Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103936**

ID профиля: **872757**

Вариант 20

Чистовик

№1 $d>0$

$$\div \begin{cases} a_6 \cdot a_{11} > S+15 \\ a_8 \cdot a_9 < S+39 \end{cases} \qquad S = \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5$$

$a_i \in \mathbb{Z}$, $\cancel{i \neq 1}$ $i \in \mathbb{N}$. $\quad a_1 - ?$

Преобразуем формулу суммы 5 членов (первых)

$$S = \frac{a_1+a_5}{2} \cdot 5 = \frac{a_1+a_1+4d}{2} \cdot 5 = (a_1+2d) \cdot 5 =$$

$$= a_3 \cdot 5$$

$$a_6 = a_3 + 3d \,;\; a_{11} = a_3 + 8d$$

$$a_8 = a_3 + 5d \,;\; a_9 = a_3 + 6d$$

$$\begin{cases} (a_3+3d)(a_3+8d) > a_3 \cdot 5 + 15 \\ (a_3+5d)(a_3+6d) < a_3 \cdot 5 + 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3^2 + 11a_3 d + 24d^2 > 5a_3 + 15 \\ a_3^2 + 11a_3 d + 30d^2 < a_3 \cdot 5 + 39 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} a_3^2 + 11a_3 d + 24d^2 > 5a_3 + 15 \\ 5a_3 + 39 > a_3^2 + 11a_3 d + 30d^2 \end{cases}$$

$$a_3^2 + 11a_3 d + 24d^2 + 5a_3 + 39 > 5a_3 + 15 + a_3^2 + 11a_3 d + 30d^2$$

$$24d^2 + 39 > 30d^2 + 15$$

$$6d^2 < 24$$

$$d^2 < 4 \qquad |d| < 2$$

Т.к. прогрессия состоит из целых чисел, то $d \in \mathbb{Z}$, значит $d = -1$, d может быть: $d = 0$, $d = 1$. По условию прогрессия возрастающая, значит $d > 0 \Rightarrow \underline{d = 1}$.

№1 (продолжение). Чистовик

$$S=\frac{2a_1+4d}{2}\cdot 5=5a_1+10d\ ;\ d=1\ ;\ S=5a_1+10.$$

$$\begin{cases} a_6\cdot a_{11}>S+15 & (1)\\ a_8\cdot a_9<S+39 & (2)\end{cases}$$

$$(1):\ (a_1+5d)(a_1+10d)>5a_1+10+15$$

$$a_1^2+15a_1d+50d>5a_1+25$$

$$a_1^2+10a_1d+50d-25>0$$

Т.к. $d=1$, имеем

$$a_1^2+10a_1+25>0$$

$$(a_1+5)^2>0 \text{ – истина при } \forall a_1$$

$$(2):\ (a_1+7d)(a_1+\cancel{10}\,8d)<5a_1+10+39$$

$$a_1^2+15a_1+56<5a_1+10\overset{49}{+39}$$

$$a_1^2+10a_1+7<0.$$

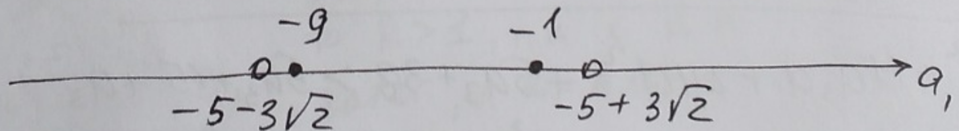
$$\frac{D}{4}=25-7=18$$

$$a_1=\frac{-5\pm3\sqrt2}{}$$

$$(a_1+5+3\sqrt2)(a_1+5-3\sqrt2)<0$$

$$a_1\in(-5-3\sqrt2\ ;\ -5+3\sqrt2)$$

Т.к. $a_1\in\mathbb{Z}$ произведем отбор.



$-5-3\sqrt2 \vee -9$

$5+3\sqrt2 \vee 9$

$3\sqrt2 \vee 4$

$18 \vee 16$

$18>16.$

$-5-3\sqrt2<-9$

$-5+3\sqrt2<0.$

$-5+3\sqrt2 \vee -1$

$3\sqrt2 \vee 4$

$18>16$

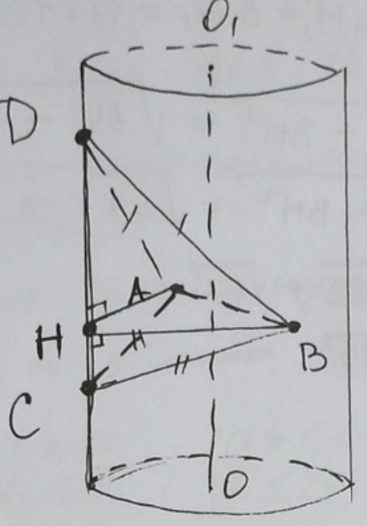
$-5+3\sqrt2>-1$

$$\begin{cases} a_1\in\mathbb{Z}\\ a_1\in[-9;-1]\end{cases}$$ $\cancel{a_1}$

Ответ: $-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1.$

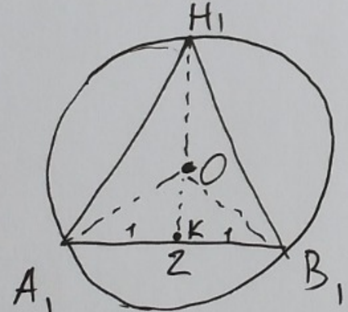
Чистовик

№2.
Дано:
AB = 2
AC = BC = 7
AD = BD = 8



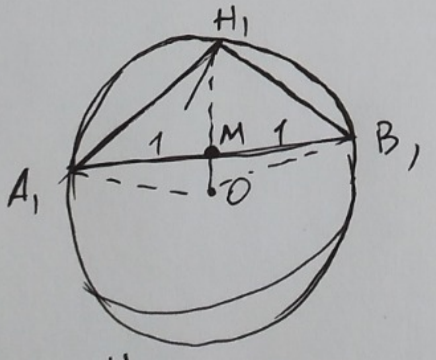
1) Проведем высоты в ΔADC и ΔBDC на сторону DC
Т.к. ΔADC и ΔBDC равны (по 3м сторонам) высоты пересекают-ся в одной точке

