Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103913**

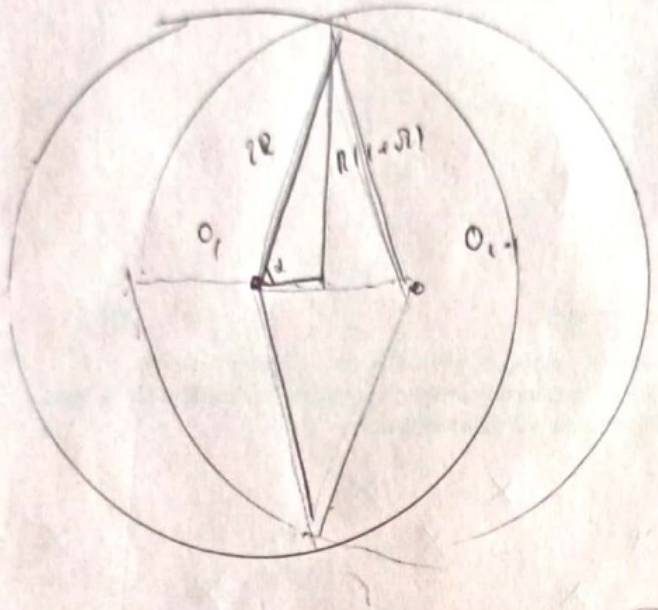
ID профиля: **870032**

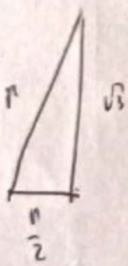
Вариант 20

Черновик

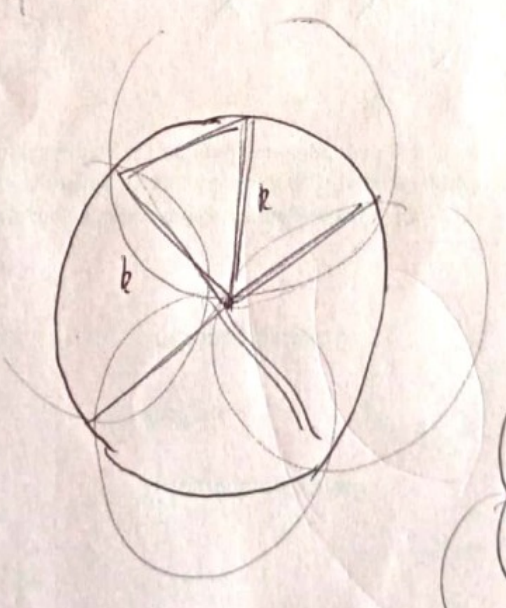
$r(2+\sqrt{3})$

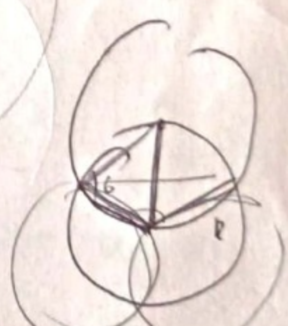
$r^2(2+\sqrt{3})^2 = 4r^2+4$





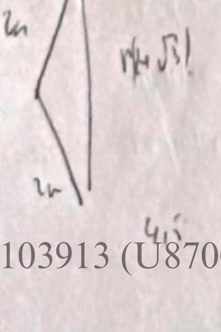
$r^2 - \frac{r^2}{4} = \frac{3}{4}$





$2r(1+$

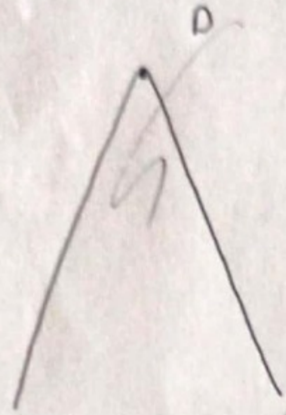
$2r + \sqrt{3}r = r(2+\sqrt{3})$



$-9,5$

$4,5$

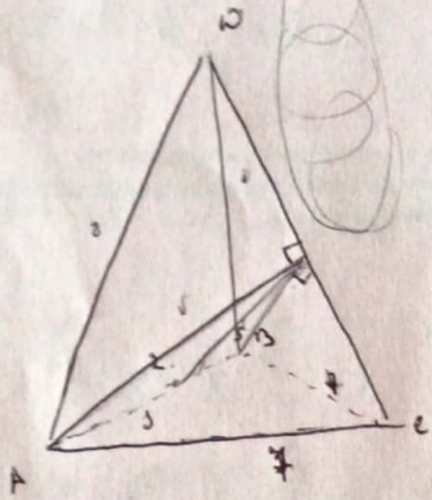
Черновик



$\sqrt{\;}\; x^2-2xa-2yb+a^2+b^2 \le 13$

$x^2-2xa+y^2-2yb+a^2+b^2 \le 13$

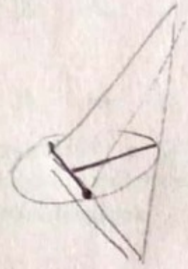
a^2+

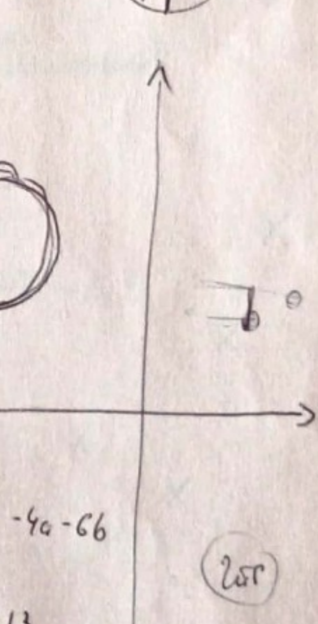


$9+4$

$a^2+b^2 \le -\min 4$

$+b^2 \le 13$





$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13$

$a^2-4a+4+b^2-6b+9=(a-2)^2+(b-3)^2$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le -4a-6b \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le -4a-6b \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 13 \\ (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \end{cases}$$

