Часть 1

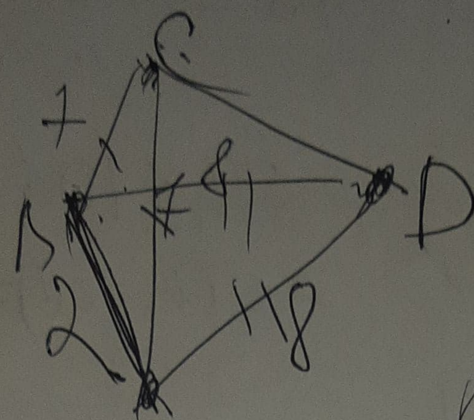
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

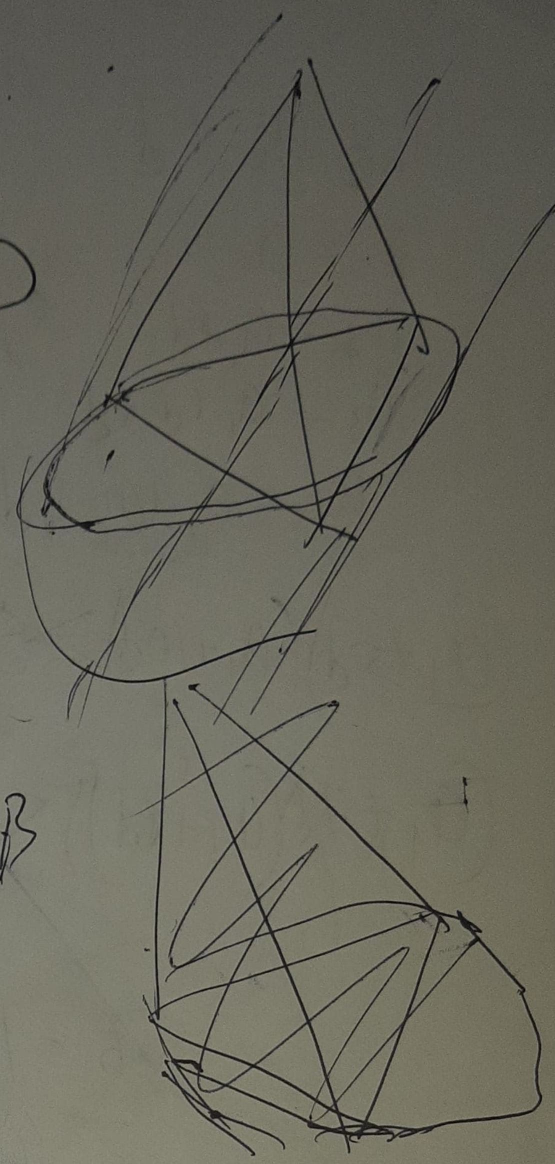
Шифр: **21103191**

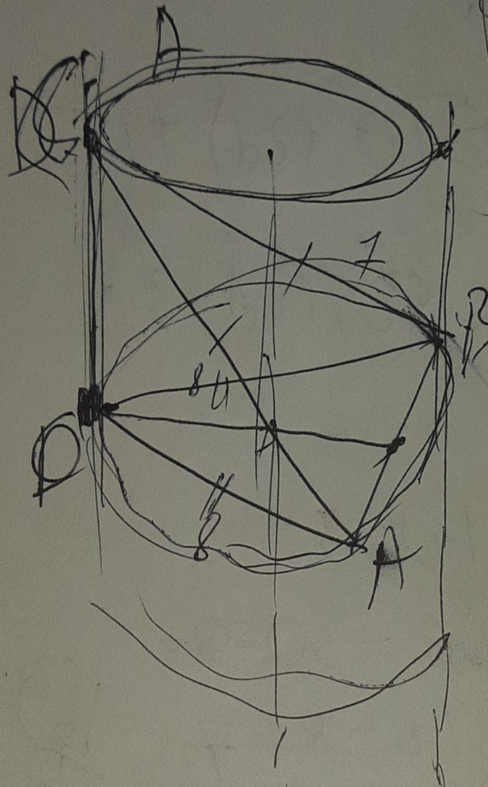
ID профиля: **361032**

Вариант 20

Черновик







черновик

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$

$= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d =$

$a_{n+1} = a_n + d$

$a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_1 + d + d$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$= 5a_1 + 10d =$

$= 5(a_1 + 2d) =$

$(a_1 + 5d)(a_1 + 10d) \geq 5(a_1 + 2d) + 15$

$(a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < 5(a_1 + 2d) + 39$

$56 - 10 - 39 =$

$= 46 - 30 - 9 =$

$= 16 - 9 = 7$

$-3\sqrt{2} - 5 > 5 - 4{,}2$

$\frac{169}{16}$ 13

$3 \cdot 1{,}4 = 4{,}2$

$-9{,}2$

$-9{,}2 \quad -5 \quad -1 \quad -0{,}8$

~~25+49=74~~

$169 - 13 \cdot 16$

$13 \cdot 16 - 169$

$25 - 7 =$

$= 18 = 3^2 \cdot 2$

$100 - 28 = 80 - 8 = 72$

$-5 + 3\sqrt{2}$

$-5 - 3\sqrt{2}$

[illegible]