2). Т.к. $CD \parallel O_1O$, а $AH \perp CD$ и $BH \perp CD$, то $(ABH) \perp O_1O$.
Спроецируем ΔAHB на плоскость основания цилиндра



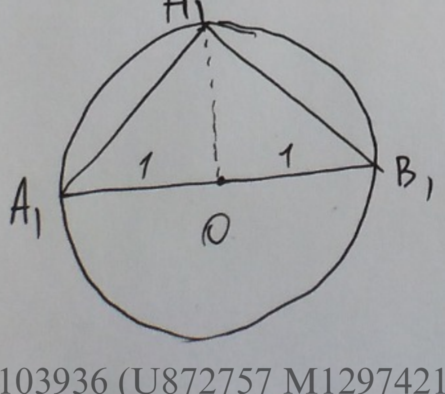
а). Если $\Delta A_1B_1H_1$ остроугольный, то $R > 1$, т.к. в ΔA_1OK катет $A_1K = 1$, а $R = A_1O$ – гипотенуза $A_1O > 1$

б).



Если $\Delta A_1H_1B_1$ – тупоугольный, то $R > 1$, т.к в ΔA_1MO $A_1M = 1$ – катет, а $R = A_1O$ – гипотенуза > 1.

в).



Если $\Delta A_1H_1B_1$ прямоугольный, то $R = 1$ – минимальное значение радиуса из всех.
Т.к. $\angle A_1H_1B_1 = 90°$, A_1B_1 – диаметр.
Значит $R = 1$.

21103936 (U872757 M1297421)

Чистовик

№2. (продолжение).

3). Т.к. $R = 1$, то $A_1H_1 = B_1H_1 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

~~из $\triangle BCD$: $BH =$~~

В $\triangle BCD$: $DH = \sqrt{DB^2 - BH^2} = \sqrt{64 - 2} = \sqrt{62}$.

$CH = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \sqrt{49 - 2} = \sqrt{47}$

$CD = CH + HD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$.

Ответ: $CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$.

Чистовик

№3.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 & (1)\\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13) & (2)\end{cases}$$

1) Неравенство (1) – круг с координатами центра $(a; b)$ и $R=\sqrt{13}$

2). a и b не могут быть больше нуля одновременно, т.к. $a^2+b^2>0$, а $-4a-6b<0$.

В случаях $\begin{cases}a \ge 0\\ b\le 0\end{cases}$; $\begin{cases}a\le 0\\ b\le 0\end{cases}$ и $\begin{cases}a\le 0\\ b\ge 0\end{cases}$

неравенство (2) выполняется всегда.

3). не зависимо от расположения центра во $\underline{II}$, $\underline{III}$ и $\underline{IV}$ координатных углах $S_M = \pi R^2 = 13\pi$.

Ответ: 13π.

№1. Черновик

$$S = \frac{\overset{a_1+4d}{a_1+a_5}}{2}\cdot 5 = \frac{2a_1+4d}{2}\cdot 5 = \overset{a_3}{(a_1+2d)}5$$

$$\begin{cases} a_6\cdot a_{11} > S+15 \\ a_8\cdot a_9 < S+39 \end{cases}$$

$$(a_1+5d)(a_1+10d) > S+15$$

$$(a_1+7d)(a_1+8d) < S+39$$

$$\begin{cases} \cancel{a_1^2+10a_1d+5a_1d+50d^2 > S+15} \\ \cancel{a_1^2+7a_1d+8a_1d+56d^2 < S+39} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_3+3d)(a_3+8d) > \overset{5a_3}{\cancel{S}}+15 \\ \underset{a_4}{a_3+d}+\underset{a_5}{d}+\underset{a_6}{d}+\underset{a_7}{d}+\underset{a_8}{d} \\ (a_3+5d)(a_3+6d) < 5a_3+39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3^2+3a_3d+8a_3d+24d^2 > 5a_3+15 \\ a_3^2+5a_3d+6a_3d+30d^2 < 5a_3+39 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} a_3^2+11a_3d+24d^2 > 5a_3+15 \\ 5a_3+39 > a_3^2+11a_3d+30d^2 \end{cases}$$

$$\cancel{a_3^2}+\cancel{11a_3d}+24d^2+\cancel{5a_3}+39 > \cancel{a_3^2}+\cancel{11a_3d}+30d^2+\cancel{5a_3}+15$$

$$6d^2 < 24 \qquad d^2<4$$

$$d^2-4<0.$$

$$(d-2)(d+2)<0$$

$+ \quad -2 \quad - \quad 2 \quad +$

$d=-1,0,1.$

т.к. пр. возр. ~~и нена~~

$d=1$

$$\cancel{a_3^2+3a_3+15}\ 11a_3+24 > 5a_3+15.$$

$$\cancel{a_3^2+6a_3+9>0} \qquad \cancel{(a_3+3)^2>0}$$

Черновик

№1. $S=(a_1+2d)\,5=5a_1+10$

$(a_1+5\cancel{d})(a_1+10\cancel{d})>5a_1+25$

$a_1^2+\cancel{5a_1}+10a_1+50>\cancel{5a_1}+25$

$a_1^2+10a_1+25>0$

$(a_1+5)^2>0$

$(a_1+7d)(a_1+8d)<S+39$

$a_1^2+7a_1\cancel{d}+8a_1\cancel{d}+56<\cancel{5a_1}+10+39$ (49)

$\cancel{a_1^2+15a_1+17}$

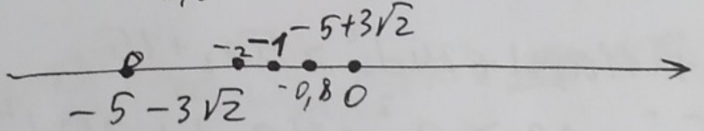
$\cancel{a_1^2+10a_1+17<0}$.

