Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103781**

ID профиля: **809558**

Вариант 20

Черновик

① $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le 13 \\ -4a-6b \ge 13 \end{cases}$

② $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 13 \\ (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \\ -4a-6b \le 13 \end{cases}$

$4a+4 = -6b-9$

$4a = -6b-13$

$(a+2)^2+(b+3)^2 = a^2+b^2$

$(a+2-a)(a+2+a) = (b-b-3)(b+b+3)$

$4(a+1) = -3(2b+3)$

$a^2+b^2 \le 13$

$4a+6b \le -13$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 13$

$-9 \quad -8 \quad -7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1$

$-35+15 = -20$

$-2+(-1) = 2 < 4$ ✓

$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1$

$-15+15$

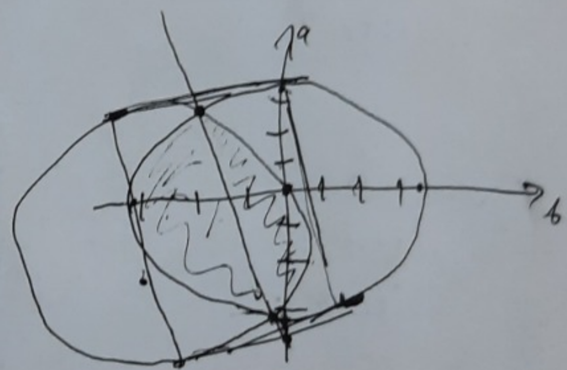
$-8 \quad -7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0$

$1 \quad 2$

-15

$a \le x$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 13 \\ (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \end{cases} \\ \begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le 13 \end{cases} \end{array}\right.$



$b^2 = 9$

$b^2 = 12$

$b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$(a-x)^2 + (b-y)^2 \le 13$

21103781 (U809558 M1304516)

⑧ $a^2+4a+b^2+6b \le 0$ Черновик: $a^2+4a=0$

$a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 13$

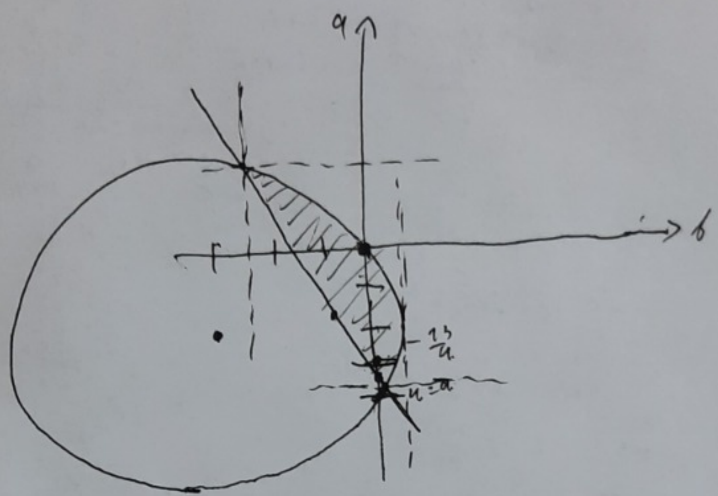
$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

$-4a-6b=13$

$4a+6b=-13$

$4a=-6b-13$

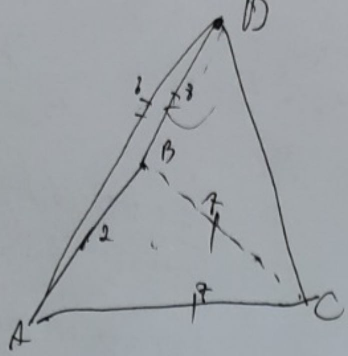
$a=\frac{-6b-13}{4}$



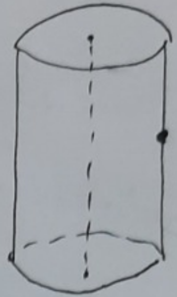
$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13\\ a^2+b^2 \le 13\\ -4a-6b \ge 13\end{cases}\\ \begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13\\ (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13\\ -4a-6b \le 13\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-a)^2-a^2+(y-b)^2-b^2 \le 0\\ -4a-6b \ge 13\end{cases}\\ \begin{cases}(x-a)^2-(a+2)^2+(y-b)^2-(b+3)^2 \le 0\\ -4a-6b \le 13\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

2) $$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-2a)x+(y-2b)y \le 0\\ -4a-6b \ge 13\end{cases}\\ \begin{cases}(x-2a-2)(x+2)+(y-2b-3)(y+3) \le 0\\ -4a-6b \le 13\end{cases}\end{array}\right.$$

№2) Черновик.



