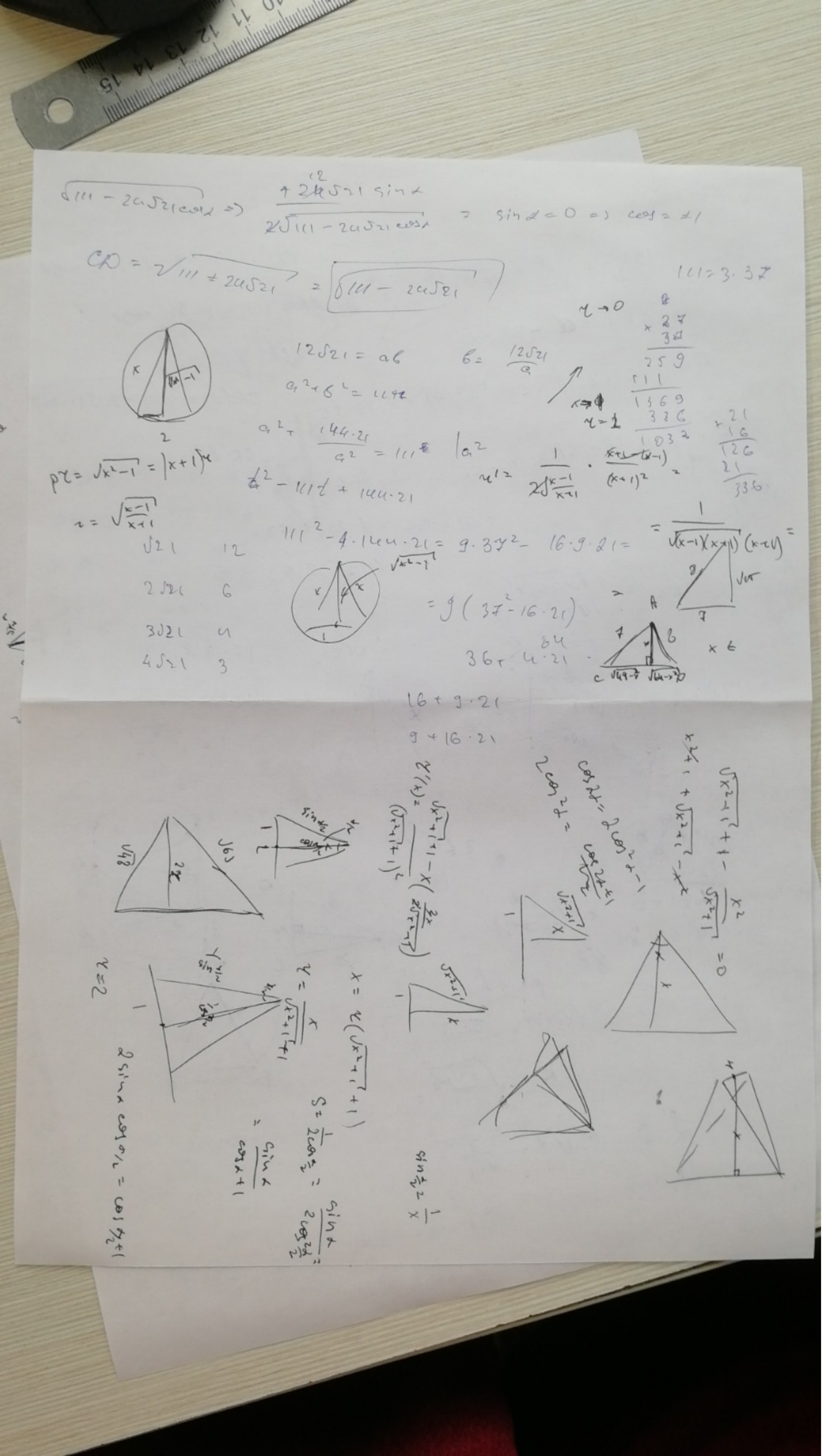
Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102965**

ID профиля: **381278**

Вариант 20



$\sqrt{111 - 24\sqrt{21}\cos\alpha} \Rightarrow \frac{+24\sqrt{21}\sin\alpha}{2\sqrt{111-24\sqrt{21}\cos\alpha}} = \sin\alpha = 0 \Rightarrow \cos = \pm 1$

$CD = 2\sqrt{111 \pm 24\sqrt{21}} = \boxed{\sqrt{111 - 24\sqrt{21}}}$

$111 = 3 \cdot 37$

$r \to 0$

$12\sqrt{21} = ab \quad b = \frac{12\sqrt{21}}{a}$

$a^2 + b^2 = 114$

$x \to 1$

$r = 1$

$a^2 + \frac{144 \cdot 21}{a^2} = 111 \quad | a^2$

$t^2 - 111t + 144 \cdot 21$

$pr = \sqrt{x^2-1} = |x+1|r$

$r = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

$r' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{x+1-(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{1}{\sqrt{(x-1)(x+1)}(x+1)} =$

