Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103517**

ID профиля: **848410**

Вариант 20

Чистовик

N 1. $S = \frac{(a_1+a_5)\cdot 5}{2}$. $\quad a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow S = \frac{(2a_1+4d)\cdot 5}{2} = (a_1+2d)5$

тогда $\begin{cases} a_6\cdot a_{11} > 5(a_1+2d)+15 \\ a_8\cdot a_9 < 5(a_1+2d)+39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > 5(a_1+2d)+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < 5(a_1+2d)+39 \end{cases}$

($d>0$, т.к. по усл. прогрессия возрастает)

$$\begin{cases} a_1^2 + 5d\cdot a_1 + 10d\cdot a_1 + 50d^2 - 5a_1 - 10d - 15 > 0 \\ a_1^2 + 7d\cdot a_1 + 8d\cdot a_1 + 56d^2 - 5a_1 - 10d - 39 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + a_1(15d-5) + 50d^2 - 10d - 15 > 0 \\ a_1^2 + a_1(15d-5) + 56d^2 - 10d - 39 < 0 \end{cases}$$

$D_1 = 225d^2 - 150d + 25 - (50d^2 - 10d - 15)\cdot 4 = 25d^2 - 110d + 85$

$D_2 = 225d^2 - 150d + 25 - 4(56d^2 - 10d - 39) = d^2 - 110d + 181$

$$\begin{cases} \frac{5-15d-\sqrt{25d^2-110d+85}}{2} < a_1 < \frac{5-15d+\sqrt{25d^2-110d+85}}{2} \\ \frac{5-15d-\sqrt{d^2-110d+181}}{2} < a_1 < \frac{5-15d+\sqrt{d^2-110d+181}}{2} \end{cases}$$

Найдем при каких целых d ($d>0$) выполняется:

$$\cancel{\left[\begin{array}{l} \frac{5-15d-\sqrt{d^2-110d+181}}{2} < \frac{5-15d+\sqrt{25d^2-110d+85}}{2} \\ 5-15d+\sqrt{} \end{array}\right.}$$

Найдем при каких натур. d выполняется:

$$\begin{cases} 5-15d-\sqrt{d^2-110d+181} \leq 5-15d+\sqrt{25d^2-110d+85} \\ 5-15d+\sqrt{d^2-110d+181} \geq 5-15d-\sqrt{25d^2-110d+85} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{d^2-110d+181} \leq \sqrt{25d^2-110d+85} \\ \sqrt{d^2-110d+181} \geq -\sqrt{25d^2-110d+85} \end{cases}$$ Заметим, что нер-ва эквивалентны

$\Rightarrow \sqrt{d^2-110d+181} \geq -\sqrt{25d^2-110d+85}$ решение есть тогда, когда ~~существует и левая, и правая части~~ обе части равны 0

~~(т.к. положительное ≥ отриц.)~~ (т.к. положит. ≥ отриц.)

Чистовик

№1 (Продолжение)

$d^2-110d+181 = 0$ $D = 12100 - 181\cdot 4 = 11316$. $d = \dfrac{110 \pm \sqrt{11316}}{2}$

$\sqrt{11316}$ – иррациональное число $\Rightarrow$ d – иррационально

$\Rightarrow$ т.к. в прогрессии все числа целые такие d не подходят.

• Пусть $\dfrac{5-15d-\sqrt{25d^2-110d+85}}{2} = A$ $\dfrac{5-15d+\sqrt{25d^2-110d+85}}{2} = B$

$\dfrac{5-15d-\sqrt{d^2-110d+181}}{2} = C$ $\dfrac{5-15+\sqrt{d^2-110d+181}}{2} = D$

~~Мы помним~~

$\begin{cases} a \in (A,B) \\ a \in (C,D) \end{cases} \Rightarrow$ либо $\begin{cases} C \leq B \\ D \geq A \end{cases}$, либо $\begin{cases} A \leq D \\ B \geq C \end{cases}$

~~Первый случай мы рассмотрели.~~

Р-рим ~~второй~~ первый случай:

$\begin{cases} 2A \leq 2D \\ 2B \geq 2C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\sqrt{25d^2-110d+85} \leq \sqrt{d^2-110d+181} \\ \sqrt{25d^2-110d+85} \geq -\sqrt{d^2-110d+181} \end{cases}$ Заметим, что нер-ва эквивалентны

$\Rightarrow -\sqrt{25d^2-110d+85} \leq \sqrt{d^2-110d+181}$ т.к. ~~А.Ч.~~ левая часть всегда отрицательно или $=0$, а правая всегда положит. или равна 0, то нер-во верно всегда при существовании обеих частей одновременно

$\begin{cases} 25d^2-110d+85 \geq 0 \\ d^2-110d+181 \geq 0 \end{cases}$ $D_1 = 3600$ $d_{1,2} = \dfrac{110 \pm 60}{50}$

$D_2 = 11376$ $d_{1,2} = \dfrac{110 \pm \sqrt{11376}}{2}$

сравним числа: $\dfrac{110+60}{50}$ и $\dfrac{110-\sqrt{11376}}{2}$. $\dfrac{17}{5} \vee \dfrac{110-\sqrt{11376}}{2} \;|\cdot 10$

$34 - 110 \vee -\sqrt{11376}$ $-76 > -\sqrt{11376} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{110+60}{50} > \dfrac{110-\sqrt{11376}}{2}$

Чистовик

№3 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 13 \\ a^2+b^2 \leq \min(-4a-6b, 13)\end{cases}$

1) первое нер-во задает круг с центром $O(a, b)$ и радиусом $R = \sqrt{13}$

2) Р-рим второе нер-во:

если $-4a-6b \leq 13$, то $a^2+b^2 \leq -4a-6b$. $a^2+4a+4+b^2+6b+9 \leq 13$

$\Rightarrow (a+2)^2+(b+3)^2 \leq 13$ ← круг с центром $Q(-2,-3)$. и радиусом $r = \sqrt{13}$.