№1 13



№3)

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13\\ a^2+b^2\le \min(-4a-6b,13)\end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13\\ a^2+b^2\le 13 \ (1)\\ -4a-6b\ge 13 \ (2)\end{cases}\\ \begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13\\ a^2+b^2\le -4a-6b \ (3)\\ -4a-6b< 13 \ (4)\end{cases}\end{array}\right.$$

$3{,}25 \times 3{,}25$

1) $\begin{cases}a^2+b^2\le 13\\ -4a-6b>13\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a^2+b^2\le 13\\ 4a<-6b-13\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a^2+b^2\le 13\\ a<-\dfrac{6b-13}{4}\end{cases}$

$a=\dfrac{-6b-13}{4}$, $b=c$

$-\frac{7}{4}$

$-\frac{7}{4}=-2+\frac{1}{4}$

$-\frac{13}{4}=-3-\frac{1}{4}$

$-\frac{13}{4} \vee \sqrt{13}$

$\frac{13}{4} \vee \sqrt{13} \quad | : \sqrt{13}$

$\frac{\sqrt{13}}{4} \vee 1$

$\sqrt{\frac{13}{16}} \vee 1$

$-1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10$

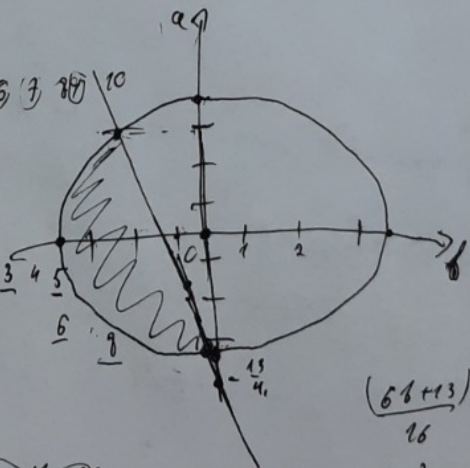
$\ldots > 20$

$42 < 44$

$-2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5$

$30 < 39$

$b^2=4$



$$\frac{(6b+13)^2}{16}+b^2=13 \quad |\cdot 16$$

$$36b^2+12\cdot 13b+169+16b^2-13\cdot 16=0$$

$$52b^2+12\cdot 13b-39=0$$

$$D=12^2\cdot 13^2+4\cdot 52\cdot 39=$$

$$=3^2\cdot 4^2\cdot 13^2+4\cdot 3\cdot 13\cdot 13\cdot 4=3^2\cdot 4^2\cdot 13^2+3\cdot 4^2\cdot 13^2=$$

$$=3\cdot 4^2\cdot 13^2\cdot 4=3\cdot(104)^2$$

$$b=\frac{-12\cdot 13\pm 104\sqrt{3}}{2\cdot 52}=\pm\sqrt{3}-\frac{13\cdot 12}{2\cdot 52}=\pm\sqrt{3}-\frac{3}{2}$$

$$a=\frac{-6\left(\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)-13}{4}=\frac{-6\sqrt{3}+9-13}{4}=-\frac{6\sqrt{3}}{4}-1$$

$$a=\frac{6\sqrt{3}}{4}\cancel{-}1$$

Вар. 20. Черкасих

$S = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5 = (a_1 + 2d)5$

① $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5$

разность d.

$a_6 = a_1 + 5d$ $\quad a_8 = a_1 + 7d$

$a_{11} = a_1 + 10d$ $\quad a_9 = a_1 + 8d$

$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$

① $(a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > (a_1 + 2d)5 + 15$

② $(a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < (a_1 + 2d)5 + 39$

$5(a_1+5) - (a_1+10)(a_1+5) < 0$

$(a_1+5)(5 - a_1 - 10) < 0$

$(a_1+5)(-5 - a_1) < 0$

$(a_1+5)^2 > 0$

$a_1^2 + 10a_1d + 5a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15$

$a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15$

$a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39$

$39 - 15 = 24$

$56 - 49$

$100 - 28 = 72$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \\ + \\ 5a_1 + 10d + 39 > a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 \end{cases}$$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{15a_1d} + 50d^2 + \cancel{5a_1 + 10d} + 39 > \cancel{a_1^2} + \cancel{15a_1d} + 56d^2 + \cancel{5a_1 + 10d} + 15$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$

$d \in (-2; 2)$

Т.к. все числа целые, то разность d тоже целая и т.к. прогрессия возрастает, то нам подходит $d = 1$.

Подставим в оба ур-ния системы и найдём a_1:

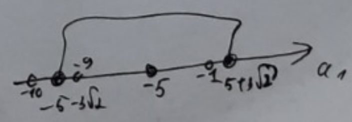
$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 + 50 > 5a_1 + 25 \\ 5a_1 + 10 + 39 > a_1^2 + 15a_1 + 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -5 \Rightarrow \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases}$$

2) $a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$D = 100 - 28 = 72$

$a_{1,2} = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = -5 \pm 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow$



$1 < \sqrt{2} < 2 \quad |\cdot 3$

$3 < 3\sqrt{2} < 6 \quad |-5$

$-2 < -5 + 3\sqrt{2} < 1.$

$-5 + 3\sqrt{2} \vee -1$

$3\sqrt{2} \vee 4 \quad |^2$

$18 \vee 16$

$-5 - 3\sqrt{2} \vee -10$

$-3\sqrt{2} \vee -5$

$3\sqrt{2} \vee 5$

$-5 - 3\sqrt{2} \vee -9$

$-3\sqrt{2} \vee -4$

$4 < 3\sqrt{2}$

Подходит $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1.$

$S = (a_1 + 2)5 = 5a_1 + 10$

$5a_1 + 25 < (a_1 + 5)(a_1 + 10)$

Чистовик.

