Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103583**

ID профиля: **802215**

Вариант 20

Чистовик

$$\begin{cases} a_1^2+10a_1+25>0 & (1)\\ a_1^2+10a_1+7<0 & (2)\end{cases}$$

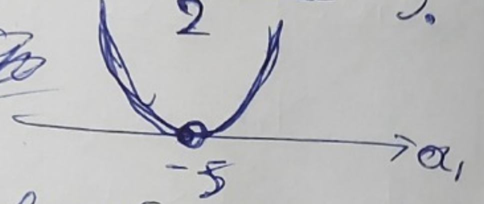
1) $f(a_1)=a_1^2+10a_1+25>0$

$a_1^2+10a_1+25=0$

$D=100-4\cdot 25=0$

$a_1=\frac{-10}{2}=-5.$

~~Гр~~



Вывод: $f(a_1)>0$ при всех a_1, кроме $a_1=-5$.

2) $a_1^2+10a_1+7=f(a_1)$ $f(a_1)<0$ -?

$a_1^2+10a_1+7=0$

$D=100-28=72=(6\sqrt{2})^2$.

$a_1'=\frac{-10-6\sqrt{2}}{2}=-5-3\sqrt{2}\to$ где-то между -9 и -10

$a_1''=\frac{-10+6\sqrt{2}}{2}=-5+3\sqrt{2}\to$ где-то между -1 и 0

$5>3\sqrt{2}>4$

$25>9\cdot 2>16$

$25>18>16.$

$f(a_1)<0$ при $a_1=-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1$.

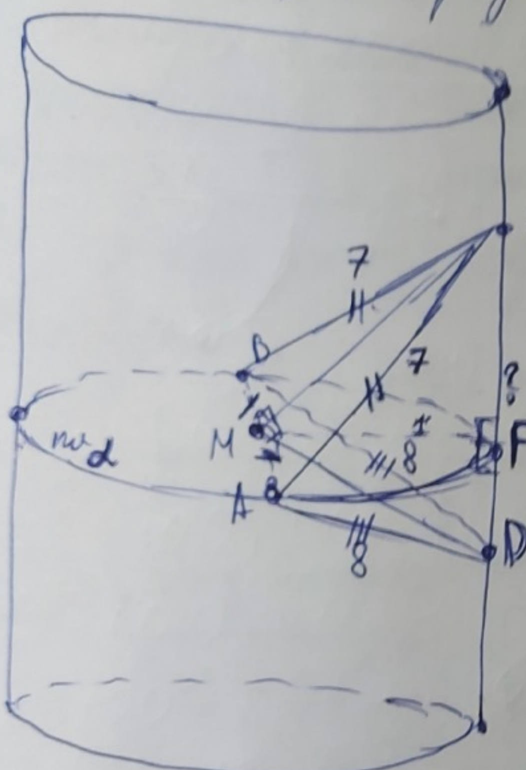
В ответ возьмём все эти a_1, кроме $a_1=-5$, т.к второе условие системы не верно при $a_1=5$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

2 этп

№2 Чистовик

Если все вершины лежат на боковой поверхности цилиндра, то ребро CD параллельно оси цилиндра будет в целом всё лежать на бок пов цилиндра т.к его концы лежат на ней, а отрезок между ними ||



Подумаем, где лежат остальные точки тетраэдра. Если CA=CB; DA=DB, то верно, что что если мы возьмем точку M – середину AB, то ~~C лежит на пер пер~~ CM⊥AB; DM⊥AB т.к CM будет высотой и мед в Δ ABC. DM будет высотой и мед в Δ ABD. Т.е AB⊥CM AB⊥DM => AB⊥ пл CDB, т.к AB⊥ двум пересекающимся прямым из плоскости CMD, если AB ⊥ CMD => ~~через точки A и B возможно провести плоскость α ⊥ плоскости CMD~~ A, B принадлежат плоскости α || плоскости основания цилиндра, ⊥ CD. пл α пересекает цилиндр по окружности || основанию, а точки A, B лежат на этой окружности. CD пересекает эту окр в точке F, и AB также ⊥ FM, AB хорда в окр => на FM лежит центр. Тогда. т.к AB=3

(3 стр)

21103583 (U802215 M1299857)

то ~~где-то~~ |чистовик| ~~а на окружно~~, а это хорда ок-
ружности, то радиус окр $r \geq \frac{1}{2}AB$, т.е
$r \geq \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$. ~~Каким радиус~~ r каким это 1, мы дол-
жны взять ~~цилиндр с наименьшим радиусом~~ и
эдр для которого рад цилиндра в который
он вписан – минимален, т.е $r = 1$, но тогда
AB диаметр, а M – центр окр ~~...~~ пересечения пл-
оскости α с цилиндром (окружности w), тогда
$MF = 1$, как радиус окружности w. $AM = MB = 1$ (тоже)

Найдём DF.

$AD = 8$ $MA = 1$. MD по теореме Пиф для $\triangle AMD$

$$MD = \sqrt{AD^2 - MA^2} = \sqrt{64 - 1} = \sqrt{63}$$

Для $\triangle FMD$ теорема Пиф.

$$FD = \sqrt{MD^2 - MF^2} = \sqrt{63 - 1} = \sqrt{62}$$

$DF = \sqrt{62}$. Найдём CF. в $\triangle AMC$ теорема пиф.

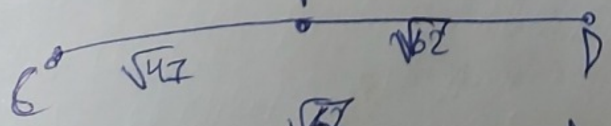
$$MC = \sqrt{AC^2 - MA^2} = \sqrt{49 - 1} = \sqrt{48}$$

$\triangle MFC$ теорема Пиф

$$CF = \sqrt{MC^2 - MF^2} = \sqrt{48 - 1} = \sqrt{47}.$$

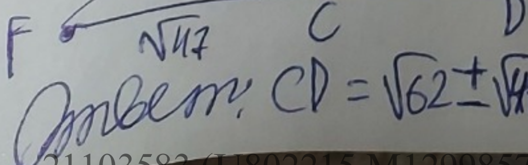
C, F, D на 1-ой прямой.

$CF = \sqrt{47}$. $FD = \sqrt{62}$ 2 случая есть расположения точек.



(D и C по разн стороны от F)

$CD = \sqrt{47} + \sqrt{62}$



(D и C по одну сторону от F)

$CD = \sqrt{62} - \sqrt{47}$.

Ответ: $CD = \sqrt{62} \pm \sqrt{47}$

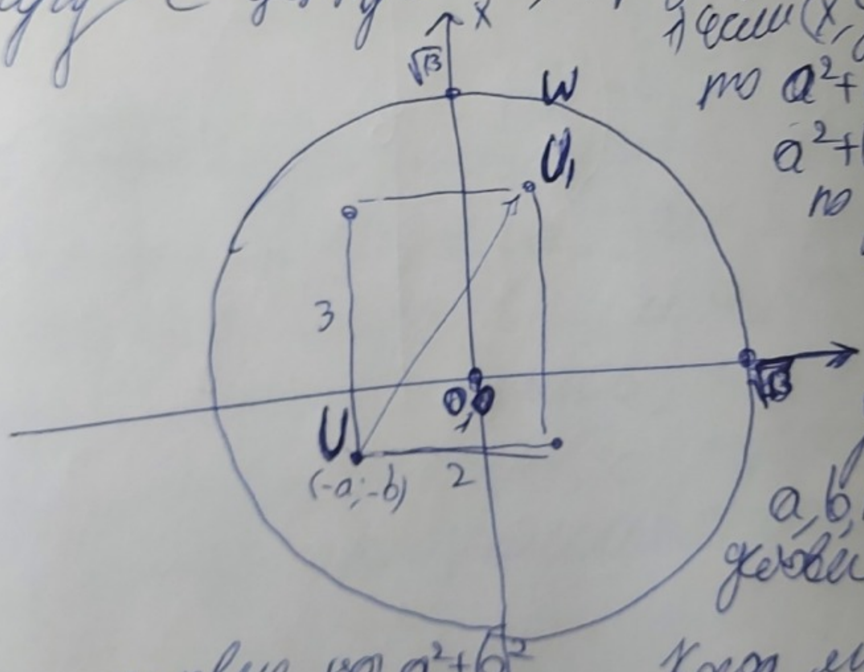
4 страницы

№3 Чистовик

Для начала поймём как же выглядит фигура M.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13, & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b; 13) & (2) \end{cases}$$

(1) задаёт на координатной плоскости ((Ox; Oy) — это системы координат) круг с центром (a; b) и радиусом $\sqrt{13}$. Т.к. из (2) следует, что $a^2+b^2 \le 13$ (т.к. $a^2+b^2 \le \min(-4a-6b; 13)$, то $a^2+b^2 \le 13$ и $a^2+b^2 \le -4a-6b$), ~~однако~~ получ мы можем сказать, что центр круга лежит где-то [в] задаваемом нер-вом (1) на плоскости в круге w с центром (0; 0) радиусом $\sqrt{13}$



центр круга из (1)

Если (x, y) ~~є~~ этому кругу, то $a^2+b^2 \le 13$, иначе $a^2+b^2 > 13$, что нельзя по условию. => вне круга w нет точек (x, y) для которых подходят a, b такие, чтоб условия выполнялись.

Второе условие на a^2+b^2:

$a^2+b^2 \le -4a-6b$

$a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 13$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le \sqrt{13}^2$

Когда мы берём любую точку U, то её $x = -a$, её $y = -b$.