$a+b^2$

Вариант 20 1 страница

Чистовик

$\boxed{1}$ Так как это целочисленная последовательность $\Rightarrow d \in \mathbb{Z}$

$a_6 = a_1+5d,\ a_{11} = a_1+10d,\ a_8 = a_1+7d,\ a_9 = a_1+8d \Rightarrow S = 5a_1+10d$

$(a_1+a_1+d_4+a_1+7d+a_1+3d+a_1+4d)$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > \cancel{8}\ 5a_1+10d+15 \\ 5a_1+10d+39 > (a_1+8d)(a_1+7d) \end{cases}$$

Сложим получившиеся неравенства.

$$\cancel{a_1^2}+15\cancel{a_1}+50d^2+\cancel{5a_1+10d}+39 > \cancel{a_1^2}+15\cancel{a_1}+56d^2+\cancel{5a_1+10d}+15$$

$\cancel{39>8}$ $24 > 6d^2 \Rightarrow d^2 < 4 \Rightarrow d = 1$ ($d>0$, последовательность возрастающая!). Запишем уравнения заново

$$\begin{cases} (a_1+5)(a_1+10) > 5a_1+10+15 \\ (a_1+7)(a_1+8) < 5a_1+49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2+10a+25 > 0 \to a \in R \text{ (к-во уд.)} \quad (a+5)^2 > 0 \\ a_1^2+10a+25-18 < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a_1+5)^2 < 18 \Rightarrow |a_1+5| < \sqrt{18} \Rightarrow \begin{cases} a_1+5 < \sqrt{18} \\ a_1+5 > -\sqrt{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 < \sqrt{18}-5 \\ a_1 > -\sqrt{18}-5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} a \in R \\ a \in (-\sqrt{18}-5 ; \sqrt{18}-5) \end{cases} \Rightarrow a \in (-\sqrt{18}-5 ; \sqrt{18}-5) \Rightarrow$$

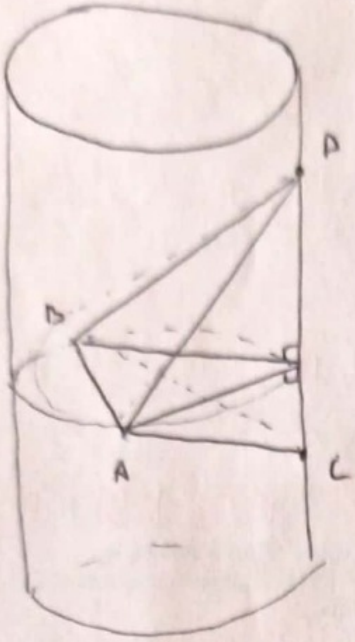
$\boxed{4 < \sqrt{18} < 5}$ $\Downarrow$

$\Rightarrow a = \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$ //

Вариант 20 2 страницы

Чистовик

$\boxed{2}$

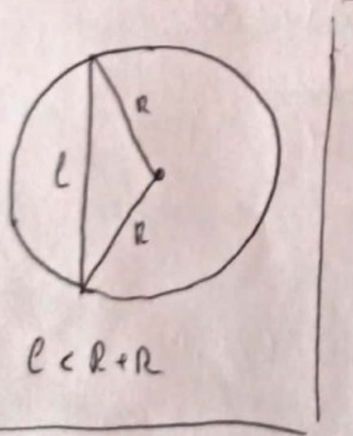


~~Плоскость любого сечения параллельного к основанию~~

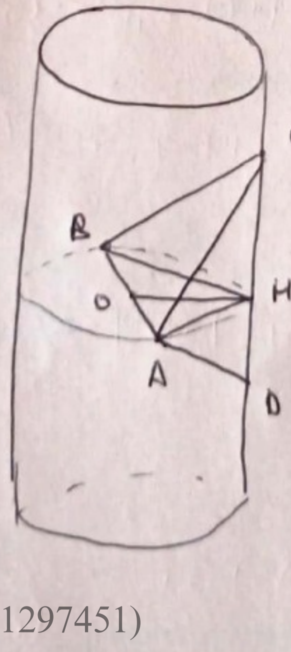
Плоскость любого ~~сечения~~ сечения параллельного основанию цилиндра будет перпендикулярна оси цилиндра и, следовательно, CD

$\triangle CBD = \triangle ADC$ ($AD = BC$, $AC = BC$, DC общая) и по принципу симметрии высоты, опущенные с B и A будут пересекаться в одной точке ⇒

⇒ A и B находят по одной и той же параллельной основанию цилиндра плоскости. ⇒ ~~Радиус~~ Диаметр всегда больше или равен хорде (док. ниже) ⇒ наименьший диаметр цилиндра – 2 ⇒



$l < R + R$



⇒ $AO = OH = OB = 1$, $\angle HOA = \angle HOB = 90^\circ$ (AB - диаметр) ⇒

⇒ $AH = \sqrt{2} = BH$, ⇒ $CH = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$

$HD = \sqrt{64-2} = \sqrt{62}$ ⇒ $CD = \sqrt{47} + \sqrt{62}$

Вариант 20 3 страница.

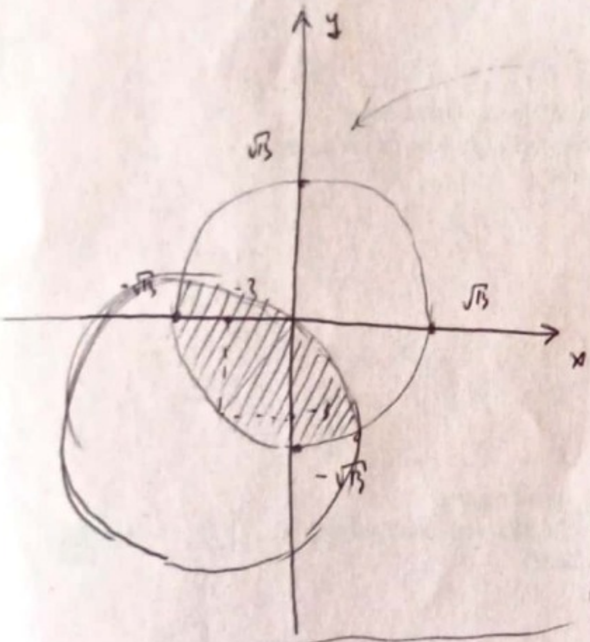
Чистовик.

