Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102590**

ID профиля: **809171**

Вариант 20

Вариант-20 Листовик. (1)

Задача №1.

Дано: $S = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$

$a_6 \cdot a_{11} > S + 15$

$a_8 \cdot a_9 < S+39$

арифм. прогр. возрастающая

Найти: все возможные a_1

Решение: $S = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5 = \frac{a_1+a_5}{2}\cdot 5$

но $a_5 = a_1+4d \Rightarrow S = \frac{2a_1+4d}{2}\cdot 5 = (a_1+2d)\cdot 5$

$$\left.\begin{array}{l} a_6 = a_1+5d \\ a_{11} = a_1+10d \\ a_8 = a_1+7d \\ a_9 = a_1+8d \end{array}\right] \Rightarrow \begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > S+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < S+39 \\ (a_1+2d)\cdot 5 = S \end{cases}$$

$$\begin{cases} ① \ a_1^2+15a_1d+50d^2 > S+15 \\ ② \ a_1^2+15a_1d+56d^2-24 < S+15 \\ 5a_1+10d = S \end{cases} \Rightarrow ① - ② > 0$$

$50d^2-56d^2+24>0 \Rightarrow -6d^2>-24 \Rightarrow d^2<4 \Rightarrow d\in(-2;2)$

но арифм. прогр. - целые числа, значит $d=-1;0;1$

1) $d=-1$ - не подходит, т.к. это убывающая прогр.

2) $d=0 \Rightarrow \begin{array}{l} 5a_1 = S \\ a_1^2 > S+15 \end{array} \Rightarrow a_1^2 > 5a_1+15 \Rightarrow a_1^2-5a_1-15>0$

$D = 25+4\cdot1\cdot15 = 85$ - нецелый.

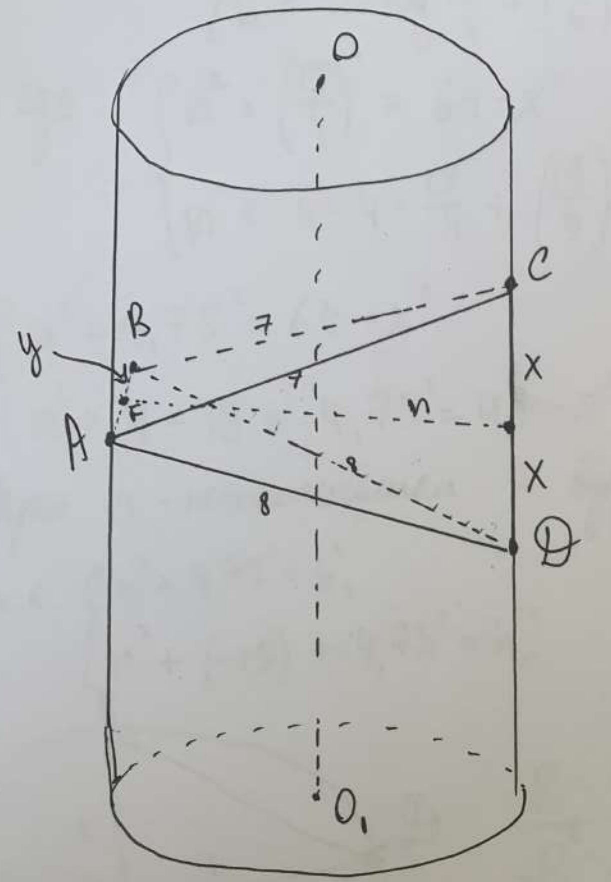
3) $d=1 \Rightarrow \begin{cases} 5a_1+10=S \\ a_1^2+15a_1+50 > S+15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a_1+10=S \\ a_1^2+15a_1+35>S \end{cases}$

$a_1^2+15a_1+35 > 5a_1+10 \Rightarrow a_1^2+10a_1+25>0 \Rightarrow (a_1+5)^2>0$

$a_1\in(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty)\in\mathbb{Z}$ при $d=1$

Ответ: $a_1\in(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty)$ и $a_1\in\mathbb{Z}$ при $d=1$

Задача №2.