$a_1^2+10a_1+7<0$

$\frac{D}{4}=25-7=18$.

$a_{1,2}=-5\pm 3\sqrt{2}$

$\times\frac{1{,}4}{3}$ / $4{,}2$



$-5-4{,}2=-9{,}2$

$-5-3\sqrt{2}\approx-9{,}2$

$a_1=\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$

при $a_1=-1$.

$4\cdot 9>20$ (36)

$6\cdot 7<\cancel{49}\ 44$ (42)

$a_1=-9$

$-4\cdot -1>\frac{25-49}{20}$ (4)

$-2\cdot -1<49-45$

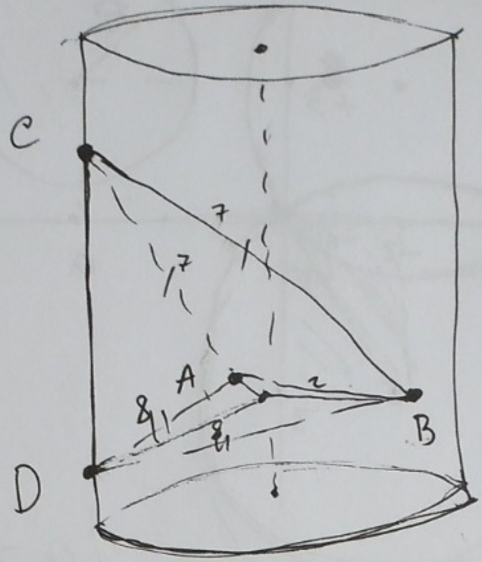
$2<4$

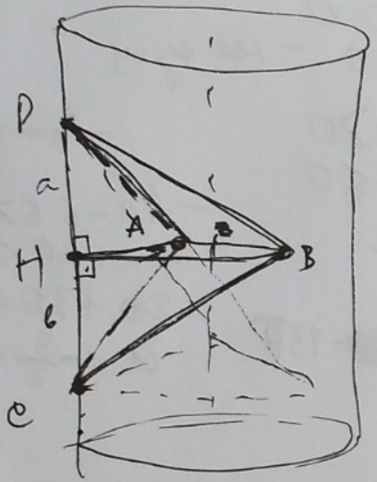
21103936 (U872757 M1297421) 2

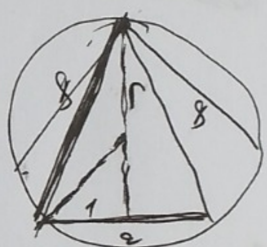
Черновик

№ 2

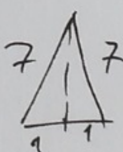
$AB = 2$
$AC = BC = 7$
$AD = DB = 8$







$S = p \cdot r = \frac{7}{2} h \cdot \cancel{2} \quad \sqrt{64-7} = \sqrt{63} = \frac{3\sqrt{7}}{9} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