$\boxed{3}$ $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13) \end{cases}$

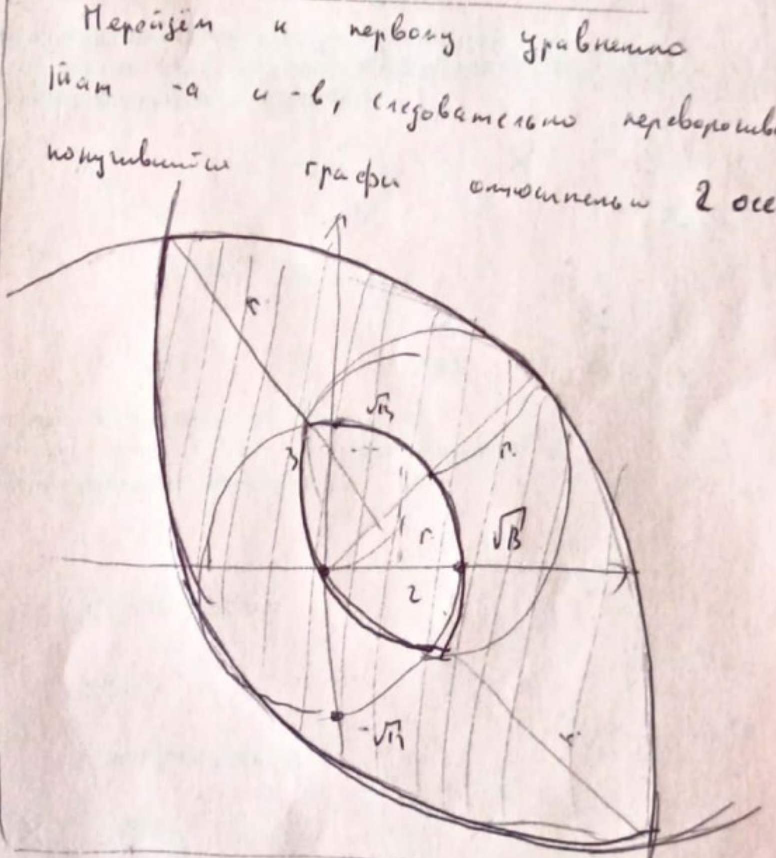
Первое уравнение указывает на множество точек, расположенных ближе чем $\sqrt{13}$ от $(a; b)$

Второе можно выразить как

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le -4a-6b \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 13 \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases}$$

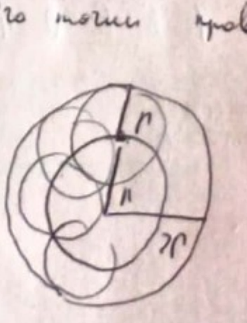


Перейдём к первому уравнению. Там $-a$ и $-b$, следовательно переворачиваем получившийся график относительно 2 осей



Геометрически эту фигуру можно описать как пересечение двух окружностей с радиусом $2r = 2\sqrt{13}$, у которых центры находятся на расстоянии $r = \sqrt{13}$

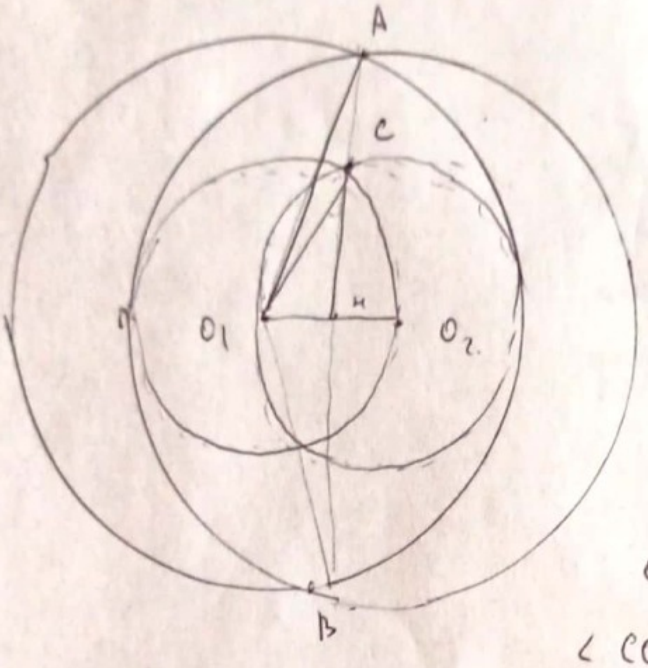
Прим. Такая фигура получилась ведь мы по сути взяли окружность r, и с каждой её точки провели новую окружность r



21103913 (U870032 M1297451)

$\boxed{3}$ продолжение

Начертим получившуюся фигуру



Для того, чтобы получить площадь пересечения, я получу площадь сектора O_1AB, умножу на 2 раза и вычту площадь AO_2BO_1.

$O_1C = r$, $O_1O_2 = r$, $O_2C = r$ =>

$\angle CO_1O_2 = 60^\circ$ => $CH = \frac{\sqrt{3}}{2}r$ => $AH = r(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$

($AC = r$, ведь мы с каждой точки начального сечения построили круг с радиусом r)

$AB^2 = AO_1^2 + BO_1^2 - 2AO_1BO_1\cos\angle AO_1B$ =>

=> $4\cancel{r}(2+\sqrt{3})^2 = 8\cancel{r} - 2\cancel{r}\cos\angle AO_1B$ =>

$2\cos\angle AO_1B = 8 - 4 - 3 - 4\sqrt{3}$ =>

=> $\cos\angle AO_1B = \frac{1}{2} - 2\sqrt{3}$ => $S_{\cup O_1AB} = \frac{\pi r^2 \cdot \arccos(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3})}{2\pi}$ =>