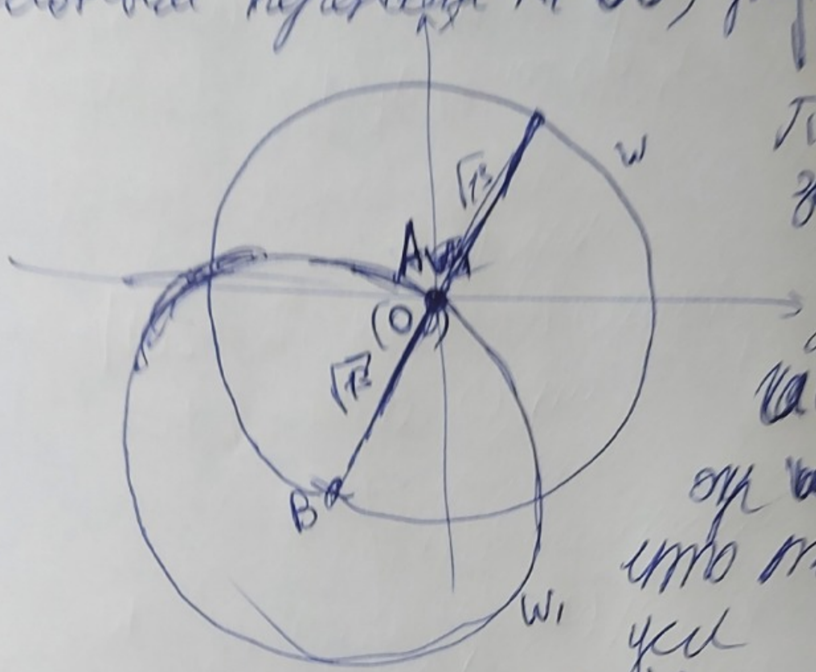
И то что $(a+2)^2+(b+3)^2 \le \sqrt{13}^2$ для неё значит, то что увеличь мы её a и b: a на 2, b на 3, то новая её $a^2+b^2 \le 13$ т.е. ~~точка~~ ~~прим~~ новая точка U_1 лежит ~~в~~ в круге w. то новая точка фигуры

(5 стр)

№3 (чистовик)

Тогда перенесём ~~от~~ круг w в круг w' параллельным переносом на OU', длина $OU' = \sqrt{13}$.

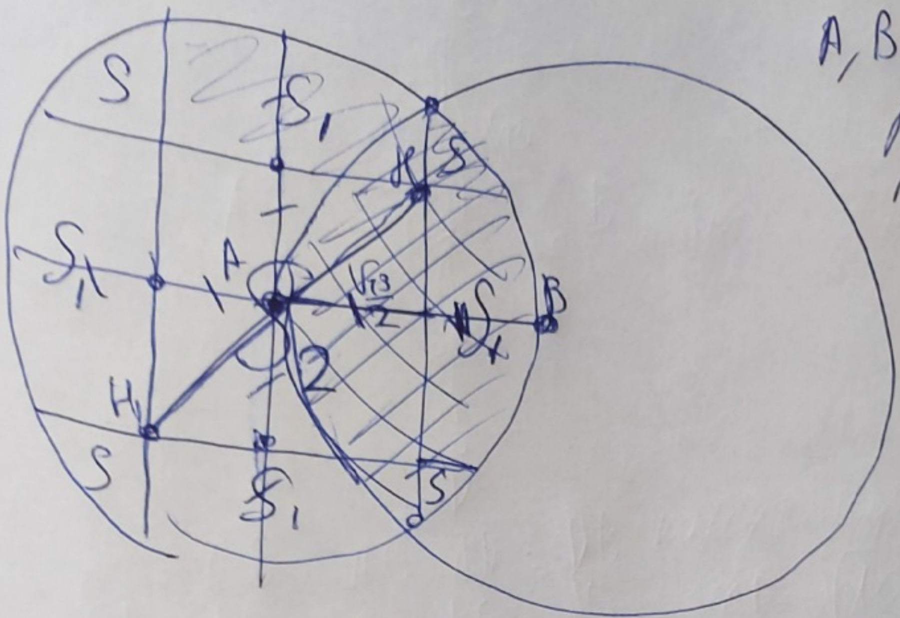
$\sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$



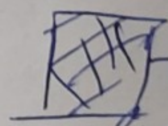
Точку $(0;0)$ назовём за A. Пусть B точка в которую перенесётся A на вектор $\vec{AU'}$ т.е B — центр w_1, получается что точки удовлетворяющие усл $a^2+b^2 \le -4a-6b$, лежат в круге w_2, а точки удовлетворяющие условию $a^2+b^2 \le 13$ лежат в круге w_1. Нам нужны точки лежащие сразу в w_1 и w_2 (т.е в пересечении кругов). Задача свелась, чтобы найти площадь S пересечения кругов с радиусами $\sqrt{13}$, расстояние между центрами которых $= \sqrt{13}$

6 стр

№3 Чистовик



A, B → центры равн окр с рад $\sqrt{13}$



– фигура равная по пл фигурам

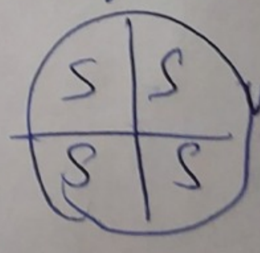
$$S_2 = \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 13$$

$$S_{круга} = 13\pi$$

диаг KH_1 квадрата $= \sqrt{26}$

диам окр $= 2\sqrt{13}$

$2\sqrt{13} - \sqrt{26} = \sqrt{13}(2-\sqrt{2}) = \sqrt{26}(\sqrt{2}-1)$ рад окр W_3



~~S окр~~

$$S_{окр\,W_3} = \pi \cdot 26(2+1-2\sqrt{2}) = 26\pi(3-2\sqrt{2}).$$

~~S окр W_3~~ $S_1 = \frac{S_2 - S_{окр\,W_3}}{4}$

$$S_1 = \frac{13 - 26\pi(3-2\sqrt{2})}{4}$$

$(2S + S_1) \cdot 2 = S_{фигуры}$

$2\left(\frac{13-26\pi(3-2\sqrt{2})}{4} + 13\pi(3-2\sqrt{2})\right)$

7 стр

Ответ: $2\left(\frac{13-26\pi(3-2\sqrt{2})}{4} + 13\pi(3-2\sqrt{2})\right).$

S → ~~Кистовик~~ сумма 5-и членов возр. арифм. прогрессии $\boxed{1}$

$a_1, a_2, a_3, a_4 a_5$

$a_6 \cdot a_{11} > S+15$
$a_8 \cdot a_9 < S+39$

состоит из ~~натураль~~ целых чисел

$a_1; a_1+d; a_1+2d; a_1+3d; a_1+4d$ → первые 5 членов

$5a_1+10d = S$ → сумма первых 5-и членов

$a_6 \cdot a_{11} = (a_1+5d)(a_1+10d) = a_1^2+15da_1+50d^2$

$a_8 \cdot a_9 = (a_1+7d)(a_1+8d) = a_1^2+15da_1+56d^2$

$a_1^2+15da_1+50d^2 > S+15$
$a_1^2+15da_1+56d^2 < S+39$ (по условию).

$a_1^2+15da_1+50d^2 > S+15 \quad S+39 > a_1^2+15da_1+56d^2$

$39-15=\boxed{24}$

$a_1^2+15da_1+50d^2+24 > a_1^2+15da_1+56d^2;$

$24 > 6d^2$

$4 > d^2$, d → целое число ⇒ $d=-1, 0, 1$

Т.к. арифм. прогрессия - возрастающая ⇒

⇒ подходит только $d=1$.

Тогда:

$S = 5a_1+10$

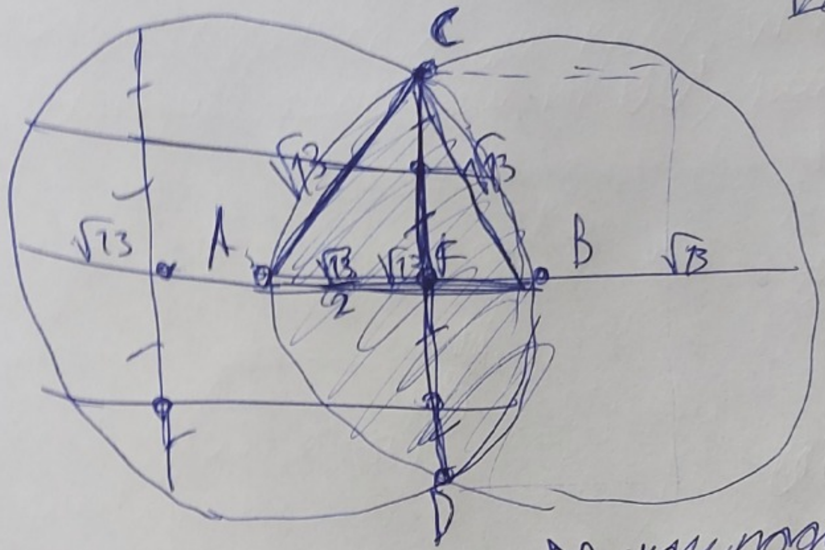
$\begin{cases} a_6 \cdot a_{11} = a_1^2+15a_1+50 > 5a_1+10+15 \\ a_8 \cdot a_9 = a_1^2+15a_1+56 < 5a_1+10+39 \end{cases}$

$56-49=57-40=17$

1 стр

~~Условие~~

▨ – S фигуры – ?



Все точки есть концы радиусов.