если $-4a-6b \geq 13$, то

$a^2+b^2 \leq 13$ – круг с центром в $(0,0)$ и радиусом $r_2 = \sqrt{13}$.

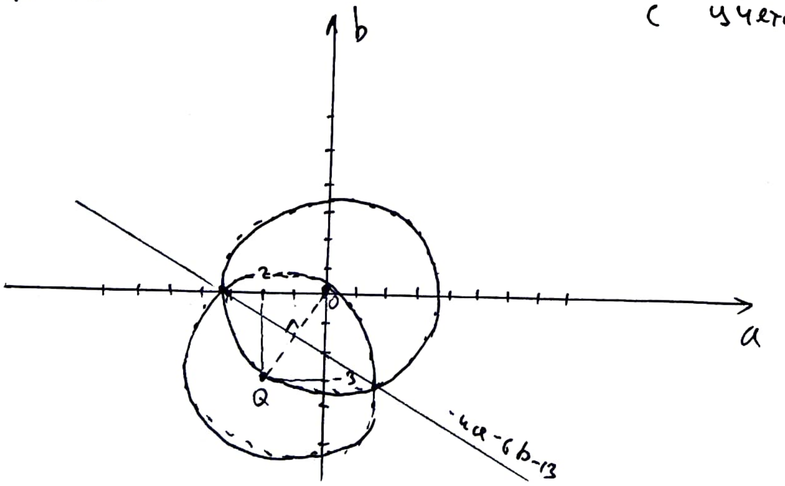
Найдем расстояние от точек $(0,0)$ и Q до прямой $-4a-6b-13$

$$d_1 = \frac{|(-4)\cdot(-2) + (-3)(-6) - 13|}{\sqrt{52}} = \frac{13}{2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$d_2 = \frac{|0+0-13|}{\sqrt{52}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \qquad \Rightarrow \quad d_1 = d_2$$

$\Rightarrow$ перпендикуляры из центров $(0,0)$ и Q к этой прямой лежат на 1 той прямой

(с учетом того, что расстояние между $(0,0)$ и Q $= \sqrt{13}$, т.е. точка Q лежит на окр. с центром $(0,0)$ и $r = \sqrt{13}$; и точка $(0,0)$ лежит на окр Q



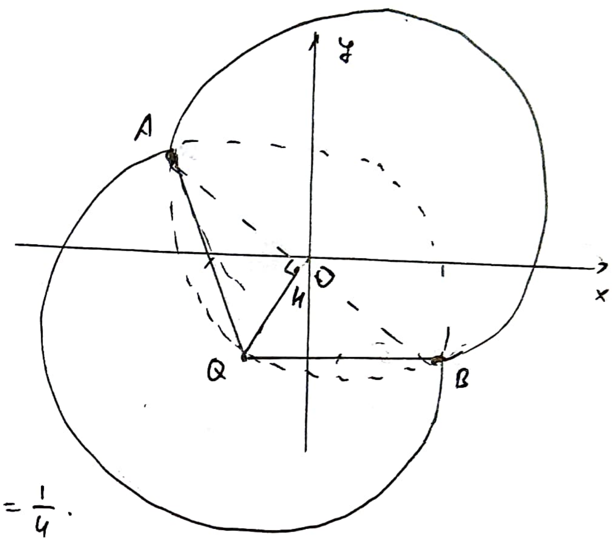
Подходят все т. (a, b), изображенные на этом мн-ве.

поскольку расстояние от центров Q и $(0,0)$ до прямой одинаковое, она пересекает эти 2-е окр. в одних и тех же точках.

Чистовик

~~3~~ №3 (Продолжение)

3) фигура M представляет собой 2-а ~~...~~ круга, имеющих общую часть с центрами в $(0,0)$ и в Q и радиусом $R = 2\sqrt{13}$
(т.к. любой круг с центром $O(a,b)$ и рад. $\sqrt{13}$ входит в искомую фигуру и никакие другие т. плоскости, не принадлежащие ни одному из таких кругов, в нее не входит)



Найдем площадь этих кругов:

$S_к = \pi R^2 = 4 \cdot 13\pi = 52\pi$

Найдем площадь общей части:

т. A и т. B $\in$ прямой $-4a-4b-13$

$AQ = QB = R$

$QH = \frac{\sqrt{13}}{2}$ $\quad \cos\angle HQB = \frac{\sqrt{13}}{2} : \frac{2\sqrt{13}}{1} = \frac{\sqrt{13}}{4\sqrt{13}} = \frac{1}{4}.$

$\Rightarrow \sin\angle HQB = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}.$

$\Rightarrow HB = 2\sqrt{13} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{13}\cdot\sqrt{15}}{2}. \Rightarrow AB = \sqrt{13}\cdot\sqrt{15}.$