$-4a - 6b > 13$

$36 + 12 = 48 = 6 \cdot 8 = 3 \cdot 16 = 4\sqrt{3}$

$-4a > 13 + 6b$

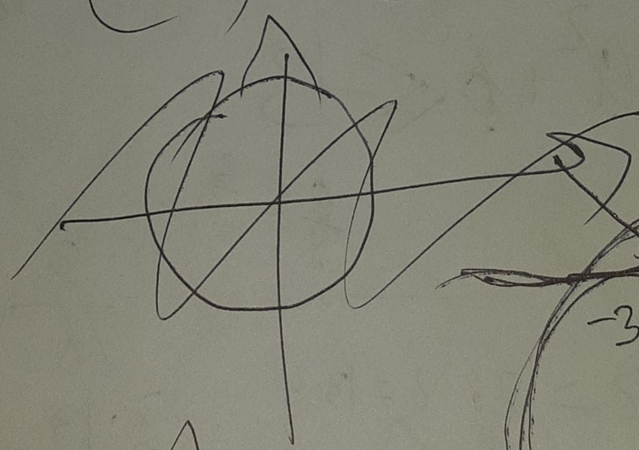
$4a < -13 - 6b$

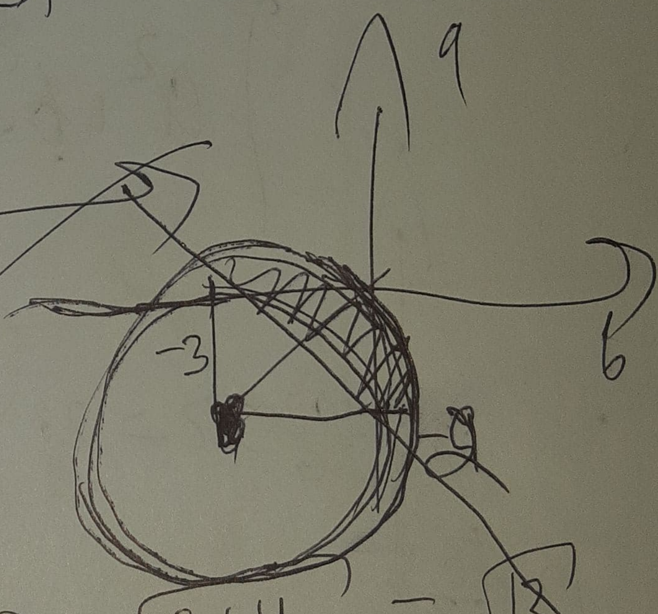
$a < -\frac{13}{4} - \frac{3}{2}b$

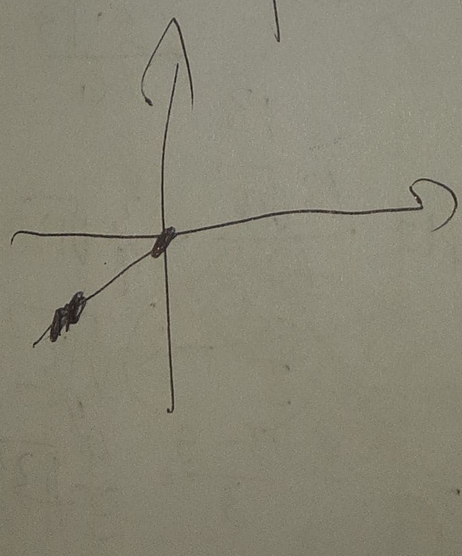
$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$\cancel{\frac{13}{2} = -1 - 3b \quad b = -\frac{13}{6}}$

$(a+2)^2 + (b+3)^2 \le 13$







$\sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$\frac{8-13}{4} = \frac{-5}{4}$

$\frac{64-25}{16} = 44-5$

Черновик

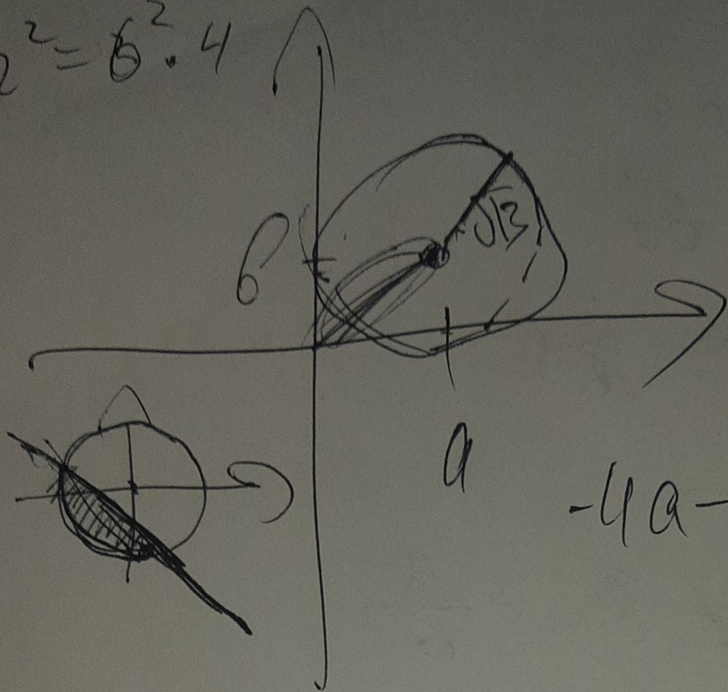
$12^2 = 6^2 \cdot 4$

$-\frac{13}{4} - \frac{3}{2}b = 0$

$-\frac{13}{4} = \frac{3}{2}b$

$3b = -\frac{13}{2}$

$b = -\frac{13}{6}$



$-4a - 6b$

$\frac{4}{3} + \frac{3}{4} =$

$= \frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$

$\begin{cases} -4a - 6b > 13 \\ a^2 + b^2 \le 13 \end{cases}$

$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\frac{9 \cdot 13}{16}$

$13 > \frac{169}{36}$ $52 = 26 \cdot 2 = 13 \cdot 4$

$\frac{13 \cdot 13}{16} - \frac{9 \cdot 13}{16}$

13

$13 \quad \frac{169}{36}$

$13 \cdot 36 - 169$

$13(36 - 13)$

$AH = \frac{13\sqrt{13}}{12} - \frac{3}{4}\sqrt{13} =$

$= \left(\frac{13}{3} - 3\right)\frac{\sqrt{13}}{4}$

$= \frac{13-9}{3} = \frac{4}{3}\frac{\sqrt{13}}{4} = \frac{\sqrt{13}}{3}$

$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}\sqrt{13}$

черновик.