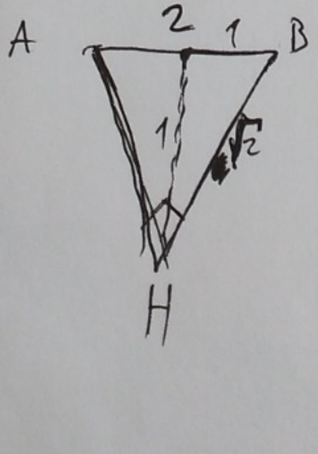


$\sqrt{50} \quad \frac{5\sqrt{2}}{8} = r$

~~49+64~~

$h^2 = 49 - a^2 = 64 - b^2$

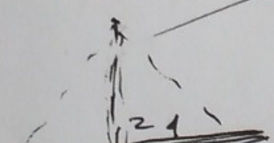
$b^2 - a^2 = 15$



~~$a = 49 - 2 = 47$~~

$b = 64 - 2 = 62$

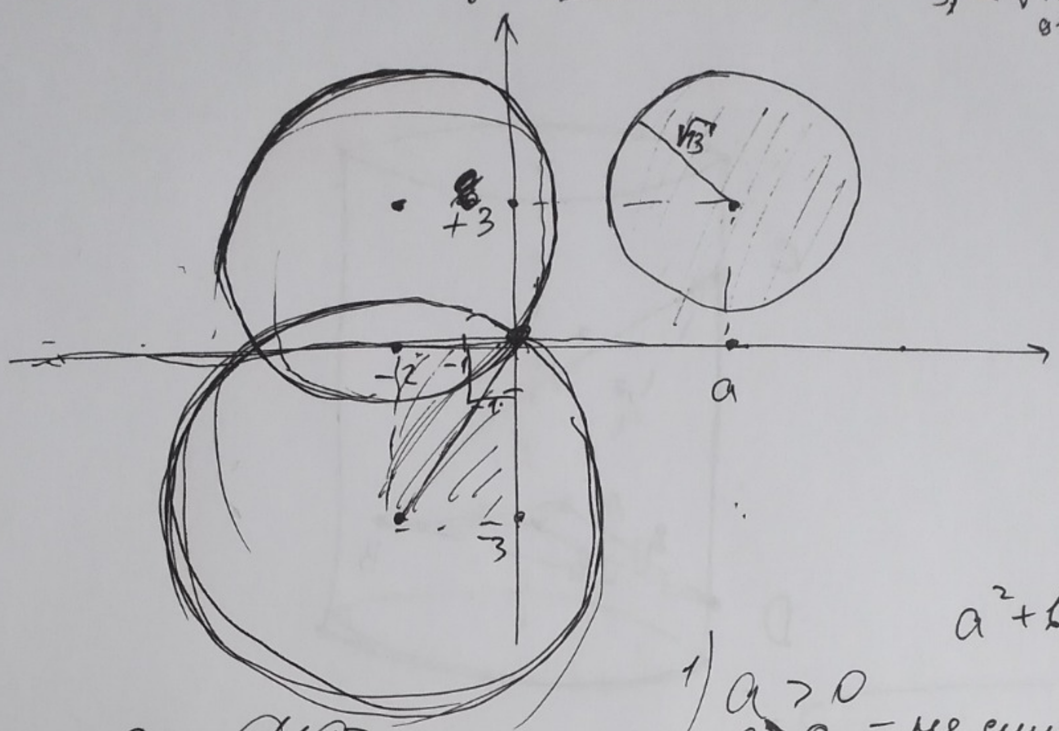
~~$\sqrt{99}$~~



$\sqrt{1+a^2} > 1.$ $\quad 62 = 31 \cdot 2$

№3. Черновик

$3{,}5 < \sqrt{13} < 4$



$a < 0$
$b < 0$

Если $a = -2$
$b = -3$, ~~то~~

~~Если:~~

$a^2 + b^2 \le \min(-4a - 6b; 13)$

1) $a > 0$
$b > 0$ — не сущ.

2). $a \geq 0$
$b \leq 0$

~~Если~~

~~$4a + 6b$~~

$-4a - 6b > 0$
$4a + 6b < 0$.
$2a + 3b < 0$.
$a < -\frac{3}{2}b$

Если $a = b = 0$, то $S_M = \pi R^2 = 13\pi$

21103936 (U872757 M1297421)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103936**

ID профиля: **872757**

Вариант 20

Чистовик

№4.

$$\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c)=10 \\ \text{НОК}(a,b,c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

1) Т.к. НОД $(a,b,c)=10$, то $a \vdots 10$, $b \vdots 10$, $c \vdots 10$,

то есть $\{a,b,c\} \vdots 2$ и $\{a,b,c\} \vdots 5$

$a = 2^{\gamma}\cdot 5^{k}$ $\qquad \gamma, \alpha, \beta, m, n, k \in \mathbb{N}$

$b = 2^{\alpha}\cdot 5^{n}$

$c = 2^{\beta}\cdot 5^{m}$

Т.к. НОК $(a,b,c) = 2^{17}\cdot 5^{16}$, то имеем 9 вариантов:

$\gamma=17$ — $k=16$, $n=16$, $m=16$

$\alpha=17$ — $k=16$, $n=16$, $m=16$

$\beta=17$ — $k=16$, $n=16$, $m=16$.

2). Рассмотрим случай $\gamma=17$ и $k=16$.

Если $\gamma=17$ и $k=16$, то есть максимальным значением,

~~то $\alpha < 17$ и $\beta < 17$, а~~

~~$n<16$ и $m<16$.~~

~~(Случаи, когда $\alpha=17$~~

то $\alpha \le 17$ и $\beta \le 17$, а

$n \le 16$ и $m \le 16$.

Тогда количество вариантов $C_1 = 17\cdot 17\cdot 16\cdot 16 = 17^2\cdot 16^2$

3). По аналогию всех других случаях получаем такое же количество вариантов.

Итоговое $C = 9\cdot C_1 = 9\cdot 17^2\cdot 16^2$.

4). Учитывая то, что ситуация $\begin{cases}\gamma=17\\ \alpha=17\\ \beta=17\end{cases}$ повторяется, нужно вычесть 8 из итогового C.

$C_0 = 9\cdot 17^2\cdot 16^2 - 8 = 83\,976$

1

Ответ: 83 976.

21103936 (U872757 M1297422)

Чистовик

№5. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$.

ОДЗ:

$$\begin{cases} \sqrt{2x-8} > 0 & x \neq 4 \\ x-4>0 & x>4 \\ \sqrt{2x-8} \neq 1 & x \neq 4,5 \\ (x-4)^2 \neq 1 & x \neq 5 \\ 5x-26>0 & x>5,2 \\ \sqrt{5x-26} \neq 1 & x \neq 5,4 \\ \sqrt{5x-26}>0 & x \neq 5,2 \\ 2x-8>0 & x>4 \end{cases}$$

Итак, ОДЗ:

$x \in (5,2; 5,4) \cup (5,4; +\infty)$.

Пусть $a = \sqrt{2x-8}$, $b = x-4$, $c = \sqrt{5x-26}$, тогда имеем

$\log_a b$, $\log_{b^2} c^2$, $\log_c a^2$

Нужно рассмотреть 3 ситуации.

Пусть $\log_a b = f$, $\log_{b^2} c^2 = g$, $\log_c a^2 = h$

1) $\begin{cases} f=g \\ h-f=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} g=h \\ f-g=1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} f=h \\ g-f=1 \end{cases}$

1). $\begin{cases} \log_a b = \log_{b^2} c^2 \quad (1) \\ \log_c a^2 - \log_a b = 1 \; (2) \end{cases}$ (*)

(*) : (1):

$$\log_a b = \log_b c$$

$$\log_a b = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a^2 b = \log_a c$$

(2): $\log_c a^2 - \log_a b = 1$

$\cancel{2\log_c a}\ \frac{2}{\log_a c} - \log_a b = 1$

Чистовик

№ 5 (продолжение)

$2 - \log_a b \cdot \log_a c = \log_a c$

$2 - \log_a^3 b - \log_a^2 b = 0$

$\log_a^3 b + \log_a^2 b - 2 = 0.$

$(\log_a b - 1)(\log_a^2 b + 2\log_a b + 2) = 0$

$D < 0.$

$\log_a b = 1$

$a = b$ $\quad$ $x - 4 = \sqrt{2x - 8}.$

~~с учет~~ $\quad$ $x^2 - 8x + 16 = 2x - 8$

$x^2 - 10x + 24 = 0.$

$\cancel{\frac{D}{4} = 25}$ $\quad$ $x_1 = 4$

$x_2 = 6$

С учетом ~~ОД~~ ОДЗ: $\underline{x = 6}$.