Вариант 20.

№1 Решение:

Пусть разность арифм. прогрессии $d>0$, т.к. прогрессия возраст. и т.к. все члены прогрессии – целые числа, то d ~~е~~ целое число. Пусть также a_1 – первый член прогрессии. $\Rightarrow$

Найдём сумму 5-ти первых членов: $S = \frac{2a_1+d\cdot 4}{2}\cdot 5 = 5(a_1+2d)$

$a_6 = a_1+5d$ $\quad a_8 = a_1+7d$

$a_{11} = a_1+10d$ $\quad a_9 = a_1+8d$

По условию:

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > 5(a_1+2d)+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < 5(a_1+2d)+39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2+15a_1d+50d^2 > 5a_1+10d+15 \\ a_1^2+15a_1d+56d^2 < 5a_1+10d+39 \end{cases} \Rightarrow$$

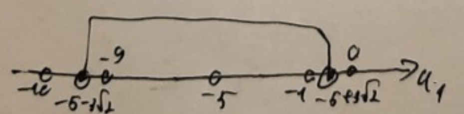
$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2+15a_1d+50d^2 > 5a_1+10d+15 \\ 5a_1+10d+39 > a_1^2+15a_1d+56d^2 \end{cases}$$, сложим наши нер-ва $\Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{a_1^2}+\underline{15a_1d}+50d^2+\underline{5a_1}+\underline{10d}+39 > \underline{a_1^2}+\underline{15a_1d}+\underline{5a_1}+\underline{10d}+56d^2+15 \Rightarrow$

$\Rightarrow 50d^2+39 > 56d^2+15 \Rightarrow 6d^2 < 24 \Rightarrow d^2 < 4 \Rightarrow d \in (-2;2)$, с учётом того, что $d>0$ и d – целое делаем вывод, что $d=1$.

Подставляем в нашу систему и решаем относительно a_1

$$\begin{cases} a_1^2+15a_1+50 > 5a_1+25 \\ a_1^2+15a_1+56 < 5a_1+49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2+10a_1+25>0 \\ a_1^2+10a_1+7<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \in R \setminus \{-5\} \\ a \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2}) \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ 

Т.к. a_1 – целое, то подходят значения $a_1 = -1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9$.

Ответ: $\{-1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9\}$

Чистовик.
вар. 20

№3 Решение:

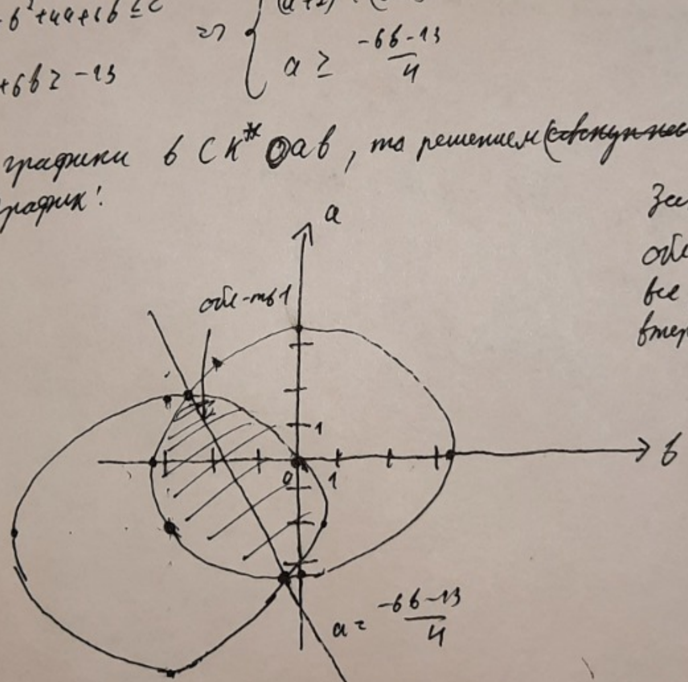
Разобьём нашу систему на совокупность, содержащую 2 сист.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le 13 \quad (1) \\ -4a-6b \ge 13 \quad (2) \end{cases} \\ \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le -4a-6b \quad (3) \\ -4a-6b \le 13 \quad (4) \end{cases} \end{array}\right.$$

(1) и (2): $\begin{cases} a^2+b^2 \le 13 \\ -4a-6b \ge 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 13 \\ a \le \frac{-6b-13}{4} \end{cases}$

