Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103366**

ID профиля: **154281**

Вариант 20

Чистовик. (1)

№1

Пусть a_1 - первый член прогрессии, а d - ее разность, а т.к прогрессия состоит из целых чисел и прогрессия возрастающая, то $d>0$ $d\in N$.

$S=\frac{a_1+a_1+4d}{2}\cdot 5=(a+2d)\cdot 5$

$a_6 a_{11}=(a_1+5d)(a_1+10d)=a_1^2+15a_1d+50d^2$ (3)

$a_8 a_9=(a_1+7d)(a_1+8d)=a_1^2+15a_1d+56d^2$ (4)

А т.к:

$\begin{cases} a_6 a_{11}>S+15 \\ a_8 a_9<S+39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_6 a_{11}>S+15 \quad (1) \\ -a_8\cdot a_9>-S-39 \quad (2) \end{cases}$

Сложим (1) и (2) и получим:

$a_6 a_{11}-a_8 a_9>-24$

$a_1^2+15a_1d+50d^2-(a_1^2+15a_1d+56d^2)>-24$

$-6d^2>-24$

$d^2<4\Rightarrow -2<d<2$, но т.к $d>0$, то $0<d<2$, а если $d\in N$, то $d=1$.

Подставим d в (3) и (4):

(3) $a_1^2+15a_1+50=a_6a_{11}$

(4) $a_1^2+15a_1+56=a_8a_9$

Затем подставим всё это в (1) и (2)

2

Чистовик

$$\text{1)}\begin{cases} a_1^2+15a_1+50>S+15 & (1) \\ -(a_1^2+15a_1+56)>-S-39 & (2). \end{cases}$$

а $S=(a+2d)\cdot 5=5a+10$

Решим (1):

$a_1^2+15a_1+50>5a+25$

$a_1^2+10a_1+25>0$

$(a_1+5)^2>0 \Rightarrow a_1\neq -5$

Решим (2):

$-(a_1^2+15a_1+56)>-5a-49$

$-a_1^2-10a_1-7>0$

$a_1^2+10a_1+7<0$

$D=100-28=72=(6\sqrt{2})^2$

$a_1=\dfrac{-10\pm 6\sqrt{2}}{2}=-5\pm 3\sqrt{2} \Rightarrow$ $-5-3\sqrt{2}$ $-5+3\sqrt{2}$

$-5-3\sqrt{2}<a_1<-5+3\sqrt{2}$

$\cancel{-5-3\sqrt{2}<-9}$

$-9>-5-3\sqrt{2}>-10$, т.к $\sqrt{2}<1,5$ и $\sqrt{2}\approx 1,41$

$-1<-5+3\sqrt{2}<0$ $\Rightarrow -10<a_1<0$

!!

$a_1=-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1$, т.к $a_1\in Z$, но т.к $a_1\neq -5$, то

Ответ:

$a_1=-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1$

Чистовик (3)

№2

Дано: ABCD – тетраэдр.

$AB=2$; $AC=CB=7$

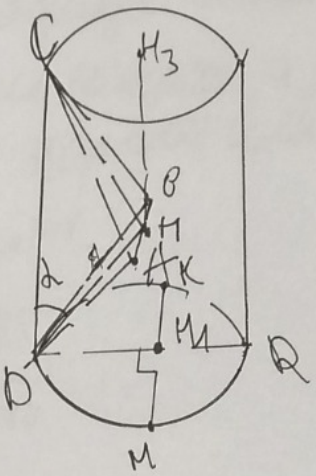
$AD=DB=8$

ABCD – впис. в цилиндр, где CD – параллельно оси.

Цил – наим.

Найти:

CD – ?



Решение:

Т.к ABCD – лежит на боковой грани цилиндра и CD параллельно главной оси и тоже лежит на боковой грани, то CD – это образующая цилиндра и CD перпенд. основаниям цилиндра.

Пусть $CD = x$. Тогда, т.к $\triangle ACB$ и $\triangle ADB$ – р/б по усл. высоты на AB из D и C попадут на одну точку H. и образуется $\triangle DHC$. и т.к $CH \perp AB$ и $\triangle ACB$ – р/б, то $AH=HB=\frac{AB}{2}=1$

$CH^2 = CB^2 - BH^2 = 49-1=48$ (по обратной т. Пифаг)

$DH^2 = DA^2 - AH^2 = 64-1=63 \Rightarrow CH=4\sqrt{3}$

$DH=3\sqrt{7}$

Спроецируем H на осн. цилиндра и т.к $\triangle ACB$ и $\triangle DBA$ – р/б $\Rightarrow$ относительно (DHC) – всё симметрично, Чистовик (4)

Рассмотрим AB. При перемещении вдоль цилиндра она регулирует радиус основания, т.к параллельна ему в силу симметрии, а значит $r \geq \frac{AB}{2} = 1$, т.к AB – может быть хордой или диаметром. AB – диаметр $r_{наим} = 1$

$$HH_1 = \sqrt{DH^2 - 1} = \sqrt{2}$$

$$HH_3 = \sqrt{48 - 1} = \sqrt{47}$$

$\boxed{CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}}$ ← Ответ.

21103366 (U154281 M1300421)

$\frac{h}{4\sqrt{3}} = \sin\alpha$

$\frac{\sqrt{222x^2 - x^4 - 225}}{2x}$

$x^2 + 48 - 2\cos\alpha \cdot x \cdot 4\sqrt{3} = 63$

$x^2 - 2\cos\alpha \cdot x \cdot 4\sqrt{3} = 15$

$\frac{x^2 - 15}{8\sqrt{3}x} = \cos\alpha$

$\cos(90-\alpha) = \sqrt{1\frac{92x^2 - x^4 + 30x^2 - 225}{8\sqrt{3}\cdot x}}$

$\frac{\sqrt{222x^2 - x^4 - 225}}{8\sqrt{3}x}$

$h = \frac{\sqrt{222x^2 - x^4 - 225}}{2x}$

$\frac{222x^2 - x^2 - 225 + 4x^2}{4x^2}$ $\qquad \frac{\sqrt{226x^2 - x^4 - 225}}{2x}$

$2 \cdot \frac{226x^2 - x^4 - 225}{\cancel{4}_2 x^2} - 2\cos\beta \cdot \frac{226x^2 - x^4 - 225}{\cancel{4}_2 x^2} = 4$