~~$\angle AQB =$~~

$\angle AQB = 2\angle HQB \Rightarrow \cos\angle AQB = 2\cos^2\angle HQB - 1 = 2\cdot\frac{1}{16} - 1 = \frac{1}{8} - 1 = -\frac{7}{8}.$

тогда $\angle AQB = \arccos\left(-\frac{7}{8}\right)$

$\frac{S_к}{2\pi} = \frac{\cancel{\arccos(-\frac{7}{8})}\, S_o}{\arccos(-\frac{7}{8})} \Rightarrow S_o = \frac{S_к \cdot \arccos(-\frac{7}{8})}{2\pi} = \frac{52\pi \cdot \arccos(-\frac{7}{8})}{2\pi} =$

$= 26 \cdot \arccos\left(-\frac{7}{8}\right)$

$\Rightarrow$ Площадь фигуры M: $S = 2\cdot S_к - S_o = 104\pi - 26\arccos\left(-\frac{7}{8}\right)$

Ответ: $104\pi - 26\arccos\left(-\frac{7}{8}\right)$

№1 (Продолжение)

~~по~~ Сравним $\frac{110-60}{50}$ и $\frac{110-\sqrt{11376}}{2}$ $|\cdot$ $\mathcal{I}$ и $\frac{110-\sqrt{11376}}{2}$ $|\cdot 2$

$2-110 \vee -\sqrt{11376}$. $13924 > 11376 \Rightarrow \frac{110-66}{50} < \frac{110-\sqrt{11376}}{2}$

$\Rightarrow d \in (0, 1] \cup \left(\frac{110+\sqrt{11376}}{2}; +\infty\right)$

Решая второй случай $\left(\begin{cases} C \leqslant B \\ D \geqslant A \end{cases}\right)$ получим то же самое

$\Rightarrow$ нет смысла его р-ривать

$\Rightarrow$ ~~при на найденных d~~ при целых d, принадлежащих найденному промежутку, сущ. a_1 удов. вам условиям.

Найдем эти a_1:

$$\begin{cases} 0 < d < 1 \\ \\ \end{cases}$$

Черновик

(3) $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \leqslant 13 \\ a^2+b^2 \leqslant \min(-4a-6b, 13) \end{cases}$

$M - ?$

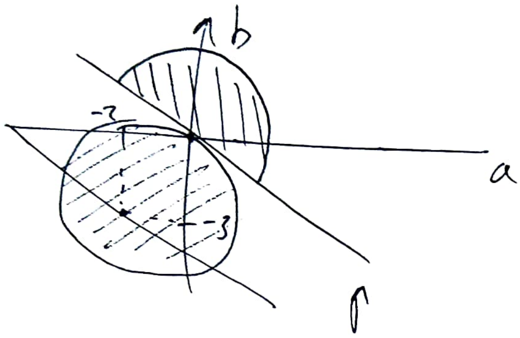
$$\frac{A\cdot M_x + BM_y + C}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

если $-4a-6b > 13$

если $-4a-6b < 13$, то $a^2+b^2 \leqslant -4a-6b$.

$a^2+4a+4+b^2+6b+9 \leqslant 13$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \leqslant 13$



нов.

$-4a-6b=0$

$6b=-4a \qquad b=\frac{-4a}{6}=\frac{-2a}{3}$

$36+16=52$

$$\frac{-4\cdot(-2)+(-3)\cdot(-6)+0}{\sqrt{16+36}} = \frac{8+18}{\dots} = \frac{26}{\sqrt{52}}$$

$52:2=$
$=26=4\cdot13$

$\sqrt{52} = \cancel{2}\cdot\sqrt{13} = \sqrt{13}$

$-4a-6b-13 \leqslant 0$

$$\frac{|-4\cdot(-2)+(-3)\cdot(-6)-13|}{\sqrt{52}} = \frac{13}{2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$t\ 13$