$x^2-2ab+a^2+y^2-2by+b^2\le 13$

$a^2+b^2\le 13+2by+2ax-x^2-y^2$

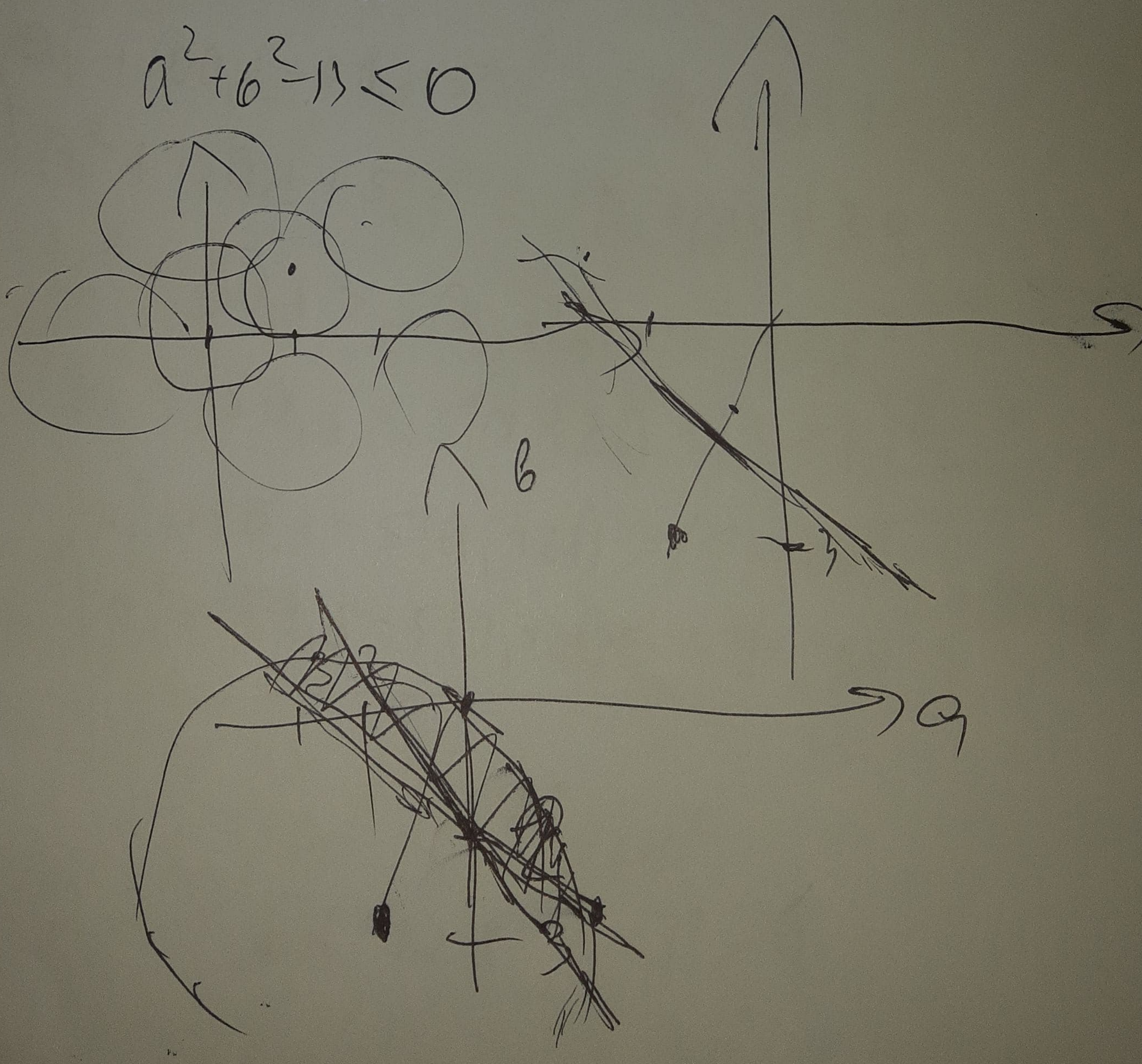
$a^2+b^2\le \min(13, -4a-6b)$

$-4a-6b\ge 13$

$a^2+b^2\le 13+2by+2ax-x^2-y^2\le 0$

$a^2+b^2\le 13$

$a^2+b^2-13\le 0$



Чистовик

(I)

Задача №1

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$a_n = a_1 + (n-1)d$; d - шаг арифм пр-сии

$$S = 5(a_1 + 2d)$$

$$\begin{cases} a_6 \cdot a_{11} > S + 15 \\ a_8 \cdot a_9 < S + 39 \end{cases} ; \quad \begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > 5(a_1+2d)+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < 5(a_1+2d)+39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1d + 5a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \\ a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 < 5(a_1+2d) + 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d > 5(a_1+2d) + 15 - 50d^2 \\ a_1^2 + 15a_1d < 5(a_1+2d) + 39 - 56d^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d - 5(a_1+2d) > 15 - 50d^2 \\ a_1^2 + 15a_1d - 5(a_1+2d) < 39 - 56d^2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$15 - 50d^2 < 39 - 56d^2$$

$$6d^2 < 24; \quad d^2 < 4$$

Чистовик

Задача №1 (продолжение)

2

по условию арифм. прогрессия возрастающая (т.е. $d>0$) и состоит из целых чисел, значит $d \in Z$ и $d^2<4$

$$d<2$$

$$\underline{\underline{d=1}}$$

Подставляем в исходную сис-му неравенств:

$$\begin{cases} a_1^2+15a_1-5(a_1+2)>15-50 \\ a_1^2+15a_1-5(a_1+2)<39-56 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+10a_1-10-15+50>0 \\ a_1^2+10a_1-10-39+56<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+5)^2>0 \text{ — верно на } a_1\in(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty) \\ a_1^2+10a_1+7<0 \quad (*) \end{cases}$$

$(*)$ $a_1^2+10a_1+7=0$

$$(a_1-(3\sqrt{2}-5))(a_1+(3\sqrt{2}+5))<0$$

$$a_1\in(-3\sqrt{2}-5;\ -5+3\sqrt{2})$$

Чистовик (3)

Задача №1 (продолжение)

Итак, $\begin{cases} -3\sqrt{2}-5 < a_1 < 3\sqrt{2}-5 \\ a_1 \neq -5 \end{cases}$

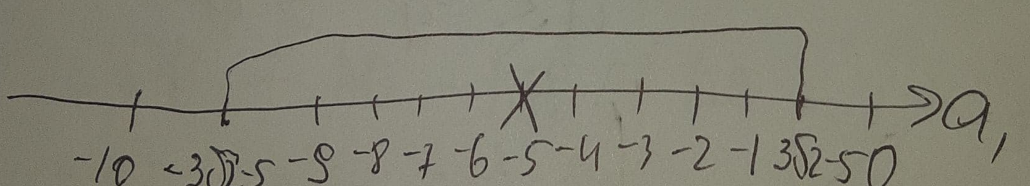
$\cancel{-10 < -3\sqrt{2}-5 < -9}$

Пусть: $\begin{cases} -3\sqrt{2}-5 < -9 \\ -3\sqrt{2}-5 > -10 \end{cases}$

действительно:

$\begin{cases} 4-3\sqrt{2} < 0 \\ 5-3\sqrt{2} > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 4 < 3\sqrt{2} \\ 5 > 3\sqrt{2} \end{cases}$ $\begin{cases} 16 < 18 \\ 18 < 25 \end{cases}$ ← верно

Аналогично: $\begin{cases} 3\sqrt{2}-5 < 0 \\ 3\sqrt{2}-5 > -1 \end{cases}$



Видно, что a_1 может быть равно:

$-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

Чистовик. (4)

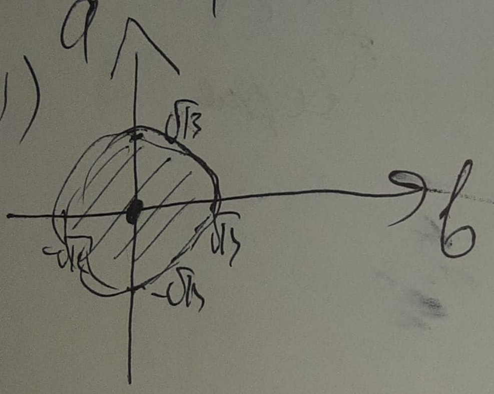
Задача №3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13\\ a^2+b^2\le \min(-4a-6b;13)\ (*)\end{cases}$$

$(*)$ $a^2+b^2\le \min(-4a-6b;13)$

1сл $\begin{cases}-4a-6b\ge 13\ (2)\\ a^2+b^2\le 13\ (1)\end{cases}$

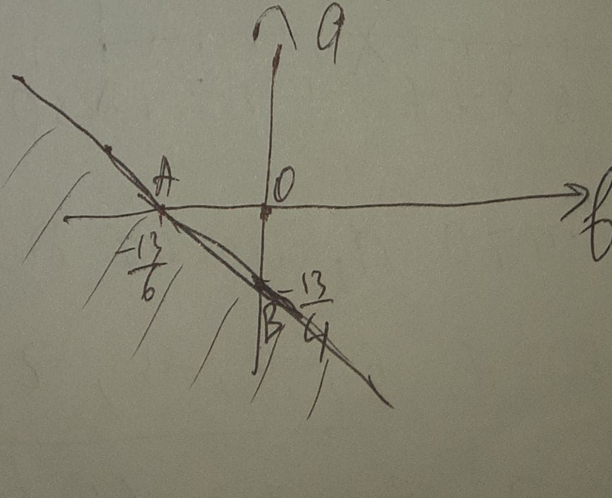
(1)