$26\arccos(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3})$ => $S_M = 2 \cdot 26\arccos(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}) - \frac{AH \cdot O_1O_2}{2} \cdot 2 =$

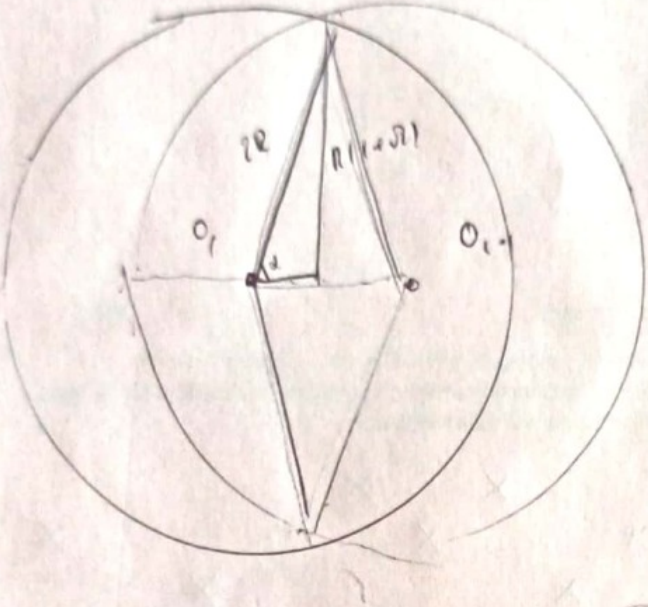
$= 52\arccos(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}) - \sqrt{13}(1+\frac{\sqrt{3}}{2}) \cdot \sqrt{13} = 52\arccos(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}) - 13(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$

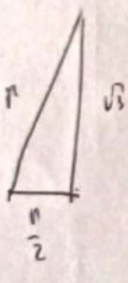
21103913 (U870032 M1297451)