2). $\begin{cases} \log_{b^2} c^2 = \log_c a^2 & (1) \\ \log_a b - \log_{b^2} c^2 = 1 & (2) \end{cases}$ $(**)$

$(**)$: (1): $\log_b c = 2\log_c a$

$$\frac{\log_a c}{\log_a b} = \frac{2}{\log_a c}$$

$$\underline{\log_a^2 c = 2\log_a b}$$

(2): $\log_a b - \log_b c = 1.$

$$\frac{\log_a^2 c}{2} - \frac{\log_a c}{\log_a b} = 1 \quad | \cdot \log_a b$$

$$\frac{\log_a^4 c}{4} - \log_a c - \frac{\log_a^2 c}{2} = 0. \quad | \cdot 4.$$

$$\log_a^4 c - 4\log_a c - 2\log_a^2 c = 0.$$

21103936 (U872757 M1297422)

Чистовик

№5 (продолжение)

$\log_a c = 0$ или $\log_a^3 c - 2\log_a c - 4 = 0.$

$\log_a c = 2$ – корень.

$(\log_a c - 2)(\log_a^2 c + 2\log_a c + 2) = 0.$

$D<0$

$\log_a c = 2.$

$a^2 = c$

$2x - 8 = \sqrt{5x-26}.$

$4x^2 - 32x + 64 = 5x - 26.$

$4x^2 - \cancel{27x}\ 37x + 28 = 0.$

$x_{1,2} = \frac{37 \pm \sqrt{921}}{8} = \left[\begin{array}{l}\frac{37+\sqrt{921}}{8}\\ \frac{37-\sqrt{921}}{8}\end{array}\right.$

$\sqrt{5x-26} = 1$

$5x = 27$

$x = 5,4.$

С учетом ОДЗ:

$x = \frac{37+\sqrt{921}}{8}$

3). $\begin{cases}\log_a b = \log_c a^2 & (1)\\ \log_{b^2} c^2 - \log_a b = 1 & (2)\end{cases}$ $(***)$

$(***)$: (1): $\log_a b = 2\log_c a$

$\log_a b = 2\frac{\log_b a}{\log_b c}$

$\frac{1}{\log_a b} = \frac{2\log_b a}{\log_b c}$ $\quad \log_b c = 2\log_b^2 a$

(2): $\log_b c - \frac{1}{\log_b a} = 1.$

$2\log_b^3 a - 1 - \log_b a = 0.$

$2\log_b^3 a - \log_b a - 1 = 0$

$\log_b a = 1$ – корень.

$(\log_b a - 1)(2\log_b^2 a + 2\log_b a + 1) = 0$

$D < 0.$

$\log_b a = 1 \quad b = a \quad \sqrt{2x-8} = x - 4.$

$x = 6$, с учетом ОДЗ.

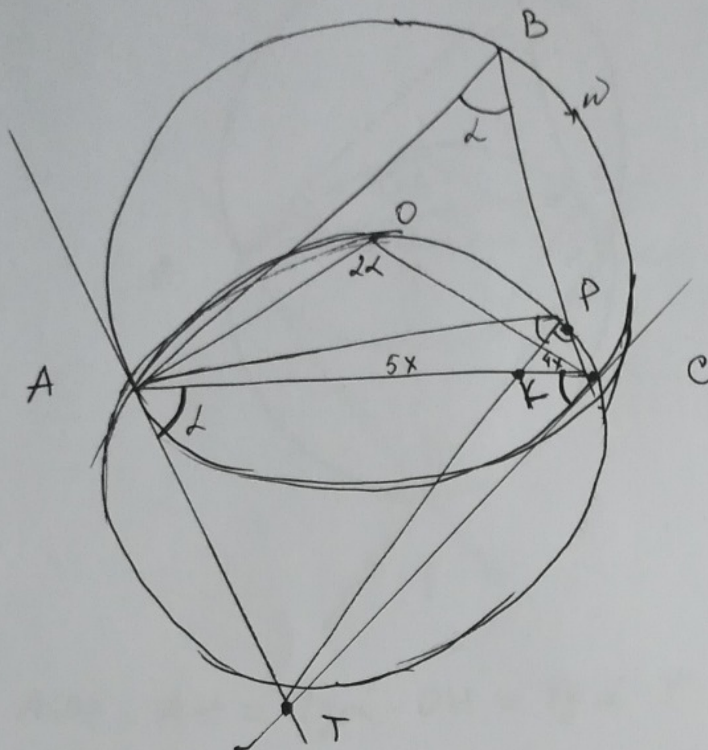
Ответ: $6;\ \frac{37+\sqrt{921}}{8}.$

4

21103936 (U872757 M1297422)

Чистовик

№6.



а) S_{ABC} – ?

$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 8$.

б). $\angle ABC = \mathrm{arctg}\,\frac{1}{2}$

~~S~~ AC – ?

Решение:

а) 1) $\angle CAT = \frac{1}{2} \cup AC = \angle ABC = \alpha$

$\angle ACT = \angle CAT$, т.к. $AT = TC$ – касательные.

2). $\angle AOC = 2\angle ABC = 2\alpha$

3). В $\triangle CAT$ $\angle ATC = 180 - 2\alpha$. Значит, $AOCT$ вписан в окружность, т.к. $\angle AOC + \angle CAT = 180°$. T лежит на окружности.

4). Рассмотрим $\triangle APC$.

$$\left.\begin{aligned} S_{\triangle APK} &= \frac{1}{2} h \cdot AK \\ S_{\triangle CPK} &= \frac{1}{2} h \cdot KC \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}.$$

5). $\angle APT = \angle ACT = \alpha$ (опир. на $\cup AT$).

$\angle TPC = \angle TAC = \alpha$ (опир на $\cup TC$).