(2) $-6b\ge 13+4a$

$4a\le -13-6b$

$a\le -\frac{13}{4}-\frac{3}{2}b$

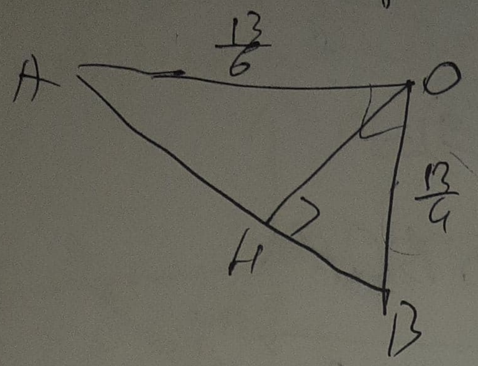


Чистовик

Задача №3 (продолжение)

5

Рассмотрим $\triangle AOB$:



$AO = \frac{13}{6}$

$BO = \frac{13}{4}$

проведем высоту OH:

$AB = \sqrt{\left(\frac{13}{6}\right)^2 + \left(\frac{13}{4}\right)^2}$ (по т. Пифагора)

$AB = 13 \cdot \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{16}} = 13 \frac{\sqrt{16+36}}{6 \cdot 4} = \frac{13 \cdot \sqrt{52}}{6 \cdot 4}$

$AB = \frac{13 \cdot 2 \cdot \sqrt{13}}{6 \cdot 4} = \frac{13\sqrt{13}}{12}$

Пусть $HB = x$; $AH = \frac{13\sqrt{13}}{12} - x$

$OH^2 = OB^2 - HB^2$ (по т. Пифагора)

$OH^2 = AO^2 - AH^2$ (по т. Пифагора)

$OB^2 - HB^2 = AO^2 - AH^2$

$\frac{169}{16} - x^2 = \frac{169}{36} - x^2 + \frac{13 \cdot \sqrt{13}}{6} x - \frac{169 \cdot 13}{144}$

$\frac{13 \cdot \sqrt{13}}{6} x = 169 \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} + \frac{13}{4 \cdot 36}\right)$

$\frac{\sqrt{13}}{6} x = 13 \left(\frac{36 - 16 + 52}{16 \cdot 36}\right)$

$x = \sqrt{13} \cdot \frac{72}{6 \cdot 16} = \frac{36}{6 \cdot 8} \sqrt{13} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{13}$

Чистовик (6)

Задача №3 (продолжение)

~~Из $\triangle OHB$: $OH^2 = \frac{169}{16} - \frac{9\cdot 13}{16}$~~

~~$OH^2 = \frac{13}{16}(13-9) =$~~

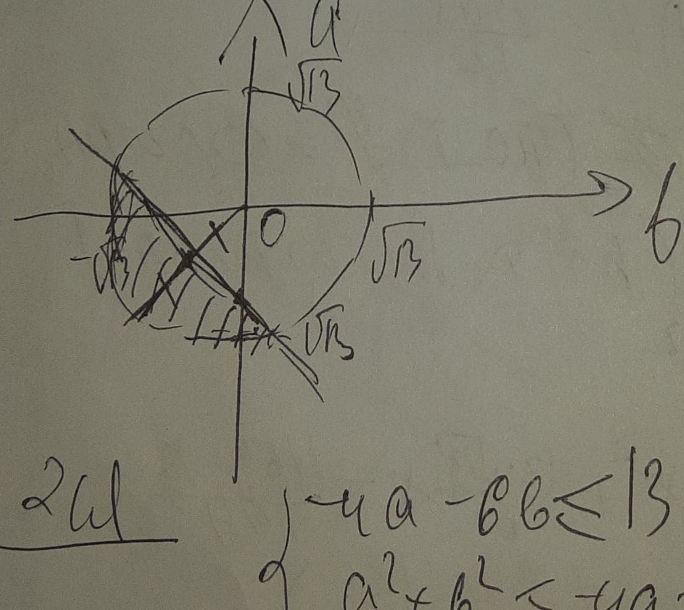
Из подобия $\triangle AOH$ и $\triangle BOH$:

$\frac{HB}{OH} = \frac{OH}{AH} \Bigg| \Rightarrow OH = \sqrt{AH \cdot HB}$

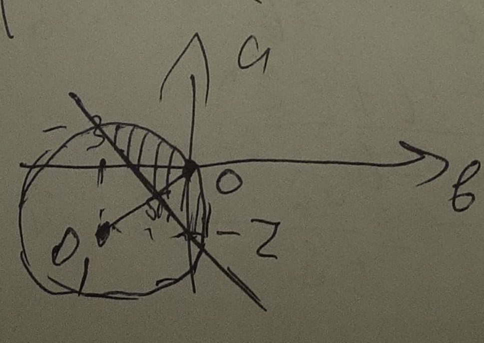
$HB = x = \frac{3}{4}\sqrt{13}$

$AH = \frac{13\sqrt{13}}{12} - \frac{3}{4}\sqrt{13} = \frac{1}{3}\sqrt{13}$

$OH = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$



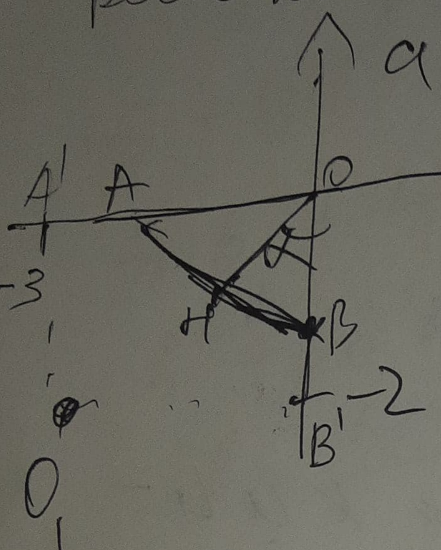
2a) $\begin{cases} -4a-6b \le 13 \\ a^2+b^2 \le -4a-6b \end{cases}$ $\begin{cases} a \ge -\frac{13}{4} - \frac{3}{2}b \\ (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \end{cases}$



Шитовик 7

ЗАДАЧА №3 (продолжение)

~~Из соображений симметрии решение (*)~~:



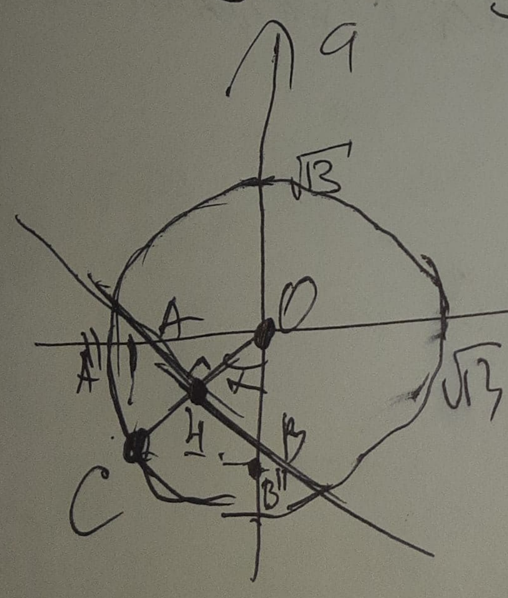
$$tg\,\alpha = \frac{HB}{OH} = \frac{\frac{3}{4}\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{13}}{2}} = \frac{3}{2}$$