$\cancel{-3 \leq \sqrt{13} \leq 13}$

$3 < \sqrt{13} < 4$

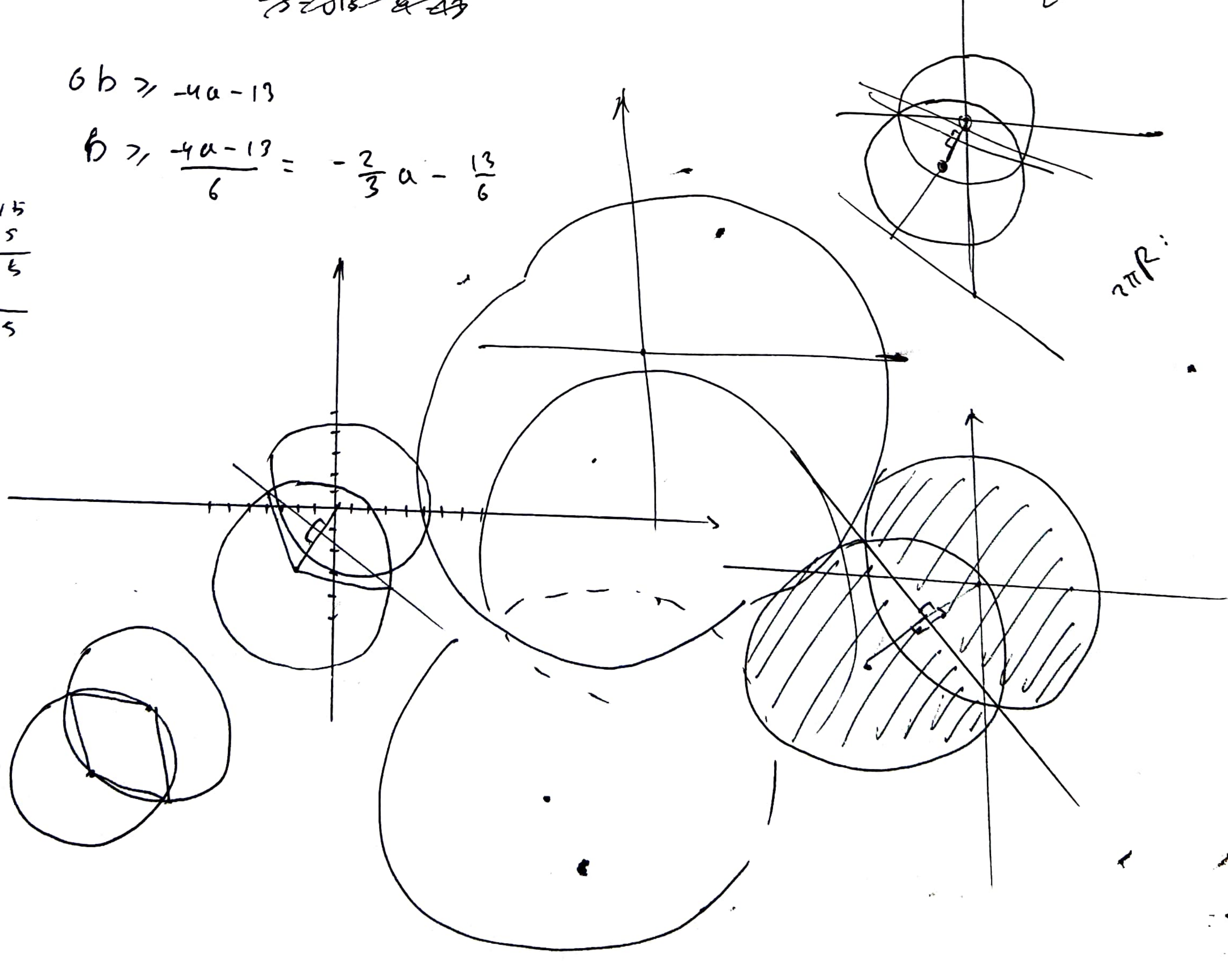
$\frac{2\pi R}{2\pi} = \frac{x}{d}$

$6b \geqslant -4a-13$

$b \geqslant \frac{-4a-13}{6} = -\frac{2}{3}a - \frac{13}{6}$

$15 \cdot 15$: $75 + 15 = 225$

$2\pi R:$



Черновик

1) $S = \frac{(a_1+a_5)\cdot 5}{2}$ ар ↗. $a_1 - ?$ притом $d > 0$

$a_6 \cdot a_{11} > S+15.$ $a_8 \cdot a_9 < S+39$

$\Rightarrow (a_1+5d)(a_1+10d) > S+15$
$(a_1+7d)(a_1+8d) < S+39$

$a_5 = a_1 + d\cdot 4$

$S = \frac{(a_1+a_1+4d)}{2}\cdot 5 = (a_1+2d)5$

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > 5(a_1+2d)+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < 5(a_1+2d)+39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 - 5a_1 - 10d - 15 > 0 \\ a_1^2 + 15da_1 + 56d^2 - 5a_1 - 10d - 39 < 0 \end{cases}$$