(3) и (4): $\begin{cases} a^2+b^2+4a+6b \le 0 \\ 4a+6b \ge -13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \\ a \ge \frac{-6b-13}{4} \end{cases}$

Если рисовать графики в СК* Оab, то решением ~~совокупности для~~ для a и b будет след. график:



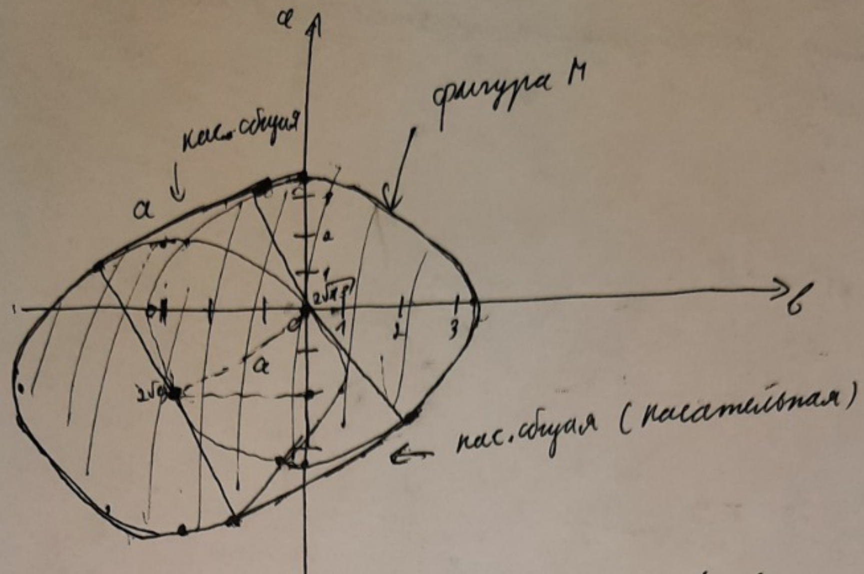
Закраш. обл-ть – обл-ть, в кот. которой все значения a и b верны для второго нер-ва изначальной системы

Совершенно ясно, что ~~уд~~ нер-во $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13$ можно сделать в нер-во $(a-x)^2+(b-y)^2 \le 13$ и учитывая то, что мы нашли a и b, при которых верно второе нер-во из исходной системы, то решения нер-ва $(a-x)^2+(b-y)^2 \le 13$ должно содержать в себе решение второго нер-ва. $a^2+b^2 \le \min(-4a-6b,\ 13) \Rightarrow$ значит площадь фигуры M можно найти и в СК Оab, т.к. можно решать систему относительно a и b $\Rightarrow$ нам будут подходить все круги, содержащие в себе обл-ть 1 (см. рис) $\Rightarrow$

См. на след. стр.

*-(СК - система координат)

Тогда фигура M выглядит след. образом: $\boxed{\text{Чистовик}}$



M состоит из двух половинок окр-ти и прямоугольника

Тогда $S_M = S_{круга} + S_{прямоуг.}$

$S_{кр} = \frac{\pi \cdot (\sqrt{13})^2}{2} = \frac{13\pi}{2}$

$S_{прямоуг.} = 2\sqrt{13} \cdot a$, где $a = \sqrt{13}$ (по т. Пифагора)

$S_{прям.} = 2\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 26.$

$S_M = \frac{13\pi}{2} + 26 = 13\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) = \frac{13}{2}(\pi + 4)$

Ответ: $\frac{13}{2}(\pi + 4)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

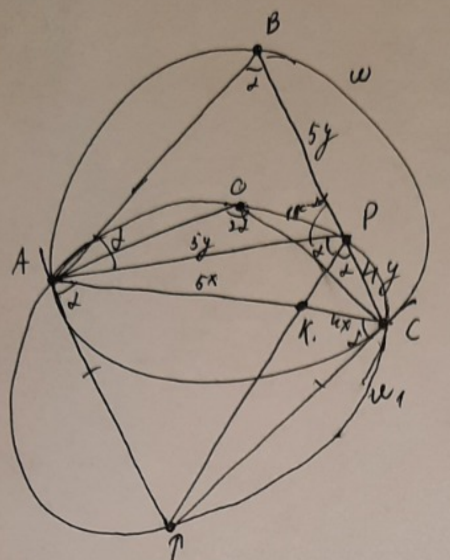
Шифр: **21103781**

ID профиля: **809558**

Вариант 20

Чистовик.
Вариант 2С

№ 6] Решение:



$\begin{cases} S_{CPK}=8 \\ S_{APK}=10 \end{cases}$

Сразу заметим, что $\frac{AK}{KC}=\frac{5}{4}$ из площадей.

Пусть $\angle ABC=\alpha \Rightarrow$

$\angle AOC=2\alpha$ — центр. угол.

$OC\perp TC$ и $CA\perp AT \Rightarrow AOCT$ — впис.

4-х угольник, а значит точка T лежит на окр-ти ω_1 (см. рис.)

$AT=TC$ — отрезки кас-ных из одной точки.