$37 \times 37 = 259 + 111 = 1369$

$336 \cdot 3 = 1033$

$21 \times 16 = 126 + 21 = 336$

$111^2 - 4 \cdot 144 \cdot 21 = 9 \cdot 37^2 - 16 \cdot 9 \cdot 21 =$

$= 9(37^2 - 16 \cdot 21)$

$36 + 4 \cdot 21$

84

$\sqrt{21}$	12
$2\sqrt{21}$	6
$3\sqrt{21}$	4
$4\sqrt{21}$	3

$16 + 9 \cdot 21$

$9 + 16 \cdot 21$

$\sqrt{x^2+1} + 1 - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} = 0$

$x^2 + 1 + \sqrt{x^2+1} - x^2$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$2\cos^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2}$

$r'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} + 1 - x\left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\right)}{(\sqrt{x^2+1}+1)^2}$

$x = r(\sqrt{x^2+1} + 1)$

$r = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$

$S = \frac{1}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\alpha}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + 1}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{x}$

$2\sin\alpha\cos\alpha/2 = \cos\alpha/2 + 1$

$r = 2$

$a = -\frac{36}{2} - \frac{13}{4}$

$a^2 + b^2 = \frac{\cancel{9}6^2}{4} + \frac{396}{4} + \frac{169}{16} = 13 \quad | \cdot 16$

$CD^2 = 63 + 48 - 2 \cdot 12\sqrt{21} \cdot \cos\alpha$

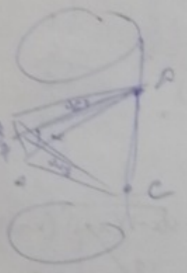
$56b^2 + 156b - 39 = 0$

$CD^2 = 111 - 24\sqrt{21}\cos\alpha$

~~CD~~

$D = 156^2 + 4 \cdot 39 \cdot 56 = (39 \cdot 4)^2 + 4 \cdot 39 \cdot 56 =$

$CD(\alpha) = \sqrt{111 - 24\sqrt{21}\cos\alpha^2}$



$= 39 \cdot 4(39 \cdot 4 + 56) = 156 \cdot (156 + 56) =$

$= CD'(\alpha) =$

$= 212 \cdot 156 = 4 \cdot 39 \cdot 4 \cdot 53 =$

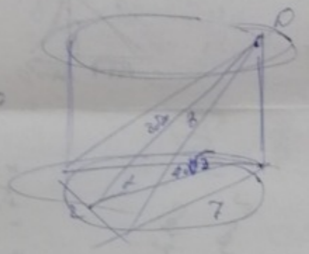
$= 4^2 \cdot 39 \cdot 53 = \cancel{5}$

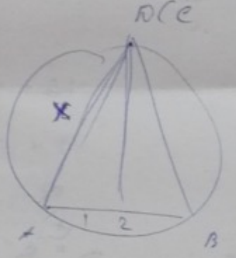
$b = \frac{-156 \pm 4\sqrt{2067}}{1\cancel{1}2}$

$9 \cdot 7 =$

$pr = \frac{1}{2} \cdot x \cdot h = h$

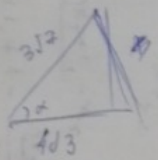
$r'(x) =$



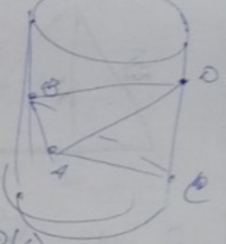


$(1+x)r = \sqrt{x^2-1}$

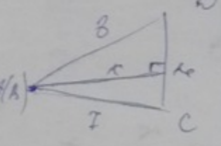
$r = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$



