac{13}{6}$



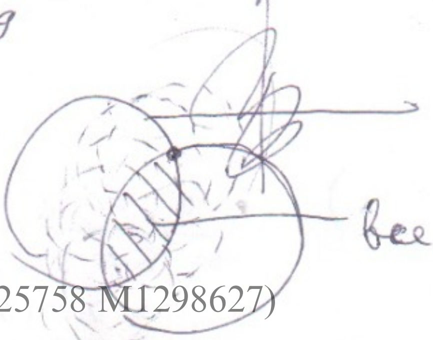


$AB=\frac{\sqrt3}{2}\cdot\sqrt{13}\cdot 2=$

$=\sqrt{39}$



$\frac{13\sqrt3}{4}$



все a и b

$S_N = 2\cdot(S_{\text{сектора } OAB} - S_{\triangle OAB})$

Чистовик Математика, 11 класс, В-20

1. $a_1, a_2, a_3, \dots$ – возрастающая арифметическая прогрессия $\Rightarrow d > 0$ (d – разность ар. прогрессии)

Все члены прогрессии ~~*~~ целые $\Rightarrow a_1, a_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \mathbb{Z}$

$$S = \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5 = \frac{a_1+a_1+4d}{2} \cdot 5 = (a_1+2d)5 = 5a_1+10d$$

$$\begin{cases} a_6 \cdot a_{11} > S+15 \\ a_8 \cdot a_9 < S+39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > 5a_1+10d+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < 5a_1+10d+39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+15a_1d+50d^2 > 5a_1+10d+15 \\ a_1^2+15a_1d+56d^2 < 5a_1+10d+39 \quad | \cdot (-1) \end{cases}$$

$$-\begin{cases} a_1^2+15a_1d+50d^2 > 5a_1+10d+15 \\ -a_1^2-15a_1d-56d^2 > -5a_1-10d-39 \end{cases}$$

$$-6d^2 > -24$$

$$d^2 < 4$$

$$d < 2$$

Поскольку $d > 0$ и $d \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = 1$.

$$\begin{cases} a_1^2+15a_1+50 > 5a_1+25 \\ a_1^2+15a_1+56 < 5a_1+49 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+10a_1+25 > 0 \\ a_1^2+10a_1+7 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \\ a_1^2+10a_1+7 < 0 \end{cases}$$

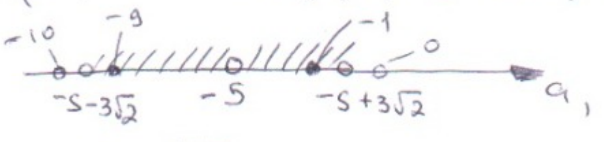
1. $a_1 \neq -5$

2. $a_1^2+10a_1+7 < 0$

$D = 100-28 = 72 = 36 \cdot 2$

$$a_1 = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = -5 \pm 3\sqrt{2}$$

$$(a_1+5+3\sqrt{2})(a_1+5-3\sqrt{2}) < 0$$



$3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

$16 < 18 < 25$

$4 < 3\sqrt{2} < 5$ $\qquad -5 < -3\sqrt{2} < -4$

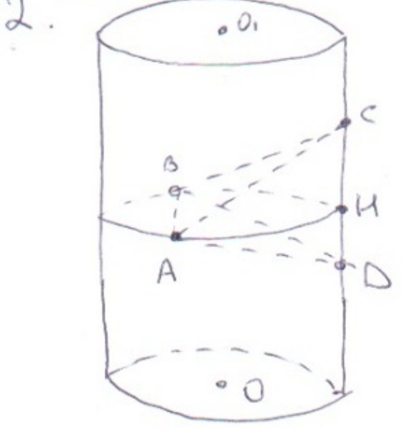
$-1 < -5+3\sqrt{2} < 0$ $\qquad -10 < -5-3\sqrt{2} < -9$

$a_1 \in \{-9, -8, \dots, -2, -1\} \setminus \{-5\}$

Ответ: $a_1 \in \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -9 \leq x \leq -1, x \neq -5\}$.

Чистовик Математика, 11 класс, В-20

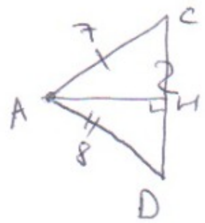
2.