Черновик

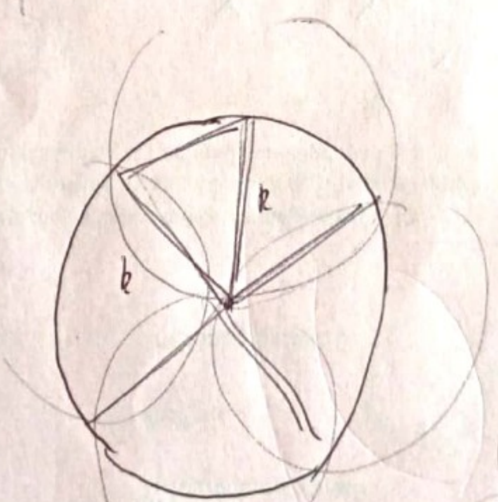
$r(2+\sqrt{3})$

$r^2(2+\sqrt{3})^2 = 4r^2+4$



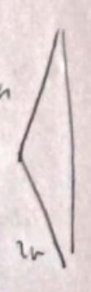


$r^2 - \frac{r^2}{4} = \frac{3}{4}$



$2r(1+$

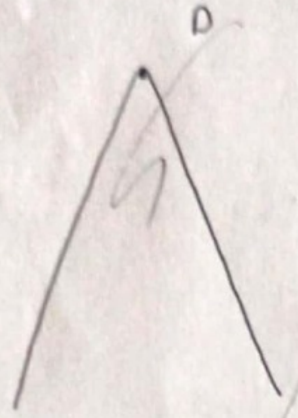
$2r+\sqrt{3}r = r(2+\sqrt{3})$

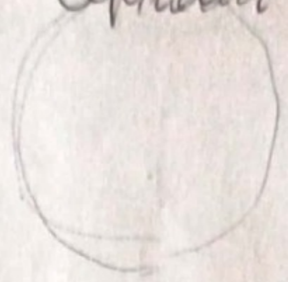


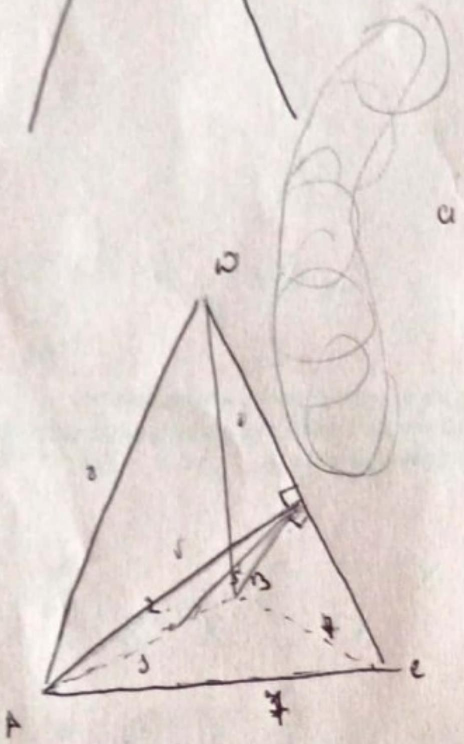
$-9,5$

$4,5$

Черновик

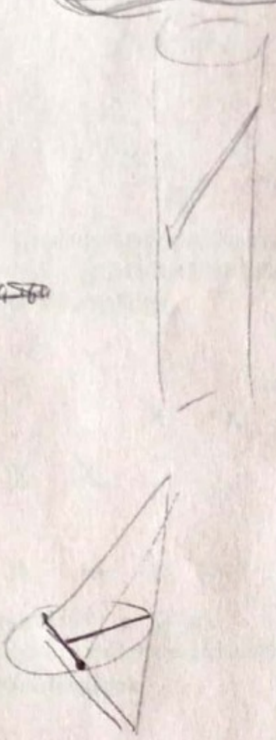






$\sqrt{\;}\; x^2-2xa-2yb+a^2+b^2 \le 13$

$x^2-2xa+y^2-2yb+a^2+b^2 \le 13$

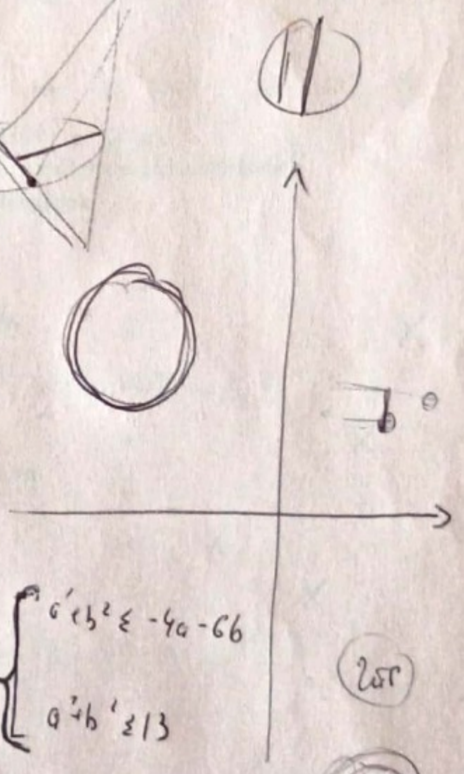


a^2+

$9+4$

$a^2+b^2 \le -\min 4$

$+b^2 \le 13$



$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13$

$a^2-4a+4+b^2-6b+9 = (a-2)^2+(b-3)^2$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le -4a-6b \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le -4a-6b \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 13 \\ (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \end{cases}$$

$a+b^2$

Черновик

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

$a_5 = a_1 + 4d$

$a_4 = a_1 + 3d$

$a_3 = a_1 + 2d$

$a_2 = a_1 + d$

$a_1 = a_1$

$a_6 = a_5 + a_2 - a_1$

~~$a_5 + a_2 - a_1$~~

$a_{11} = a_1 + 4d + a_1 + 4d - a_1 + a_1 + 3d - a_1 +$

$= 2a_5 + a_4 - 2a_1$

$(a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > 5a_1 + 10d + 15$

$a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15$

$a_3 = 2$ $a_3 = \frac{S}{5}$ $5V$

$(a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < S + 39$

1000
1001
1002
1003
1004

$a_1^2 + 15a_1 d + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39$

$5a_1 + 10d + 15 < a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{15a_1 d} + 56d^2 + \cancel{5a_1} + \cancel{10d} + 15 < \cancel{a_1^2} + \cancel{15a_1 d} + 50d^2 + \cancel{5a_1} + \cancel{10d} + 39$

$6d^2 < 24 \Rightarrow d^2 < 4 \Rightarrow d = 1$

$(a_1 + 5)(a_1 + 10) > 5a_1 + 10 + 15$ $\quad a_1^2 + 15a_1 + 50 > 5a_1 + 25 \Rightarrow a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$\Rightarrow$

$(a_1 + 7)(a_1 + 8) < 5a_1 + 10 + 39$ $\quad a_1^2 + 15a_1 + 56 < 5a_1 + 10 + 39$

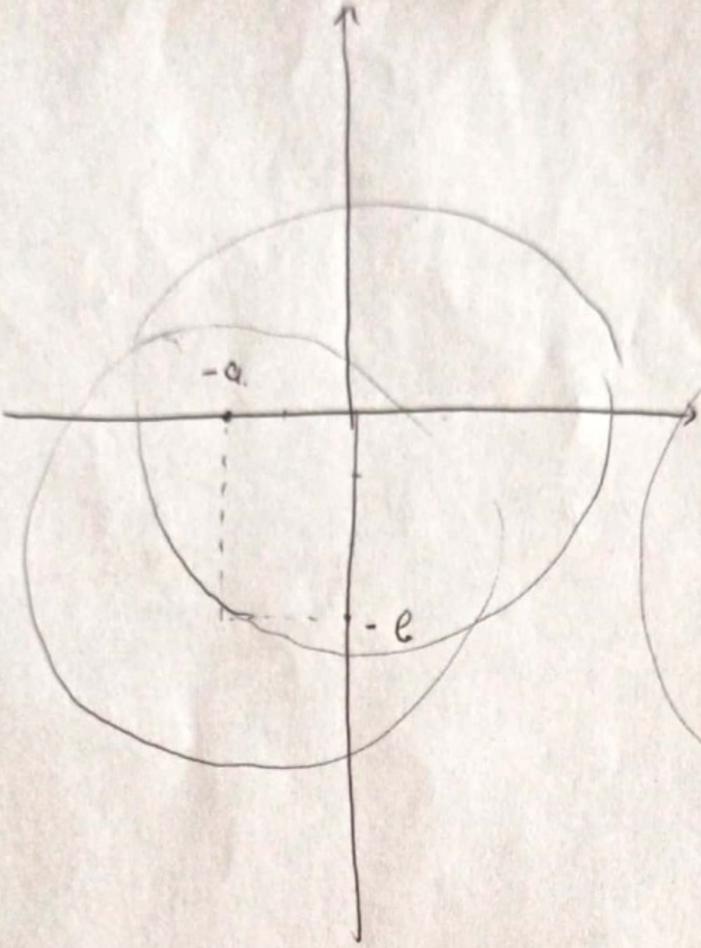
$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$ $\quad a_1 = 1$

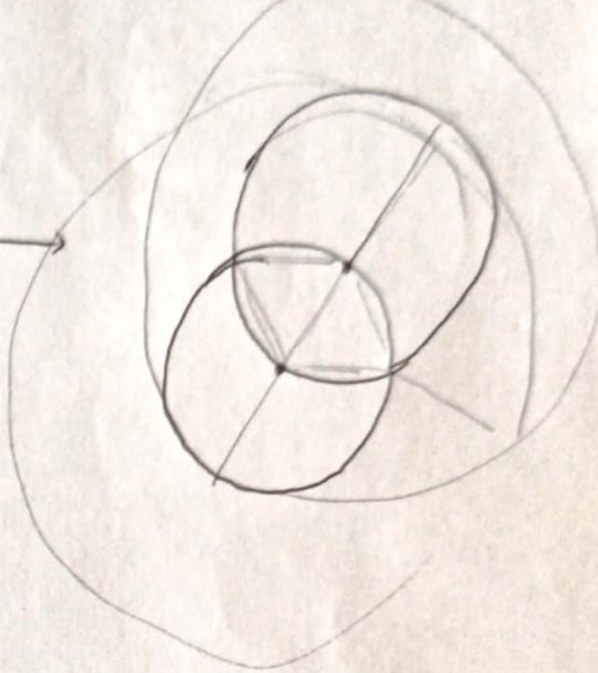
21103913 (U870032 M1297451)