$2 \le x \le 7$



$x \in (1; \cancel{2})$



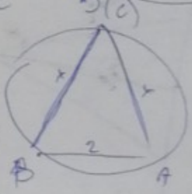
$x \in$

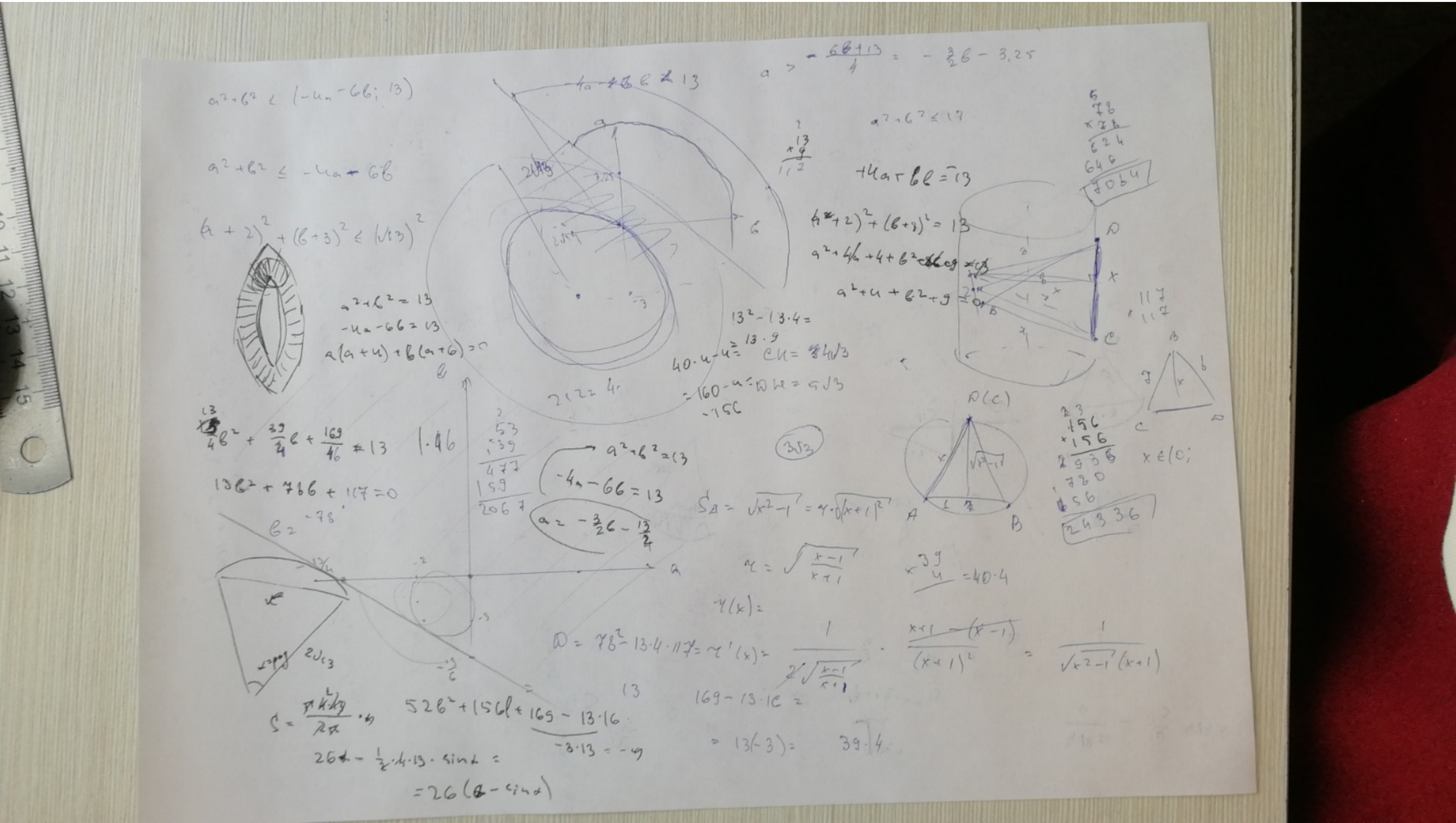
$pr = h$

$(x+1)r = \sqrt{x^2-1}$

$r(x) = \sqrt{\frac{x+1-2}{x+1}} =$

$= \sqrt{1 - \frac{2}{x+1}}$





$a^2+б^2 < (-4a-6б;\ 13)$

$a^2+б^2 \leq -4a-6б$

$(a+2)^2+(б+3)^2 \leq (\sqrt{13})^2$

$a^2+б^2=13$
$-4a-6б=13$
$a(a+4)+б(a+6)=0$

$\frac{13}{4}б^2+\frac{39}{4}б+\frac{169}{46} \neq 13$ 1·46

$13б^2+78б+117=0$

$б = -78$

$-4a-6б < 13$

$a > -\frac{6б+13}{4} = -\frac{3}{2}б-3,25$

$a^2+б^2 \leq 13$

$13 \times 9 = 117$

$+4a+6б=-13$

$(a+2)^2+(б+3)^2=13$
$a^2+4a+4+б^2+6б+9=13$
$a^2+4+б^2+9=0$

$13^2-13\cdot4=13\cdot9$

$40\cdot4-4= 160-4 = 156$

$CH=4\sqrt{3}$
$DH=5\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}$

78×78: 624, 546, 6084

117×117

53×39: 477, 159, 2067

$a^2+б^2=13$
$-4a-6б=13$
$a=-\frac{3}{2}б-\frac{13}{4}$

$S_\Delta=\sqrt{x^2-1}=r\cdot\sqrt{(x+1)^2}$

156×156: 936, 780, 156, 24336

$x \in (0;$

$r=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

$39 \times 4 = 40\cdot4$

$r(x)=$

$D=78^2-13\cdot4\cdot117=$

$r'(x)=\frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}\cdot\frac{x+1-(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}(x+1)}$

$169-13\cdot16 = 13(-3) = 39\cdot4$

$S=\frac{\pi\cdot4\cdot13}{2\pi}\cdot\alpha$

$52б^2+156б+169-13\cdot16$
$-3\cdot13=-39$

$26\alpha-\frac{1}{2}\cdot4\cdot13\cdot\sin\alpha = 26(\alpha-\sin\alpha)$

$S = \frac{a_1 + a_5}{2} 5 = 2.5(2a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d$

$d - 7$

$a_6 a_{11} = (a+5d)(a+10d) = (a^2 + 15ad + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15$

$a_6 a_9 = (a+7d)(a+8d) = a^2 + 15ad + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39$