Рассмотрим $\triangle O_1OB'$:

$$tg\,O_1OB = \frac{A'O}{O_1B} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle O_1OB = \alpha$$

Тогда получаем:



$OH = \frac{\sqrt{13}}{2}$; $CO = \sqrt{13}$;

~~CA'~~ Пусть A'' и B'' — проекции C на Oa и Ob

тогда $CA'' = OC \cdot \cos\alpha = \sqrt{13} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 2$

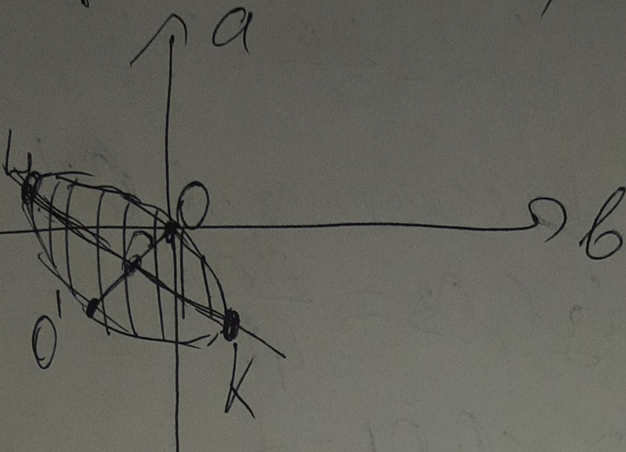
$CB'' = OC\sin\alpha = 3$

Получаем, что $C = O_1$, $A'' = A'$; $B'' = B'$

Чистовик (8)

Задача №3 (продолжение)

Из соображений симметрии решением (*):



Найдём коор-ты точек K и L — точек пересечения прямой

$a = -\frac{13}{4} - \frac{3}{2}b$ и окр-тей с центрами O и O'

$$\left(-\frac{13}{4} - \frac{3}{2}b\right)^2 + b^2 = 13$$

$$\frac{169}{16} + \frac{13\cdot 3}{4}b + \frac{9}{4}b^2 + b^2 = 13$$

$$\frac{13}{4}b^2 + \frac{13}{4}\cdot 3b = 13 - \frac{13\cdot 13}{16}$$

$$\frac{b^2}{4} + \frac{3}{4}b = \frac{16-13}{4\cdot 4}$$

$$b^2 + 3b - \frac{3}{4} = 0$$

$$4b^2 + 12b - 3 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} b = \frac{-6+4\sqrt{3}}{4}; \\ b = \frac{-6-4\sqrt{3}}{4}; \end{array}\right.$$

Чистовик

Задача №3 (продолжение)

$$\left(-\frac{13}{4}-\frac{3}{2}b+2\right)^2+(b+3)^2=13$$

$$\frac{25}{16}+\frac{15}{4}b+\frac{9}{4}b^2+b^2+6b+9=13$$

$$\frac{13}{4}b^2+\frac{39}{4}b=\frac{39}{16}$$

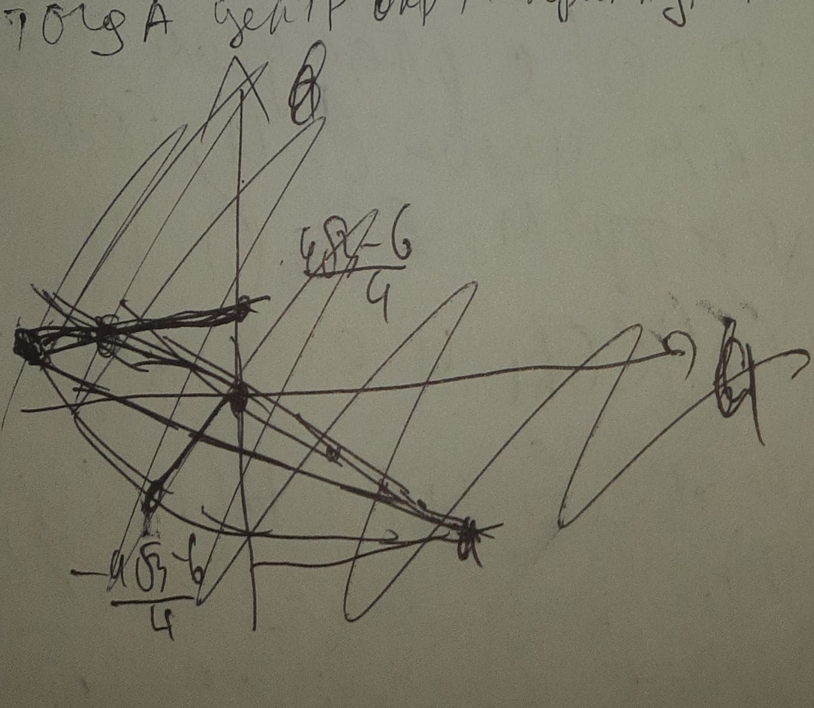
$$b^2+3b-\frac{3}{4}=0$$

$$\left[\begin{array}{l} b=\frac{-6+4\sqrt{3}}{4} \\ b=\frac{-6-4\sqrt{3}}{4} \end{array}\right.$$

действительно, прямая $a=-\frac{13}{4}-\frac{3}{2}b$ пересекается с этими окр-тями в одних и тех же точках.

$(x-a)^2+(y-b)^2\leq 13$ – ур-е окр-ти с центром в точке (a,b) и радиусом $\sqrt{13}$

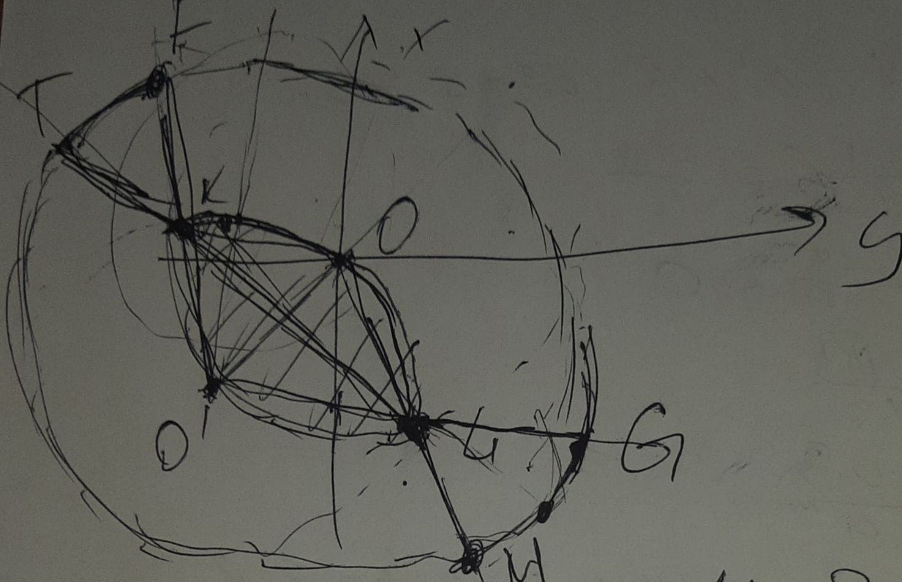
тогда центр окр-ти принадлежит



Чистовик

ГО

№3 (продолж)