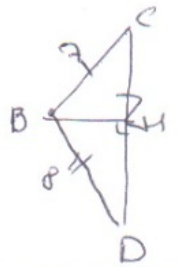


Дано: тетраэдр $ABCD$ вписан в цилиндр, $CD \parallel OO_1$, где OO_1 — ось цилиндра; $AB=2$; $AC=CB=7$; $AD=DB=8$; R цилиндра — наименьшее

Найти: CD — ?

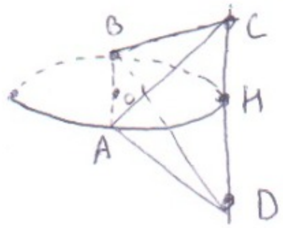
Решение:

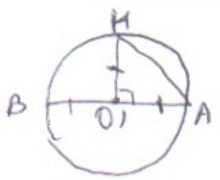




$\Delta ACD = \Delta BCD$ по трём сторонам $\Rightarrow$ перпендикуляры из точек A и B на CD приходят в одну точку H $\Rightarrow$ A и B лежат в плоскости сечения, параллельного основанию $\Rightarrow$ Наименьший R цилиндра будет достигаться тогда, когда AB — диаметр, $R_ц = 1$.

1)





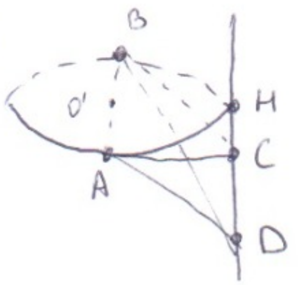
$AH = \sqrt{2} \Rightarrow DH = \sqrt{8^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{64-2} = \sqrt{62}$

$CH = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$

$CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$

~~(Ответ: $CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$)~~

2)



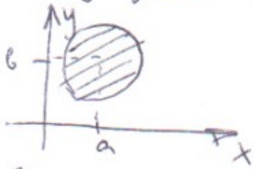
$CD = DH - CH = \sqrt{62} - \sqrt{47}$

Ответ: $\sqrt{62} + \sqrt{47}$; $\sqrt{62} - \sqrt{47}$

Чистовик Математика, 11 класс, В-20

3. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 13 \\ a^2+b^2 \leq \min(-4a, -6b, 13) \end{cases}$

Первое неравенство задаёт круг с центром в точке $(a; b)$ и радиусом $\sqrt{13}$.



Узнаем, в каких пределах изменяются a и b

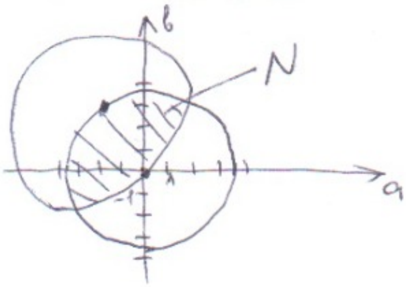
$a^2+b^2 \leq \min(-4a-6b, 13)$

Поскольку a^2+b^2 меньше самого маленького числа из $-4a-6b$ и 13, то оно должно быть меньше обоих этих чисел

$\begin{cases} a^2+b^2 \leq -4a-6b \\ a^2+b^2 \leq 13 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2+4a+4+b^2+6b+9 \leq 4+9 \\ a^2+b^2 \leq 13 \end{cases}$

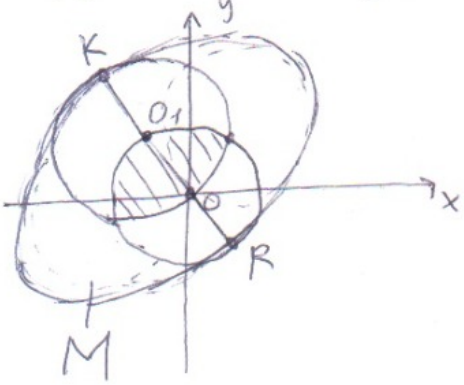
$\begin{cases} (a+2)^2+(a+3)^2 \leq 13 \\ a^2+b^2 \leq 13 \end{cases}$



Центр первой окр-и лежит на второй окр-и; центр второй окр-и лежит на первой

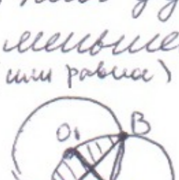
Назовём получившуюся фигуру N

Получившееся множество точек N это всевозможные центры окружностей вида $(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 13$



Тогда искомая фигура M состоит из точек, которые либо лежат в N, либо удалены от нее на расстояние, меньшее $\sqrt{13}$.
(или равное)

Найдём площадь N.