$- a^2 - 15ad - 56d^2 > -5a_1 - 10d - 39$

$a^2 + 10d + 25 > 0$

$a^2 + 10a + 7 < 0$

$$\begin{array}{r} 46 \\ -\ 39 \\ \hline 7 \end{array}$$

$-6d^2 > -24$

$D = 100 - 4 \cdot \overset{28}{7} = 72 = 9 \cdot 8 = 2 \cdot 6^2$

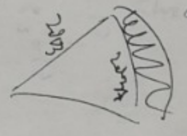
$d^2 < 4$

$a^2 + 15a + 50 > 5a + 100 + 15$

$a = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} =$

$\frac{d = \pm 1; 0}{\boxed{d = 1}}$

$= -5 \pm 3\sqrt{2}$



$a^2 + 10a + 25 > 0$

$(a+5)^2 > 0$

55

1.4

4.2

~~$a^2 + 15a + 56 - 5$~~

$a^2 + 10a + 8 < 0$

$a^2 + 5\cdot 8 - 10 - 39 < 0$

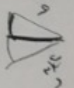
$a^2 <$

$48 = 3 \cdot 4^2$

$5 - 4{,}2$ 0 ↓ 1 9 7 10

5 . . . 9

$\frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot \frac{1}{2} \cdot a =$



0 $\cancel{\vee}$ $5 - 3\sqrt{2}$

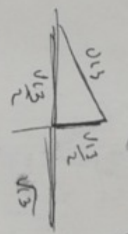
$3\sqrt{2} \vee 5$

$18 < 25$

$\cancel{\vee}$ 5

$4 \vee 3\sqrt{2}$

$16 \cancel{\vee} 18$



$9 \cancel{\vee} 5 + 3\sqrt{2} \cancel{\vee} 10$

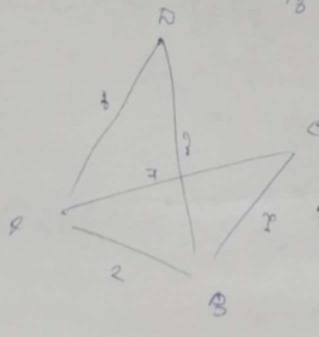
$4 \vee 3\sqrt{2}$

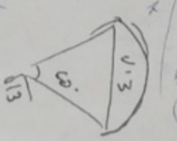
$3\sqrt{2} \cancel{\vee} 5$

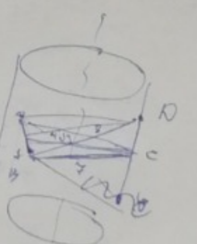
$16 \cancel{\vee} 18$

$18 \cancel{\vee} 25$

$26\pi -$







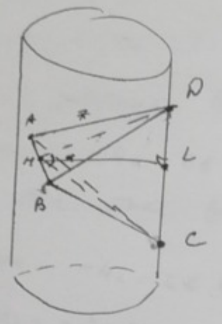
=

$\frac{4\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{4}{3} \cdot 4\sqrt{3} =$

21102965 (U381278 M1303498)

NL

Листовка 3 Вар 20 часть 1 ③



1) ∃ H – сер AB ⇒ DH и CH – высоты из вершин D и C соответственно, т.к △ ABD и △ ABC – равнобедр

~~2) ∃ $\alpha = \angle DHC$~~.

3) $DH = \sqrt{64-1} = 3\sqrt{7}$ по Тр. Пиф в △ DHB.

$CH = \sqrt{49-1} = 4\sqrt{3}$ по Тр Пиф в △ CHB

4) Тр. cos'ов для △ DHC:

~~$CD^2 = DH^2 + CH^2 - 2\,CH\,DH\cos\alpha = 63+48 - 24\sqrt{21}\cos\alpha = \sqrt{111-24\sqrt{21}\cos\alpha}$~~

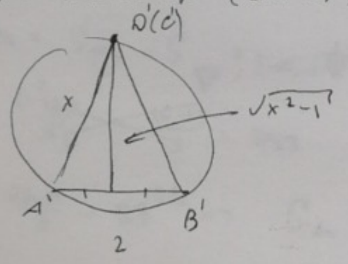
~~а значит $CD(\alpha) = \sqrt{111-24\sqrt{21}\cos\alpha}$;~~

~~$CD'(\alpha) = \frac{1}{2\sqrt{111-24\sqrt{21}\cos\alpha}} \cdot (-\overset{12}{\cancel{24}}\sqrt{21})(+\sin\alpha) = \frac{12\sin\alpha}{\sqrt{111-24\sqrt{21}\cos\alpha}} \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow CD'(\alpha) = 0$ если $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \pm 1$; $\cos\alpha_1 = -1$, $\cos\alpha_2 = 1$~~

~~$CD(\alpha_1) = \sqrt{111+24\sqrt{21}}$; $CD(\alpha_2) = \sqrt{111-24\sqrt{21}}$, очевидно, что~~

~~4) ∃ $HL \perp CD$ $(L \in CD)$~~



3) ∃ $x = A'D'$, где $A'D'$ – проекции на плоск основ

4) $S_\triangle = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{x^2-1} = \frac{2x+2}{2}\cdot r = (x+1)r \Rightarrow$

$\Rightarrow r(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = \sqrt{1-\frac{2}{x+1}}$ – возраст. функц ⇒ r↑x

$r_{min} = r(x_{min})$; $x \in (1;+\infty) \Rightarrow$

№1

Чистовик 1 Вар. 20 часть 1

①

$S = \frac{5}{2}(a_1 + a_5) = 2.5(2a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d$ $d \in Z$, т.к прогрессия состоит из цел. чисел.