$15\cdot 5\cdot 2 = 15\cdot 10 = 150$

$$\begin{cases} a_1^2 + a_1(15d-5) + 50d^2 - 10d - 15 > 0 \\ \end{cases}$$

$225d^2 - 150d + 25 - 200d^2 + 400d + 60$

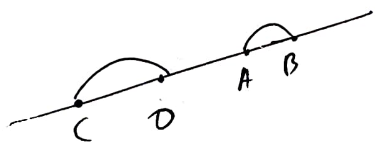
$a \in (A;B)$

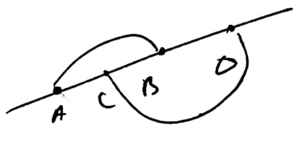
$a \in (C,D)$

при каком d

$a \in (A;D)$ или $a \in ($ $C < B$
$D < A$

или





$56 \cdot 4 = 224$

$225 - 124 = 101$

$39 \cdot 4 = 156$, $156 + 25 = 181$

$x < -\frac{1}{2}$

$x < 4$

$$\begin{cases} 2x+4 < 3 \\ x+2 < 6 \end{cases}$$

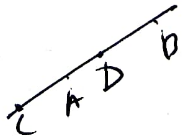
$3x+6 < 9$

$x < 1$

$a_1 = \frac{5-15d \pm \sqrt{25d^2 - 110d}}{2}$

$a_1 =$

$181 \cdot 4 = 724$

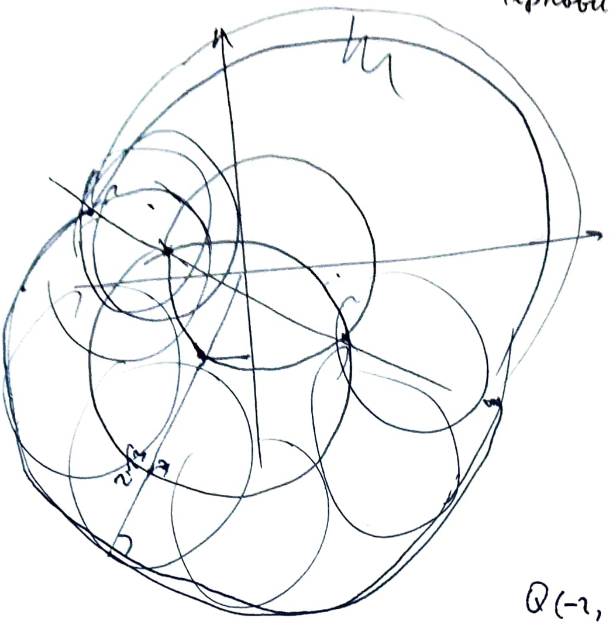


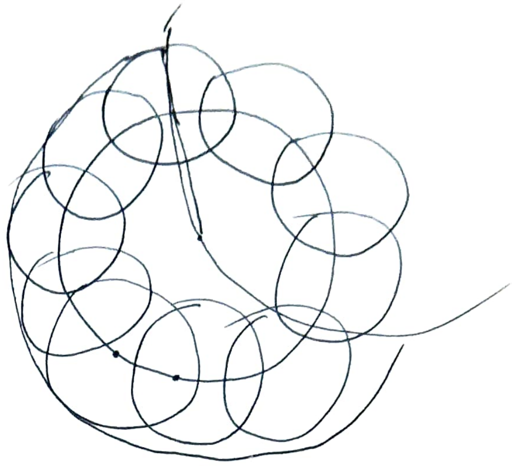
$12100 - 784 = 11316$

$11316 : 3 = 3772$

$5+14\%$

Черновик





$Q(-2,-3)$

$R_1 = 2\sqrt{13}$

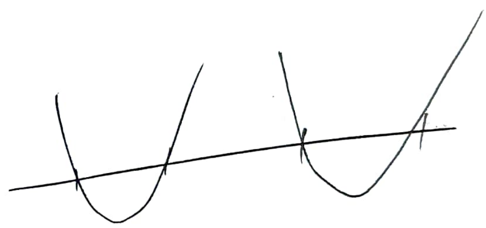
$O(0,0)$ $R = 2\sqrt{13}.$ $\pi R^2 = 52\pi$

$12100 - 85 \cdot 25 \cdot 4$ $2 \cdot 52\pi.$ — x

$\| \; 8500$

$\cancel{85}$

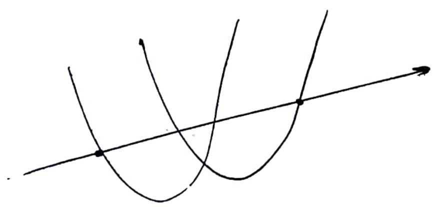
$$\begin{array}{r} 12100 \\ -\ 8500 \\ \hline 3600 \end{array}$$



3600

$$\begin{array}{r} 181 \\ \cdot\ 4 \\ \hline 724 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12100 \\ -\ 724 \\ \hline 11376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 118 \\ -\ 34 \\ \hline 76 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 118 \\ \cdot\ 118 \\ \hline +\ 944 \\ 118\ \\ 118\ \ \\ \hline 13924 \end{array}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103517**

ID профиля: **848410**

Вариант 20

Чистовик

№ 4 $\begin{cases} НОД(a,b,c) = 10 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17} \cdot 5^{16} \end{cases}$

1) т.к. НОК(a,b,c) раскладывается на множители как произведение 2 в степени 17 и 5 в ст. 16, то каждое из чисел a, b, c не делится ни на какое простое, кроме 2 ~~и~~ или 5.

2) т.е. $a = 2^{x_1} \cdot 5^{y_1}$, $b = 2^{x_2} \cdot 5^{y_2}$, $c = 2^{x_3} \cdot 5^{y_3}$

$НОД(a,b,c) = 2^{\min(x_1,x_2,x_3)} \cdot 5^{\min(y_1,y_2,y_3)}$ =>

=> $\min(x_1,x_2,x_3) = 1$, $\min(y_1,y_2,y_3) = 1$.

$НОК(a,b,c) = 2^{\max(x_1,x_2,x_3)} \cdot 5^{\max(y_1,y_2,y_3)}$ =>

=> $\max(x_1,x_2,x_3) = 17$, $\max(y_1,y_2,y_3) = 16$.

Тогда хотя бы одно число из x_1, x_2, x_3 равняется 1 и хотя бы 1 равняется 17

Аналогично хотя бы одно из y_1, y_2, y_3 равн. 1 и хотя бы одно равн. 16

А также ни одно из чисел x_1, x_2, x_3 не может быть больше 17 или меньше 1 и ни одно из y_1, y_2, y_3 не может быть > 16 или < 1

3) Найдем количество таких троек (a, b, c), удов всем условиям.

~~Найдем сколько~~ Найдем сколько троек (x_1, x_2, x_3) может быть

Число способов выбрать какие из чисел x_1, x_2, x_3 будут равны 17 и 1 равно 6.