$\frac{226x^2 - x^4 - 225}{2x^2} \cdot (1 - \cos\beta) = 4$

черновик

$26a^2 + 26\cdot 15ad + 1300d^2 > 26\cdot 5a + 26\cdot 10\cdot d + 15\cdot 26$

$5^2\cdot 2$ $26\cdot 2$

$13\cdot 2^2$

$28\cdot 2$

$2^3\cdot 7$ $5^2\cdot 2$

$13\cdot 2^2\cdot 25$

1300

$2^3\cdot 7\cdot 5^2$

$8\cdot 25\cdot 7 = 1400$

$1300 : 56 = 2$, 112, 180

$25a^2 + 25\cdot ad\cdot 15 + 56\cdot 25d^2$

$1400 : 56 = 25$, 112, 280

$1400 : 50 = 28$

$< 5a\cdot 25 + 10d\cdot 25 + 39\cdot 25$

$28a^2 +$

$(a+5)(a+10) > (a+2)\cdot 5 + 15$

$a^2 + 15a + 50 > 5a + 25$

$a^2 + 10a + 25 > 0$

$(a+5)^2 > 0$

$72 = 6\sqrt{2}$

$100 - 28$

$(a+7)(a+8) < (a+2)\cdot 5 + 39$

$a = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2}$

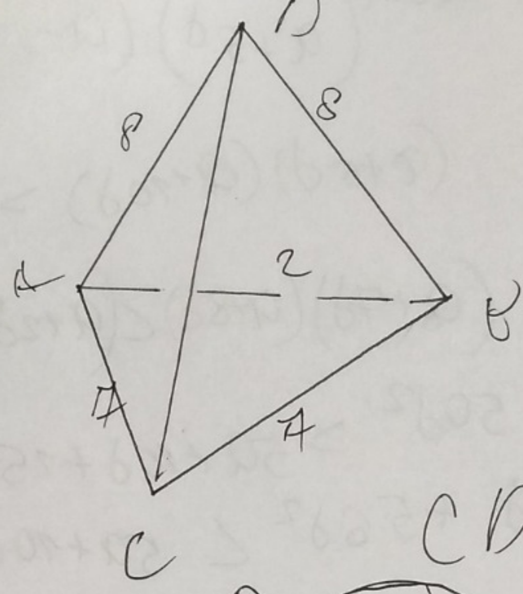
$a^2 + 15a + 56 < 5a + 49$

$a^2 + 10a + 7 < 0$

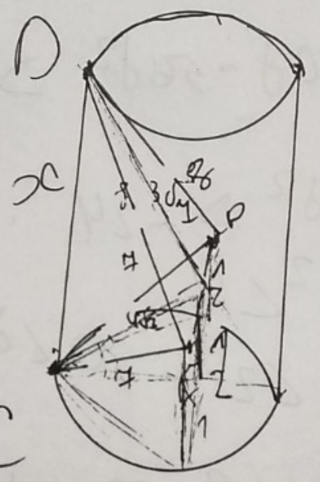
$-5 \pm 3\sqrt{2}$

$-5-3\sqrt{2}$ $-5+3\sqrt{2}$

№2



CD - вос. цил.



$64-1$

$\sqrt{63}$

$3\sqrt{7}$

$x^2 + \cancel{49} - 2\cos\alpha \cdot 4\sqrt{3} \cdot x$

$= 63$

$x^2 - 2\cos\alpha \cdot 4\sqrt{3}x = 15$

$49-1$

$\sqrt{48}$

$4\sqrt{3}$

$\frac{64 \cdot 3}{192}$

~~cos~~

$x^2 - 15 = 2\cos\alpha \cdot 4\sqrt{3}x$

$\frac{x^2-15}{8\sqrt{3}x} = \cos\alpha$

$192x^2 - (x^4 + 225 - 30x^2)$

$-x^4 - 225$

$222x^2 - x^4 - 225 \quad \cos(90-\alpha) = \sin\alpha =$

$\frac{\sqrt{222x^2 - x^4 - 225}}{8\sqrt{3}x} = \sin\alpha = \cos(90-\alpha)$

Черновик

$$\frac{a_1+a_5}{2}\cdot 5$$

$$(a+5d)(a+10d) > \frac{a+a+4d}{2}\cdot 5 + 15$$

$$(a+5d)(a+10d) > (a+2d)\cdot 5+15$$

$$(a+7d)(a+8d) < (a+2d)\cdot 5+39$$

$$a^2+15ad+50d^2 > 5a+10d+15$$

$$a^2+15ad+56d^2 < 5a+10d+39$$

$$-a^2-15ad-56d^2 > -5a-10d-39$$

$$-6d^2 > -24 \qquad -6d^2 > -24$$

$$d^2 < 4 \qquad d^2<4$$

$$-2<d<2 \qquad 0<d<2 \Rightarrow d=1$$

$$a^2+15ad+50d^2-5a-10d-15>0 \qquad -2<d<2$$

$$0<d<2$$

$$a^2+a(15d-5)+50d^2-10d-15>0 \qquad d=1$$

$$225d^2+25-150d-200d^2+40d+60$$

$$25d^2-90d$$

~~Чистовик~~ ~~Черновик~~ (4)

То H спроецируется на DR_1, где DR — диаметр $R \in$ нижн. осн.

А спроецировав AB на нижнее осн. мы получим $MK = AB$ и $MK \perp DR$ (всё это в силу симметрии и того что все вершины лежат на боковой грани). А т.к $H \in AB$, то и проекция H — $H_1 \in MK$

По т. Косинусов для $\triangle DCH$:

$$CH^2 = DH^2 + CD^2 - 2DH \cdot CD \cdot \cos\alpha \qquad \alpha = \angle CDH$$

$$48 = 63 + x^2 - 2\cos\alpha \cdot x \cdot 3\sqrt{7}$$

$$x^2 - 15 = 6\sqrt{7}\, x \cos\alpha$$

$$\frac{x^2 - 15}{6\sqrt{7}\, x} = \cos\alpha$$

и т.к $CD \perp DR$ (т.к образующая), то $\angle HDR = 90 - \alpha$

$$\cos(90 - \alpha) = \sin\alpha = \frac{\sqrt{252 - (x^4 - 30x^2 + 225)}}{6\sqrt{7}\, x} = \frac{\sqrt{27 - x^4 - 30x^2}}{6\sqrt{7}\, x}$$

$$\frac{DH_1}{DH} = \cos(90 - \alpha) = \sin\alpha \Rightarrow DH_1 = \sin\alpha \cdot DH = \frac{\sqrt{27 - x^4 - 30x^2}}{2x}$$

$$DK^2 = DH_1^2 + H_1K^2 = \frac{27 - x^4 - 30x^2 + 4x^2}{4x^2} = \frac{27 - 26x^2 - x^4}{4x^2}$$

(по т. Пиф)

По т. Косинусов для $\triangle MDK$:

$$2DK^2 - 2\cos\angle MDK \cdot DK^2 = MK^2 = 4 \quad \text{, т.к } \triangle MDK \text{ — р/б}$$

$$2DK^2(1 - \cos\angle MDK) = 4$$

$$1 - \cos\angle MDK = \frac{2}{DK^2}$$

$$\frac{DK^2 - 2}{DK^2} = \cos\angle MDK \Rightarrow \sin\angle MDK = \frac{\sqrt{DK^4 - DK^4 + 4DK^2 - 4}}{DK^2} = \frac{\sqrt{4DK^2 - 4}}{DK^2}$$

21103366 (U154281 M1300421)

~~Чистовик~~

$\sin\angle MDK = \frac{2\sqrt{DK^2-1}}{DK^2}$

А значит:

$r = \frac{MK}{2\sin\angle MDK} = \frac{2}{2\sin\angle MDK} = \frac{DK^2}{2\sqrt{DK^2-1}}$ ← должно быть наименьшим.