$a_6 a_{11} = (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) = \underline{a^2 + 15ad + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15}$ ①

$a_8 a_9 = (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) = \underline{a^2 + 15ad + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39}$ ②

② − ①:

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4 \Rightarrow d = \pm 1; 0$, но т.к прогрессия возраст., то $\underline{d = 1}$.

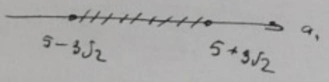
①:

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \Rightarrow (a_1 + 5)^2 > 0$ выполняется при $\forall a_1$.

②:

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$ $D = 100 - 4 \cdot 7 = 72 = 2 \cdot 6^2$

$(a_1 + 5 - 3\sqrt{2})(a_1 + 5 + 3\sqrt{2}) < 0$



Найдем все Z значения a_1 на интервале $(5-3\sqrt{2}; 5+3\sqrt{2})$:

$0 < 5 - 3\sqrt{2} < 1$ $9 < 5 + 3\sqrt{2} < 10$

$3\sqrt{2} < 5$ $4 < 3\sqrt{2}$ $4 < 3\sqrt{2}$ $3\sqrt{2} < 5$

$18 < 25$ $16 < 18$ $16 < 18$ $18 < 25$,

значит $a_1 = 1, 2, \dots, 8, 9$ тогда существует

9 ~~таких значений a_1~~.

~~Ответ: 9~~

Ответ: $a = 1, 2, 3,$
$4, 5, 6,$
$7, 8, 9.$

№3 Чистовик 2 Вар 20 часть 2 ②

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b;13) \quad ①\end{cases}$$

Рассмотрим решение ① на плоскости aOb.

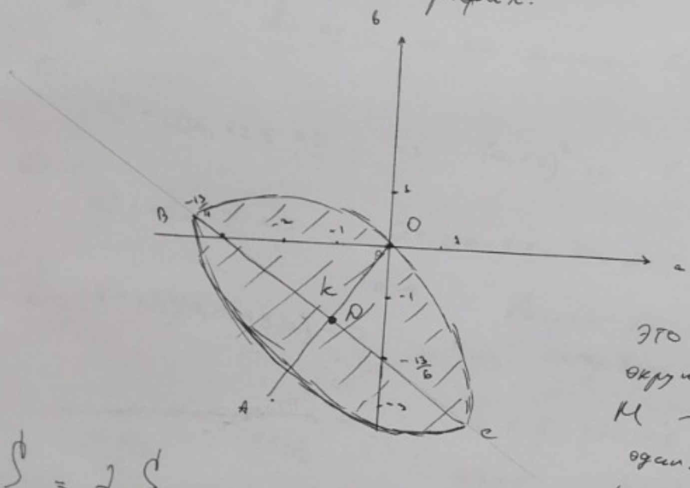
1. если $-4a-6b<13$, то

$① = \cancel{a^2<}\ (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

2. если $-4a-6b \ge 13$, то

$① = a^2+b^2 \le 13$

Нарисуем схематичный график:



Теперь множество удовлетвор. x и y будет принадлеж. множеству кругов с радиусом $\sqrt{13}$ и центром в данном множестве (k)

Множество k — это 2е одинаковые части окружности => множество M — будет тоже 2е один. части окружностей, но других радиусов ($2\sqrt{13}$)

$BC=\sqrt{13}$, т.к. $OD=\frac{\sqrt{13}}{2}$ а $OD=\sqrt{13} \Rightarrow$

$\Rightarrow BD=\sqrt{13}/2$ а значит $\triangle BCA$ и $\triangle OBC$ — правильные. =>

$S_{\triangledown}=\frac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{13})^2$; $S_{\text{⌔}}=\frac{(2\sqrt{13})^2\pi}{6}$

$S_M = 2S_{\text{⌓}}$

$S_{\text{⌓}} = S_{\text{⌔}} - S_{\triangledown}$; ~~т.к.~~

$= \cancel{\frac{\overset{2}{4}\cdot 13\pi}{\underset{3}{6}}} - \cancel{\frac{16\cdot 13}{3}} = \cancel{3}+3$

$= \frac{26\pi}{3} - \cancel{39}\,13\sqrt{3} \Rightarrow S_M = \frac{52\pi}{3} - 26\sqrt{3}$

Ответ: $S_M = \frac{52\pi}{3} - 26\sqrt{3}$

Часть 2

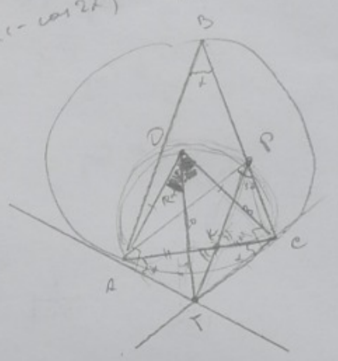
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102965**