Оставшееся число может принимать любое значение от 1 до 17

=> $6 \cdot 17 = 102$ тройки (x_1, x_2, x_3)

каждой такой тройке (x_1, x_2, x_3) может соответствовать любая подходящая тройка (y_1, y_2, y_3)

Найдем их количество: $6 \cdot 16 = 96$

4) тогда всего троек (a, b, c): $102 \cdot 96 = 9792$

Ответ: 9792

1

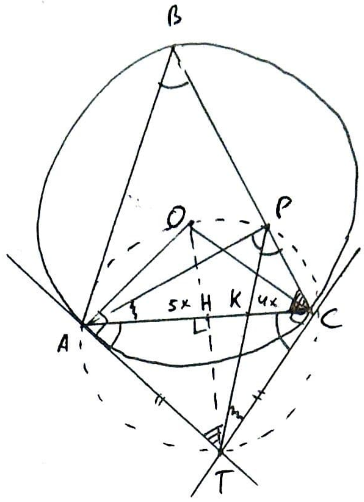
Чистовик

N6:

а) 1) $\angle OAT = \angle OCT = 90°$

(т.к. т. А и С - точки касания)

тогда окр, проход. через точки A, O, C также проходит через т. T, т.к. AOCT - вписан. ($\angle OAT + \angle OCT = 180°$)



2) т. P также принадлежит этой окр. (по усл.)

тогда $\angle TPC = \angle CAT$ (вписан.)

$AT = CT$ (как отрезки касат.) $\Rightarrow \angle CAT = \angle ACT = \angle TPC$

$\angle ACT = \angle ABC$ (угол между касат. CT и хордой AC)

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC$ (2 угла, $\angle C$ - общ.)

3) $\dfrac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle KPC}} = \dfrac{AK}{KC} = \dfrac{10}{8} = \dfrac{5}{4} \Rightarrow \dfrac{AK}{KC} = \dfrac{5}{4} \Rightarrow$ если $AK = 5x$, то $KC = 4x$

(общ. высота)

$\Rightarrow AC = 9x$

$\Rightarrow$ из подобия $\triangle ABC$ и $\triangle KPC$: $\dfrac{KC}{AC} = \dfrac{4}{9} \Rightarrow \dfrac{S_{\triangle KPC}}{S_{\triangle ABC}} = \dfrac{16}{81} \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{81 \cdot 8}{16} =$

$= \dfrac{81}{2}$

а) : Ответ: $\dfrac{81}{2}$

б) 1) ~~\[illegible\]~~ = $\angle ABC = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{2}$. Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{1}{2}$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \dfrac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{2}$ ($\cos\alpha$, $\sin\alpha$ ~~$\sqrt{1-\cos^2\alpha}$~~ - со знаком „+", т.к. $\triangle ABC$ остроуг. по усл.)

$\cos\alpha > 0$

$\Rightarrow 4(1-\cos^2\alpha) = \cos^2\alpha$ (т.к. $\cos\alpha > 0$)

$4 - 4\cos^2\alpha = \cos^2\alpha$. $\quad 5\cos^2\alpha = 4 \quad \cos\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

2) проведем $HT \perp AC$ (т.к. $\triangle ACT$ равнобедр. $AH = HC = \dfrac{9}{2}x$

тогда $AT = \dfrac{HA}{\cos\alpha} = \dfrac{9}{2}x : \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{9x\cdot\sqrt{5}}{4} = \dfrac{9\sqrt{5}x}{4}$

Чистовик

№6 Продолжение

3) $OK \perp AC$, т.к. $OA = OC = R$ (радиус ω)

$\angle AOK = \frac{1}{2} \angle AOC = \alpha$, т.к. $\angle AOC$ (как центральный) $= 2\alpha$

тогда ~~$\cos\alpha = R$~~ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{AT}{R} \Rightarrow R = \frac{AT}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{9\sqrt{5}x}{4} : \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{5}x}{2}$.

4) ~~Найдем $\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2\cdot\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$.~~

Найдем $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

~~$\sin\alpha = \frac{AK}{R}$ (в $\triangle AOK$, где $OK \perp AK$)~~

~~$\Rightarrow AK = \sin\alpha \cdot R = \frac{1}{\sqrt{5}}$~~

5) $\triangle KPC \sim \triangle AKT$. (т.к. $\angle PCA = \angle ATP$, $\angle CAT = \angle TPC$)

$\triangle KPC \sim \triangle APT$ ($\angle APT = \angle TCA$)

$KT \cdot KP = AK \cdot KC = 5x \cdot 4x = 20x^2$

~~$\angle BPC = \angle PAC =$~~
~~$\angle KCT = \angle$~~

$AB \cdot BC \cdot \sin\alpha = 81$ ($S_{\triangle ABC} = 81/2$)

$\frac{AT}{AC} = \frac{PT}{BC} \Rightarrow BC = \frac{PT \cdot AC}{AT} = \frac{\cancel{9x} \cdot PT \cdot 4}{\cancel{9}\sqrt{5}\cancel{x}} = \frac{4}{\sqrt{5}} PT$.

$\frac{PC}{PT} = \frac{4x}{AT} = \frac{4x \cdot 4}{9\sqrt{5}x} = \frac{16}{9\sqrt{5}}$.

$\frac{PC}{BC} = \frac{4}{9} \Rightarrow PC = \frac{4}{9} BC$.