$S_N = 2S'$, где S' - площадь закрашенной части

$S' = S_{\text{сектора } AOB} - S_{\triangle AOB} = \pi \cdot 13 \cdot \frac{2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot \sin 120^\circ =$

$= \frac{13\pi}{3} - \frac{13\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_N = \frac{26\pi}{3} - \frac{13\sqrt{3}}{2}$

$\frac{S_M}{S_N} = \left(\frac{KR}{OO_1}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{13}}{\sqrt{13}}\right)^2 = 9 \Rightarrow S_M = 9S_N = 78\pi - \frac{117\sqrt{3}}{2}$

2Г104084 (U825758 M1298627)

Ответ: $78\pi - \frac{117\sqrt{3}}{2}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104084**

ID профиля: **825758**

Вариант 20

Черновик.

4. $\begin{cases} НОД(a;b;c)=10 \\ НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$

Поскольку НОК $\vdots\ 2^{17}\cdot5^{16}$, то каждое из чисел a, b, c кратно 2 и 5, а поскольку НОД = 10 => одно из чисел равно 10.

Например, a = 10. Тогда ~~НОД (10; b; c~~

$b = 2^{\alpha_1}\cdot5^{\gamma_1}$ $\quad$ НОД $(10;\ 2^{\alpha_1}\cdot5^{\gamma_1};\ 2^{\alpha_2}\cdot5^{\gamma_2})=10$

$c = 2^{\alpha_2}\cdot5^{\gamma_2}$

НОК $(2^1\cdot5^1;\ 2^{\alpha_1}\cdot5^{\gamma_1};\ 2^{\alpha_2}\cdot5^{\gamma_2}) = 2^{\max\alpha}\cdot5^{\max\gamma}$

Одно из чисел b и c (или оба) имеют 2^{17}

~~Возможные исходы~~: ~~10; 2^x·5~~

Одно из чисел = 10

Одно из чисел имеет 5^{16}, второе 5^n, $n\le16$

Одно из чисел имеет 2^{17}, второе 2^k, $k\le17$

1. Предположим, одно из чисел $=5^{16};2^{17}$. Тогда второе $- 5^n\cdot2^k$, $n\in[1;16]$, $k\in[1;17]$, т.е. $16\cdot17$ вариантов

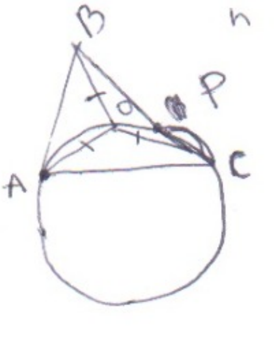
2. Предположим, одно из чисел $=5^{16}\cdot2^k$, $k\le16$ (не 17)
Второе $=5^n\cdot2^{17}$, $n\le15$
$16\cdot15$ вариантов

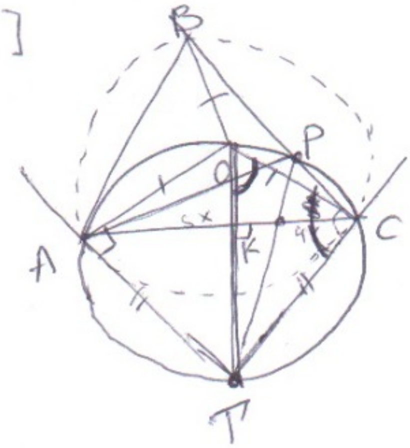
$\underline{16\cdot32} = \cancel{1024}$ 512 $\quad$ Поскольку упорядоченно, то ~~1024~~ 512 · 3!

1) $5^{16}\cdot2^{17}$ $\quad$ $5^k\cdot2^n$ $\quad$ $k\in[1;15]$
$15\cdot16$ $\quad$ $n\in[1;16]$

$$\begin{array}{r} 512 \\ \times\ 6 \\ \hline 3072 \end{array}$$

2) $5^{16}\cdot2^n$ $\quad$ $n\in[1;16]$
$2^{17}\cdot5^k$





$\begin{cases} S_{APK}=10 \\ S_{CPK}=8 \end{cases}$

21104084 (U825758 M1298628)

Черновик

5. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$ $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