• Значит $\triangle ATC$ — равнобед. $\angle ATC=180-2\alpha$ (из $AOCT$) $\Rightarrow \angle TAC=\angle ACT=\alpha \Rightarrow$

~~$\angle APT=\angle TPC=\alpha$ — впис.~~

$\angle APT=\angle ACT=\alpha$ и $\angle TPC=\angle TAC=\alpha$ — впис. углы

Значит ~~ыз~~ найдём $\frac{AP}{PC}$: $\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}=\frac{5}{4}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\sin\alpha\cdot PK\cdot AP}{\frac{1}{2}\cdot\sin\alpha\cdot PK\cdot PC}=\frac{AP}{PC}$

Пусть $AP=5y \Rightarrow PC=4y$.

$\angle APB=180-2\alpha \Rightarrow \angle BAP=180-(180-2\alpha+\alpha)=\alpha \Rightarrow \triangle ABP$ — равнобед. $\Rightarrow$

$AP=PB=5y$

$\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\sin C\cdot CK\cdot CP}{\frac{1}{2}\cdot\sin C\cdot CB\cdot CA}=\frac{CK\cdot CP}{CB\cdot CA}=\frac{4x\cdot 4y}{9x\cdot 9y}=\frac{16}{81} \Rightarrow S_{ABC}=\frac{81}{16}S_{CPK}=\frac{81}{2}$

• $\angle ABC=\alpha=\operatorname{arctg}\frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{2}{\sqrt5}$ и $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt5}$

$S_{APC}=18=\frac{1}{2}\cdot\sin2\alpha\cdot AP\cdot PC=\frac{1}{2}\cdot2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot5y\cdot4y=\frac{1}{\sqrt5}\cdot\frac{2}{\sqrt5}\cdot20y^2=\frac{40y^2}{5}=8y^2$

$8y^2=18 \Rightarrow y^2=\frac{18}{8}=\frac{9}{4} \Rightarrow y=\frac{3}{2} \Rightarrow CP=6$ и $AP=\frac{15}{2}$.

По т. косинусов:

$AC=\sqrt{AP^2+PC^2-2\cdot AP\cdot PC\cdot\cos2\alpha}$, где $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

$AC=\sqrt{\frac{225}{4}+36-2\cdot6\cdot\frac{15}{2}\cdot\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{225}{4}+36-54}=\sqrt{\frac{225}{4}-18}=\sqrt{\frac{225-72}{4}}=\frac{\sqrt{153}}{2}$

Ответ: а) $\frac{81}{2}$
б) $\frac{\sqrt{153}}{2}$

Чистовик:

Вар. 20

№ 5 Решение:

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2\cdot\log_{2x-8}(x-4)$ (1)

$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{x-4}\sqrt{(5x-26)}$ (2)

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$ (3)

Ограничения: $\begin{cases} 2x-8>0 \\ 2x-8\neq 1 \\ x-4>0 \\ 5x-26>0 \\ 5x-26\neq 1 \\ (x-4)^2\neq 1 \end{cases} \Rightarrow x>\frac{26}{5}$ и $x\neq\frac{27}{5}$.

Пусть $\sqrt{5x-26}=t$ и $x-4=a$ пусть (1) = (2) и (1) + 1 = (3)

• $2\cdot\log_{2a}a = \log_a t \Rightarrow t = a^{\log_{2a}a^2}$

• $2\cdot\log_{2a}a + 1 = \log_t 2a = \log_{a^{\log_{2a}a^2}}(2a) = \frac{1}{\log_{2a}a^2}\cdot\log_a 2a = \log_{a^2}2a\cdot\log_a 2a = \frac{1}{2}\cdot\log_a^2 2a$

$\log_a 2a = z \Rightarrow \frac{2}{z} = \frac{1}{2}z^2 \Rightarrow z^3 = 4 \Rightarrow z = 4^{\frac{1}{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \log_a 2a = 4^{\frac{1}{3}} \Rightarrow a^{\sqrt[3]{4}} = 2a \Rightarrow a^{\sqrt[3]{4}-1} = 2 \Rightarrow a = \sqrt[\sqrt[3]{4}-1]{2}$

$a = x-4 \Rightarrow x = a+4 \Rightarrow x = 4+\sqrt[\sqrt[3]{4}-1]{2}$ или $a=0 \Rightarrow x=4$ – не подходит под ограничения.