$r = \frac{27-26x^2-x^4}{4x^2\cdot 2\sqrt{\frac{27-26x^2-x^4-4x^2}{4x^2}}} = \frac{27-26x^2-x^4}{4x\sqrt{27-30x^2-x^4}}$

Пусть $DK^2 = y$

$r = \frac{y}{2\sqrt{y^2-1}} \Rightarrow r' = \frac{2\sqrt{y^2-1} - y\cdot 4y\cdot\frac{1}{2\sqrt{y^2-1}}}{4(y^2-1)} =$

$= \frac{4(y^2-1)-4y^2}{2\sqrt{y^2-1}\cdot 4(y^2-1)} = \frac{-4}{2\sqrt{y^2-1}\cdot 4(y^2-1)}$

(−) −1 (+) 1 (−)

y ↗ y

$\begin{array}{r} 34 \\ \times 39 \\ \hline 736 \\ 102 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 1156 \\ + 108 \\ \hline 1264 \end{array}$

$\begin{array}{r} 27 \\ \times 4 \\ \hline 108 \end{array}$

1264

316·4

79·4

~~49~~

63−1

$\sqrt{62}+\sqrt{47}$

~~Чистовик~~ Черновик (5) 12.

$\sin\angle MDK = \frac{2\sqrt{DK^2-1}}{DK^2}$

А значит:

$r = \frac{MK}{2\sin\angle MDK} = \frac{DK^2}{2\sqrt{DK^2-1}}$ ← наименьшее

Но взглянем на конструкцию, при перемещении AB вдоль основания цилиндра, основание, а точнее его радиус будет всегда более или равен $\frac{AB}{2}=1$, т.к если отрезок длины 2 - хорда, то диаметр будет более 2. $\Rightarrow r_{наим}=1$

$\Leftarrow$

$1 = \frac{DK^2}{2\sqrt{DK^2-1}} \Rightarrow 2\sqrt{DK^2-1} = DK^2$

$DK \geq 1$, т.к $DK>0$

~~DK≤~~

$4(DK^2-1) = DK^4$

$DK^4 - 4DK^2 + 4 = 0$

$(DK^2-2)^2 = 0 \Rightarrow DK = \sqrt{2}$

А т.к $DK^2 = 2\frac{17-26x^2-x^4}{4x^2} = (\sqrt{2})^2 = 2.$

$27-26x^2-x^4 = 8x^2$

$x^2+34x^2-27=0$

$D = 34^2+4\cdot 27 = 1264 = (4\sqrt{79})^2$

$x^2 = \frac{-34 \pm 4\cdot\sqrt{79}}{2} = -17 \pm 2\sqrt{79}$, но т.к $x^2>0$, то

$x^2 = 2\sqrt{79}-17 \Rightarrow x = \sqrt{2\sqrt{79}-17}$

Ответ: $x = \sqrt{2\sqrt{79}-17}$

$$\frac{8x^2}{226x^2-x^4-225}=1-\cos\varphi$$

$a^2+b^2\le 13$

$1 \quad 226x^2-x^4-225-8x^2 = y$

x^2-2ax

$$\frac{218x^2-x^4-225}{226x^2-x^4-225}=\cos\varphi$$

$y+8x^2$

$-4a-6b>0$

$2a+3b<0$

$$\frac{y}{y+8x^2}=\cos\varphi$$

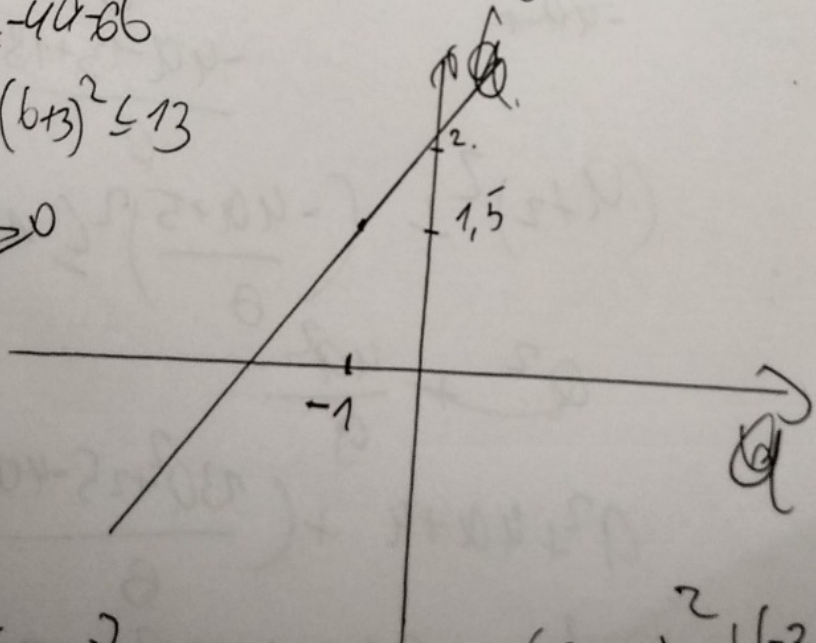
$$\frac{\sqrt{y^2+64x^4+16yx^2}}{y+8x^2}=\sin\alpha$$