Искомая фигура M будет
совокупность кругов с центрами,
лежащими на заштрих. обл.
(возможные точки (a, b))
и будет как 2 сектора окр-ти
с центром в т. O' с радиусом $2\sqrt{3}$ и
ограниченным углом $O'KL$, сектором
окр-ти с центром в т. O радиус. $2\sqrt{3}$,
огранич. углом $\angle KOL$ и еще два сектора
огранич. углом MLG и TKF ($M \in OL$; $G \in O'L$)
($T \in OK$; $F \in O'K$), окр-тей с центрами в т. K и L
и радиусов $\sqrt{3}$; площадь фигуры: $S = 2\cdot\frac{\angle KOL}{2}(2\sqrt{3})^2 + 2\frac{\angle MLG}{2}(\sqrt{3})^2$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103191**

ID профиля: **361032**

Вариант 20

$$2\log_{2(x-4)}(x-4) = \frac{4}{\log_{(x-4)} 2 + 1} = \log_{(x-4)}(5x-26)$$

$$\frac{4}{\log_{(x-4)}(2(x-4))} = \log_{(x-4)}(5x-26)$$

$$\log_{(x-4)}(5x-26) \cdot \log_{(x-4)} 2(x-4) = 4$$

$$\log_{x-4} 2 \cdot \log_{x-4}(5x-26) +$$

$$+\log_{x-4}(5x-26) - 4\log_{x-4}(x-4) = 0$$

$$\cancel{\log_{5x-4} 2} = \frac{\log_2(5x-26)}{\log_2(x-4)^2 \log_2(x-4)^2} +$$

$$+ \frac{\log_2(5x-26)}{2\log_2(x-4)^2} - 4 = 0$$

$$\frac{a}{b^2} + \frac{a}{b} - 4 = 0$$

$$\cancel{ab} + a + ab - 4b^2 = 0$$

$$\cancel{4b^2 - ab} - a = 0$$

$$2b^2 - \cancel{2ab} + \cancel{ab - a}$$

$$2b(b-a) + a(b-1)$$

Уровни

$$4a = \frac{b}{a} + b$$

II О. Астахим

k

$$4a^2 - ab - b = 0$$

$$D = b^2 + 16b$$

$a(4a-b)$ наиб. общ. делитель

наим. общ. кр.