6). $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ (по двум углам) $\angle ACB$ – общий и $\angle ABC = \angle KPC$.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{KPC}} = \cancel{CK}\left(\frac{AC}{CK}\right)^2 = \left(\frac{9x}{4x}\right)^2 = \cancel{\frac{16}{81}}\,\frac{81}{16} \quad S_{ABC} = \frac{81}{16} S_{KPC} = \frac{81 \cdot 8}{16} = 40{,}5$$

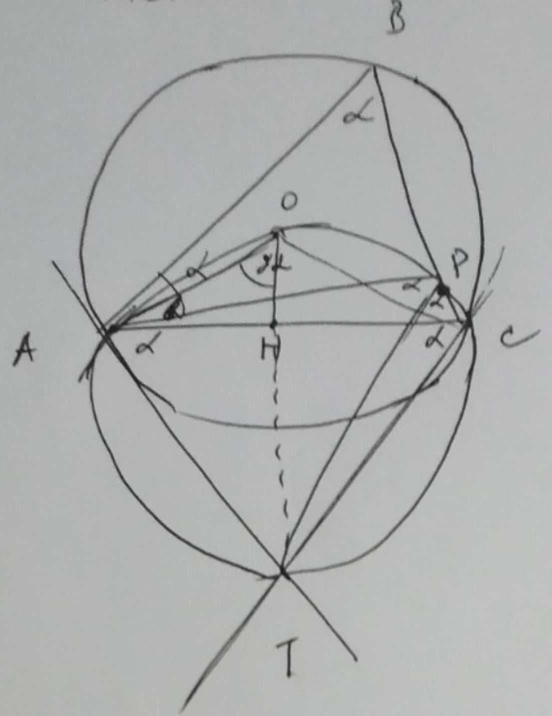
5

Ответ: $S_{ABC} = 40{,}5$.

21103936 (U872757 M1297422)

Чистовик

б)



В $\triangle AOH$: $AH = tg\alpha \cdot OH = tg\alpha \cdot r$.

Черновик

№4.

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=10 \\ НОК(a,b,c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

$a \vdots 2;5$

$b \vdots 2;5$

$c \vdots 2;5$

$a=2^{\alpha}\cdot 5^{m}$

$b=2^{\beta}\cdot 5^{n}$

$c=2^{\gamma}\cdot 5^{k}$

$17 \cdot 17$: $119 + 17 = 289$

$289 \cdot 256$: $1734 + 1445 + 578 = 73984$

17 − 16 ~~$\alpha+m=17$~~

9 вар

$\alpha - m,\ n,\ k$

$\beta - m,\ n,\ k$

$\gamma - m,\ n,\ k$

$\alpha - m$

$17 - 16$

от 1 до 16 $\beta<17$ $n<16$ от 1 до 15

$\gamma<17$ $k<16$

$\boxed{16^2\cdot 15^2\cdot 9}$ — всего

$256\cdot 225\cdot 9=518\,400$

$256\cdot 225$: $1280 + 512 + 512 = 57600$

$57600\cdot 9 = 518.400$

№5.

$\underbrace{\log_{\sqrt{2x-8}}}_{a}\underbrace{(x-4)}_{b},\ \log_{(x-4)^2}\underbrace{(5x-26)}_{c^2},\ \log_{\underbrace{\sqrt{5x-26}}_{c}}(2x-8)$

$\underbrace{\log_a b}_{f},\ \underbrace{\log_{b^2} c^2}_{g},\ \underbrace{\log_c a^2}_{h}$

ОДЗ

$x>4$, $x\neq 4{,}5$

$x>5{,}2$, $x\neq 5$, $x\neq 4$

$x>4$, $x\neq 5{,}4$, $x>5{,}2$

1) $\begin{cases} f=g \\ h-f=1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} g=h \\ f-g=1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} f=h \\ g-f=1. \end{cases}$

Черновик

1)

$$\begin{cases} \log_a b = \log_{b^2} c^2 \\ \left[\begin{array}{l} \log_c a^2 - \log_a b = 1 \\ \text{или} \\ \log_c a^2 - \log_{b^2} c^2 = 1 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\log_a b = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} \log_b c$$

$$\cancel{\log_a b = \frac{1}{\log_c b}}$$

$$\cancel{\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_b c}$$

$$\cancel{\log^2_b c = \log_c a}$$

$$\log_c a^2 - \log_a b = 1.$$

$$2\log_c a - \log_a b = 1.$$

$$2\log_c a - \frac{1}{\log_b a} = 1$$

$$2\log_c a \cdot \log_b a - 1 = \log_b a$$

$$\log_c a^2 - \log_{b^2} c^2 = 1$$

$$2\log_c a - \log_b c = 1$$

$$2\frac{\log_b a}{\log_b c} - \log_b c = 1$$

$$2\log_b a - \log^2_b c = \log_b c$$

$$\cancel{\log^2_b c}$$

---

2).

$$\log_b c = 2\log_c a$$

$$\log_b c = \frac{\cancel{2}}{\cancel{\log_a c}} \frac{\log_b a}{\log_b c}$$

②

Черновик

1) $\begin{cases} \log_a b = \log_b c \Rightarrow \log_a b = \dfrac{\log_a c}{\log_a b} \Rightarrow \log_a^2 b = \log_a c \\ \log_c a^2 - \log_a b = 1 \end{cases}$

$\cancel{2\log_c a - \dfrac{\log_c b}{\log_c a} = 1}$

$\dfrac{2}{\log_a c} - \log_a b = 1$

$2 - \log_a b \cdot \log_a c = \log_a c$

$\log_a^2 b + \log_a^3 b - 2 = 0.$

$t^3 + t^2 - 2 = 0 \quad t^3 - t^2 + 2t^2 - 2t$

$t = 1 \qquad (t-1)t^2 + 2t(t-1) + 2(t-1)$

$(t-1)(t^2 + 2t + 2) = 0$

$\frac{D}{4} = 1 - 2 < 0.$

$\log_a b = 1.$

$a = b \qquad \sqrt{2x-8} = x - 4. \qquad x > 4$

$2x - 8 = x^2 - 8x + 16.$

$x^2 - 10x + 24 = 0.$

$\frac{D}{4} = 25 - 24 = 1$

$x_{1,2} = \dfrac{+5 \pm 1}{} = \left[\begin{array}{l} 6 \\ \cancel{4} \end{array}\right. \qquad \boxed{x = 6}$