ОДЗ: $x>4$

$x>\frac{26}{5}$

$2x-8\neq 1$ $x\neq 4,5$

$x-4\neq \pm 1$ $x\neq 5,$ $\cancel{x\neq 3}$

$5x-26\neq 1$ $x\neq \frac{27}{5}$

$\underline{x>\frac{26}{5},\ x\neq \frac{27}{5}}$

1) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$$\frac{\ln(x-4)}{\ln(\sqrt{2x-8})}=\frac{\ln(5x-26)}{\ln((x-4)^2)}$$

$$\frac{\ln(x-4)}{\frac{1}{2}\ln(2(x-4))}=\frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)}$$

$$\frac{2\ln(x-4)}{\ln 2+\ln(x-4)}=\frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)}$$ $\cancel{5x-26=5(x-4)-6}$

$$\ln(5x-26)=\frac{4\ln^2(x-4)}{\ln 2+\ln(x-4)}$$

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\frac{1}{\log_{x-4}\sqrt{2x-8}}=\frac{2}{\log_{x-4}(2x-8)}=\boxed{\cancel{\frac{2}{\ln 2+1}}}$$

$$\log_{(x-4)^2}(5x-26)=\frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)=b$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=2\log_{5x-26}(2x-8)=2\log_{5x-26}(x-4)+2\log_{5x-26}2=$$

$$=2\log_{5x-26}2+\frac{2}{\log_{x-4}(5x-26)}=2\log_{5x-26}2+4b$$

1) $\cancel{\frac{2}{\ln 2+1}=\frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)}$

$\cancel{\frac{4}{\ln 2+1}=\log_{x-4}(5x-26)}$

21104084 (U825758 M1298628)

Черновик

5. $x-4=t$ $\quad$ $\cancel{t>0, t\neq\frac{1}{2}, t\neq1}$, $t>1{,}2$, $t\neq1{,}4$

$\log_{\sqrt{2t}} t$, $\log_{t^2}(5t-6)$, $\log_{\sqrt{5t-6}}(2t)$

1) $\log_{\sqrt{2t}} t = \log_{t^2}(5t-6)$

$\log_{2t} t^2 = \log_{t^2}(5t-6)$

$\frac{2\ln t}{\ln t+\ln 2} = \frac{\ln(5t-6)}{2\ln t}$

$4\ln^2 t = \ln(5t-6)\cdot\ln t + \ln 2\ln(5t-6)$

$\log_{\sqrt{2t}} t = \log_{t^2}(5t-6)$

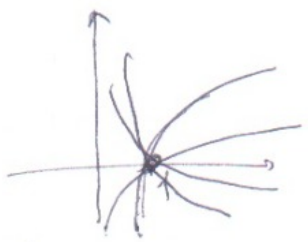
1) $\sqrt{2t} = t^2$

$t = 5t-6$

$5x-26=2(x-$

1. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

1) $\begin{cases} x-4=1 \\ 5x-26=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=5 \\ x=\frac{27}{5} \end{cases}$ нет решений



~~2) $\begin{cases} \sqrt{2x-8}=(x-4)^2 \\ x-4=5x-26 \end{cases}$~~

$\log_5 2 = \log_{25} 4$

1) $2\log_{2x-8}(x-4) = \frac{2}{\log_{x-4}(2x-8)} = \boxed{\frac{2}{\log_{x-4}2+1}}$ 1 число

2) $\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26) = \frac{1}{2}\log_{x-4}\left(4\cdot\frac{5x-26}{4}\right) =$

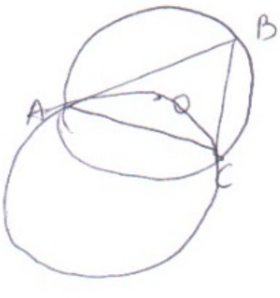
$= \frac{1}{2}\log_{x-4}4 + \frac{1}{2}\log_{x-4}\left(\frac{5x-26}{4}\right) = \underbrace{\log_{x-4}2 + \frac{1}{2}\log_{x-4}\left(\frac{5x-26}{4}\right)}_{\text{второе число}}$

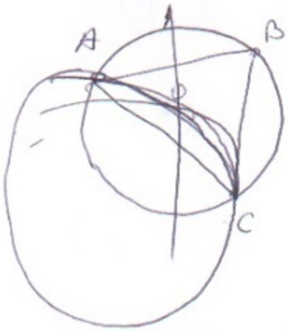
3) $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 2\log_{5x-26}(2x-8) = 2\log_{5x-26}2 + \log_{5x-26}(x-4)$

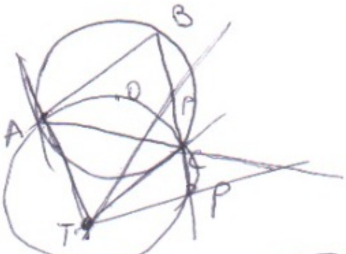
21104084 (U825758 M1298628)

Черновик.