$AC = CB = AB = AD = DB$ (как радиусы)

$CD \perp AB = F \quad AF = \frac{\sqrt{13}}{2} \quad CF = \sqrt{AC^2 - AF^2} =$

$= \sqrt{13 - \frac{13}{4}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 3}{2}}$

~~CD=1~~ $CD = 2CF = 2\sqrt{\frac{39}{2}} = \sqrt{78}$

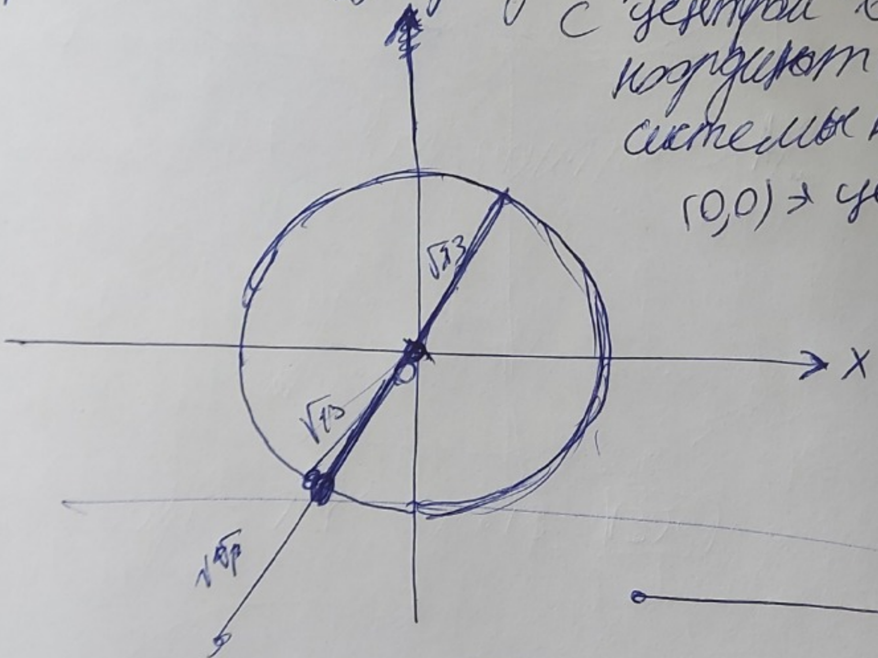
$S_{1\text{-окружн}} = (\sqrt{13})^2 \pi = 13\pi$

№ 3 [~~[illegible]~~]

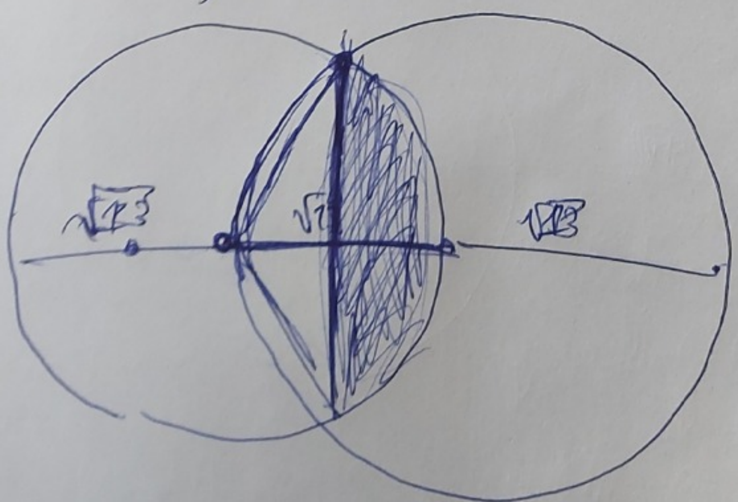
Для начала поймём как же выходит фигура M.

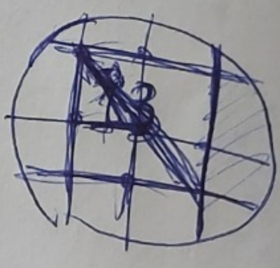
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \quad (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-4-6a, 13) \end{cases}$$

Построим ~~график первого не~~ множество точек удовлетворяющих первому нер-ву на графике. Это будет ~~внутр~~ круг с радиусом $\sqrt{13}$ и с центром в начале координат (OX; OY) → оси системы координат (0,0) → центр ~~окруж~~ круга.