Дано: $AB=2$; $AC=CB=7$

$AD=DB=8$

R - наим.

Найти: значения CD

Решение:

т.к. $CD \parallel OO_1$ - оси цилиндра, очевидно, что $AB \perp OO_1$

тогда расстояние от прямой AB до прямой CD будет содержать величину диаметра, обозначим эту величину за n,

где $n = D + \Delta D$, где ΔD - расстояние от AB до боковой стороны (наименьш), тогда напишем систему уравнений:

$$\begin{cases} n^2 + y^2 = h_1^2, \quad \text{где } y = FB, \text{ а } AF = 2-y \\ n^2 + (2-y)^2 = h_2^2 \\ h_1^2 = 49 - x^2 \\ h_2^2 = 64 - x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{matrix} \begin{cases} n^2 + y^2 = h_2^2 \\ n^2 + 4 - 4y + y^2 = h_1^2 \\ h_1^2 = 49 - x^2 \\ h_2^2 = 49 - x^2 + 15 \end{cases}$$

из (1) вычтем (2) и из (4) вычтем (3)

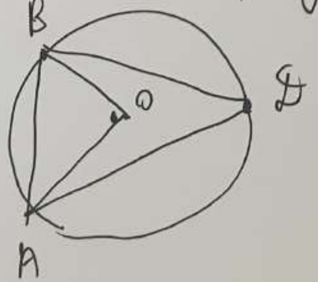
$$\cancel{n^2} + \cancel{y^2} - \cancel{n^2} - 4 + 4y - \cancel{y^2} = h_2^2 - h_1^2 \Rightarrow -4 + 4y = h_2^2 - h_1^2$$

$$h_2^2 - h_1^2 = \cancel{49} - \cancel{x^2} + 15 - \cancel{49} + \cancel{x^2} \Rightarrow h_2^2 - h_1^2 = 15 \rightarrow \begin{cases} 4y - 4 = h_2^2 - h_1^2 \\ h_2^2 - h_1^2 = 15 \end{cases}$$

Чистовик

$4y-4=15 \Rightarrow 4y=19 \Rightarrow y=\frac{19}{4}$

вид сверху.



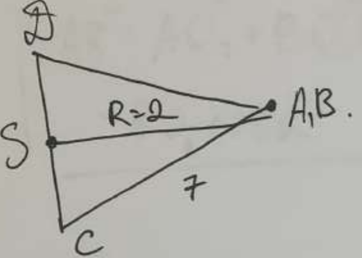
значит $\begin{cases} n^2+\frac{19^2}{4^2}=h_2^2 \\ n^2+4-4y\frac{19}{4}+\left(\frac{19}{4}\right)^2=h_1^2 \end{cases}$

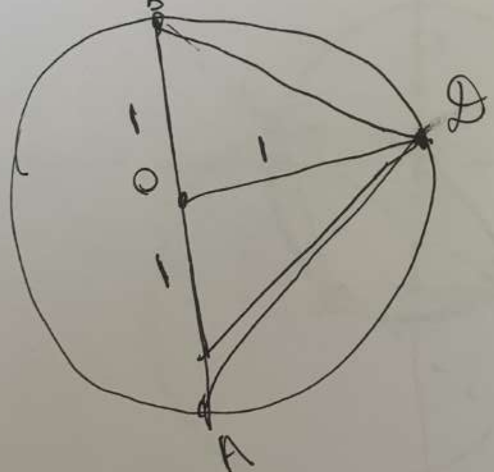
где $\begin{cases} n^2+\left(\frac{19}{4}\right)^2=64-x^2 \\ n^2+4-4\cdot\frac{19}{4}+\left(\frac{19}{4}\right)^2=49-x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} n^2+4{,}75^2=64-x^2 \\ n^2+4-19+4{,}75^2=49-x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n^2=41{,}4375-x^2 \\ n^2+4{,}75^2=64-x^2 \end{cases}$