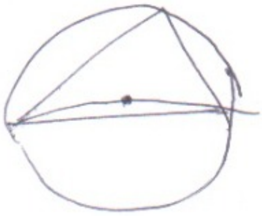
3

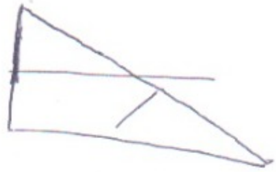






$\begin{cases} a = b \\ c = a+1 \end{cases}$





1. 1) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\cancel{2}\log_{2x-8}(x-4)^2 = \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\frac{1}{\log_{(x-4)^2}(2x-8)} = \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\log_{(x-4)^2}(2x-8)\cdot\log_{(x-4)^2}(5x-26) = 1$

~~$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)\,(1+\log_{(x-4)^2}(2x-8))=$~~

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) =$

$= \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$+1$

$x-4=t$

$\log_{\sqrt{2t}} t =$

$= \log_{t^2}(t-6)$

2) $\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{5x-26}\cancel{(2x-8)^2}$ $(4(x-4)^2)$

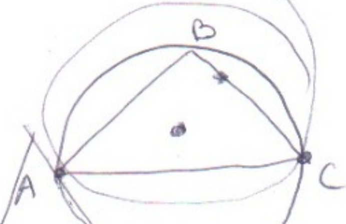
$\log_a b = \log_b 4a$

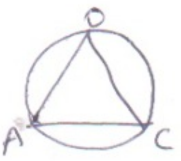
$\log_a b = \log_b a + \log_b 4 \quad | \cdot \log_a b$

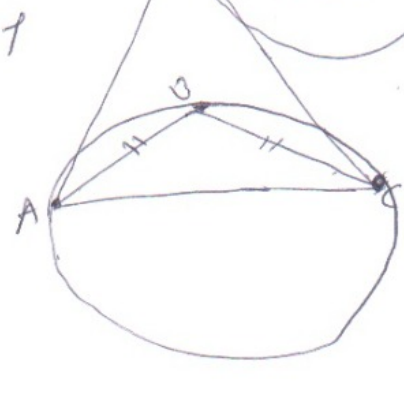
$\log_a^2 b = 1 + \log_a b \log_b 4$

$\log_a^2 b = \log_a 4a$

$\log^2_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{(x-4)^2} 4 + 1$







21104084 (U825758 M1298628)

Черновик

6. $\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{CK}{KA} = \frac{8}{10} \Rightarrow \frac{CK}{KA} = \frac{4}{5}$

$S_{ACP} = \frac{1}{2} \cdot 9x \cdot \overset{CP}{} \sin\angle ACB = 18$

$S_{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 9x \cdot CB \cdot \sin\angle ACB$

$\frac{S_{ACP}}{S_{ABC}} = \frac{CP}{CB}$

$\angle ACT = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \angle AOC$

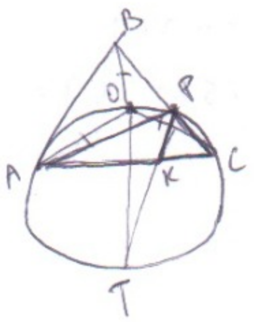
$\Delta TOC \sim \Delta TCK$ $\frac{CT}{TO} = \frac{KC}{CO}$

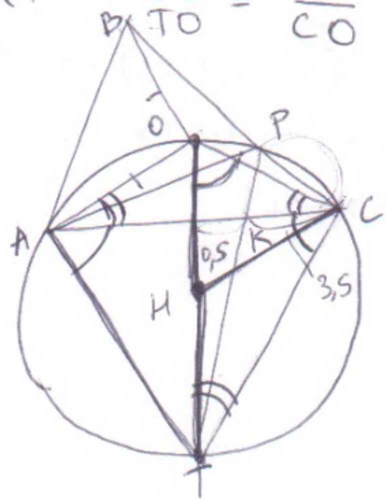
$\angle = $

$\angle APC = 2\angle$

$TH = HC = R$

$\frac{TC}{AC}$





Черновик

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26)$ $\Big|\cdot \log_{x-4}\sqrt{2x-8}$

1) $x-4=1$ $\quad 1=\log_{(x-4)^2}(5x-26)\log_{x-4}\sqrt{2x-8}$

$5x-26=1$

~~2) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)^2=$~~ $\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$\log_{x-4}(5x-26)\log_{x-4}\sqrt{2x-8}=2$