$\boxed{\sqrt{26}}$



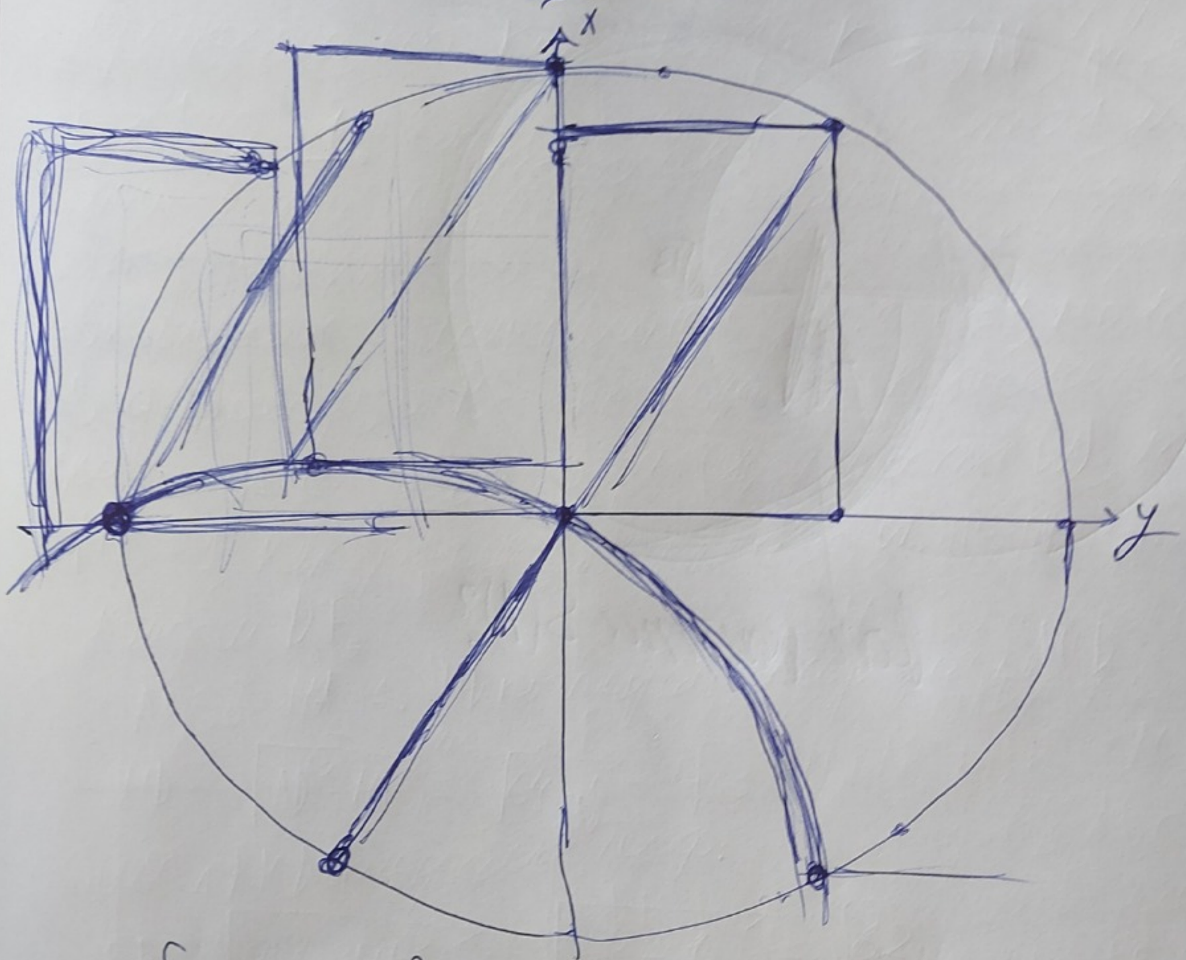


$13\pi - 13 =$

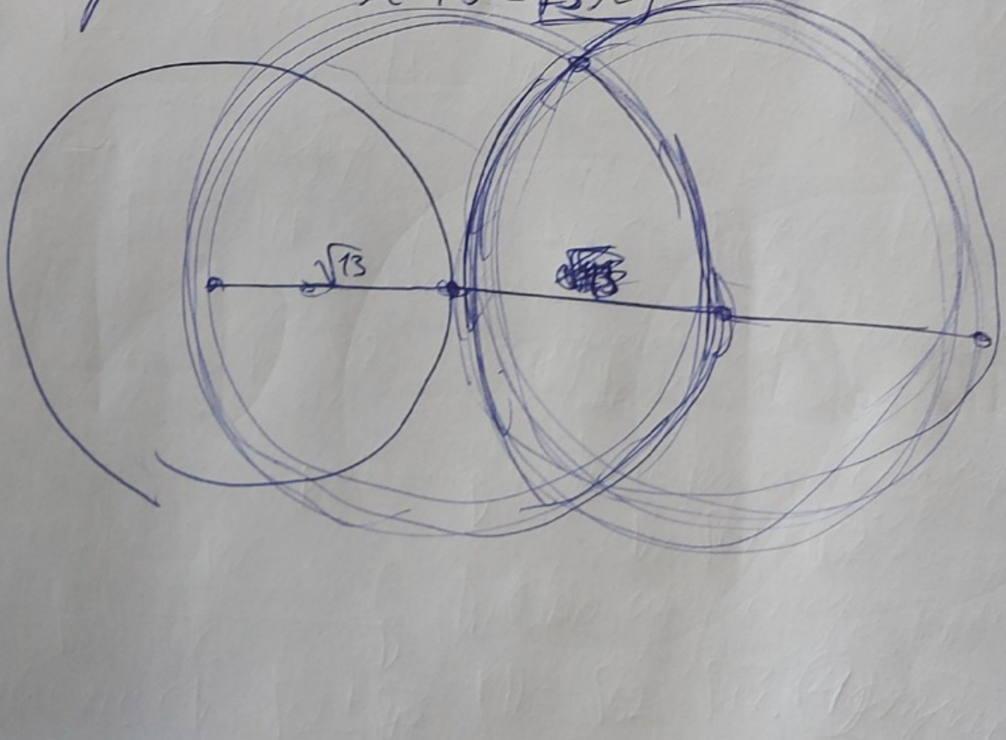
45 мал + 4 больш

$13(\pi - 1)$

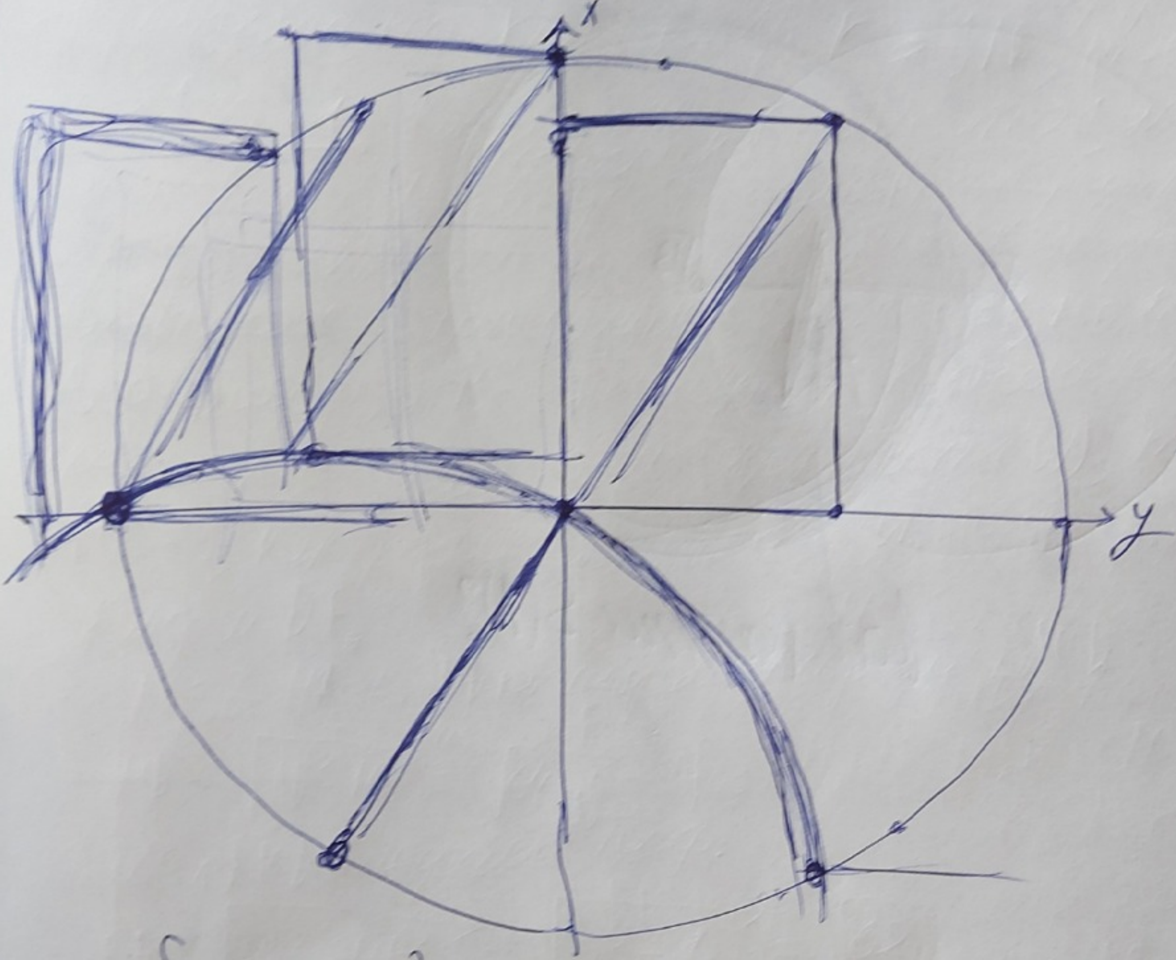
№3



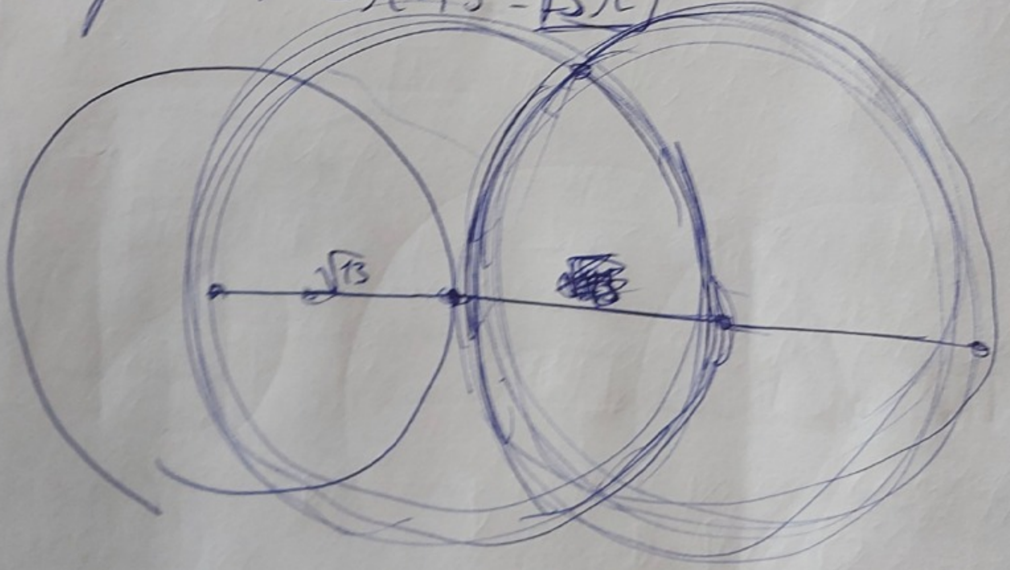
$S_{окр} = \pi r^2 = \pi \cdot 13 = \boxed{13\pi}$



$\boxed{№3}$



$S_{окр} = \pi r^2 = \pi \cdot 13 = \boxed{13\pi}$



Как найти S(A)?

$a_1, a_2, \ldots, a_5$

a_1
$a_1 + d$
$a_1 + 2d$
$a_1 + 3d$
$a_1 + 4d$

$S = 5a_1 + 10d$

$a_6 \cdot a_{11} = (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 50d^2 + 15a_1 d$

$\vee$

$\cancel{5a_1 + 10d} + S + 15$

$a_8 \cdot a_9 = (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) = a_1^2 + 15a_1 d + 56d^2$

$\wedge$

$S + 39$

$a_1^2 + 50d^2 + 15a_1 d + 24 > a_1^2 + 15a_1 d + 56d^2$

$24 > 6d^2$

$4 > d^2 \Rightarrow d = -1, 0, 1$ т.к d – целое, но, т.к прогресс возр, то $d = 1$.

$\cancel{a^2}$
$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 + 50 > 15 + 10 + 5a_1 \\ a_1^2 + 15a_1 + 56 < 39 + 10 + 5a_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 & (1) \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 & (2) \end{cases}$$

1) $D = 100 - 100 = 0.$
$a_1 = \frac{-10}{2} = -5$, подходят все a_1 кроме $a_1 = -5$.

2) $D = 100 - 7 \cdot 4 = 100 - 28 = 72 = (6\sqrt{2})^2$

$a_1 = \frac{-10 + 6\sqrt{2}}{2} = -5 + 3\sqrt{2}$

$a_2 = \frac{-10 - 6\sqrt{2}}{2} = -5 - 3\sqrt{2}$

№3.

М – фигура на декартовой плоскости, состоит из всех точек x и y. $\boxed{\text{Найти: площадь М}}$

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b;\ 13) \end{cases}$$

$y = -4a - 6b$ это что?

окружность радиусом 13 ~~...~~

за рамки множество точек, которые могут быть центрами окружности окружности точки

нет значения, чтоб это выполнялось.

$\boxed{a^2+b^2 \le 13}$

$a^2+b^2 \le -4a-6b$

$a^2+4a+b^2+6b \le 0$

$a^2+4a+4+b^2+6b+9-13 \le 0$

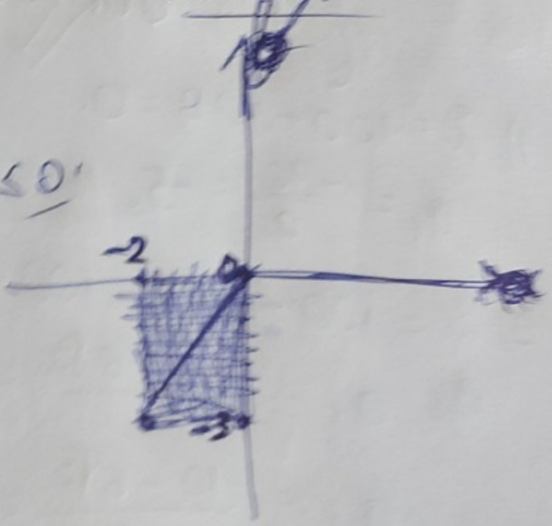
$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