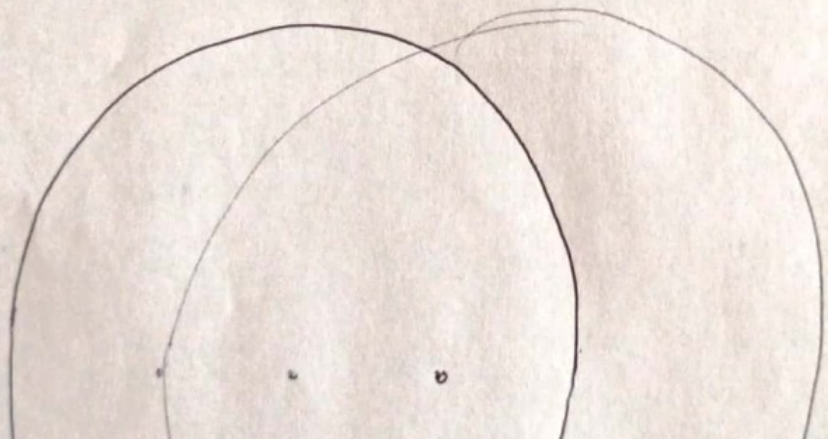
$a_1^2 + 10a + 25 - 18 = (a_1 + 5)^2 - 18 < 18$

$a_1 + 5 < \sqrt{18}$

Чернови







Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103913**

ID профиля: **870032**

Вариант 20

Вариант 20 5 страница

Чистовик

4. НОК состоит только из степеней 2 и 5 => и цифры в противном случае НОК $K\cdot 2^n\cdot 5^m \ne a$, дало бы остаток.

~~Так как все состоят из степеней 2 и 5, то просто умножая на 2 и 5 можно было бы получить самое большое число среди a, b, c => НОК(a;b;c) = max(a;b;c)~~

~~Так-же таким образом из самого маленького числа можно получить остальные => НОД(a;b;c) = min(a;b;c)~~

~~$2\cdot 5 \mid 2^n\cdot 5^m \mid 2^{17}\cdot 5^{16}$ $16 > m > 1$,~~

~~Самое большое число~~ 2 числа кроме минимального содержат максимальную степень для 2 и 5, 17 и 16 соотв.

Минимальное число $2\cdot 5$, так как все числа кратны ему.
(НОД(a,b,c)

~~$2\cdot 5$; 2^{22} кроме~~ 10; $2^{17}\cdot 5^m$, $2^n\cdot 5^{16}$ двойки и 5 тут можно менять местами => первое определение однозначно, 2 числа из оставшихся 4 тогда => $16\cdot 17$

Вариант 20   6 страница.

щитовим

$\boxed{5}$

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)\cdot\log_{(x-4)^2}(5x-26)\cdot\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=$$

$$=2\log_{(2x-8)}(x-4)\,\frac{\log_{(x-4)}(5x-26)}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\log_{(5x-26)}(2x-8)=$$

$$=2\,\frac{\log_{(2x-8)}(x-4)}{\log_{(2x-8)}(5x-26)}\,\log_{(x-4)}5x-26=2\log_{(5x-26)}(x-4)\,\log_{(x-4)}5x-26=$$

$$=2\ \Rightarrow\ x^2(x+1)=2\ \Rightarrow\ x^3+x-2=0$$

$x=1$ верно $\Rightarrow$ $(x-1)\cancel{(x^2+2)}=0$ $\quad(x-1)\underbrace{(x^2+x+2)}_{>0}=0\Rightarrow$

$x=1$ // $\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2x-8}=x-4\\(x-4)^2=5x-26\\\sqrt{5x-26}=2x-8\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2x-8=x^2-8x+16\\x^2-8x+16=5x-26\\5x-26=4x^2-32x+64\end{array}\right.\Rightarrow$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-10x+24=0\\x^2-13x+42=0\\4x^2-37x+90=0\end{array}\right.$