Пусть (1) = (3) и (3) + 1 = (2)

• $2\cdot\log_{2a}a = \log_t 2a \Rightarrow \log_{a^2}2a = \log_{2a}t \Rightarrow t = (2a)^{\log_{a^2}2a}$

• $\log_t 2a + 1 = \log_a t = \log_{2a}a^2 + 1 \Rightarrow$

$t = a^{\log_{2a}a^2+1} = (2a)^{\log_{a^2}2a}$

$a\cdot a^{\log_{2a}a^2} = (2a)^{\log_{a^2}2a}$

$a^{\log_{2a}(2a^3)} = 2^{\log_{a^2}2a}\cdot a^{\log_{a^2}2a} = 2^{\log_{a^2}2a}\cdot(2a)^{\frac{1}{2}} = 2^{\log_{a^2}2a}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}(\log_a 2a+1)}\cdot a^{\frac{1}{2}}$

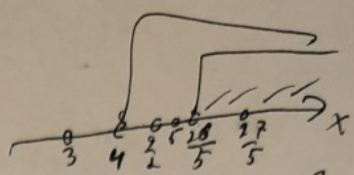
$a^{\log_{2a}(2a^3)-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}(\log_a 2a+1)}$

$a^{1+\log_{2a}a^2-\frac{1}{2}} = 2^{\log_{a^2}2a+\frac{1}{2}}$

$a^{\frac{1}{2}+\log_{2a}a^2} = 2^{\frac{1}{2}+\log_{a^2}2a}$

№5] $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

огранич. $\begin{cases} 2x-8 > 0 \\ 2x-8 \neq 1 \\ x-4>0 \\ (x-4)^2 \neq 1 \\ 5x-26 > 0 \\ 5x-26 \neq 1 \\ 2x-8>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>4 \\ x \neq \frac{9}{2} \\ x \neq \frac{27}{5} \\ x \neq 3 \\ x \neq 5 \\ x > \frac{26}{5} \end{cases} \Rightarrow$



$\left\{ x > \frac{26}{5} \right.$ и $x \neq \frac{27}{5}$.

① 1) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2\cdot\log_{2x-8}(x-4) = 2\cdot\log_{2x-8}\frac{2x-8}{2} = 2\left(\log_{2x-8}(2x-8) - \log_{2x-8}2\right) =$
$= 2 - 2\cdot\log_{2x-8}2.$

2) $\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)$

3) $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 2\log_{5x-26}(2x-8)$

1=2 и 1)+1=3)

$2\cdot\log_{2x-8}(x-4) = \frac{1}{2}\cdot\log_{x-4}(5x-26)$

$4 = \dfrac{\log_{x-4}(5x-26)}{\log_{2x-8}(x-4)} = \log_{(x-4)}(5x-26)\cdot\log_{x-4}(2x-8)$

log $2\cdot\log_{2x-8}(x-4)+1 = 2\cdot\log_{5x-26}(2x-8)$

$\cancel{\log_{x-4}(5x-26)\cdot(2-2\cdot\log_{2x-8}2) = 4}$ $|:2$ $\log_{5x-26}(x-4) = \dfrac{1+\log_{x-4}2}{4}$

$\log_{x-4}\cancel{(5x-26)}$

$\log_{x-4}(5x-26)\left(1+\log_{x-4}2\right) = 4$

$\log_{x-4}(5x-26) + \log_{x-4}(5x-26)\cdot\log_{x-4}2 = 4.$

---

2. log

$2\cdot\left(2-2\cdot\log_{2x-8}2\right)+1 = 2\cdot\log_{5x-26}(2x-8)$ $|:2$

$\frac{5}{2} - 2\cdot\log_{2x-8}2 = \log_{5x-26}(2x-8)$

$\log_{5x-26}(2x-8) + \log_{2x-8}4 = \frac{5}{2}$

$t = a^{\log_{2a}a^2+1} =$

$= a^{\log_{2a}(2a^3)} = \cancel{2a^3\log}$

$\frac{9}{4}\log_{2x-3}(x-4) = \frac{9}{4}\cdot\frac{1}{\log_{x-4}(2x-3)} = \frac{1}{2\cdot(1+\log_{x-4}2)} = \frac{1}{1+2\log_{x-4}2}$

$\frac{1}{2}$ $\boxed{2\cdot\log_{2x-3}(x-4) = \frac{2}{1+\log_{x-4}2}}$ $\boxed{\frac{1}{2}\cdot\log_{x-4}(5x-26)}$

$2\cdot\log_{5x-26}(2x-3) = 2\cdot(\log_{5x-26}(x-4)+\log_{5x-26}2) = 2\cdot\left(\frac{1}{\log_{x-4}(5x-26)}+\log_{5x-26}2\right)$

$\log_{x-4}2 = t$ $\log_{5x-26}2 = b$

$\log_{x-4}(5x-26) = a$

$1) = 2) \Rightarrow$ $\frac{2}{1+t} = \frac{1}{2}\cdot a \Rightarrow$ $a+at=4 \Rightarrow t = \frac{4-a}{a} = \frac{4}{a}-1.$