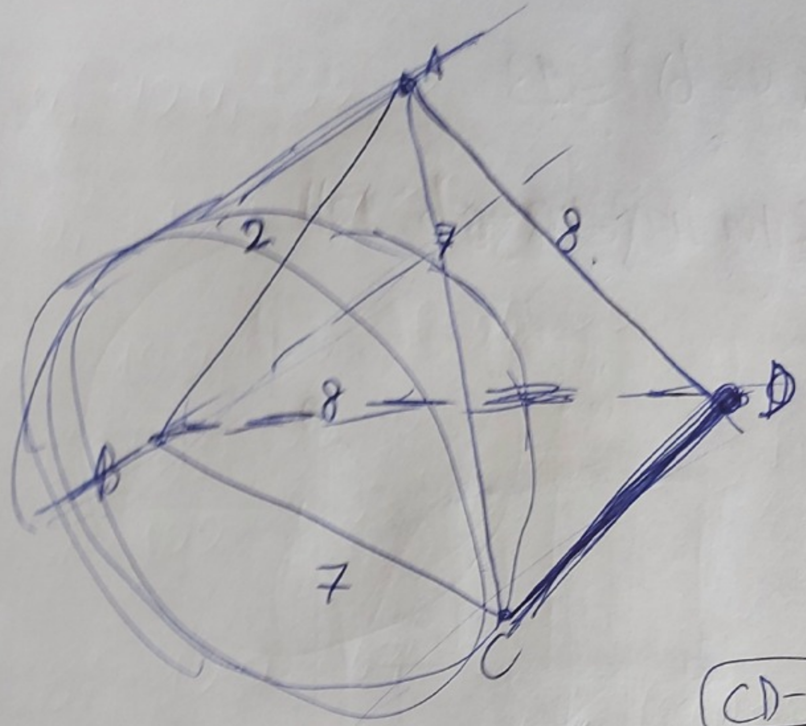
$a=0,\ b=0$

$13 \le 13$

$b=-3$
$a=-2$

$b=-1$
$a=1$



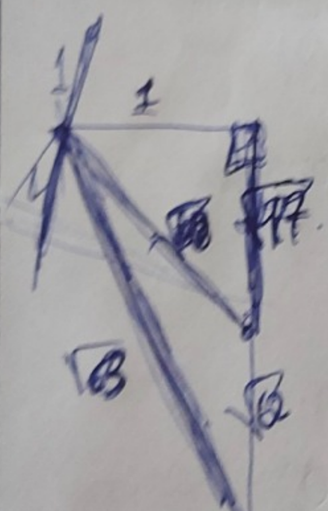


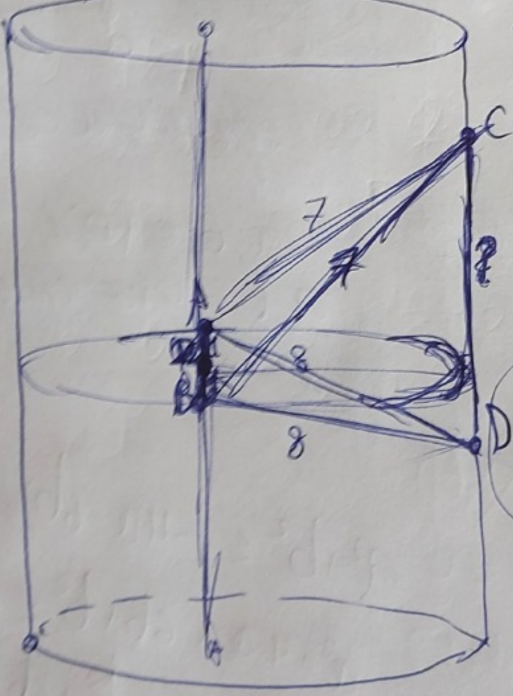
CD-?

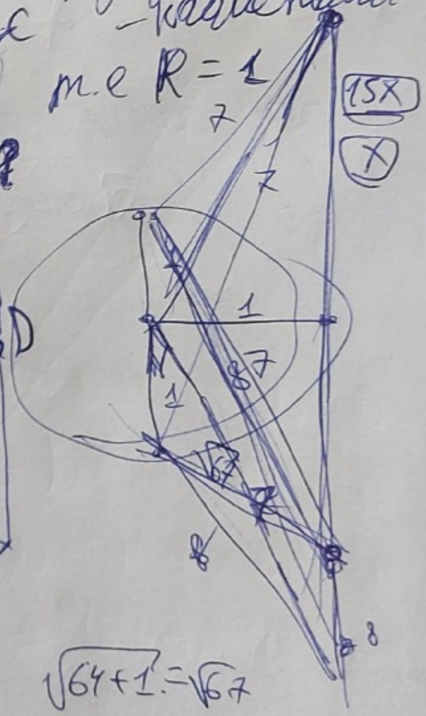
тетраэдр такой, что радиус цилиндра - наименьший.

т.е R = 1

$\sqrt{49+1}$







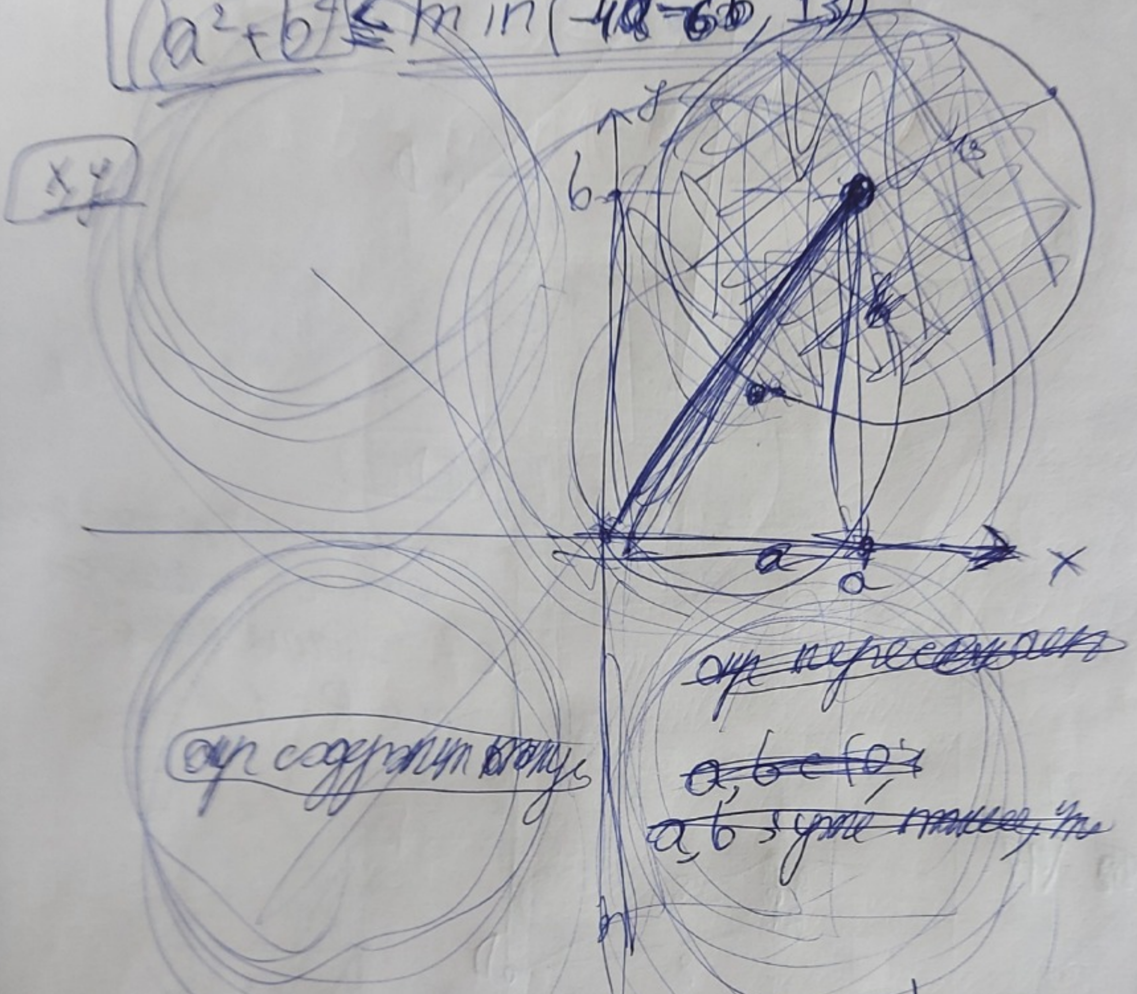
$\sqrt{64+1} = \sqrt{67}$

$\sqrt{62} - \sqrt{47}$.

$4(\sqrt{62}-\sqrt{47})$ 15 не.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ \boxed{a^2+b^2} \le \min(-4a-6b;\ 13) \end{cases}$$

$\boxed{x, y}$

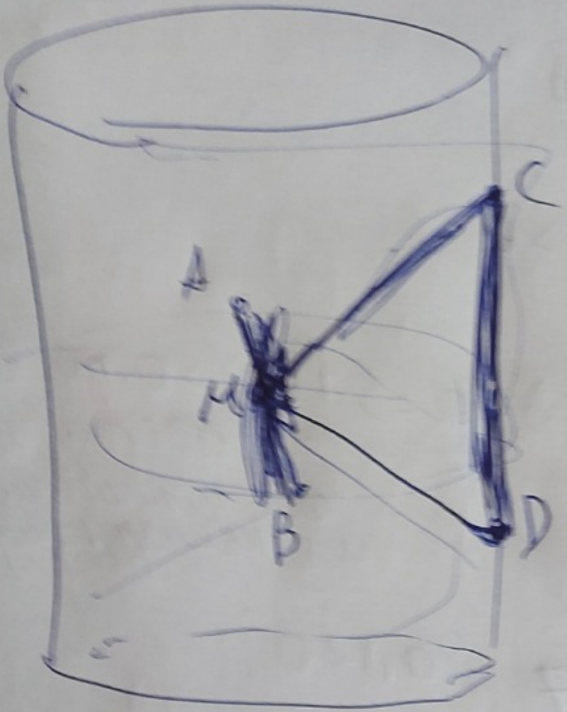


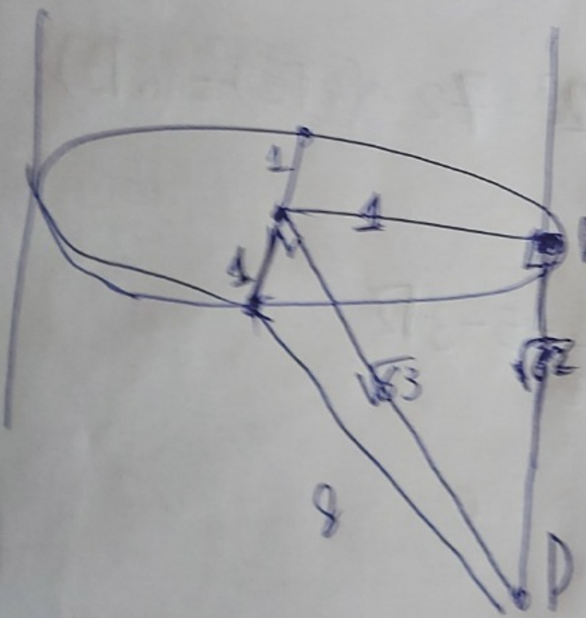
$a^2+b^2 \le -4a-6b;$

$a^2+4a+6b+b^2 \le 0;$

$a^2+4a+4+b^2+6b+9 \le 13;$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13.$





$64-1 = \sqrt{63}$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 35 > 0 & (1) \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0; & (2) \end{cases}$$

1) $a_1^2 + 10a_1 + 35 = f(a_1) > 0$

$a_1^2 + 10a_1 + 35 = 0$

$D = 100 - 4 \cdot 35 < 0.$ $D < 0 \Rightarrow f(a_1) > 0$ при всех x, т.к старши член чётной степени и с полож коэф 1.