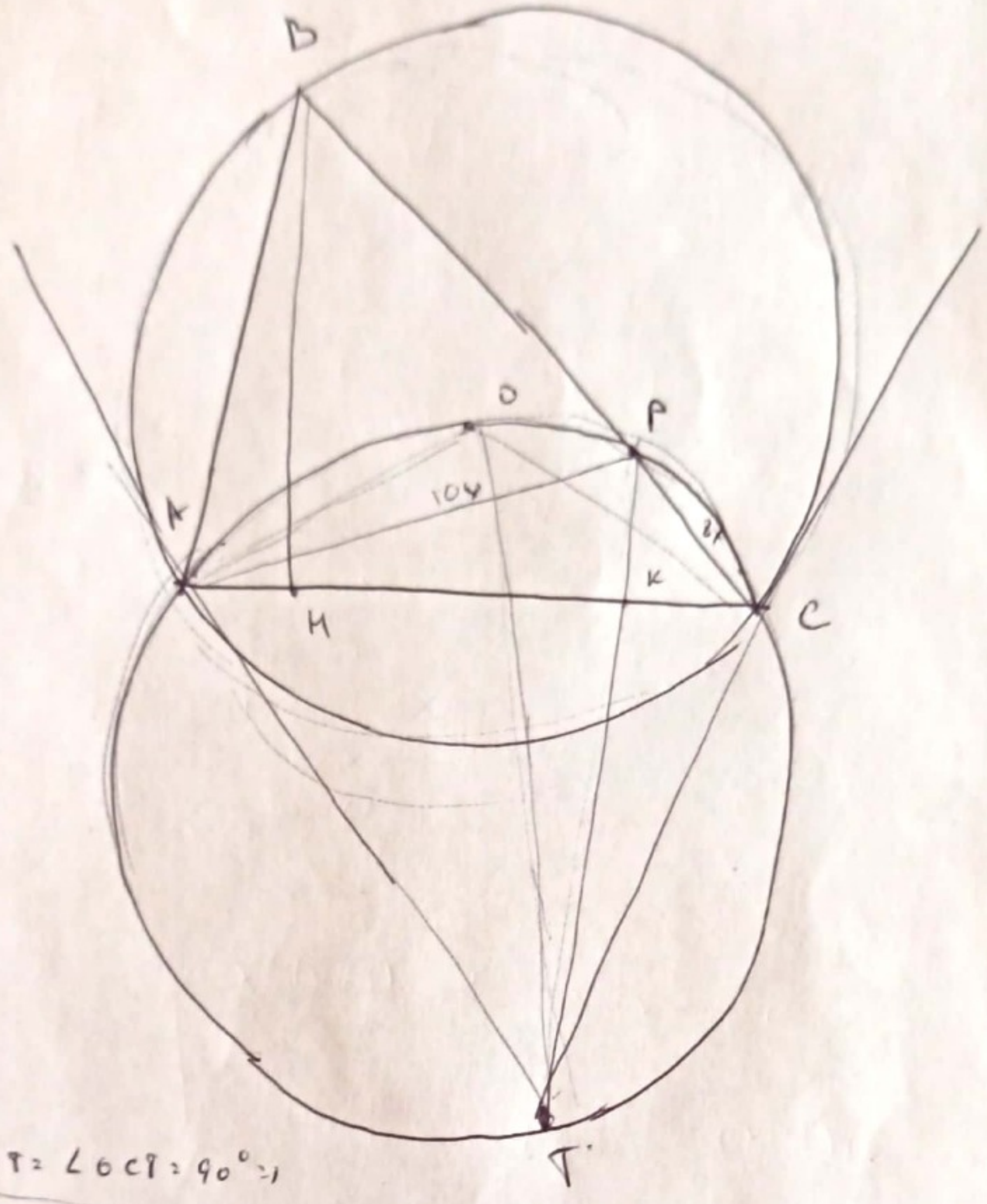
ОДЗ $\left\{\begin{array}{l}2x-8>0\\x-4>0\\x-4\neq1\\2x-8\neq1\\5x-26\neq1\\5x-26\geq0\\2x\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l}x>4\\x\neq1\\x>5{,}2\\x\neq5{,}4\end{array}\right.$ $\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}x>5{,}2\\x\neq1,\ x\neq5{,}4\end{array}\right.$

нужно проверить каждый корень,
времени не хватило !!

Вариант 20 1 страница

чистовик

6



$\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow$

вокруг AOCT можно начертить окружность $\angle OCT = 90^\circ \Rightarrow OT$ является диаметром

$\angle AOT = \angle APT = \angle ACT$

$\angle ACT = \angle CBA$

$\angle AOT = \angle TOC \ (OA = OC) \Rightarrow \angle APT = \angle CPT$

$\Rightarrow \angle CPT = \angle CBA \Rightarrow$ ~~сходство~~ $\triangle ABC \sim \triangle KPC$

$\frac{CK}{CA} = \frac{8}{18}$, $S_{PKC} = 8 \Rightarrow 8 \cdot \frac{8^2}{18^2} = \frac{\cancel{8}^{4} \cdot 64}{\cancel{18}_{9} \cdot \cancel{18}_{9}} = \frac{128}{81}$ //

общая высота стоит P для $\triangle APK$ и APC.

Вариант 20 8 страница

Шитевич

16 продолжение

$$\frac{BH \cdot AC}{2} = \frac{128}{81} \Rightarrow AC = \frac{256}{81 \cdot BH}$$

$$[illegible] \Rightarrow AC = \frac{162}{BH} \Rightarrow BH = \frac{162}{81 AC} \Rightarrow AC = \frac{256}{81} \cdot 162$$

21103913 (U870032 M1297452)

Черновик

$$\frac{\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)\cdot\log_{(x-4)}(5x-26)}{2}\cdot\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$$

$$\frac{\log_{(2x-8)}(x-4)}{2}\,\cancel{2}\cdot\log_{(x-4)}(5x-26)\cdot\frac{\log_{(5x-26)}(2x-2)}{\cancel{2}}$$

$$\frac{\log_{(2x-8)}(x-4)}{\log_{(2x-2)}(5x-26)}\cdot\frac{\log_{(x-4)}5x-26}{2}$$

$$\frac{AP\cdot PK}{\sin\alpha}\cdot 10 = \frac{PC\cdot PK}{\sin\alpha}\cdot 8$$

$$\frac{AP\cdot 10}{PC}\quad \frac{8}{10}$$

$$H\cdot\frac{AC}{2} = 128$$

21103913 (U870032 M1297452)

Черновик

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26) \\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) - 1 = \log_{(x-4)^2}(5x-26) \end{cases} \\ \begin{cases} \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) \\ \log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{\sqrt{5x-26}} \end{cases} \\ \begin{cases} \\ \end{cases} \end{array}\right.$$

x

$\frac{2x-1}{4}$

$\frac{x-2}{2}$

$\frac{4x-11}{4}$

$x - 2 - \frac{3}{4}$

$\log_{\sqrt{2}\sqrt{a}} 4$

$\log_{4\cdot 2} 64$

$\frac{6}{3}$

$\log_{2\cdot 4} 64 = \frac{\log_2 64}{\log_4 64}$

$\log_{2\cdot 2} 16 = \frac{\log_2 16}{}$

Черновик

$x^2 - 8x + 16$

$\log_{ab} c = \frac{1}{\log_c ab} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} = $

$\log_{\sqrt{2}a} a = \frac{1}{\log_{(x-4)} \sqrt{2} + \log_{(x-4)} \sqrt{x-4}} = \frac{2}{2\log_{(x-4)} \sqrt{2} + 1}$

21103913 (U870032 M1297452)