2). $\begin{cases} \log_b c = \log_c a^2 \Rightarrow \log_b c = 2\log_c a = \dfrac{2}{\log_a c} \\ \log_a b - \log_b c = 1 \end{cases}$

$\dfrac{\log_a c}{\log_a b} = \dfrac{2}{\log_a c}$

$\log_a^2 c = 2\log_a b$

$\cancel{\log_a b - \dfrac{\log_a c}{\log_a b} = 1}$

$\cancel{\log \dfrac{\log_c b}{\log_c a} - \log_b c = 1}$

$\log_a b - \dfrac{\log_a c}{\log_a b} = 1$

$\log_a^2 b - \log_a c = \log_a b$

$\dfrac{\log_a^4 c}{4} - 4\log_a c = 2\log_a^2 c$

$\log_a^4 c - 2\log_a^2 c - 4\log_a c = 0.$

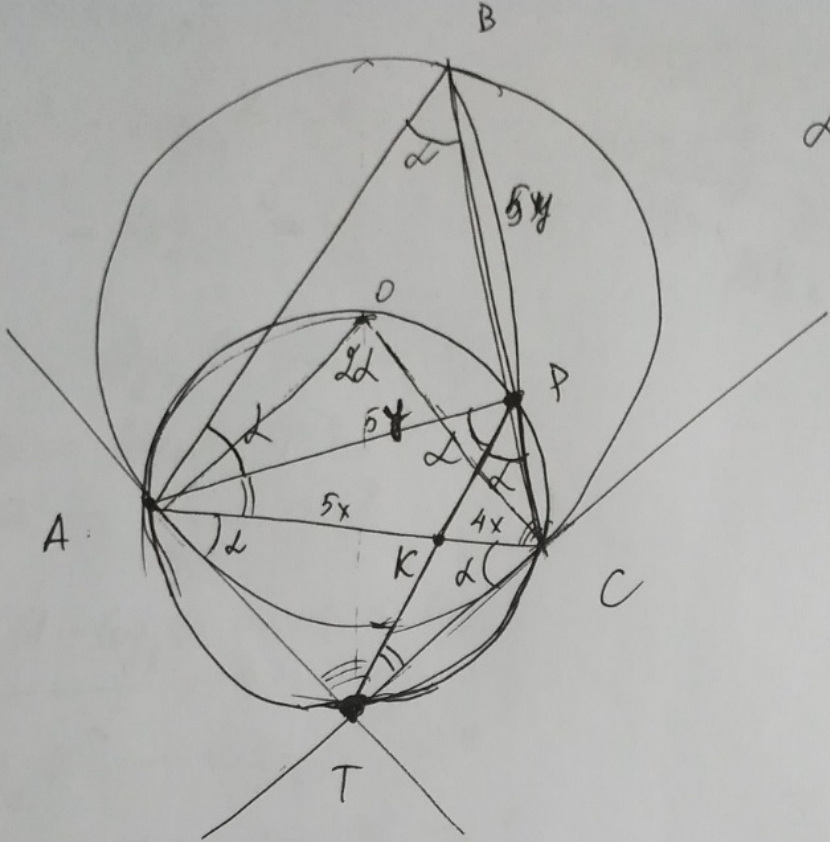
$\log_a c(\log_a^3 c - 2\log_a c - 4) = 0.$

$8 - 4 - 4$

$\log_a c = 2$

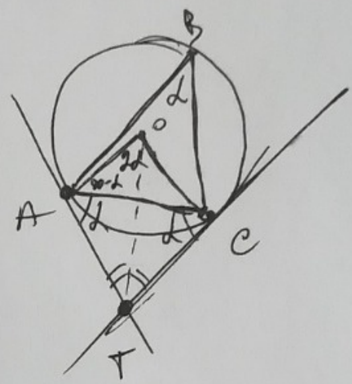
3

Черновик



$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$.

$AC - ?$



Т лежит на окр, сумм противоположн углов AOCT ~~ст~~ равна $180°$;

$$\frac{AP}{PC} = \frac{5x}{4x}$$

$BP = 5y = AP$

$64 \cdot 7 = 448$

$D = 37^2 - 4 \cdot 4 \cdot 28$

$37 \cdot 37 = 1369$

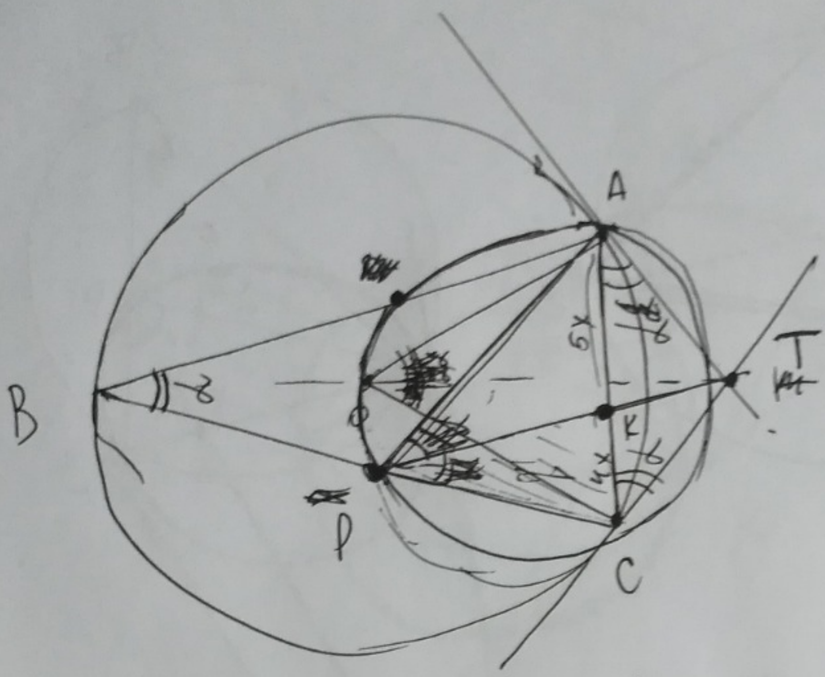
$1369 - 448 = 921$

$31 \cdot 31 = 961$

$2t^3 - t - 1 = 0$

$(t-1)(2t^2 + 2t + 1)$

Черновик



$$\frac{AK}{KC} = \frac{S_{AKP}}{S_{CPK}} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{10}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{CK}{AC} = \frac{4}{9} \qquad \frac{S_{ACPK}}{S_{ABC}} = \frac{16}{81}$$