2) $a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$f(a_1) = a_1^2 + 10a_1 + 7$ $\quad f(a_1) < 0$?

$a_1^2 + 10a_1 + 7 = 0$

$D = 100 \cancel{-40} - 4 \cdot 7 = 100 - 28 = 72 = \cancel{(4\sqrt{2})^2} = (6\sqrt{2})^2$

$a_0 = \dfrac{-10 + 6\sqrt{2}}{2} = -5 + 3\sqrt{2}$

$a_2 = \dfrac{-10 - 6\sqrt{2}}{2} = -5 - 3\sqrt{2}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103583**

ID профиля: **802215**

Вариант 20

№4 [Чистовик]

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 10 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

т.к НОК содержит лишь 2 и 5, то числа a, b, c не могут быть кратные никакому другому и каждое число $\vdots 10$, т.к НОД(10). Заметим, что если все 3 числа $\vdots 2$ не в 1-ой степени, ~~то НОД~~ или $\vdots 5$ не в 1-ой степ, то НОД был бы > 10 $\Rightarrow$ ~~есть число $\vdots 2$,~~

~~Если $\Rightarrow$ есть число $\vdots 2$ есть $\vdots 5$ где 2 и 5.~~ ~~есть число среди делителей которого~~ ~~при~~ есть число при разложении которого на простые множители 2-ка всего 1-а, а есть аналогичное число $\vdots$ только на одну 5-ку. Также также есть число $\vdots 2^{17}$ и есть $\vdots 5^{16}$, но чисел кратных $2^{>17}$ или $5^{>16}$ нет. (из НОК следует).

Представим числа в след виде:

$a = 2^{k_1}\cdot 5^{p_1}$

$b = 2^{k_2}\cdot 5^{p_2}$

$c = 2^{k_3}\cdot 5^{p_3}$

Среди $(k_1; k_2; k_3)$ выбрать одно $=17$ 3 варианта, среди 2-х оставш. выбрать одно $=1$ 2 варианта. 6 вариантов выбрать наиб и наим.

Аналогично для (p_1, p_2, p_3). 6 вар выбр наим и наиб. $6\cdot 6 = 36$ вариантов выбрать наибольшее и наим для k и p. Оставшееся k – любое от 1 до 17, оставшееся p любое от 1 до 16.

$16\cdot 17 \to$ выбрать k и p.

$36\cdot 16\cdot 17$ вариантов всего выбрать числа a, b, c. Однако, выбирая максимальные и мин

1стр

ниальные $\boxed{\text{Чистовик}}$ мы ~~считали~~ посчитали некоторые
p и k
лишние случаи в случае, если оставленная
k → макс или мин и эт p макс или минималь-
ю. Сколько же лишних случаев мы посчитали?
36 · 4 = 144 мы посчитали для случаев когда

2 k макс 1 k мин 2 p макс 1 p min	2k мин 1k макс 2p мин 1p макс	2k min 1 k max 2p max 1p min	2k max 1k min 2p min 1p max.

Но на самом деле в каждом случае всего по 9 способов выбрать ~~k и p, а не по 36~~
~~из k и p мак и минимальные~~ k, каким k что относится. 1 из 3-х способов выбираем макс или мин в зависимости от того, какого типа k (одно, а не 2), аналогично с p и 3·3 = 9.
~~144 ...~~ т.е 36 способов мы посчитали
за 144. И нужно поэтому отнять 144 − 36 =
= 108 лишних способов
36 · 16 · 17 − 108 = 9 686 способов
Ответ: 9 686 способов.

Чистовик

2 стр

№5 (Чистовик)

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{\sqrt{2(x-4)}}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = \log_{\sqrt{5x-26}} 2(x-4)$

Замена

$x-4 = c$

$\sqrt{5x-26} = b$

Как мы видим с заменой это

$\log_{\sqrt{2c}} c = \log_{2c} c^2$ $\boxed{x>5{,}2 \text{ ОДЗ}}$

$\log_c b$

$\log_b 2c$

Рассмотрим разные случаи

1) $\log_{2c} c^2 = a+1$

$\log_c b = a$ $\quad c^a = b$

$\log_b 2c = a$ $\quad b^a = 2c$

$c^{a^2} = 2c$,

тогда $\log_{2c} c^2 = \frac{1}{a^4}$, но также $\log_{2c} c^2 = a+1$

$\frac{1}{a^4} = \frac{a+1}{1}$,

$a^5 + a^4 - 1 = 0$

2) $\log_{2c} c^2 = a$

$\log_c b = a$ $\quad c^a = b$

$\log_b 2c = a+1$ $\quad b^{a+1} = 2c$

$c^{a(a+1)} = 2c$

$c^{a^2+a} = 2c$

$\log_{2c} c^2 = \left(\frac{1}{a^2+a}\right)^2$, но $\log_{2c} c^2 = a$

$\left(\frac{1}{a^2+a}\right)^2 = \frac{a}{1}$

$a^5 + 2a^4 + a^3 - 1 = 0$,

$\cancel{a^3 + a^2 - 1 = 0}$

3) $\log_{2c} c^2 = a$

$\log_c b = a+1$

$\log_b 2c = a$

$c^{a+1} = b$

$b^a = 2c$

$c^{(a+1)a} = 2c$

$\log_{2c} c^2 = \frac{1}{(a+1)a}$, но также $\log_{2c} c^2 = a$

$\left(\frac{1}{a^2+a}\right)^2 = \frac{a}{1}$ $\quad a^5 + 2a^4 + a^3 - 1 = 0$

3стр

№5 (участвовал)

Во всех случаях получилось ~~одно и то же~~ уравнения: $a^5+2a^4+a^3-1=0$ и $a^5+a^4-1=0$

~~$a^3+a^2-1=0$~~

Если найти корни, то можно приравнивать к его корням и корням $+1$ выражения изначальные, а затем выполнить проверку и найти нужные нам x.

$a^5+a^4-1=0$

4стр

$\cancel{\log_{2c}} \log_{2c} c^2$

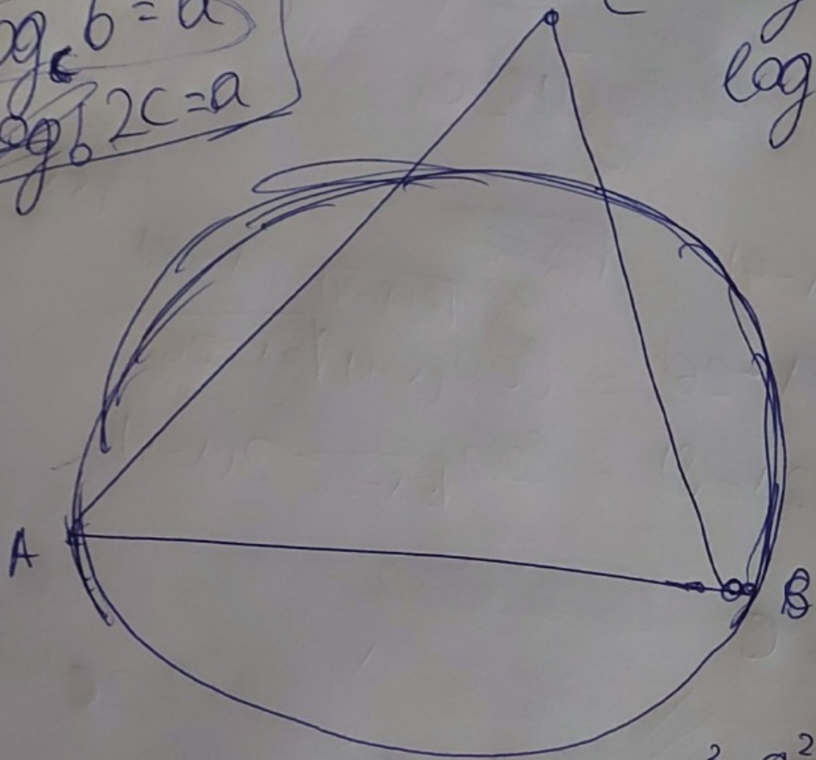
$\log_c b = a$

$\cancel{\log_b} 2c = a$

$\log_{2c} c^2$

$\log_{c^2} b$

$\log_b 2c^2$



$\underline{a^3+a^2-1=0}$

Корень-?