2 10

$\max(a_1, b_1, c_1) = 17$

$\max(a_2, b_2, c_2) = 16$

$-ab = 6ab - 7$

$-1 = 2 - 3$

$-1 =$

$a : b = c$ ← кратное

делим. делитель

$1 \le b_1 \le 17$

$1 \le b_2 \le 16$

$a = 2^{a_1} \cdot 5^{a_2} \cdot a_0$

$b = 2^{b_1} \cdot 5^{b_2} \cdot b_0$

$c = 2^{c_1} \cdot 5^{c_2} \cdot c_0$

$a = 2^{a_1} \cdot 5^{a_2}$

$b = 2^{b_1} \cdot 5^{b_2}$

$c = 2^{c_1} \cdot 5^{c_2}$

$\min(a_1, b_1, c_1) = 1$

$\min(a_2, b_2, c_2) = 1$

~~пусть $a = 2 \cdot 5 \cdot a_0$~~

~~$b =$~~

$\min(2^{a_1}, 2^{b_1}, 2^{c_1}) = 2$

$\min(5^{a_2}, 5^{b_2}, 5^{c_2}) = 5$

$8 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1$

$-2 + 1$

$-\frac{1}{4}$

$\cancel{-8 \cdot \frac{1}{64} + \frac{4}{16} - 1}$

$\cancel{8} \quad \frac{8}{64} + \frac{4}{16} - 1$

$\frac{2}{16} + \frac{4}{16} - 1$

$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{2}$

$\cancel{8} \quad \frac{8}{64} + \frac{4}{16} - 1$

$\cancel{\frac{6}{16} - 1}$

$\cancel{\frac{8}{4} + \frac{1}{8} = \frac{8+4}{}}$

$\frac{1}{2t^2} = 2t + 1$

$4t^3 + 2t^2 - 1 = 0$

$t = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{8} + \frac{2}{4} - 1$

черновик

$$\frac{2}{\log_{x-4} 2 + \cancel{\log_{5x-4}} 1} = \log_{x-4}\sqrt{5x-26}$$

$$\frac{\log_2\sqrt{5x-26}}{\log_2 x-4}$$

$$2\log_2(x-4) = \frac{\log_2\sqrt{5x-26}}{\log_2(x-4)} + 1$$

$2a = \frac{b}{a} + 1 \quad D = 4-5 = -1$

$2a^2 - \cancel{b} - a \cancel{=}$

$\cancel{2x-8}$ $x-4=9$

$5x-26 = b$

$\log_{\sqrt{2a}} a \qquad \log_{a^2} b$

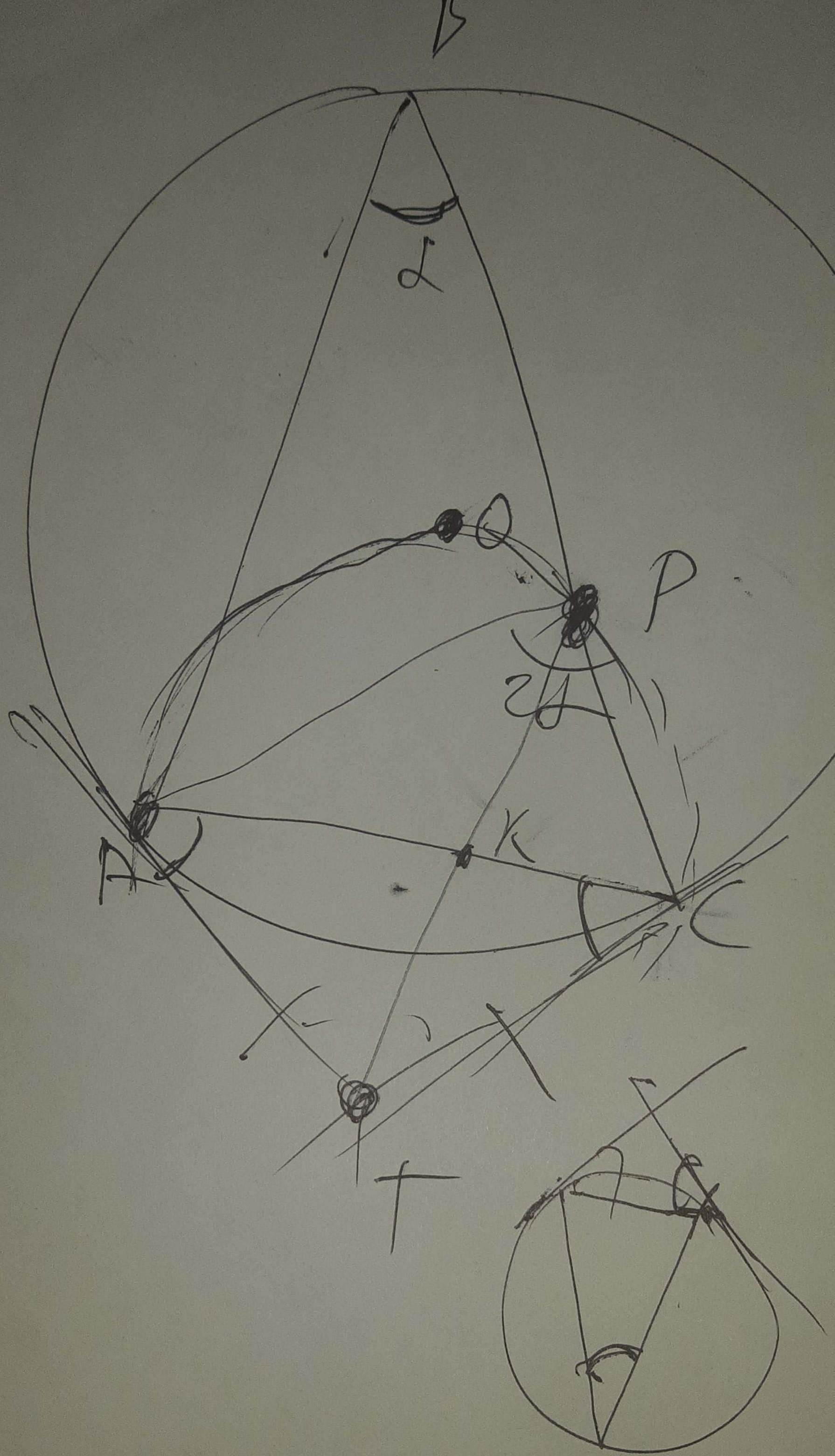
$$\frac{1}{\log_a 2 + 1} = 2\log_a b$$

$\cancel{5x^3}$

	5	-1	-3	-5
1	5	4	1	0

$5x^2 + 4x + 1$

Черновик



Чистовик

1

Задача №5

~~1(а)~~ $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$; $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$;

$\log_{(5x-26)}(2x-8)$

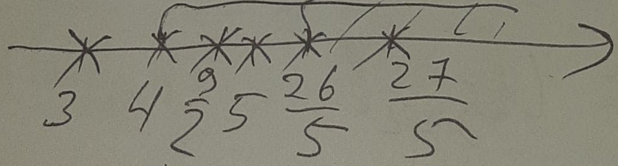
ОДЗ: $2x-8>0$; $2x-8\neq 1$

$x-4>0$; $5x-26>0$

$(x-4)^2\neq 1$; $(x-4)^2>0$

$5x-26\neq 1$

$x>4$; $x\neq \frac{9}{2}$; $x>\frac{26}{5}$; $x\neq \frac{27}{5}$; $x\neq 5$; $x\neq 3$



ОДЗ: $\begin{cases} x>\frac{26}{5} \\ x\neq \frac{27}{5} \end{cases}$

1ш $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$$\frac{1}{\log_{x-4}\left(\sqrt{2(x-4)}\right)}=\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$$

Чистовик

2

Задача №5 (продолж)

$$\frac{2}{\log_{(x-4)}2+\log_{(x-4)}(x-4)}=\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$$

$$\frac{4}{\log_{(x-4)}2+1}=\frac{\log_2(5x-26)}{\log_2(x-4)}$$

$$4\log_2(x-4)=\log_2(5x-26)\cdot\frac{1}{\log_2(x-4)}+\log_2(5x-26)$$

$$\log_2\frac{(x-4)^4}{5x-26}=\log_{(x-4)}(5x-26)$$

пусть $x-4=a$; $5x-26=b$

1сл $\begin{cases}\log_{\sqrt{2a}}a=\log_{a^2}b\\ \log_{\sqrt{b}}2a=\log_{\sqrt{2a}}a+1\end{cases}$

$$\begin{cases}2\log_{2a}a=\frac{1}{2}\log_a\sqrt{b} \quad (**)\\ \log_{\sqrt{b}}2+\frac{1}{\log_a\sqrt{b}}=2\log_{2a}a+1 \quad (*)\end{cases}$$

(*) $\log_{\sqrt{b}}2+\frac{1}{2\log_{2a}a}=2\log_{2a}a+1$

Числовые задачи №5 (продолж.) №3

$$\log_{\sqrt{b}} 2 + \frac{1}{2}\log_a 2 + \frac{1}{2} = \frac{2}{\log_a 2 + 1} + 1$$

$$\frac{1}{\log_2\sqrt{b}} + \frac{1}{2\log_2 a} = \frac{2\log_2 a}{\log_2 a + 1} + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$(**)\ \frac{\log_2\sqrt{b}}{\log_2 a} = 2\log_{2a} a$$

$$\log_2\sqrt{b} = \frac{2\log_2 a}{(\log_a 2 + 1)} = \frac{2(\log_2 a)^2}{\log_2 a + 1}$$

$$(1)\ \frac{\log_2 a + 1}{2(\log_2 a)^2} + \frac{1}{2(\log_2 a)} = \frac{2\log_2 a}{\log_2 a + 1} + \frac{1}{2}$$

$$\log_2 a = t$$

$$\frac{t+1}{2t^2} + \frac{1}{2t} = \frac{2t}{t+1} + \frac{1}{2}$$

$$(t+1)^2 + (t+1)t = 4t\cdot t^2 + (t+1)t^2$$

$$t^2 + 2t + 1 + \cancel{t^2} + t = 4t^3 + t^3 + \cancel{t^2}$$

$$5t^3 - t^2 - 3t - 1 = 0$$

$$(t-1)(5t^2 + 4t + 1) = 0$$

Чистовик

(4)

Задача №5 (продолж)

$5t^2+4t+1=0$

$D=-1<0$

$\boxed{t=1}$

$\log_2 a = 1$

$\log_2 x-4 = 1;\quad x-4=2$

$x=6$

подставим:

$\log_{\sqrt{12-8}}(6-4) = \log_{(6-4)^2}(5\cdot6-26)$

$\log_2 2 = \log_4 4 = 1$ — верно

$\log_{5\cdot6-26}(12-8) = \log_2 4 = 2 = \log_2 1 + 1$

верно

$x=6$ — подходит

Ответ:
$\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(5x-26)}(2x-8) \\ \log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)+1 \end{cases}$

Чистовик

Задача №5 (продолж)

5

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2a}} a = \log_{\sqrt{b}} 2a & (1) \\ \log_{a^2} b = \log_{\sqrt{2a}} a + 1 & (2) \end{cases}$$

(1) $\log_b 2 + \log_b a = \log_{\sqrt{2a}} a$

(2) $\frac{1}{2}\log_a b = \log_b a + \log_b 2 + 1$

(1) $\log_{\sqrt{2a}} a = \dfrac{2\log_2 2a}{\log_2 b}$

$\log_2 b = \dfrac{1+\log_2 a}{2\left(\frac{1}{1+\log_a 2}\right)} = \dfrac{2}{2}\dfrac{(1+\log_2 a)^2}{\log_2 a}$ (*)

(2) $\dfrac{1}{2\log_b a} = \dfrac{2\cdot\log_2 a}{1+\log_2 a} + 1$

$\dfrac{1}{2\cdot\frac{\log_2 a}{\log_2 b}} = \dfrac{2\log_2 a}{1+\log_2 a} + 1$

$\dfrac{1}{2\cdot\left(\frac{2}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{\log_2 a}{1+\log_2 a}\right)^2} = 2\left(\dfrac{\log_2 a}{1+\log_2 a}\right) + 1$