$\frac{1}{2}\cdot a+1 = 2\left(\frac{1}{a}+b\right) \quad |\cdot 2$

$a+2 = \frac{4}{a}+4b \quad |\cdot a$

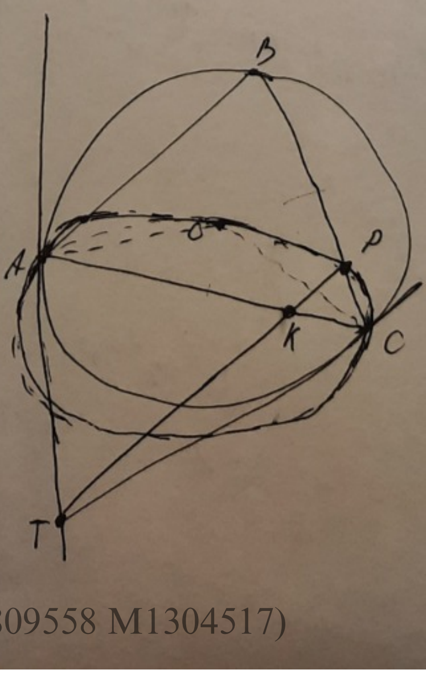
$a^2+2a-4-4ab=0$

$a^2-2a(2b-1)-4=0$

$D = (4b^2-4b+1)\cdot 4+16 = 4b^2-4b+20 = 4(b^2-b+5)$

$\log_{x-4}2 = \frac{4}{\log_{x-4}(5x-26)} - 1.$

~~$\log^2_{x-4}(5x-26) - 4\cdot\log_{x-4}(5x-26)\cdot\log_{(5x-26)}$~~



21103781 (U809558 M1304517)

$tg\angle ABC = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos^2\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt5}$

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$

$S_{\triangle \cancel{BD}} =$

$S_{\triangle DC} = 19 = \frac{1}{2}\cdot\sin 2\alpha\cdot 2cy^2 =$

$\cos 2\alpha =$

$= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$

$= \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

$= \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{2}{\sqrt5}\cdot\frac{1}{\sqrt5}\cdot 2cy^2 = 19$

$\frac{8y^2}{5} = 19$

$y^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$

$y = \frac{3}{2}.$

$AP = \frac{15}{2}$

$CD = 6$

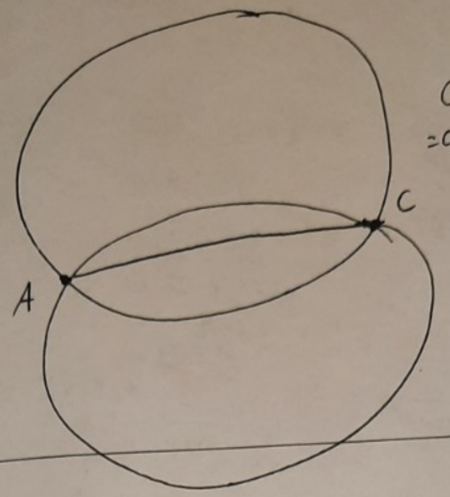
$\cancel{AD} =$

$AC = \sqrt{\frac{225}{4} + 36 - 2\cdot 6\cdot\frac{15}{2}\cdot\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{72}{4}} =$

$= \sqrt{\frac{225}{4} + 36 - 54}$

$\frac{\sqrt{153}}{2}$

$\frac{225}{-72}$
153



$\frac{4}{9}$ $\frac{9}{4}\cdot 19$

$\cos 2\alpha = 2\cdot\cos^2\alpha - 1 =$

$= 2\cdot\frac{4}{5} - 1 = \frac{8}{5} - 1 = \frac{1}{5}$

$S_{APK} = 10$ $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

$S_{CPK} = 8$

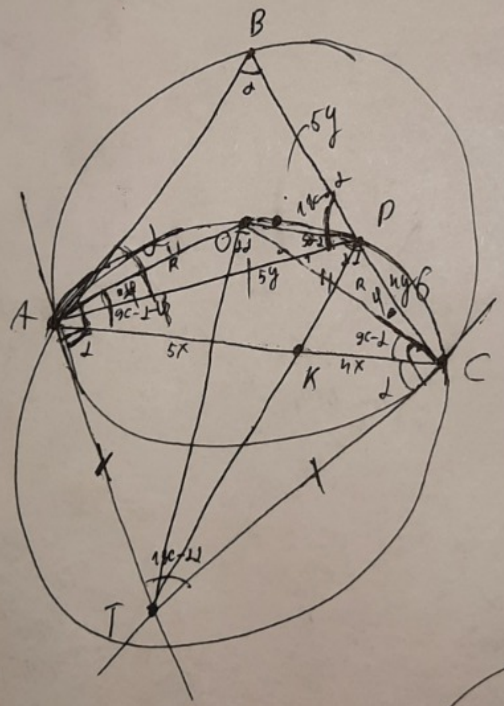
$\frac{225}{-72}$
153

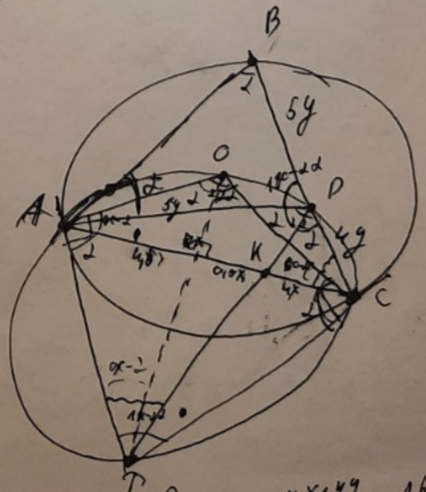
$\frac{AK}{KC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