$a_1a_2+a_2a_3+a_1a_3$

$a_1a_2a_3=-1$

$\cancel{a_1 = -a_2a_3}$

$a_1 = -\frac{1}{a_2a_3}$

$\boxed{a^3+a^2-1=0}$

$\cancel{a^3+a^2\ 1}$

$a^3+a^2-1+1-1=0,$

$(a-1)(a^2+a+1)+(a-1)(a+1)+1=0,$

$(a-1)(a^2+a+1+a+1)+1=0$

$(a-1)((a+1)^2+1)+1=0$

$\boxed{-a_3-a_2-a_1=1}$

сумма 1

~~произв =1~~

$$\text{ОДЗ}: x > 5{,}2$$

замена

$$\boxed{\begin{matrix} x-4=c \\ \sqrt{5x-26}=b. \end{matrix}}$$

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{\sqrt{2(x-4)}}(x-4)$$

$$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = \log_{\sqrt{5x-26}} 2(x-4)$$

$$\log_{\sqrt{2c}} c = \log_{2c} c^2 \qquad \log_{2c} c^2 = \frac{1}{x^2}$$

$$\log_c b = \log_c b = x \qquad c^{x^2} = 2c$$

$$\log_b 2c = \log_b 2c = x. \qquad \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{1}$$

$$\boxed{x^3+x-1=0}$$

1) $\log_c b = x$

$\log_b 2c = x$

$\log_{2c} c^2 = x+1$

$$\begin{cases} c^x = b \\ b^x = 2c \\ (2c)^{x+1} = c^2 \end{cases}$$

$$(b^x)^x = 2^x c^x$$

$$b^{x^2} = 2^x \cdot b$$

$$b = \frac{b^{x^2}}{2^x}$$

$$b^{x^2} = (2c)^2$$

$$(2c)^{x+2} = c^2$$

$$4(2c)^{x+1} = b^{x^2}$$

$$(2c)^{x+2} = \frac{b^{x^2}}{4}$$

$$c^x = b$$

$$2^{x+3} \cdot c \cdot b = b^{x^2}$$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

При каких x два равны, а 3-е больше на 1

ОДЗ

$2x-8 \geq 0$

$x \geq 4$

$x \geq 5{,}2$

$x \geq 4$

$x \neq 4{,}5$

$x \neq 4$

$5x-26 \geq 0$

$x \geq \frac{26}{5} = 5{,}2$

$\cancel{\sqrt{2x-8}}$

$\boxed{2x-8 \neq 1}$

$\boxed{x \neq 4{,}5}$

$\boxed{5x \neq 26}$

$x \neq 5{,}2$

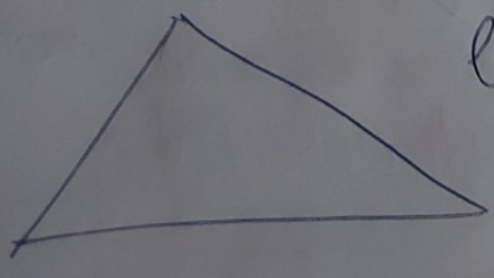
Вывод

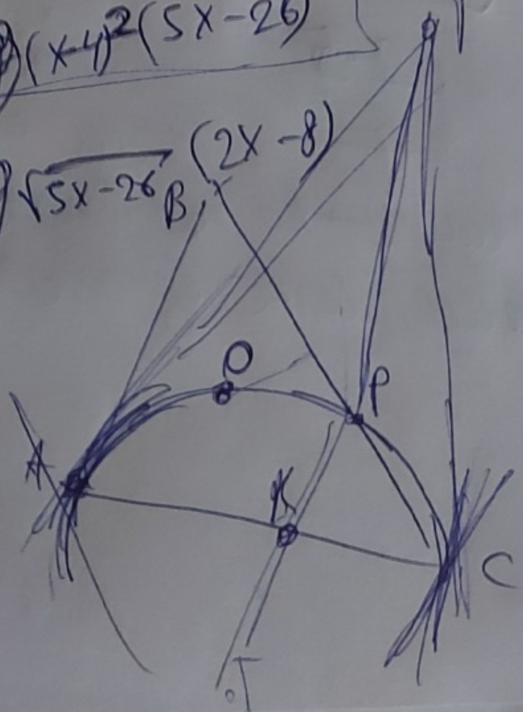
$\boxed{x > 5{,}2}$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$





№4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=10 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$ a, b, c — натуральные

Если НОД 3-х чисел = 10, то $a \vdots 10$ $b \vdots 10$ $c \vdots 10$, также их НОК $= 2^{17}\cdot 5^{16} \Rightarrow$ кроме как на 2-ки и 5-ки числа a, b, c больше ни на что не делятся. Теперь рассмотрим случаи: есть число среди a, b, c $\vdots 2^{17}$, а есть $\vdots 5^{16}$. 1) если одно число $\vdots 5^{16}$, другое 2^{17}

2) одно число $\vdots 2^{17}$ и $\vdots 5^{16}$ сразу.

~~1 случай) тогда одно из чисел это $2^{17}\cdot 5$ другое $5^{16}\cdot 2$. Ни на что кроме 5 и 2 не делятся~~

2) одно число $\vdots 2^{17}$ и $\vdots 5^{16}$ тогда оно больше ничему не кратно. Пусть это число a. Выбрать число 3 способа, поэтому выбрав a мы должны потом кол-во способов выбрать b и c на 3 домножить.

$\boxed{2^{17}\cdot 5^{16}}$ a

$\boxed{2\cdot 5}$ b

$\boxed{2\cdot 5}$ c

Если из b и c у обоих чисел 5-ка или 2-ка не в первой степени, то НОД > 10

поэтому макс у одного из b и c НОД не.

средн k

k^{min} k^{max} $k^{средн}$

p^{min} p^{max} $p^{средн}$

6

6 = 36

1 $36 \cdot 4 = \boxed{144}$

k^{min} k^{max} k^{max}

p^{min} p^{max} p^{min}

$36 \cdot 16 \cdot 17 - 108$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 36 \\ \hline 96 \\ +\ 480 \\ \hline 576 \end{array}$$

$2^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 = 64 \cdot 9 \cdot 17 - 108$

$540 + 36 = 576$

$576 \cdot 17 - 108$

$$\begin{array}{r} 576 \\ \times\ 17 \\ \hline 4032 \\ +\ 5760 \\ \hline 9792 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9792 \\ -\ 108 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9792 \\ -\ 108 \\ \hline 9686 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ \times\ 17 \\ \hline 4032 \\ +\ 5760 \\ \hline 9792 \end{array}$$

~~5760~~

5760 − 3 5576

(24)

НОД$(a, b, c) = 10$

НОК$(a, b; c) = 2^{17} \cdot 5^{16}$

$36 \cdot 16 \cdot 17 = 54$

$-\begin{array}{r}18\\72\end{array}$ $\quad$ $-\begin{array}{r}72\\18\\\hline 54\end{array}$

9 см
9 см

18 см

в нед 72

~~72 - 1~~

18-72

$a \,\vdots\, 2; 5$ $\quad$ $b \,\vdots\, 2; 25$

$c \,\vdots\, 2; 5$

$2^{17} \cdot 5$ $\quad$ $\boxed{2}\boxed{5}$

$5^{16} \cdot 2$

проблема есть

$2\,5$

$2 \cdot 5$ $\quad$ 25 $\quad$ $2^{17} \cdot 5$

9 способов

$5^{16} \cdot 2$

a, b, c НОД $= 10$

Когда степень макс и там и там, мин и там и там

$2 \cdot 5$

$2^{17} 5^{16}$

$2 \cdot 5$ — одна из других двух, одна из других (5-ая)

4

17 степеней

$2^1 5^{16}$ a $\quad$ $2 \, 5^1$ c

$2^{17} 5$ b

16 степеней

$C_3^1 \cdot C_2^1 = 6$ способов макс и мин

6 спс для 2-ки

36 способов вообще

$36 \cdot$

$16 \cdot 17$ способов

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

ОДЗ.

$$\begin{cases} 2x-8>0 & x>4 \\ 5x-26>0 & x>5{,}2 \\ x-4>0 & x>4 \\ 5x-26>0 & x>5{,}2 \\ 2x-8>0 & x>4 \\ x-4\neq 1 & x\neq 5 \\ 2x-8\neq 1 & x\neq 4 \\ 5x-26\neq 1 & x\neq 5{,}2 \end{cases}$$

$x>5{,}2$

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$$

$$\begin{cases} \sqrt{2x-8}^{\,t}=x-4 \\ \sqrt{5x-26}^{\,t}=2x-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{2x-8}^{\,t}=2x-8 \\ \sqrt{5x-26}^{\,t}=2x-8 \end{cases} \Rightarrow 2\sqrt{2x-8}^{\,t}=\sqrt{5x-26}^{\,t}$$

$2^t(2x-8)=5x-26;$

$2^{t+1}\cdot x-2^t\cdot 8-5x+26=0;$

$x(2^{t+1}-5)-2^t\cdot 8+26=0;$

$$x=\frac{2^t\cdot 8+26}{2^{t+1}-5}$$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{x-4}\sqrt{5x-26}$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = \log_{\sqrt{5x-26}}\sqrt{2x-8}$

$\log_a b = \log_a b$

$\log_{b^2} c^2 = \log_b c$

$\log_c a^2 = \cancel{\log} 2\log_c a$

$\log_{2c} c^2$

$\log_c b = x$

$\log_b 2c = x$

$\boxed{c^{x^2} = 2c}$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\log_{\sqrt{5x-26}}2(x-4)$

$\boxed{x=6}$

$\log_4 2 = \frac{1}{2}$

$\log_2 2 = 1$

$\log_2 4 = 2$

$\cancel{2c^2}$

$2c^x = c^2$

$\cancel{\sqrt{2c}\, c}$

$\cancel{\log}$

$\cancel{\log_a b}$

$\cancel{\log_c 2c}$

$\log_{\sqrt{2c}} c$

$\log_c b$

$\log_b 2c$

$\log_{\sqrt{2c}} c$

$\log_{2c} c^2$

$\sqrt{2x-8}^{\,2} = (2x-8)$

$\boxed{(2c)^x = 4c}$

$c^x = b$

$b^x = 2c$

$\log_{2c} c^2$ чё понятно мало?