$x=6$ $\quad \log_2 4\cdot\log_2 2=2$

$$\frac{\ln(5x-26)\ln(2x-8)}{\ln^2(x-4)}=1$$

$\ln^2(x-4)=(\ln(x-4)+2)\ln(5x-26)$

$\ln^2(x-4)-\ln(5x-26)\ln(x-4)-2\ln(5x-26)=0$

$\ln(x-4)-\ln(5x-26)$

21104084 (U825758 M1298628)

5. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

ОДЗ: $x>4$

$2x-8\neq 1$

$5x-26>0$

$5x-26\neq 1$

$\Downarrow$

$\begin{cases} x>5{,}2 \\ x\neq 5{,}4 \end{cases}$

1. Предположим, $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$$\cancel{\left(\frac{\ln(x-4)}{\ln\sqrt{2x-8}}=\frac{\ln(5x-26)}{\ln(x-4)^2}\right.}$$

$$\cancel{\left.\frac{2\ln(x-4)}{\ln 2+\ln(x-4)}=\ln(5x-26)\right)}$$

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26) \qquad \Big|\cdot\log_{x-4}\sqrt{2x-8}$$

$$1=\log_{(x-4)^2}(5x-26)\cdot\log_{x-4}\sqrt{2x-8}$$

$$\frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)\cdot\frac{1}{2}\log_{x-4}(2x-8)=1$$

$$\log_{x-4}(5x-26)\log_{x-4}(2x-8)=4$$

$$\frac{\ln(5x-26)\ln(2x-8)}{\ln^2(x-4)}=4$$

$$4\ln^2(x-4)=(\ln 2+\ln(x-4))\ln(5x-26)$$

Чистовик

4. $\begin{cases} НОД(a;b;c)=10 \\ НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot5^{16} \end{cases}$

Поскольку $НОК=2^{17}\cdot5^{16}$, каждое из чисел a, b, c ~~и~~ можно представить в виде $2^n\cdot5^k$, где $n,k\in Z$, $n,k\geq0$

Поскольку $НОД=10$, то одно из чисел равно 10, а оставшиеся два числа >10.

Пусть $a=10$. Тогда $НОК(10;b;c)=2^{17}\cdot5^{16}$

$НОК(b;c)=2^{17}\cdot5^{16}$

Одно из чисел b и c имеет ~~в~~ степень 5, равную 16 (или оба числа);

одно из чисел b и c имеет степень 2, равную 17 (или оба числа);

1. Предположим, одно из чисел равно $2^{17}\cdot5^{16}$

   Второе число равно $2^n\cdot5^k$; $n\in[1;17]$; $k\in[1;16]$

   $16\cdot17$ вариантов

2. Предположим, одно из чисел равно $2^{17}\cdot5^k$, $k\in[1;15]$

   второе число равно $2^n\cdot5^{16}$, $n\in[1;16]$

   $16\cdot15$ вариантов

Всего $16\cdot(15+17)=16\cdot32=512$ вариантов

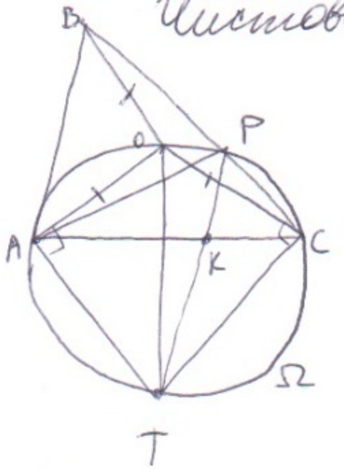
Поскольку спрашивается кол-во упорядоченных троек, ответ $512\cdot3!=3072$

Ответ: 3072

21104084 (U825758 M1298628)

Чистовик

6.



Дано: $\triangle ABC$ – остроугольный; ω с центром O описана около $\triangle ABC$; TA и TC – касательные к ω; окр Ω, проходящая через $A, O, C \cap BC = P$; $TP \cap AC = K$; $S_{APK} = 10$; $S_{CPK} = 8$

а) Найти: S_{ABC} – ?

б) Дано: $\angle ABC = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ $\quad AC$ – ?

а) Решение: в четырёхугольнике AOCT суммы противоположных углов равны $180° \Rightarrow T \in \Omega$

$$\frac{S_{PKC}}{S_{APK}} = \frac{KC}{AK} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{S_{APC}}{S_{ABC}} = \frac{PC}{BC} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{BC}{PC} \cdot 18$$