$PT = \frac{4}{9} BC / \frac{16}{9\sqrt{5}} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{9}} \frac{BC \cdot \cancel{9\sqrt{5}}}{\cancel{16}} = \frac{BC}{4}$

~~$BC = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{BC}{4} =$~~

6) $\frac{S_{APT}}{S_{KPC}} = \frac{AT}{KC} \Rightarrow S_{APT} = \frac{9\sqrt{5}x}{4} \cdot 8 = 18\sqrt{5}x$

$S_{AKT} = 18\sqrt{5}x - 10$, тогда $\frac{S_{AKT}}{S_{ABC}} = 5x$

③

Чистовик

N 5 $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

1) $2x-8>0$ $x>4$ $x-4\neq 0$ $5x-26>0$ $x>\frac{26}{5}$

$2x-8\neq 1$ $x\neq\frac{9}{2}$ $|x-4|\neq 1$ $5x-26\neq 1$ $x\neq\frac{27}{5}$.

$x\neq 4$

$x\neq 5$

$x\neq 3$

2)

~~$\begin{cases}\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)\\ \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)-1\end{cases}$~~

~~Решим 1-ое уравнение:~~

~~$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)}(\sqrt{5x-26})$~~ ~~с учетом ограничений $\Leftrightarrow$ $\frac{1}{\log_{(x-4)}\sqrt{2x-8}} = \log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$~~

~~$\begin{cases}1-\log_{(x-4)}\sqrt{2x-8}\cdot\log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}=0\\ x-4\neq\sqrt{2x-8}\end{cases}$~~

• $\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{(x-4)}(\sqrt{5x-26})$

пусть $\sqrt{2x-8}=a$, $x-4=b$, $\sqrt{5x-26}=c$, тогда

$\log_a b\cdot\log_b c\cdot\log_c a^2 = 2$

3.1) Рим случай, когда $\log_a b = \log_b c\cdot\log_c a^2 = \log_a b+1$

пусть $\log_a b = t$, тогда

$t^3+t^2-2=0$. $t=1$ - корень $(t-1)(t^2+2t+2)=0$ ← больше корней нет $\Rightarrow$ $\log_a b=1$, $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=1$ $\Rightarrow$ $\sqrt{2x-8}=x-4$

$2x-8=x^2+16-8x$. $x^2-10x+24=0$ $(x-6)(x-4)=0$ $\Rightarrow$ $x=6$ подходит

$x=4$ - не подх.

~~3.2) $\log_a b = \log_c a^2\cdot\log_b c = \log_a b+1$~~

~~$\log_a b = t$, тогда: $t\cdot(t+1)\cdot t=2$ аналогично только $t=1$ - корень~~

~~$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=1$ - это уже решили в п. 3.1~~

Проверим, подходит ли $x=6$ в уравнение $\log_b c=1$

$\log_{(6-4)}(\sqrt{30-26})=2$ - не подх, значит пока не идет в ответ

Чистовик

N5 Продолжение

3.2) Аналогично $\log_a b = \log_c a^2$. $\log_b c = \log_a b + 1$

мы получаем аналогичное уравнение $t^3 + t^2 = 2$

$\Rightarrow x = 6$

Проверим подходит ли он: $\log_c a^2 = \log_{\sqrt{30-26}}(12-8) = \log_4 4 = 1$

$\log_{ab} bc = \log_a b + 1 = 2$ — проверяли в п. 3.1) => подходит.

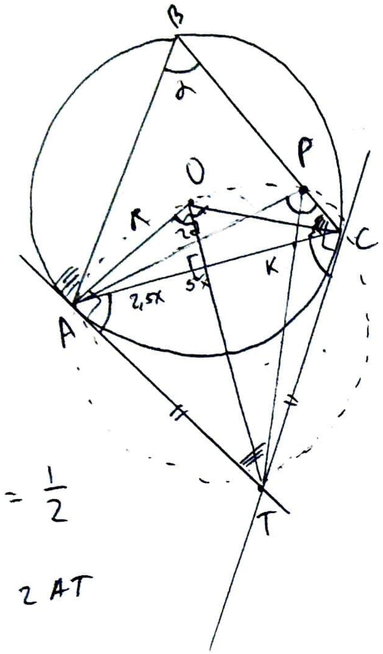
3.3) Аналогично $\log_c a^2 = \log_b c$. $\log_a b = \log_b c + 1$

получаем такое же уравнение: $t^3 + t^2 = 2$

$\Rightarrow t = 1 \Rightarrow x = 6$

~~Пров~~ больше никаких корней не получим, а $x = 6$ уже входит в ответ.

Ответ: 6



TP // AB

найти: $\frac{KC}{AC}$

$\frac{AK}{KC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$TK \cdot KP = 5x \cdot 4x = 20x^2$