$$S_{ABC} = \frac{S_{CPK}\cdot 81}{16} = \frac{8\cdot 81}{16_2} = 40{,}5$$

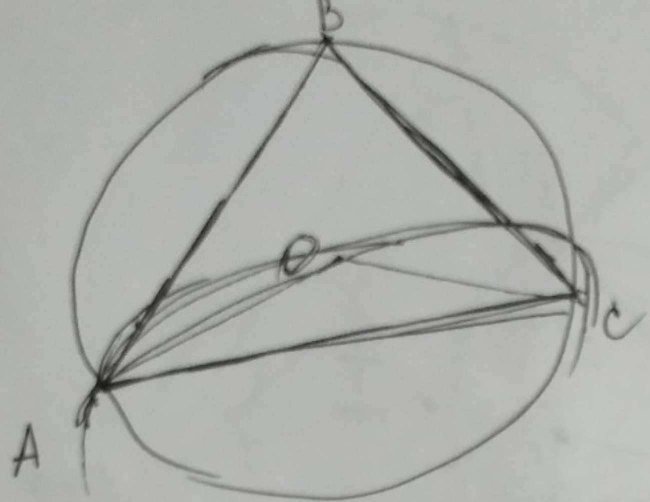
д). $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

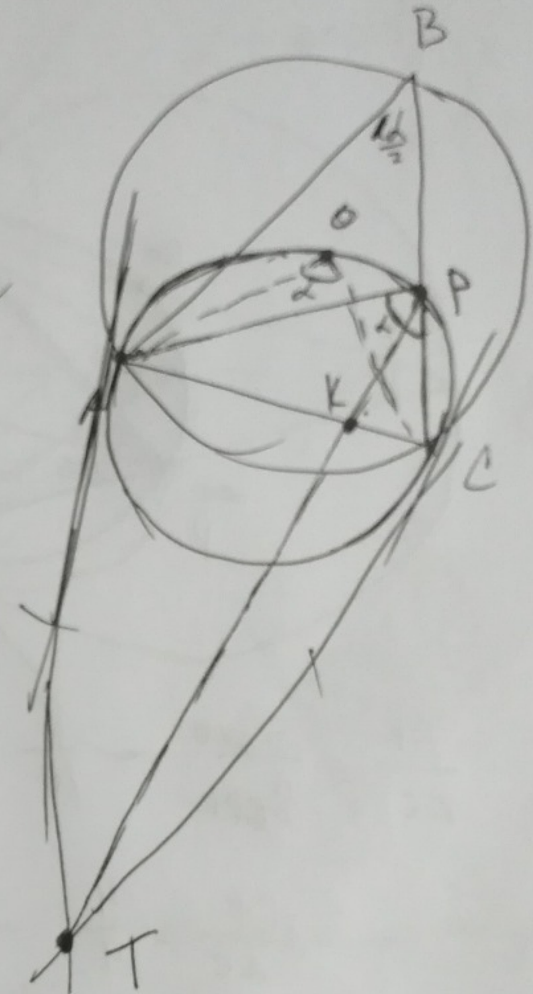
6

21103936 (U872757 M1297422)

Черновик

№6.

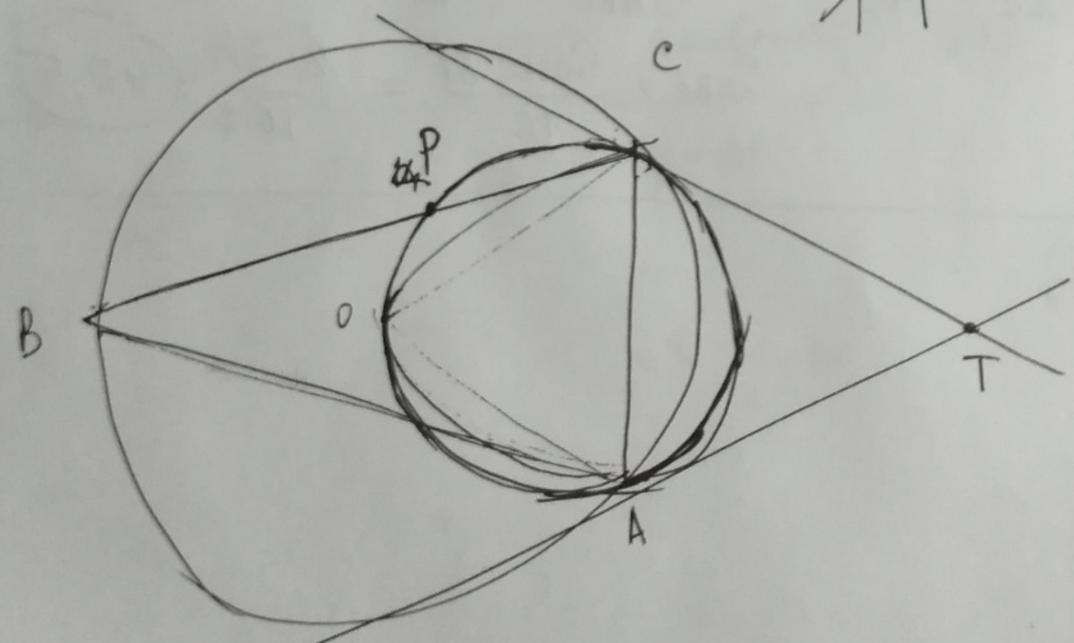




$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 8$

S_{ABC} – ?



Б