При n - наименьшем x будет наибольшее

т.е. $\begin{cases} n^2+4{,}75^2=h_2 \\ n^2+(-15)+4{,}75^2=h_1^2 \end{cases}$





$R=1$

$\sqrt{R^2-x^2}=1$

минимальный радиус может быть только $R=1$

$DS=\sqrt{8^2-2^2}$

$SC=\sqrt{7^2-2^2}$

$DC=\sqrt{64-4}+\sqrt{49-4}$

$DC=\sqrt{60}+\sqrt{45}=\sqrt{6\cdot10}+\sqrt{9\cdot5}=3\sqrt5+\sqrt{3\cdot2\cdot5\cdot2}=$

$=2\sqrt{15}+3\sqrt5$

Ответ: $2\sqrt{15}+3\sqrt5$

Задача №3.

$$①\ \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a-6b;\ 13) \end{cases}\ ②$$

② 1) $a^2+b^2 \le -4a-6b$

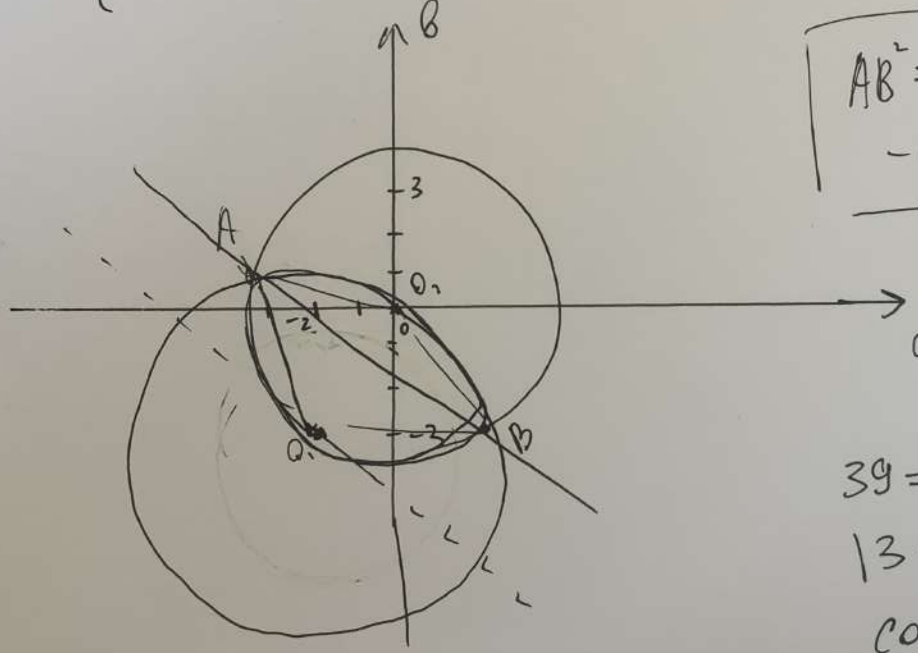
$a^2+b^2+4a+6b \le 0 \implies (a^2+4a+4)+(b^2+6b+9)-4-9 \le 0$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$, т.е. $\begin{cases} (a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \\ -4a-6b \le 13 \end{cases}$

с центром в т. $O(-2;-3)$ и $R=\sqrt{13}$

2) $\begin{cases} a^2+b^2 \le 13 \\ -4a-6b \ge 13 \end{cases}$

Рассм. обл.:



$$\boxed{AB^2 = AO_2^2 + BO_2^2 - 2AO_2 - BO_2\cos\alpha}$$

$39 = 13+13-2\cdot 13\cos\alpha$

$13 = -2\cdot 13\cdot\cos\alpha$

$\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

$\alpha = 120^\circ$

$S_1 = \frac{1}{2}R^2\left(\frac{\alpha\pi}{180}-\sin\alpha\right) = \frac{1}{2}R^2\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt3}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot 13\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt3}{2}\right)$

$S_1 = \frac{1}{2}\cdot 13\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt3}{2}\right)$

Отбаем окружностями радиуса $R=\sqrt{13}$ и получаем подобную фигуру с $k=2$

$S = 4S_1 = 4\cdot\frac{13}{2}\left(\frac{2}{3}\pi-\frac{\sqrt3}{2}\right) = 26\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt3}{2}\right)$

Чистовик

Ответ: $26\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Черновик.