$\cancel{y^2+8x^2}$

$a^2+b^2\le -4a-6b$

$(a+2)^2+(b+3)^2\le 13$

$13\ge -4a-6b\ge 0$



$$\frac{13+4a}{6}\ge b$$

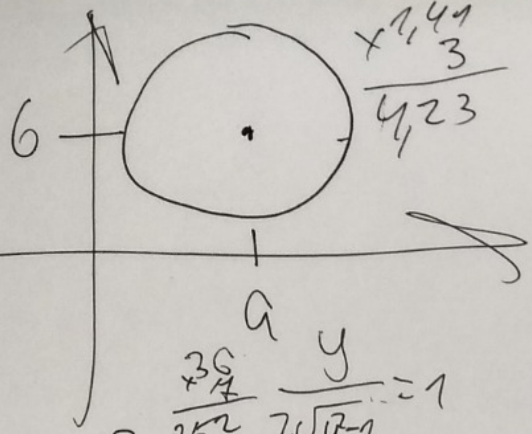
$(-2-a)^2+(-3-b)^2\le 13$

$(a+2)^2+(b+3)^2\le 13$

$(a-x)^2+(b-y)^2\le 13$

21103366 (U154281 M1300421)

$\begin{array}{r} 1{,}41 \\ \times 1{,}41 \\ \hline 141 \\ 564 \\ 141 \\ \hline 4{,}2 \end{array}$ $\quad -5 \quad \begin{array}{r} \times 1{,}41 \\ 3 \\ \hline 4{,}23 \end{array}$



$\begin{array}{r} \times 1{,}41 \\ 3 \\ \hline 4{,}23 \end{array}$ $\quad -0{,}77$

$-5-3\sqrt{2}$

$\begin{array}{r} \times 1{,}41 \\ 3 \\ \hline 4{,}23 \end{array}$ $\quad -9{,}23$

$-0{,}46$

19881

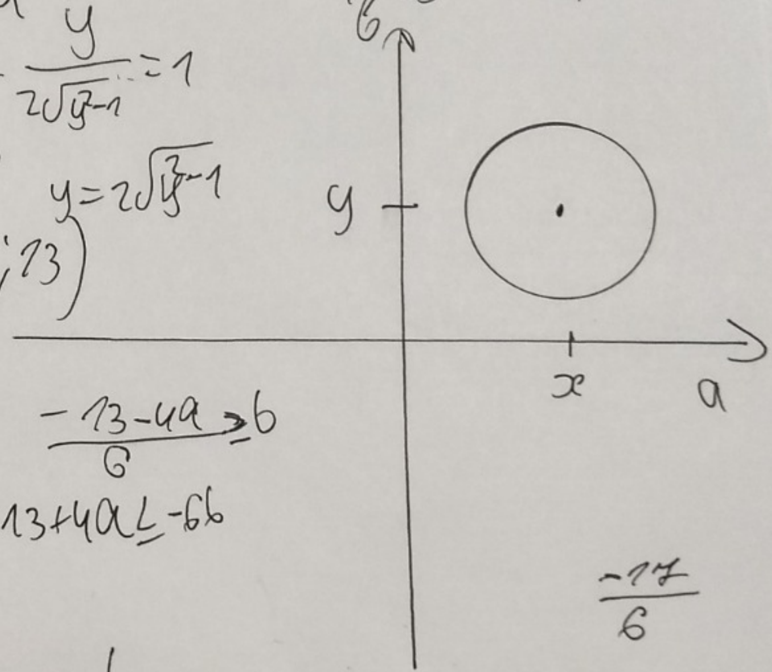
$-5-3\cdot 1{,}41$

$\begin{array}{r} 36 \\ \times 7 \\ \hline 252 \end{array}$ $\quad \frac{y}{2\sqrt{y^2-1}}=1$

