Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103313**

ID профиля: **853360**

Вариант 20

Чистовик

№1

$$\begin{cases} a_6 a_{11} > S+15 \\ a_8 a_9 < S+39 \end{cases}$$

$S = \frac{a_1+a_5}{2}\cdot 5 = 5a_1 + 10d$;

$a_6 a_{11} = (a_1+5d)(a_1+10d) =$

$=$

$a_8 a_9 = (a_1+7d)(a_1+8d)$

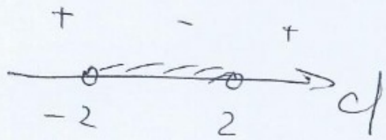
$$\begin{cases} a_1^2 + a_1(15d-5) + 50d^2 - 10d - 15 > 0 \\ a_1^2 + a_1(15d-9) + 56d^2 - 10d - 39 < 0 \end{cases}$$

Пусть $a_1^2 + a_1(15d-9) - 10d = x$, тогда

$$\begin{cases} x + 56d^2 - 39 < 0 \\ x + 50d^2 - 15 > 0 \end{cases}$$

$39 - 56d^2 > 15 - 50d^2$

$d^2 - 4 < 0$



$d > 0$ - по условию $\Rightarrow d \in (0; 2)$

d - целое число по условию $\Rightarrow d = 1$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases}$$

$a \neq -5$

$a \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2})$

$-10 < -5-3\sqrt{2} < -9$; $-1 < -5+3\sqrt{2} < 0$

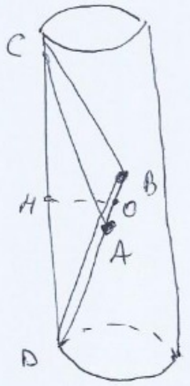
Т.к a_1 - целое по условию, тогда

$a_1 \in [-9; -1]$

Ответ: $[-9; -1]$

Чистовик

№2



R минимален, если AB – проекция диаметра основания, тогда $R = \frac{AB}{2} = 1$;

Пусть $OA = OB = R$; $O \in AB$

Рассмотрим $\triangle COD$;

CO – высота $\triangle CAB$

DO – высота $\triangle ADB$

По теореме Пифагора $CO = \sqrt{63}$ $DO = \sqrt{48}$

$CD = CH + HD$

CH – высота $\triangle COD$

$CH = R = 1$;

По теореме Пифагора: $CH = \sqrt{62}$; $DO = \sqrt{47} \Rightarrow$

$\Rightarrow CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$;

Ответ: $\sqrt{62} + \sqrt{47}$;

21103313 (U853360 M1300125)

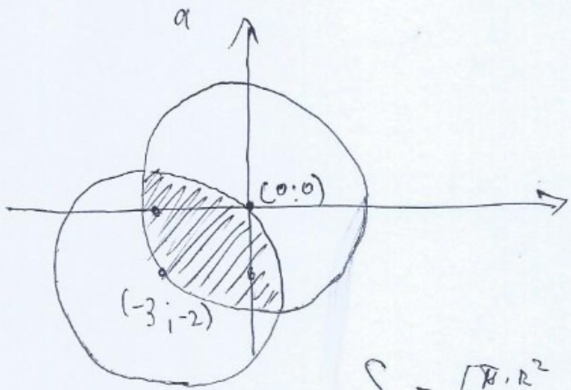
Чистовик № 3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b,\ 13) & (2) \end{cases}$$

1) Окружность с центром $(a;b)$ и $R=\sqrt{13}$

2) $\begin{cases} a^2+b^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le -4-6b \end{cases}$

$\begin{cases} a^2+b^2 \le 13 \leftarrow (0;0)\ R \\ (a^2+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \swarrow \end{cases}$ центр $(-3;-2)$ $R=\sqrt{13}$



$S=\left(\frac{\pi\cdot R^2}{4}-\frac{R^2}{2}\right)\cdot 2=\frac{\pi\cdot 13}{2}-13=$

$=\frac{13(\pi-2)}{2}$;

Ответ: $\frac{13(\pi-2)}{2}$

21103313 (U853360 M1300125)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103313**

ID профиля: **853360**

Вариант 20

Чистовик

№ 4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 10 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 2^{16}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2^{x} \cdot 5^{w} \\ b = 2^{y} \cdot 5^{j} \\ c = 2^{z} \cdot 5^{\varepsilon} \end{cases} \qquad \begin{matrix} 0 \le x; y; z \le 17 \\ 0 \le w; j; \varepsilon \le 16 \end{matrix}$$

Максимальное из $x; y; z$ – 17

Максимальное из $w; j; \varepsilon$ – 16

$\text{НОД}(a, b, c) = 2 \cdot 5$

Минимальное из $x; y; z$ – 1

Минимальное из $w; j; \varepsilon$ – 1

Одно из $x; y; z \in [1; 17]$

Одно из $j; \varepsilon; w \in [1; 16]$

Тогда кол-во равно

а) $x; y; z = 15 \cdot 6 + 2 \cdot 3$

б) $w; j; \varepsilon = 14 \cdot 6 + 2 \cdot 3$

$\times = 96 \cdot 90 = 8640$

Ответ: 8640

1

21103313 (U853360 M1300126)

Чистовик

№5

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$; $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$; $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

ОДЗ: $\begin{cases} 2x-8>0 \\ x-4>0 \\ 5x-26>0 \\ 2x-8\neq 0 \\ (x-4)^2\neq 0 \\ 5x-26\neq 0 \end{cases}$ $x \in (5{,}2;\, 5{,}4) \cup (5{,}5;\, +\infty)$

1) Пусть $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

С уч. ОДЗ: $\dfrac{4}{\log_{x-4}(2x-8)} = \log_{x-4} 5x-26$

$\log_{x-4}(2x-8) = \log_{x-4} 2 + 1 \neq 0$

2

$\begin{cases} 4 = \log_{x-4}(5x-26) + \log_{x+4}(5x-26)\log_{x+4} 2 \\ \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) + 1 = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) \end{cases}$

$x = 6$

2) $\log_{(x-4)^2} 5x-26 = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$\begin{cases} \frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26) = 2\log_{5x-26}(2x-8) \\ \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{\sqrt{5-26}}(2x+8)+1 \end{cases}$

$x \in \varnothing$

3) $\begin{cases} \log_{\sqrt{2x+8}}(x-4) = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) \\ \log_{(x-4)^2} 5x-26 = \log_{\sqrt{2x+8}}(x-4)+1 \end{cases}$ $x \in \varnothing$

Ответ: $x = 6$

21103313 (U853360 M1300126)