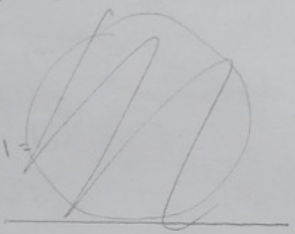
ID профиля: **381278**

Вариант 20

$AC^2=2R^2(1-\cos 2\alpha)=\frac{4}{5}R^2$

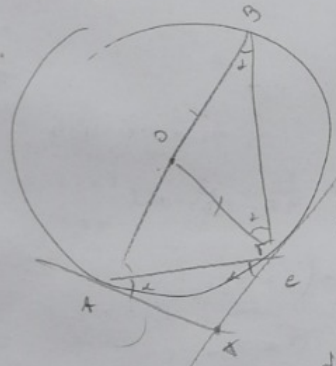


$\sin 2\alpha=\frac{4}{5}$

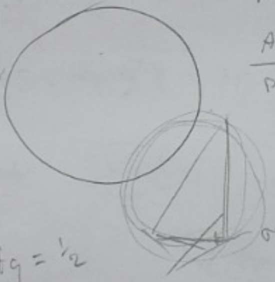


$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=$

$=\boxed{\frac{3}{5}}$



$tg\,\alpha=\frac{1}{2}$



ATK ~ PCK

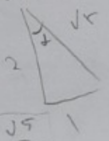
$CK=\frac{TK\cdot AK}{\cancel{AK}\ PK}$

$\frac{AT}{PC}=\frac{\cancel{TK}}{CK}=\frac{AK}{\cancel{PK}}$

$PK=\frac{AK\cdot PC}{AT}=\frac{5x\cdot 4y}{}$

$tg=\frac{1}{2}$

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos\alpha=$



$\frac{81}{2}=\frac{1}{2}\sin\alpha\ AB\,BC$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt5}{5}$

$\boxed{AB\cdot BC=81\sqrt5}$

$\cos\alpha=\frac{2\sqrt5}{5}$

$=AB^2+BC^2-81\cdot 4$

$PK=\frac{4}{9}AB$

$PC=\frac{4}{5}BC$

$\frac{AC}{\sin\alpha}=2R$

$AC=2R\sin\alpha=$

$=\frac{2\sqrt5}{5}R$

$\frac{8}{\sqrt5}$ = [illegible] = $\boxed{\frac{4}{5}}$

$\boxed{\frac{x}{8}=1}$

$\frac{x}{8}=\frac{AB}{x+y}$

$8=\frac{1}{2}\sin\alpha$

~~$\sin\alpha=\frac{\sqrt5}{5}=\frac{AC}{2R}$~~

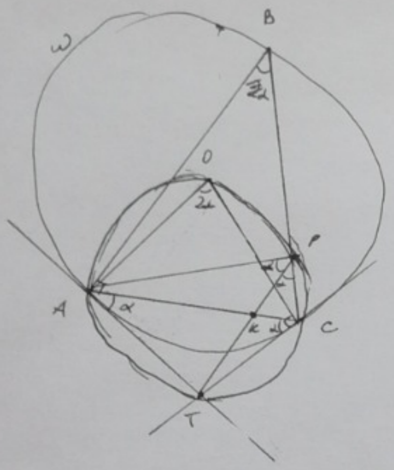
$4y=\frac{TK\cdot 5x}{\frac{4}{9}AB}=$

$\boxed{AB=\frac{45}{16}+k}$

№ 6

Чистовик 6 Вар 20 Часть 2

③



$S_{APK} = 10$ а) S_{ABC} - ?

$S_{CPK} = 8$ 1) $\exists\ \angle CAT = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABC = \alpha$ (по тр. о угле межд кас и секущ.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOC = 2\alpha$ (т.к $\angle AOC$ - овис.);

2) $T \in$ второй окр. т.к. $AOCT$ - вписанна в эту окр (т.к. $\angle ATC = 160° - 2\alpha$; $\angle AOC = 2\alpha \Rightarrow \angle ATC + \angle AOC = 180°$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $AT = TC$ (равенство косательных) $\Rightarrow$

$\Rightarrow PK$ - бис. $\angle APC \Rightarrow$ т.к $\angle APC = 2\alpha$, то $\angle CPK = \alpha \Rightarrow PK \parallel AB$ (т.к $\angle CPK = \angle CBA = \alpha$)

3) $S_{ABC} = S_{CPK} \cdot k^2$; ~~$k^2 = \left(\frac{4}{9}\right)^2$, т.к.~~

$k = \frac{AC}{KC}$; т.к $S_{APK} = 10$ а $S_{KPC} = 8$ и высота опущ из P на AC является общ. высотой для этих Δ, то $AK = 5x$ а $KC = 4x \Rightarrow$ ~~$k = \frac{4x}{5x+4x} = \frac{4}{9}$~~.

$k = \frac{9x}{4x} = \frac{9}{4}$

$S_{AB} = 8 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \cdot 9^2}{\underset{2}{\cancel{4^2}}} = \frac{81}{2} = 40,5$

б) AC - ? если $\operatorname{tg}\alpha = 1/2 \Rightarrow \sin\alpha = 1/\sqrt{5}$; $\cos\alpha = 2/\sqrt{5}$.