$(a-x)^2+(b-y)^2\le 13$

$y=2\sqrt{y^2-1}$

$a^2+b^2\le \min(-4a-6b;13)$



при $13\le -4a-6b$ $\quad \frac{-13-4a}{6}\ge b$

$a^2+b^2\le 13$ $\quad 13+4a\le -6b$

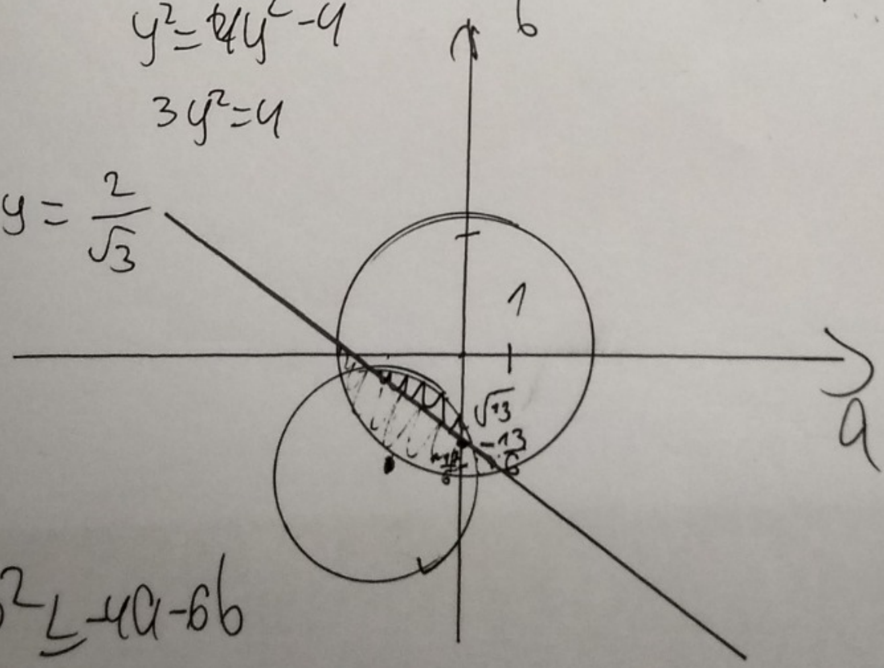
$-\frac{17}{6}$

$-\frac{13}{6}$

$y^2=4y^2-4$

$3y^2=4$

$y=\frac{2}{\sqrt{3}}$



$a=1$

$a^2+b^2\le -4a-6b$

$a^2+4a+b^2+6b+13\le 13$

$(a+2)^2+(b+3)^2\le 13$

21103366 (U154281 M1300421)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

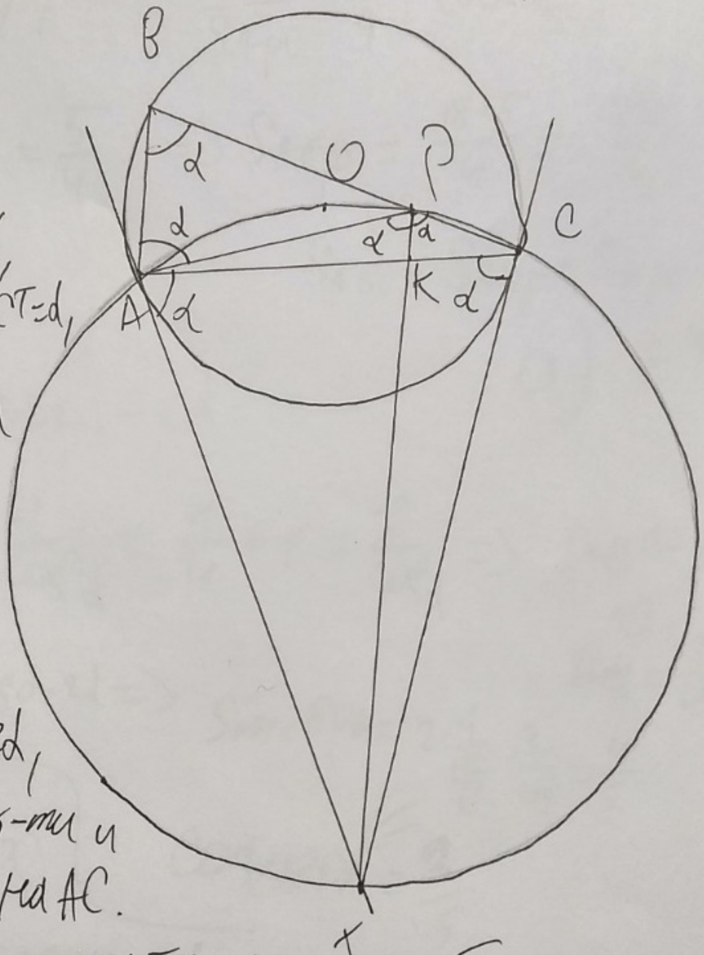
Шифр: **21103366**

ID профиля: **154281**

Вариант 20

Чистовик. (1)

№6



Решение:

Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle CAT = \angle ACT = \alpha$, т.к все три угла опираются на одну дугу AC, а AT и CT – кас.

Также, $\angle AOC = 2\alpha$, т.к O-центр. ок-ти и $\angle AOC$ – опир. на AC.

И т.к $\angle AOC = 2\alpha$, $\angle CAT = \angle ACT = \alpha$, то T-лежит на ок-ти, описанной около $\triangle AOC$. А если это так, то $\angle APT =$ $= \angle ACT = \alpha$, т.к опир. на AT, $\angle TPC = \angle TAC = \alpha$, т.к опир. на TC $\Rightarrow \angle APK = \angle KPC \Rightarrow \dfrac{AP \cdot PK}{KP \cdot PC} = \dfrac{S_{APK}}{S_{KPC}} = \dfrac{10}{8}$

$$\frac{5}{4} = \frac{AP}{PC} \Leftarrow$$

$\angle BPA = 180 - 2\alpha \Rightarrow$ $\angle BAP = 180 - (180 - 2\alpha) - \alpha = \alpha \Rightarrow \triangle BPA$ – р/б

$$\frac{BP}{PC} = \frac{5}{4} \Leftarrow BP = AP$$

Чистовик ②

А если $\frac{BP}{PC}=\frac{5}{4}$, то $\frac{S_{ABP}}{S_{APC}}=\frac{5}{4}$ (в силу равных высот)

$\frac{S_{ABP}}{S_{APC}}=\frac{S_{ABP}}{8+10}=\frac{5}{4} \Rightarrow S_{ABP}=\frac{18\cdot 5}{4}=\frac{90}{4}$

$S_{ABC}=S_{ABP}+S_{APC}=\frac{90}{4}+18$

а) $=40{,}5.$

б) $\angle ABC=\operatorname{arctg}\frac{1}{2}=\angle\alpha$

$tg^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{4}+1=\frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{2}{\sqrt5}$, т.к $\alpha<\frac{\pi}{2}$

$\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt5}$

Т.к $\angle BPA=180-2\alpha \Rightarrow \sin\angle BPA=2\cdot\frac{1}{\sqrt5}\cdot\frac{2}{\sqrt5}=\frac{4}{5}$

Пусть $BP=5x$, $\quad \cos\angle BPA=\frac{3}{5}$

тогда по т. косинусов:

$2\cdot 25x^2-50x^2\cdot\frac{3}{5}=AB^2=50x^2-30x^2=20x^2=(2\sqrt5 x)^2$

Т.к $BP=5x$, то $PC=4x \Rightarrow BC=9x$

$S_{ABC}=\frac{\sin\alpha}{2}\cdot AB\cdot BC=\frac{9x\cdot 2\sqrt5 x}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt5}=9x^2=40{,}5$

$x^2=4{,}5$

$x=\sqrt{4{,}5}$

По т. косинусов для $\triangle ABC$:

$AC^2=AB^2+BC^2-2\cos\alpha\cdot AB\cdot BC=20x^2+81x^2-2\cdot\frac{2}{\sqrt5}\cdot 2\sqrt5 x\cdot 9x=$

$=101x^2-72x^2=29x^2=29\cdot 4{,}5 \Rightarrow AC=\frac{3\sqrt{29}}{\sqrt2}$

Чистовик.

Ответ: $AC = \frac{3\sqrt{29}}{\sqrt{2}}$

$S = 40,5$.

№4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 10 \Rightarrow a,b,c \,\vdots\, 10 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 2^{17}\cdot 5^{16} \Rightarrow \text{~~максимум каждое из чисел равно } 2^{17}\cdot 5^{16}\text{~~} \end{cases}$$

!!

Каждое из чисел представимо, как $a = 2^k \cdot 5^n$, $k \in N$, $n \in N$, $k \leq 17$, $n \leq 16$

И у какого-то из чисел степень 2 равна 1, а у какого-то степень 5 равна 1, в силу НОД.

Также, у какого-то числа степень 2 равна 17, а у какого-то степень 5 – 16, в силу НОД.

Пусть $a = 2 \cdot 5^n$, а $b = 2^{17} \cdot 5^k$, тогда степень двойки у c может быть от 1 до 17.

Выбрать число со степенью 2 равной 1 мы можем 3 способами, а со степенью 17 – 2. Степень же оставшегося числа можно выбрать 17 способами.

Аналогично со степенью 5.

Чистовик

(4)

Степень равную 1 можно выбрать 3 способами, степень равную 16 - двумя, а степень у оставшеюся числа 16-ю способами.