$x-4$ $2x-8$ $5x-26$ Zeprudlau,

$x>4$

$\frac{26-w}{5}$ $\frac{2(26-w)}{5}$ $x>\frac{26}{5}$

5,2

$5x-26 < x-4 < 2x-8$

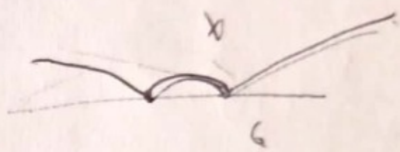
$x-4 = 5x-26$

$22 = 4x$ 5,5

$2x = 5x-26+0$

$18 = 3x$ $x=6$

6 12 24



$\sqrt{2x-8}$ $x-4$

$5x-26$ $x-4$

$2x-8$ $x^2-8x+16$

5,2

0 $x^2-10x+24$ $\to$ 0 $x^2-10x+25-1$ $(x-5)^2-1$

6,04

Черновик

$\log_a b$ $\log_{b^2} c^2$ $\log_c a^2$

log

$\log_a b \cdot \log_{b^2} c^2 \cdot 1 \cdot \log_{b^2} c^2 \log_b a$

$\log_a b - \log_{b^2} c^2 = 0$ и $\underline{1}$

$\log_{2} 4 - \log_{3} 9$

log

$\log_{\sqrt{a}} b$ log

$\log_{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} a$

log

$\log_{\sqrt{a}} 1 = \log_{\sqrt{a}}$

$\log_{\sqrt{2a}} a$ $\log_{a^2} b$ $\log_b 2a$

$2x > 8$

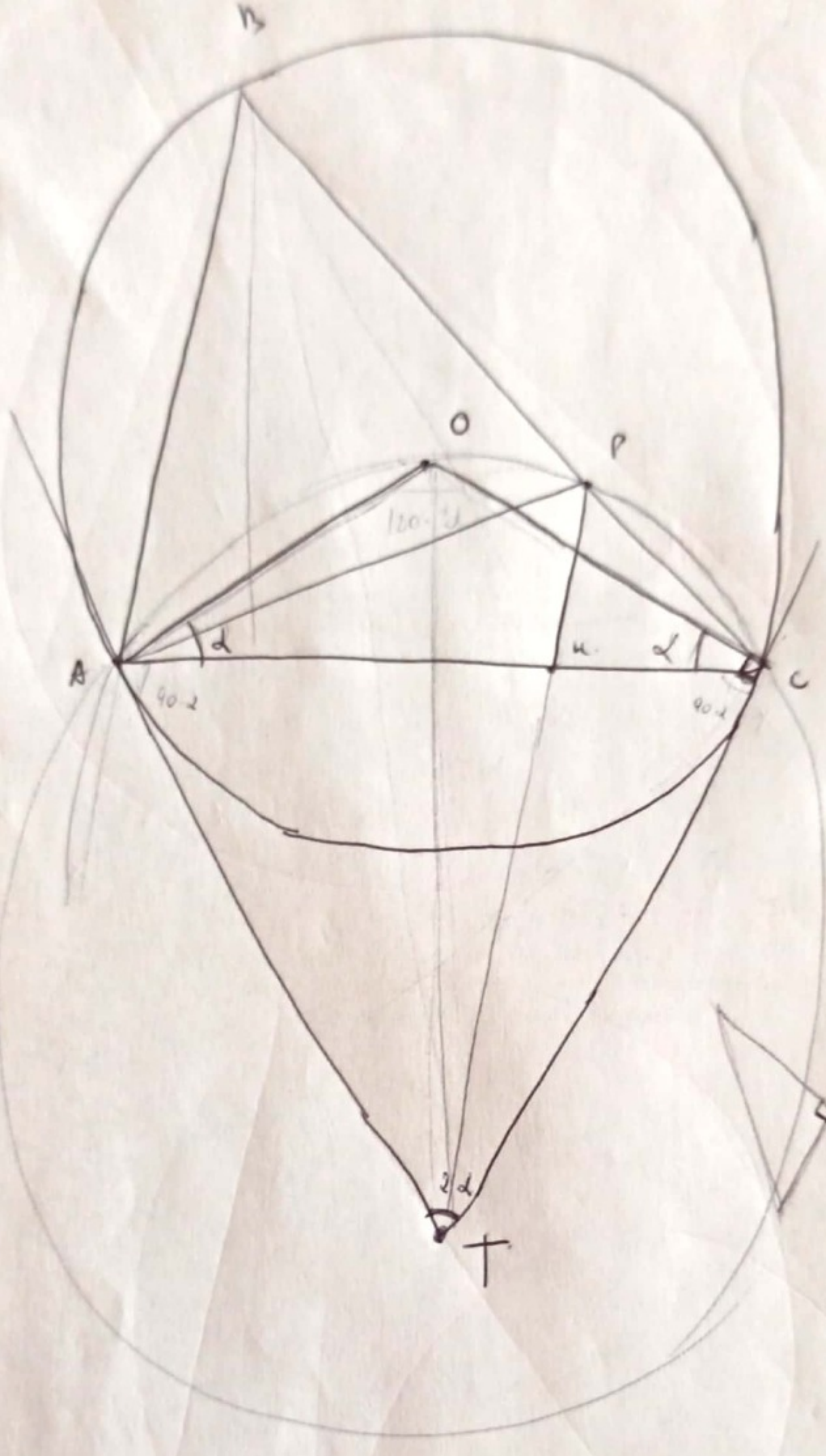
$x - 4$

$x =$

$5x >$

21103913 (U870032 M1297452)

Черновик



$\frac{BH}{CH} = \frac{3}{4}$

$\frac{BH}{BC} = \sin \alpha$

$R = \frac{abc}{4S}$

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 + x - 2 & x - 1 \\
\underline{x^3 - x^2} & \overline{x^2 + x + 2} \\
x^2 + x - 2 & \\
\underline{x^2 - x} & \\
2x - 2 &
\end{array}
$$

$2^{15} \cdot 5^{15}$ $\quad 2^{16} \cdot 5^{16}$

$(x-1)(x^2+x+2)$

$x^3 + \cancel{x^2} + 2x - x^2 - x - 2$

x^2+1

21103913 (U870032 M1297452)