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_5 + a_4$

$a_6 a_{11} > S + 15$

$a_8 a_9 < S + 39$

$\frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = S$

$a_6 = a_1 + d($

$a_6 = a_1 + 5d$
$a_{11} = a_1 + 10d$
$a_8 = a_1 + 7d$
$a_9 = a_1 + 8d$

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > S+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < S+39 \\ \frac{a_1+a_1+4d}{2} \cdot 5 = S \end{cases}$$

$7+1=8$

9

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+10d) > S+15 \\ (a_1+7d)(a_1+8d) < S+39 \\ (a_1+2d)\cdot 5 = S \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1d + 5a_1d + 50d^2 > S+15 \\ a_1^2 + 8a_1d + 7a_1d + 56d^2 < S+39 \\ 5a_1 + 10d = S \end{cases}$$

$39 - 15 = 24$

a_1
$$\begin{cases} a^2 + 15ad + 50d^2 > S+15 \\ a^2 + 15ad + 56d^2 < S+39 \\ 5a + 10d = S \end{cases}$$

$S+15+24$

$50d^2 - 56d^2 \quad 15-39$

$+6d^2 \quad 24$

$\cancel{24}\,6$

$a^2 + 15ad + 50d^2 > S+15$
$- \; a^2 + 15ad + 56d^2 - 24 < S+15$

$(50-56)d^2 + 24 > 0$

$4 \cdot 6 = 24$

$-6d^2 + 24 > 0$

-5

$-6d^2 > -24$

$\boxed{-1; 0; 1}$

0 4

$\boxed{d^2 < 4}$

6

6; 7.

1)
$$\begin{cases} 5a_1 + 10 = S, \text{ где } d = 1 \\ a_1^2 + 15ad + 56d^2 < S+39 \end{cases}$$

$15 \times 4 = 60$

$d < 2 \quad d =$

$60 + 25 = 85$

$d \in (-2; 2)$

$56 - 39 = 17$

$$\begin{cases} 5a_1 + 10 = S \\ a_1^2 + 15a_1 + 56 < S+39 \end{cases}$$

$5a_1 + 10 = S$

$5 \cdot 2$

$a_1^2 + 15a_1 + 17 < S$

$50 - 15 = 35$

$a_1^2 + 15a_1 + 17 < 5a_1 + 10$

$100 - 28 = 72$

$72 = 9 \cdot 6$

$D = 100 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 72$

$a_1^2 + \cancel{18}\, 10a_1 + 7 < 0$

~~Чистовик.~~ Черновик.

Задача №2.

$$\begin{array}{r} 64 \\ -49 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{cases} 64 - x^2 = h_1^2 \\ 49 - x^2 = h_2^2 \\ D^2 + y^2 = h_1^2 \\ D^2 + (2-y)^2 = h_2^2 \end{cases}$$

$49 + 15 - x^2 = h_1^2$

$49 - x^2 = h_2^2$

$h_2^2 + 15 = h_1^2$

$D^2 + y^2 = h_2^2 + 15$

$D^2 + (2-y)^2 = h_2^2$

$$\begin{cases} D^2 + y^2 = h_2^2 + 15 \\ D^2 + 4 - 4y^2 + y^2 = h_2^2 \end{cases}$$