$\triangle KPC \sim \triangle ABC$

K

$\triangle APT \sim \triangle ABC \sim \triangle KPC$

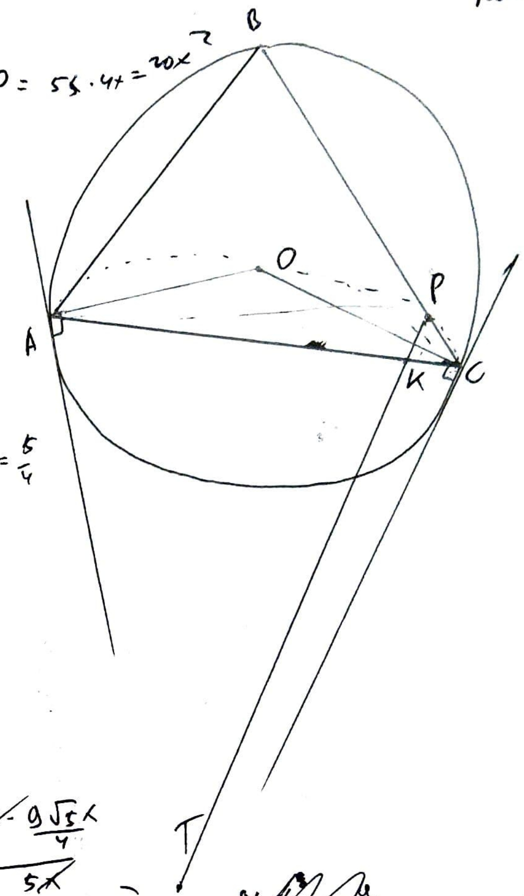
$\triangle AKT \sim \triangle ABC$

$\frac{5x}{AP} = \frac{AT}{TP} = \frac{KT}{AT}$.

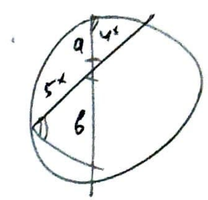
$AT^2 = TP \cdot KT$

$AT = \frac{5x \cdot TP}{AP}$

$\frac{5x}{AB} = \frac{AT}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot AT}{5x} = \frac{\cancel{9x} \cdot \frac{9\sqrt{5}x}{4}}{5\cancel{x}} =$



$\frac{AK}{KC} = \frac{5}{4}$



$\frac{a}{5x} = \frac{4x}{b} \Rightarrow$

$ab = 20x^2$

$\frac{AT}{R} = \frac{1}{2}$

$R = 2AT$

$\cos\alpha = \frac{KA}{AT} \Rightarrow$

$\Rightarrow AT = \frac{KA}{\cos\beta}$

$2\sqrt{a} = \cos$

$4 = \cos$

$tg(\alpha+\beta) = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg^2\alpha}$

$tg(2\alpha) =$

$\frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$

$AB \cdot \sin\alpha \cdot BC = 81$

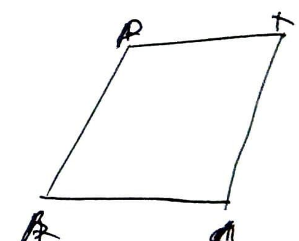
$\frac{4x}{AB} = \frac{4x}{9}$

$AB = \frac{4x \cdot 9}{x} = 9x$

$\frac{5x}{AB} = \frac{AT}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AT \cdot AB}{5x} =$

$\frac{PT}{BC} = \frac{AT}{AC}$

$BC = \frac{PT \cdot AC}{AT} =$



черновик

Черновик

5) $\cancel{a = 2^p \cdot 2 \cdot 5}$

$a = 2^{x_1} \cdot 5^{y_1}$

$b = 2^{x_2} \cdot 5^{y_2}$

$c = 2$

$1 - 7$

$3 - 17$

$1 -$

$1 - 17$
$2 - 1$

$2 - 17$
$3 - 1$

$1 - 17$
$3 - 1$

$C_3^2 = \frac{3!}{2!} = 3$

$2^3 \cdot 5^2$
$2^4 \cdot 5^3$
$5^2 \cdot 2^2$

$a = 2 \cdot 5^{\cdots}$
$b = 5 \cdot 2^{\cdots}$
$c = \ldots$

$2 \cdot 3^2$
$3 \cdot 2^3$
$3^2 \cdot 2^3$

$3^2 \cdot 2^3$

$17 \cdot 6 = 102$

102

$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_1 \\ y_3 \end{pmatrix}$

$16 \cdot 6 = 96$

$$\frac{1}{\log_{x-4}\sqrt{2x-8}} \cdot \log_{(x-4)}(\sqrt{5x-20}) \cdot \frac{1}{\log_{x-4}\sqrt{2x-8}} \cdot \log_{\sqrt{5x-20}}(2x-8)$$

$= 2$ $\quad$ x $\quad$ 2

$2^2 \cdot 5^3 \quad 2^{17} \cdot 5$
$2^{17} \cdot 5 \quad 2^2 \cdot 5^2$

$$\log_a b = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\frac{\log_a^2 b - \log_a c}{\log_a b} = 0$$

$$\log_a b = \frac{2}{\log_b c \log_c a^2}$$

$\cdot x = 2$

$\cdot = \frac{2}{x}$

$\log_a b, \log_b c^2, \log_c a^2$

$$\begin{cases} \log_a b = \log_b c \\ \log_b c = \log_c a^2 + 1 \end{cases}$$

$102 \cdot 96 = 612 + 918 = 9792$

$\cancel{\log} \frac{1}{\log_{(x-4)}(\sqrt{\cdots})} =$

$: \log_{(x-4)}(\sqrt{\cdots})$

$\cancel{\log}$ $t^2 \cdot (t+1) = t^3 + t^2 - 2 = 0$

$= 2$

$t^3 + 2t^2 + \cancel{2t} - t^2 - \cancel{2t} - 2 =$

$=$

$4 \cdot$

17 16
6 1
7 2, 3 ..

17 16
1 1
6 2, 3 ...