А значит, число всех способов равно:

$3 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 16 = 9 \cdot 4 \cdot 17 \cdot 16 = 36 \cdot 272 = 9792$

Ответ: 9792 способов или троек чисел

№5

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) \quad \log_{(x-4)^2}(5x-26) \quad \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$x > 4 \quad 5x-26 > 0$

$x \neq 5 \quad \boxed{x > 5{,}2 \quad x \neq 5{,}4}$

21103366 (U154281 M1300422)

Черновик

(1)

№4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=10 \\ НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

Если НОД чисел 10, то все они кратны 10

А т.к НОК $=2^{17}\cdot 5^{16}$, то степень нам

36

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 18 \\ \hline 102 \\ 17 \\ \hline 272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 16 \\ \hline 102 \\ 17 \end{array}$$

$2^2\cdot 5$

$$\begin{array}{r} \times 272 \\ 36 \\ \hline 1632 \\ 816 \\ \hline 9792 \end{array}$$

10

$3\cdot 2\cdot 2\cdot$

$2^3\cdot 3^2$

$$\begin{array}{r} \times 272 \\ 36 \\ \hline 1632 \end{array}$$

$2^5\cdot 5^4$

$3\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2$

$27\cdot 8$

5

$3\cdot 2\cdot 5\cdot 3\cdot 2\cdot 4$

272

5

5

$36\cdot 20$

$$\begin{array}{r} \times 272 \\ 36 \\ \hline 1632 \\ 816 \end{array}$$

9792

21103366 (U154281 M1300422)

$1-\frac{5}{4}$

$\frac{4-5}{4}$

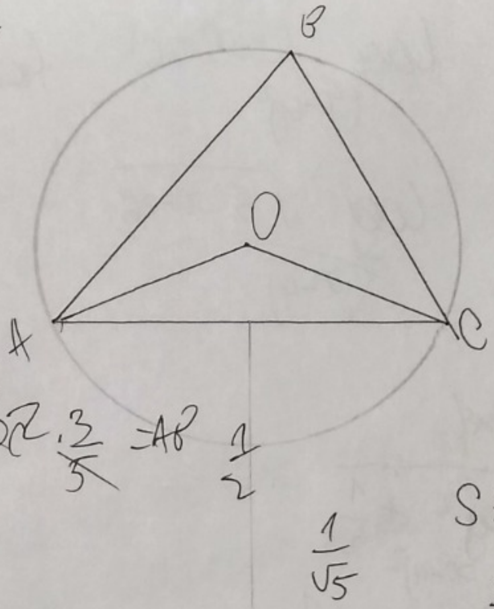
$-\frac{1}{4}$

$\frac{1}{\sqrt{5}}$

27

22

34



$\frac{1}{4}$

$\frac{180}{8}+18$

$\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{8}{10}=\frac{18}{S}$

$200x^2 - \cancel{200x^2}\cdot\cancel{\frac{3}{5}} = AB^2$

$\frac{1}{2}$

$S_{HPK}=10$

$AP \cdot PK$

$80x^2$

$\frac{1}{\sqrt{5}}$

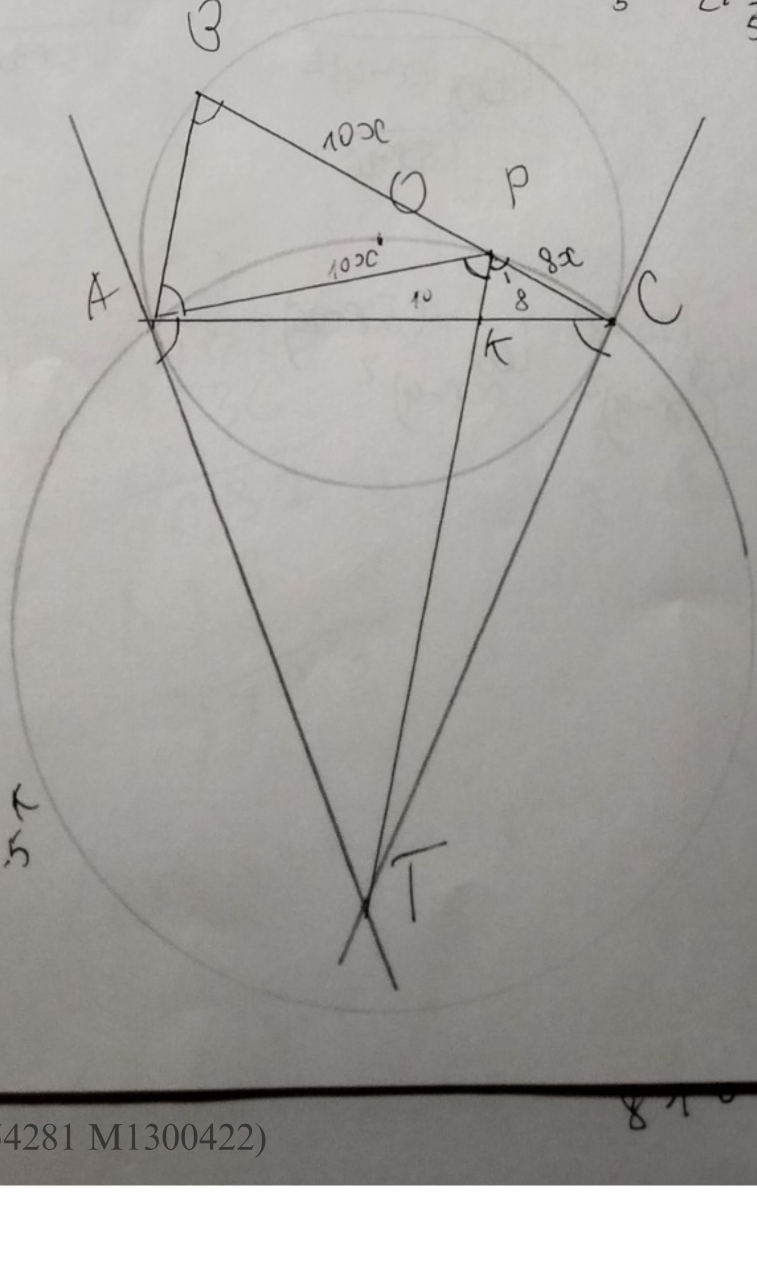
$\frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad 2\cdot\frac{2}{5}$

$80x^2$

$4\sqrt{5}x$

$\angle ABC$

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{2}{\sqrt{5}}$



$tg^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{1}{4}+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$4\sqrt{5}x$

$\frac{\sqrt{5}}{2}$

$a=2^n\cdot 5$

$b=2^{17}\cdot 5^k$

$c=$

$\frac{1}{4}+1$ $\quad \frac{5}{4}$

$\frac{4}{5}$

№5

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) \quad \log_{(x-4)^2}(5x-26) \quad \log_{\sqrt{5x-26}} 2(x-4)$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) \cdot \log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$