$y^2 - 4 + 4y^2 - y^2 = 15$

$4y - 4 = 15$

$4y = 19$

$y = \frac{19}{4}$

$$\begin{array}{r} 13 \\ +26 \\ \hline 39 \end{array}$$

$x =$

$x - 26 = 2 \cdot 13 \cdot \frac{1}{2}$

$x - 26 = 13$

$x - 26 = -2 \cdot 13 \cdot \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\cancel{-4a} \le 13 + 13 - 2$

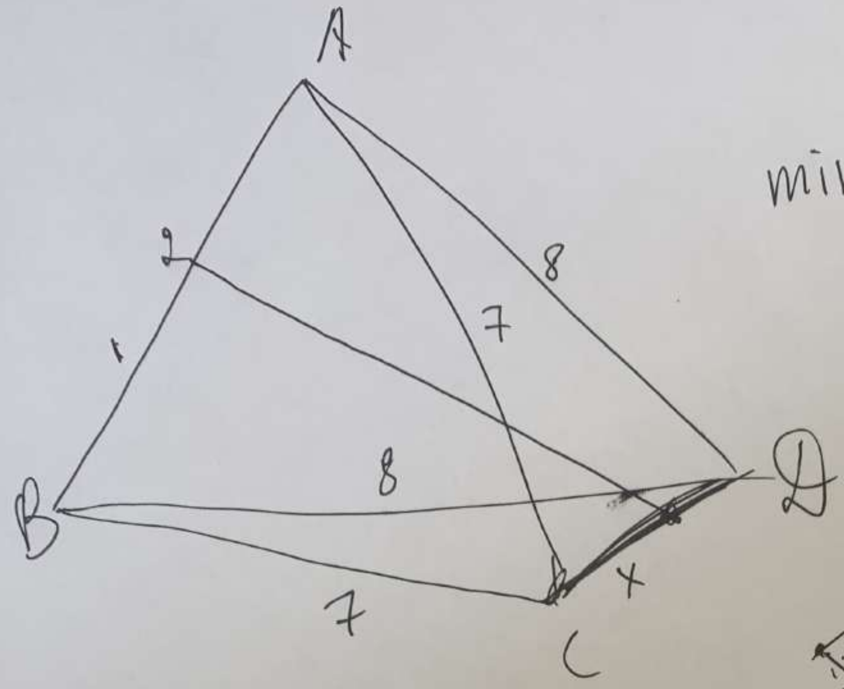
26

$-6b \le 13 + 4a$

$b \le \frac{13+4a}{6}$

$b \ge \frac{13+4a}{-6}$

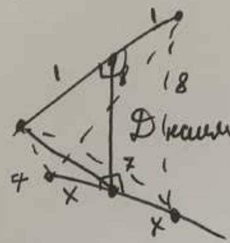
Черновик.

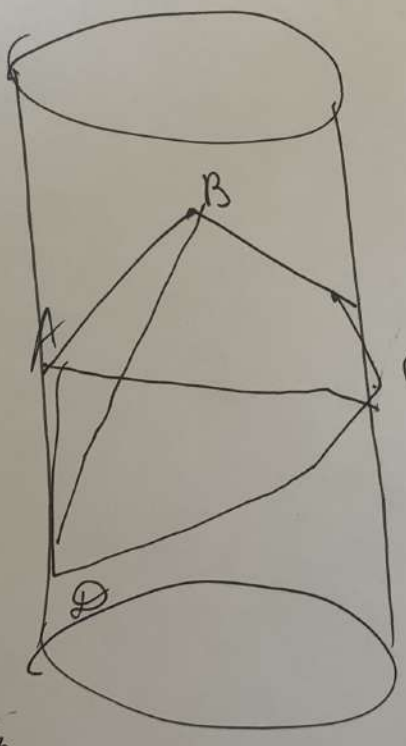


min (x;y)