$\log_c b$

$\log_b 2c$

$\cancel{\log_{2c} c^2}$

$\cancel{\log}$

$2\log_{2c} c = \frac{2}{x^2}$

$\log_c b = x$

$\log_b 2c = x$

$\cancel{(c^x)^x = 2c}$

$(c^x)^x = 2c$

$\frac{2}{x^2} = \frac{x+1}{1}$

$2c \to c$

$x^3 + x - 2 = 0$

$(2c^{\frac{1}{x}})^{\frac{1}{x}} = c$

$2\log_{2c} c = 2x$

$(2c)^x = c$

$\log_2 4 = 2$

$\log_4 2 = \frac{1}{2}$

$\log_c b = 2x$

$\log_b 2c = 2x+1$

$x\log_b 2c = 2x^2 + x$

$\frac{1}{2x^2+x} = \frac{2x}{1}$

$\log_b c = 2x^2 + x$

$4x^3 + 2x^2 - 1 = 0$

$\log_c b = 2x$

$\cancel{2x^2+x}$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\cancel{5x-26=c}$

$\cancel{\frac{1}{a^4+2a^2}}$

$\frac{1}{a^4+2a^3+a^2} = \frac{a^3}{2}$

$x-4=c^2$

$5x-26=b^2$

$a^4+2a^3+a^4$

$\log_{\sqrt{2c}} c^2$

$\log_{c^2} b^2$

$\boxed{\text{2 числа равны, 3-е > на 1}}$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\boxed{x-4=c^2}$

$2x-8=2c^2$

$5x-26=b^2$

$\log_{2c} c^2 = a+1$ $\qquad \log_{\sqrt{2c^2}} c^2 \quad \frac{1}{x}$

$\log_c b = a$ $\qquad \log_{c^4} b^2 \quad \boxed{c^x = 26}$

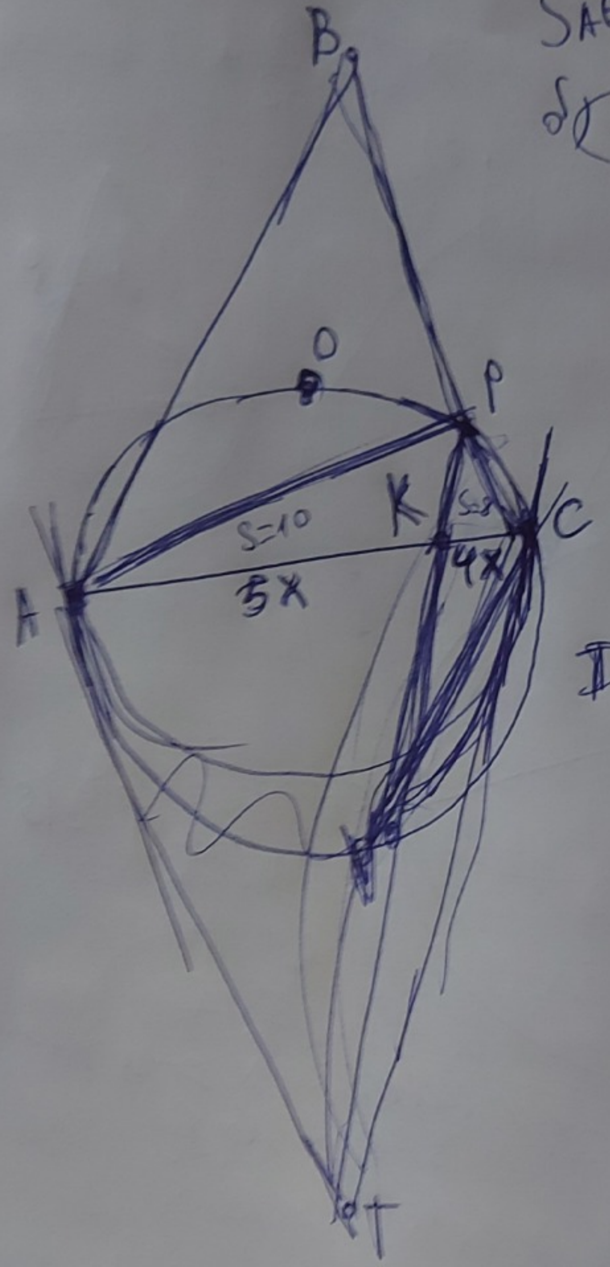
$\log_b 2c = a$ $\qquad \log_b 2c^2 \quad a^5+a^4-1=0$

$c^a = b$

$b^a = 2c$ $\qquad \log_{2c} c^2 = \frac{1}{a^4}$ $\qquad a^2(a^2+2a+1) = \frac{1}{a^4+2a^3+a^2}$

$c^{a^2} = 2c$ $\qquad \frac{1}{a^4} = \frac{a+1}{1}$ $\qquad a^5+2a^4+a^3-1=0$

21103583 (U802215 M[illegible]858)



S_{ABC} – ?

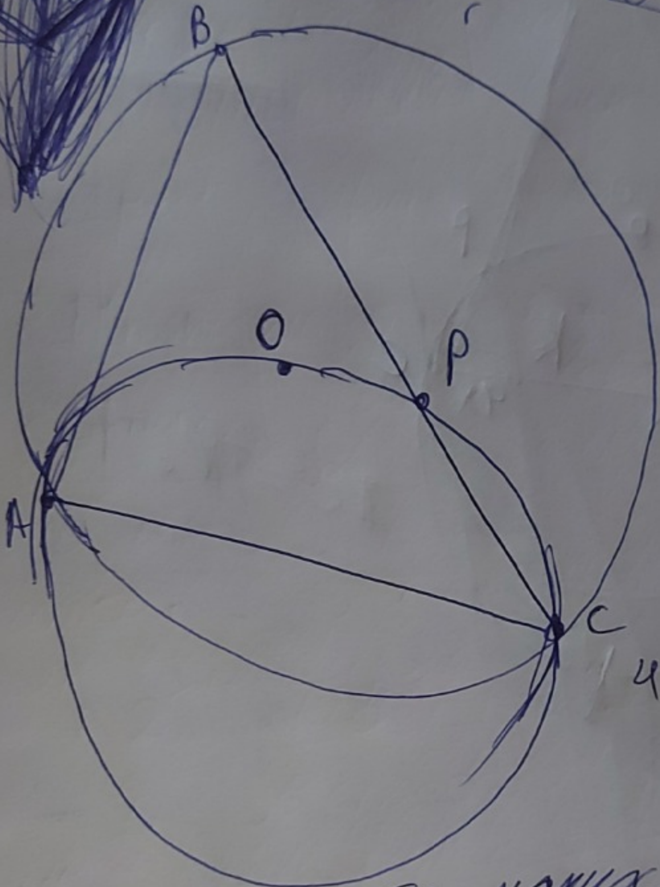
б) $\angle ABC = \operatorname{arcctg} \frac{1}{2}$ найти AC

$TC^2 = T\cancel{K} \cdot TP$

$a^5+2a^4+a^3-1=0$

$\cancel{32\ \ 2\ \ 32}$

$\frac{1}{32}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-1=0$



$4(2x-8)^{2t}=(5x-26)^{2t}$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ При каких x з-а равны

а з-е > но 1

$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\sqrt{2x-8}^{\,t}=x-4$ $t-?$ $(2x-8)^{2t}=x^2-8x+16$

$\sqrt{5x-26}^{\,t}=2x-8$ $(5x-26)^{2t}=4x^2-32x+64$

$a^3+a^2-1=0;$

~~$a^3+a^2-1 \mid a-1$~~

$a^3+a^2-1=0;$ Корень уравнения $a =$ че-то

~~$a^2(a+1)=1.$~~ ~~$a=1$~~

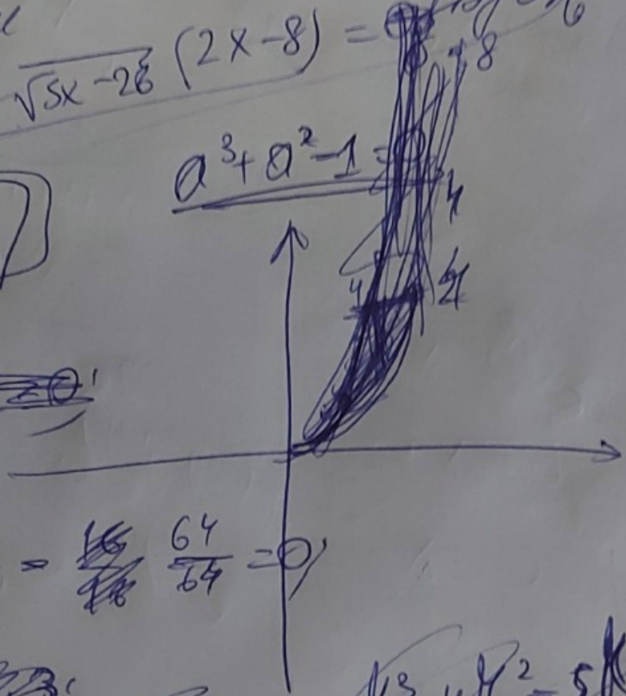
Одно из чисел

$\log_{(x-4)^2}(5x-26) =$ корни

или

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) =$ корень

$a^3+a^2-1=$



$\boxed{a^3+a^2-1=0;}$

~~$(a-1)(a$~~

~~$a^3+2a^2-a^2-1=0;$~~

$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{4}$ $-\frac{125}{64}+\frac{25}{16}=\frac{16}{16}\frac{64}{64}=0;$

$\frac{6}{5}$ ~~$\frac{216}{125}$~~ ~~216~~

$k^3-4k^2-5k-1=0;$

~~необходимо~~

$a^3+a^2-1=0$ >1

~~$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1=0$~~

$(-1-k)^3+(-1-k)^2-1=0;$

$-1-k^3+3k^2+3k+1+k^2+2k-1=0;$

$k^3-4k^2-5k-1=0;$

$\cancel{\log_{2c} c^2 = x}$

$\cancel{\log_c b = x}$ $\cancel{c^x = b}$

$\cancel{\log_{2c} = x+1}$

$$\boxed{\begin{aligned} \log_{2c} c^2 &= x \\ \log_c b &= x \\ \log_b 2c &= x+1 \end{aligned}}$$

$c^x = b$

$c^{x(x+1)} = 2c$

$\frac{1}{x(x+1)} = x$

$\boxed{x^3+x-1=0}$

$$\boxed{\begin{aligned} \log_{\sqrt{2}c} c^2 &= x \\ \log_c b &= x+1 \\ \log_b 2c &= x \end{aligned}}$$

$\left((c)^{x+1}\right)^x = 2c$

$c^{(x+1)x} = 2c$

$\log_{\sqrt{2}c} c^2 = x+1$

$\log_c b = x+1$

$\log_b 2c = x$