$x > 5{,}2$

$x \neq 5{,}4$

$$\frac{1}{\log_{(x-4)^2} 2x-8} = \frac{1}{\log_{(x-4)^2} 2 + \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{\log_{\sqrt{5x-26}} (x-4)^2}$$

$\log_{\sqrt{5x-26}} 2(x-4)$

$$\frac{1}{\log_{(x-4)^2} 2x-8}$$

1) $1 = \log_{(x-4)^2}(2x-8) \quad \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

~~Чистовик~~ Черновик (1)

№4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=10 \\ НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

Т.к НОД = 10, то каждое из a, b, c кратно 10, а если оно наибольшее общее кратное, то в каком-то из трех чисел в разложении будет 2^1, а в этом же или в каком-то другом числе в разложении будет 5^1. Разложение 5^1 и 2^1 подразумевает, что число не кратно 2^2 или 5^2. И общий вид у каждого из чисел $x=2^n\cdot 5^k$

Рассмотрим степени двоек у каждого из трех чисел a, b, c. Выбрать то, у которого степень двойки 1 – мы можем 3 способами. Далее нам потребуется разделить оставшиеся $(17-1)=16$ двоек между двумя оставшимися числами. Способов разделения будет $\frac{16\cdot 15}{2}=120$.

Аналогично поступим и с 5^{16}. 3 способа выбрать то число, у которого степень 5 – 1. И $(16-1)=15$ – распределяем между оставшимися двумя: $\frac{15\cdot 14}{2}=105$

$2^{7} \cdot 5^{6}$

$3 \cdot \left(\frac{(n-1)(n-2)}{2} - 2\right) \cdot 3\left(\frac{(n-2)(n-3)}{2} - 2\right)$

10

$2^{n} \cdot 5^{n-1}$ 2^{n-1} $\frac{(n-1)\cdot(n-2)}{2}$

$9 \cdot \left(\frac{(n-1)(n-2)}{2} - 2\right) \cdot \left(\frac{(n-2)(n-3)}{2} - 2\right)$

$n=5$ $n=3$

$2^{3} \cdot 5^{2}$ $9\left(\frac{3\cdot 2}{2} - 2\right) \cdot \left(\frac{2\cdot 1}{2} - 2\right)$

$9 \cdot$

a

$3 \cdot \frac{(n-1)(n-2)}{2} \cdot 3\frac{(n-2)(n-3)}{2}$ b c

$(n-1)$

16

$\frac{9}{4}(n-1)(n-3)(n-2)^{2}$

$2^{4} \cdot 5^{3}$

2^{4}

5^{3}

$3 \cdot 1 \cdot 4$

$\frac{(n-1)(n-3)(n-2)^{2}}{4}$

3

2^{2} 5

2^{2} 5

2^{2} 5

21103366 (U154281 M1300422)

Черновик

$НОД(a;b;c)=10$

в каждом есть 2 и 5.

$a;b;c \vdots 10$

$a=2^k\cdot5^n$

$b=2^t\cdot5^R$

$a;b;c$

$c=2^f\cdot5^g$

$2^{17}\cdot5^{16}$

$a=$

3

2

$2^2\cdot5^1$

$2\cdot5^k$

20

$2^2\ 5^+$

$$\begin{array}{cc} a_1 & a_2 \\ 2 & 5 \\ b_1 & b_2 \\ 2 & \cdot 5 \\ c_1 & c_2 \\ 2 & \cdot 5 \end{array}$$

$2\cdot5$

10

10

20

10

50

8.15

$1\left\{\begin{array}{l} 2^{a_1}\cdot5^{a_2} \\ 2^{b_1}\cdot5^{b_2} \\ 2^{c_1}\cdot2^{c_2} \end{array}\right.$ 1

20

40

50

16

$2^{17}\cdot5^{16}$

$\frac{16\cdot15}{2}$

1) 2^{2}

2) $16\left<\begin{array}{l}2\\2\end{array}\right.$

21103366 (U154281 M1300422)

в каждом есть 2и5 ... 10, 9

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$ $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ $\log_{x-4}\sqrt{5x-2x}$ $\log_{\sqrt{5x-26}}$

$x>4$

$x>4$

$x\neq 4{,}5$

$x\neq 5$

$5x-26>0$

$x>5{,}2$ $x\neq 5{,}4$

$x\neq \frac{27}{5}$

$\log_{2x-8}(x-4)^2$

$x-4=a$

$5x-26=b$

$\log_{\sqrt{2b}} a$ $\log_{a^2} b$ $\log_{\sqrt{b}} 2a$ $\log_b 4a^2$

$\log_{\sqrt{2b}} a$ $\frac{1}{\log_a \sqrt{2b}}$ $\frac{1}{\log_{a^2} 2b}$ $\log_{a^2} b$

$$\frac{1}{\log_{a^2} b+\log_{a^2} 2}$$

21103366 (U154281 M1300422)

$1)\ \left(\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}\right)\ 1$

$2^n \cdot 5^{n-1}$

$a\ b\ c \quad 3 \cdot \frac{(n-1)(n-2)}{2} \cdot 3 \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{2}$

$2\ 5$

$2\ 5$

$2\ 5$

$\frac{9}{4}(n-1)(n-2)^2(n-3)$

a a

b b

c c

$2^4 \cdot 5^3$

n

$2^4 \cdot 5^3$

$\frac{9}{4} \cdot 4 \quad 9 \cdot 2$

$\frac{9}{4} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1$

$2^n \cdot 5^{n-1}$

$3 \cdot \frac{(n-1)(n-2)}{2} \cdot 3 \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{2}$

$\frac{9}{4}(n-1)(n-2)^2(n-3)$

2 .

b .

c .

$3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 9$

$\frac{(n-1)(n-2)^2(n-3)}{4}$

27

$2^2\ 5$

$2^2\ 5$

$2^2\ 5$

9

$\frac{4 \cdot 9 \cdot 2}{4}$ 3

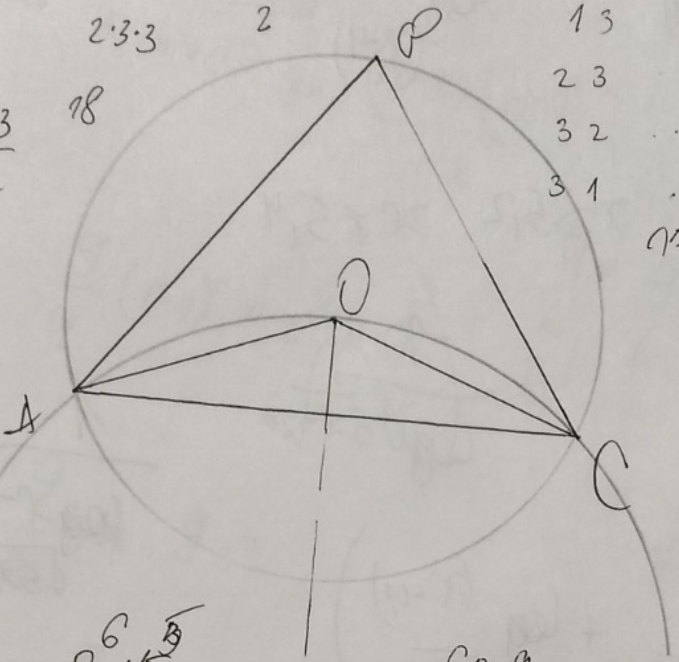
$5\ n =$

$2 \cdot 5^4$

2)