$\dfrac{\log_2 a}{1+\log_2 a} = k$

Черновик

6

Задача № 5 (пр-ия оп-х)

$\frac{1}{2k^2} = 2k+1$

$1 = 4k^3 + 2k^2$

$4k^3 + 2k^2 - 1 = 0$

Схема Горнера:

	4	2	0	-1
$\frac{1}{2}$	4	4	2	0

$(k - \frac{1}{2})(4k^2 + 4k + 2) = 0$

$2k^2 + 2k + 1 = 0$

$D = -1 < 0$

$k = \frac{1}{2}$; $\frac{\log_2 a}{1 + \log_2 a} = \frac{1}{2}$

$2\log_2 a = 1 + \log_2 a$; $\log_2 a = 1$

$x = 6$

случай 1

ЗСЛ
$$\begin{cases} \log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{\sqrt{5x-26}}(2(x-4)) \\ \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26) + 1 \end{cases}$$

Чистовик

Задача №15 (прорешаю)

(7)

$$\begin{cases} \log_{a^2} b = \log_{\sqrt{b}}^2 a & (1) \\ \log_{\sqrt{2a}} a = \log_{a^2} b + 1 & (2) \end{cases}$$

7 (1) $\frac{\log_2 b}{2\log_2 a} = \frac{(1+\log_2 a)2}{\log_2 b}$; $(\log_2 b)^2 = 4\log_2 a(1+\log_2 a)$

(2) $\frac{2\log_2 a}{1+\log_2 a} = \frac{\log_2 b}{2\log_2 a} + 1$

$$\frac{\log_2 b}{2\log_2 a} = \frac{2\log_2 a - 1 - \log_2 a}{1+\log_2 a}$$

$$\log_2 b = 2\cdot\frac{\log_2 a - 1}{\log_2 a + 1}\cdot\log_2 a$$

$$4\cdot(\log_2 a)^2\cdot\frac{(\log_2 a - 1)^2}{(\log_2 a + 1)^2} = 4\log_2 a(\log_2 a + 1)$$

$$\log_2 a\left(\log_2 a\frac{(\log_2 a - 1)^2}{(\log_2 a+1)^2} - (\log_2 a + 1)\right) = 0$$

$\log_2 a = 0$ $a = 1$ $x = 5$ ∉ ОДЗ

$\log_2 a = m$

$$m(m^2 - 2m + 1) - (m^2 + 2m + 1)(m + 1) = 0$$

$$\cancel{m^3} - 2m^2 + m - \cancel{m^3} - m^2 - 2m^2 - 2m - m - 1 = 0$$

$$-5m^2 - 2m - 1 = 0$$

$5m^2 + 2m + 1 = 0$ $D < 0$ реш. нет.

Ответ: $x = 6$

Числовик (8)

Задача 4

(1) т.к. ~~НОД~~ и НОД и НОК содержат в себе только 2 и 5 в разн. степенях, значит, $a = 2^{a_1} \cdot 5^{a_2}$; $b = 2^{b_1} \cdot 5^{b_2}$; $c = 2^{c_1} \cdot 5^{c_2}$ где $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ — какие-то числа

~~НОД = ...~~

тогда $НОД = 2^m \cdot 5^n$

где $m = \min(a_1, b_1, c_1) = 1$

$n = \min(a_2; b_2, c_2) = 1$

$НОК = 2^k \cdot 5^c$

где $k = \max(a_1, b_1, c_1) = 17$

$h = \max(a_2, b_2, c_2) = 16$

(1) пусть $a_1 = 1$; $b_1 = 17$, тогда $c_1 \in (1; 17)$ $c_1 \in N$

$a_1 = 1$ $b_1 = 17$ можно выбрать c 15 вар.

(2) $a_1 = 1$ $c_1 = 17$ b_1 – 15 вар.

(3) $a_1 = 17$ $b_1 = 1$ можно выбрать c 15 вар

(4) $a_1 = 17$ $c_1 = 1$ b_1 – 15 вар

(5) $b_1 = 1$ $c_1 = 17$ a_1 – 15 вар

(6) $b_1 = 17$ $c_1 = 1$ a_1 – 15 вар

Чистовик

(9)

Задача M (продолж.)

всего $15\cdot6=90$ вар. выбрать

~~ех~~ разл. тройки (a_1, b_1, c_1)

аналогично $14\cdot6=84$ вар выбрать

разл. тройки (a_2, b_2, c_2)

Тогда всего возможных троек

чисел a, b, c: $90\cdot84=$

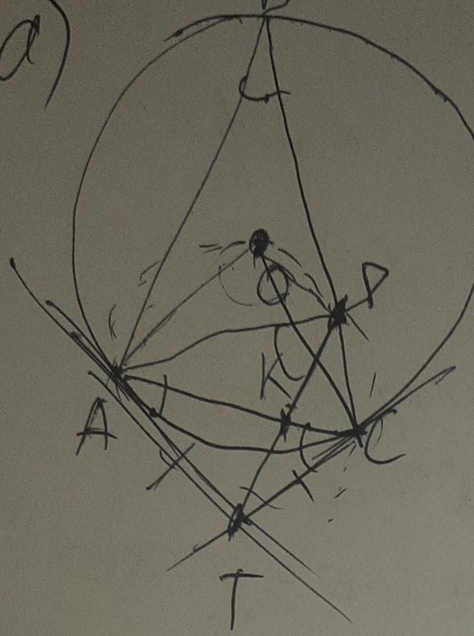
$=7200+360=7560$

Ответ: 7560 троек

Чистевик.

Задача №6

а)



$S_{\triangle APK} = 10$

$S_{\triangle CPK} = 8$

$\frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \frac{10}{8} = \frac{KA}{KC}$

$\frac{5}{4} = \frac{KA}{KC}$; $KA = \frac{5}{4}KC$

AOPC – вписан $\Rightarrow \angle AOC = \angle APC$

Пусть ~~угол~~ $\angle ABC = \alpha \Rightarrow \angle AOC = 2\alpha$

$\angle TAC = \angle TCA = \alpha$ (по св-ву касат.)

$\angle ATC = \pi - 2\alpha$

$\angle APC = \angle AOC$ ~~(?)~~ $= 2\alpha$

$\angle ATC + \angle APC = \pi - 2\alpha + 2\alpha = \pi \Rightarrow$

APCT – вписан $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APT = \angle ACT = \alpha \Rightarrow \angle TPC = 2\alpha - \alpha = \alpha$

PK – биссектр.

$\angle KPC = \alpha$; $\angle ABC = \alpha$ $\angle ACB$ – общий $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle KPC \sim \triangle ABC$

Чистовик

(11)

№6 (продолж)

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KBC}} = \left(\frac{AC}{KC}\right)^2; \quad KA = \frac{5}{4}KC$$

$$AC = \frac{9}{4}KC$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KBC}} = \frac{81}{16}; \quad S_{\triangle ABC} = 8 \cdot \frac{81}{16} = \frac{81}{2}$$

Ответ: $S_{\triangle ABC} = \frac{81}{2}$