1) $AC = \frac{2}{\sqrt{5}} R_\delta$ (по тр. sin'ов) $\Rightarrow \Delta ABC$ - прямоуг. т.к. $\frac{AC}{AB} = \cos\alpha$.

2) $\exists\ AP = 10x \Rightarrow PC = 8x$; и $AC = 18y$

тогда по тр. Пифо.: $(5x)^2 = (4x)^2 + (9y)^2 \Rightarrow 9y = 3x \Rightarrow y = \frac{x}{3}$;

3) $S_{CKP} = 8 = \frac{1}{2} \cdot 8x \cdot \frac{8x}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow 18y = 3\sqrt{3}$;

4) $AC = 18y = 3\sqrt{3}$

Ответ: а) $S_{\Delta ABC} = 40,5$

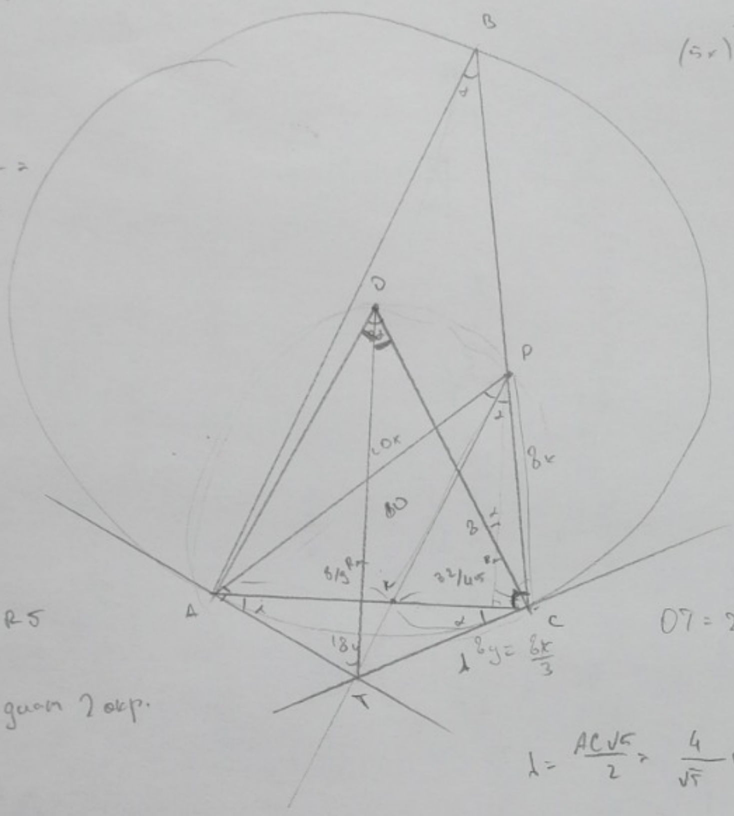
б) $AC = 3\sqrt{3}$

$AC^2 = \frac{4}{5} AO^2$ ~~cos~~

$AC = R_5 \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{2R5}{AC} = \frac{2R5}{\cancel{R_5} \frac{2}{\sqrt{5}}} =$

$= \frac{1}{\sqrt{5}}$



$8y = \frac{8x}{3}$

$(5x)^2 = (4x)^2 + (9y)^2$

$9y = 3x$

$y = \frac{x}{3}$

$\cancel{8} = \frac{1}{2} 8x \cdot \frac{6x}{3} =$

$= \frac{\cancel{64}x^2}{}$

$x^2 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\boxed{x = \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$y = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$18y = 3\sqrt{3}$

$OT = 2R_m$

$R_m = \frac{2}{\sqrt{5}} R5$

$AC = \frac{2\sqrt{5}}{5} R5$

OT – диам 2 окр.

~~MB~~

$\lambda = \frac{AC\sqrt{5}}{2} = \frac{4}{\sqrt{5}} R_m$

$\frac{AC}{\sin 2\alpha} = 2R_m$

$AC = \cancel{1{,}6} R_m = \frac{8}{5} R$

$\frac{AK}{KC} = \frac{4}{5} \Rightarrow$

$AK =$

$KC =$

$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha = \frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$

$4 - \frac{16}{5} = \frac{20-16}{25} =$

$= \frac{4}{5} =$

$\frac{\sqrt{2}^2}{45} =$

$40 - 5 - 18 =$

$1.6/98 = \frac{4/5}{18} = \frac{4^2}{5 \cdot 18 \cdot 9} = \frac{2}{45}$

$= 20{,}5 + 2 = 27{,}5$

$\frac{8 \cdot (\frac{4}{\cancel{2}})}{5 \cdot 9}$

$\frac{2}{\sqrt{5}} R_m = OC$

$\frac{AC}{\sin\alpha} = 2R$

$1/\sqrt{5}$

$AC = 2\sqrt{5}R$

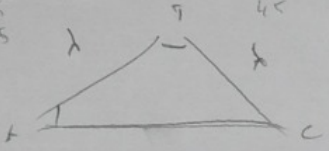
$\frac{\sqrt{2}^2}{2\sqrt{5}/5}$

$\frac{8}{45}$

$\frac{16}{45}$

$\frac{\cancel{1}}{6/9}$

$\frac{8}{9}$; $\frac{32}{45}$



$AC = \sqrt{2\lambda^2(1 - \cos(120 - 2\alpha))} = \cancel{\lambda\sqrt{2(1-}}$ $\lambda\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\lambda}{\sqrt{5}} = AC$