$\sqrt{6}$ 4 2 1 6

$7 \cdot 15$ $2 \cdot 3 \cdot 3$ 2 1 3



18 2 3

2^5 $3 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2}$ 3 2 16

3 1

2 17 5

5

$30 \cdot 2$ 5

24 4

1 3

2 2

$8 \cdot 15$ $2^6 \cdot 5^3$ $60 \cdot 9$

540

$2^4 \cdot 5^3$

$\frac{9}{4} \cdot 5 \cdot \cancel{16}^{4} \cdot 3$

$2^5 \cdot 5^4$

| 1 2 3 4 5 6 7 8 |

8

$2^{n} \cdot 5^{n-1}$ $3 \cdot \frac{(n-1)(n-2)}{2} \cdot 3 \frac{(n-2)(n-3)}{2}$ 8

7

$\frac{9}{4}(n-1)(n-2)^2(n-3)$

16

$\frac{9}{4} \cdot 3 \cdot 4$

4 $2^4 \, 5^3$ 27

3.

21103366 (U154281 M1300422)

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ $\qquad \log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$ $\qquad \log_{\sqrt{5x-26}}2x-8$

$x>5{,}2 \quad x \neq 5{,}4$

$\frac{1}{\log_{\sqrt{5x-26}}}$ $\qquad \frac{1}{\log_{\sqrt{5x-26}} x-4}$ $\qquad \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\left(\log_{\sqrt{5x-26}} 2 + \log_{\sqrt{5x-26}}(x-4)\right)$ $\qquad \frac{1}{\log_{\sqrt{5x-26}} x-4}$

$\log_{(x-4)}\sqrt{5x-26}$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log$

21103366 (U154281 M1300422)

N5

Log

Участовеи

№6

Решение:

Пусть ∠ABC = α,

тогда, в силу того,

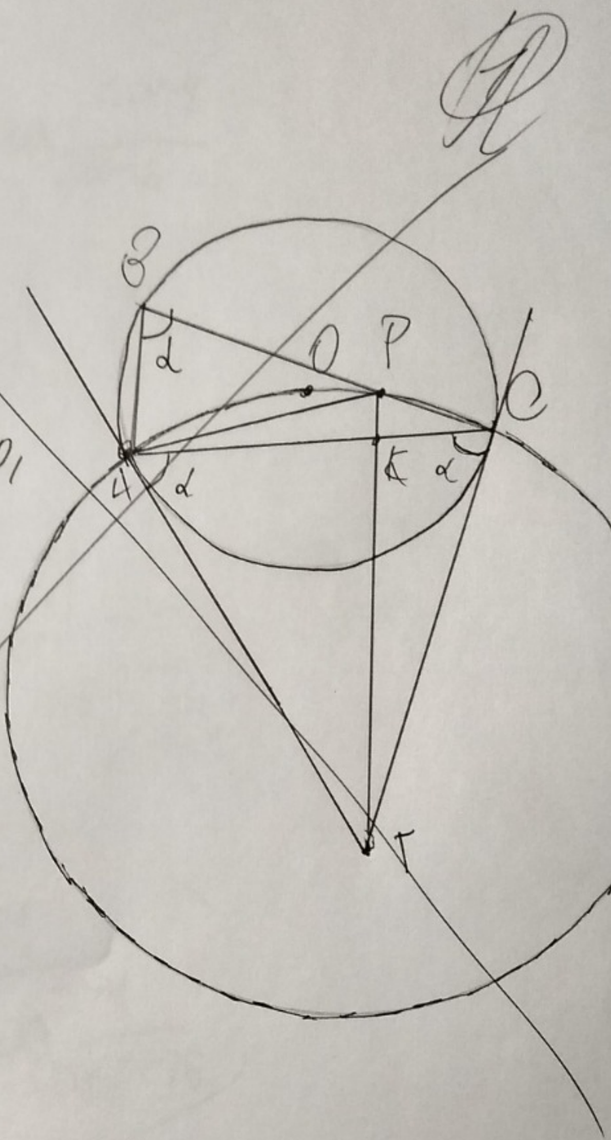
что AT и CT - кас, а

∠ABC - опир. на ∪AC.

AC - хорда

∠CAT = ∠ACT = α

Но т.к.



$x =$

$\sqrt{5x-26}$

$\sqrt{\frac{29}{2} \cdot 9}$

0

22,25

405 | 9
45

+22,5
18

29
×4,5
145
125
1,395

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ $\quad \log_{(x-4)^2}(5x-26)$ $\quad \log_{\sqrt{5x-26}} 2(x-4)$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-8)$ $\quad \log_{x-4}\sqrt{(5x-26)}$ $\quad \log_{\sqrt{5x-26}} 2(x-4)$

$\log_{2(x-8)}(x-4)^2$ $\quad \log_{(x-4)^2}(5x-26)$ $\quad \log_{5x-26} 4(x-4)^2$

$\dfrac{1}{\log_{(x-4)^2} 2 + \frac{1}{2}}$ $\quad \dfrac{1}{\log_{5x-26}(x-4)^2}$ $\quad \log_{5x-26} 4 + \log_{5x-26}(x-4)^2$

$\log_{(x-4)^2} 2 + \frac{1}{2} = \log_{5x-26}$

$x-4=y$

$\log_{\sqrt{2y}} y$ $\quad \log_{y^2}(5y-6)$ $\quad \log_{\sqrt{5y-6}} 2y$

$\log_{2y} y^2$ $\quad \log_{y^2} 5y-6$ $\quad \log_{5y-6} 4y^2$

$\log_{2y} y^2 = \log_{y^2} 5y-6$ $\qquad y > \frac{6}{5}$

log $\quad \dfrac{1}{\log_{y^2} 2y} = \dfrac{1}{\log_{y^2} 2 + \frac{1}{2}} < 1$ $\qquad \dfrac{36}{25}$