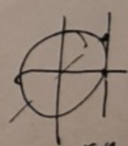
$4AK = 5KC$

$\angle ABC = arctg\frac{1}{2}$

$\frac{225}{72}$ $\cancel{16}$ 32
297







$90 - \alpha + 4$ $\frac{R}{\cos\alpha}$ $\frac{CP}{\sin 4}$

$\frac{54}{-36}$

$6\cdot\frac{5\cdot3\cdot3}{5} = 2\cdot 9 = 54$

$\frac{CD}{\sin\circ} =$

$S_{APK} = \frac{1}{2}\cdot\sin\circ\cdot 25yx = 10$

$\sin\circ = \frac{20}{25yx} = \frac{4}{5yx}$

$\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = \frac{4x\cdot4y}{9x\cdot9y} = \frac{16}{81}$

$S_{ABC} = \frac{81}{\cancel{16}_2}\cdot 8^2 = \frac{81}{2} = 40{,}5$

$\frac{2}{1+\log_{x-4}2}$ $\frac{1}{2}\cdot\log_{x-4}(5x-26)$ $2\log_{5x-26}(2x-8)$

$\log_a' b = \frac{1}{b\cdot\ln 4}$

Пусть $1 = 2 \Rightarrow$

$\frac{22}{4} \vee \frac{26}{5}$

$\frac{2}{1+\log_{x-4}2} = \frac{1}{2}\cdot\log_{x-4}(5x-26)$

$5x-26 \vee x-4$ $22\cdot 5 \vee 26\cdot 4$

$4x \vee 22$ $110 \vee 104$

$x \vee \frac{22}{4}$ $5x-26 \vee 2x-8$

$3x \vee 18$

$x \vee 6$

$4 = \log_{x-4}(2x-8)\cdot\log_{x-4}(5x-26)$

$\sqrt{5x-26} = t$

$2x-8 = 2a$

$x-4 = a$

$f'(x) = \frac{1}{(2x-8)\cdot\ln(x-4)}\cdot\log_{x-4}(5x-26) +$

$2\log_{2x-8}(x-4)$ $\log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$ $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\frac{26}{5}-4 = \frac{6}{5} > 1.$

21. $(1+\log_{x-4}2)\cdot\log_{x-4}(5x-26) = 4.$

$6-4>1$

$2\cdot\log_a\frac{a}{2} = \log_{\frac{a}{2}} t$ $\log_t a$ $\log_a c = b$

$a^b = c$ $a^b = c$

$b^{\log_a c} = c^{\log_a b}$

$\log_a c\cdot\ln b = \ln c\cdot\log_a b$

$\log_b c = \log_b c$ ✓

~~$2\cdot\log_a\frac{a}{2} = \log_{\frac{a}{2}} t$~~

$b\cdot\log_a b = \log_b c$

$2\cdot\log_{2a}a$ $\log_a t$ $\log_t 2a$

$2\cdot\log_{2a}a = \log_a t.$

~~$\log_a t = \log_t 2a - 1$~~

$\log_a t = \log_t\frac{2a}{t}$

$t = a^{\log_{2a}a^2} =$

$= \frac{2a^{\log_{2a}a^2}}{2^{\log_{2a}a^2}} = \frac{a^2}{2^{\log_{2a}a^2}}$

$\log_a t\cdot\log_{\frac{2a}{t}} t = 1.$

~~$\log_a\frac{a^2}{2^{\log_{2a}a^2}}\cdot\log_{\frac{2a}{}}$~~ $a>0$

a b b $b+1$

$2\cdot\frac{26}{5}-8 = \frac{52-40}{5} = \frac{12}{5}$

$\log_a at = \log_t 2a$

$\begin{cases}\log_a at = \log_t 2a \\ \log_{2a}a^2 = \log_a t.\end{cases}$

$\Rightarrow \log_a a^{\frac{2}{\log_a 2a}+1} = \frac{\log_a 2a}{2}\cdot\log_a 2a$

$\frac{2}{\log_a 2a}+1 = \frac{\log_a^2 2a}{2}$ $|\cdot 2\cdot\log_a 2a =$

~~$\log_a at - \log_t 2a = 0$~~

$\frac{2}{\log_a 2a} = a^{2\cdot\log_{2a}a}$

$2a^{\log_a t} = a^2$ $t = a^{2\cdot\frac{1}{\log_a 2a}}$ $a^{\frac{2}{\log_a 2a}} = a^{2\cdot\log_{2a}a}$

$t^{\log_a 2a} = a^2$ $\log_a^3 2a - 2\log_a 2a - 4 = 0$