B $(5x)^2=(4x)^2+(9y)^2$

$abc = 2^{18}\,5^{17}$

$\boxed{x^{\ldots}+x^{\ldots}+x+1}$

$10k \quad 10l \quad 10j$

$2^{15}\,5^{14}$

$\log_{\sqrt{2x-6}}(x-4)+\log_{(x-4)^2}(5x-26)+$

$+\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-6)$

$2\log_{2x-6}(x-4)+\frac{1}{2}\log_{x-4}5x-26+$

$\boxed{3^{13}}$

$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$

$8\cdot 8\cdot 2 = 128$

$\log_{\sqrt{2x-6}} x-4 \cdot \log_{(x-4)^2}(5x-26)\log_{\sqrt{5x-26}} 2x-6 = 4x^2-37x+90$

$= 2$

$a^2(a+1)=2$

$a^3+a^2-2=0$

$(a-1)(a^2+2a+2)=0$

$\boxed{a=1}$

$\begin{array}{r} 37 \\ +\ 37 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 1369 \end{array}$ $\cdot\ 37$

$x-4$

$2\cdot 2\cdot 6=37$

$b=\frac{37}{4}$

$45-26=$

$=19$

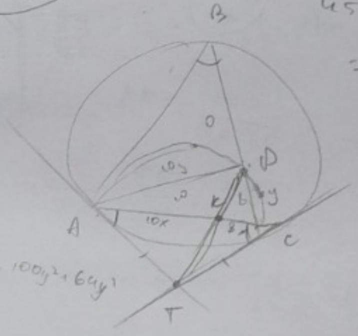
$D=37^2-$ $\quad 42$

$4\cdot 4\cdot 30=16\cdot 30$

$\left(2x-\frac{37}{4}\right)^2$

$(18x)^2=100y^2+64y^2$

$\frac{KP}{2}\ k(D';AC)$



$\begin{array}{r|l} 1369 & 16 \\ 128 & 8 \\ \hline 89 & \end{array}$

37

$\log_2 2$

$\log_4 4$

$\log_2 4$

$\log_{\sqrt{6}} 3$

$\log_9 19$

$\log_{\sqrt{19}} 6$

$\log_{\sqrt{6}} 3 = 2\log_6 3 = \frac{2}{\log_3 6}$

$\log_9 9$

$\log_3 6$

$=DC$

$=AC$

№5 Чурсевин 5 Вар 20 Часть 2

②

~~Пусть~~

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)\log_{(x-4)^2}(5x-26)\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=2 \Rightarrow$$

~~если данное~~ или $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=1$, или $\log_{(x-4)^2}(5x-26)=1$, или $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=1$, т.к пусть два из трех логарифмов равны p, тогда третий по условию равен $p+1$ $\Rightarrow$

$$p^2(p+1)=2 \Rightarrow p^3+p^2-2=0 \Rightarrow (p-1)(p^2+2p+2)=0 \Rightarrow p=1.$$

А значит должно выполняться на ОДЗ:

$$\left[\begin{array}{l}\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=1\\ \log_{(x-4)^2}(5x-26)=1\\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)=1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{ll}x-4=\sqrt{2x-8} & ①\\ 5x-26=(x-4)^2 & ②\\ 2x-8=\sqrt{5x-26} & ③\end{array}\right.$$

① $\begin{cases} \cancel{2x\geq 8} \quad x\geq 4\\ 2x-8=x^2-8x+16\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x^2-10x+24=0\\ x\geq 4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=4\\ x=6\\ x\geq 4\end{cases}$ $\underline{x=6 \text{ или } 4}$

② $5x-26=x^2-8x+16$ $\quad x^2-13x+42=0$ $\quad \underline{x=6 \text{ или } x=7}$

③ $\begin{cases}2x\geq 8\\ 5x-26=4x^2-32x+64\end{cases}$ $\begin{cases}x\geq 4\\ 4x^2-37x+90=0\end{cases}$ $\varnothing$

По ОДЗ не подходит только $x=4$, а значит $\underline{x=6 \text{ или } 7}$; Проверим $x=6$: получим $\log_2 2$, $\log_4 4$ и $\log_2 4$. подходит, Проверим $x=7$: получим $\log_6 3$, $\log_3 9$ и $\log_3 6$ не подходит $\Rightarrow$ $\underline{x=6}$

Ответ: $x=6$.

№4

Листовка 4 Вар 20 Часть 2

①

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=10 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

$\underline{a\cdot b\cdot c} = \text{НОД}(a;b;c)\cdot\text{НОК}(a;b;c) = \underline{2^{18}\cdot 5^{17}}$;

т.к. НОД $(a;b;c)=10$, то числа a, b и c кратны 10 => необходимо "раскидать" 15 двоек и 14 пятерок по числам $a;b;c$ => случаев $= 3^{15+14} = 3^{29}$

Ответ: $\underline{3^{29}}$