min из двух x и y

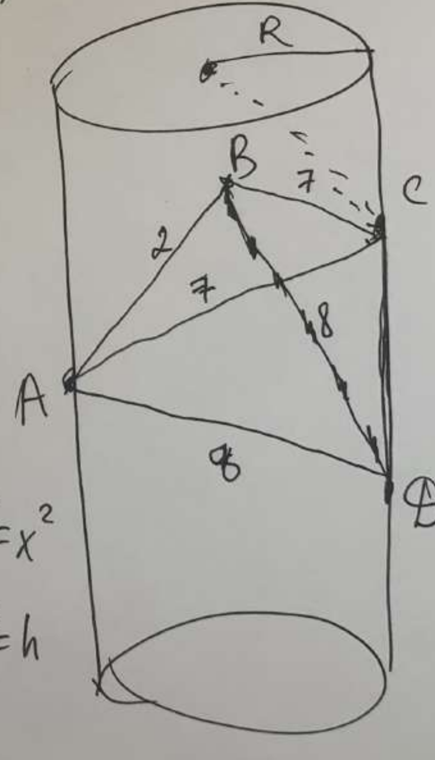
$\rho(AB; CD)$



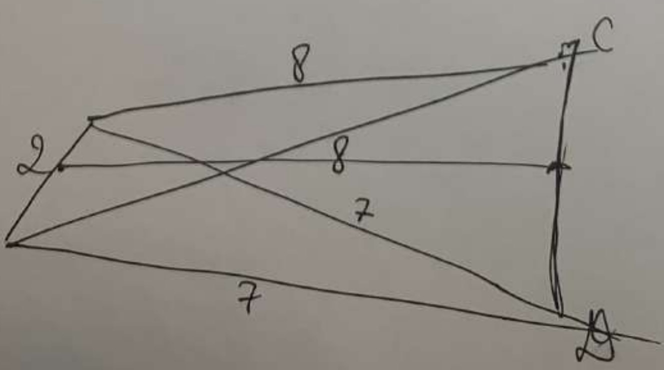


$64 - h^2 = x^2$

$64 - x^2 = h$



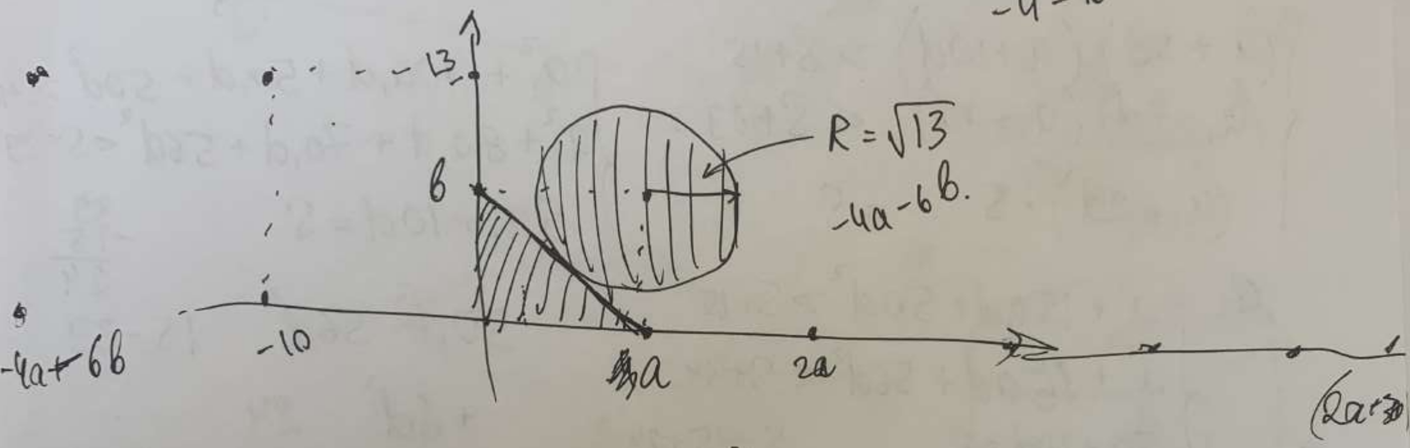
№9



$$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13$$
$$a^2+b^2 \le \min(-4a-6b;\ 13)$$

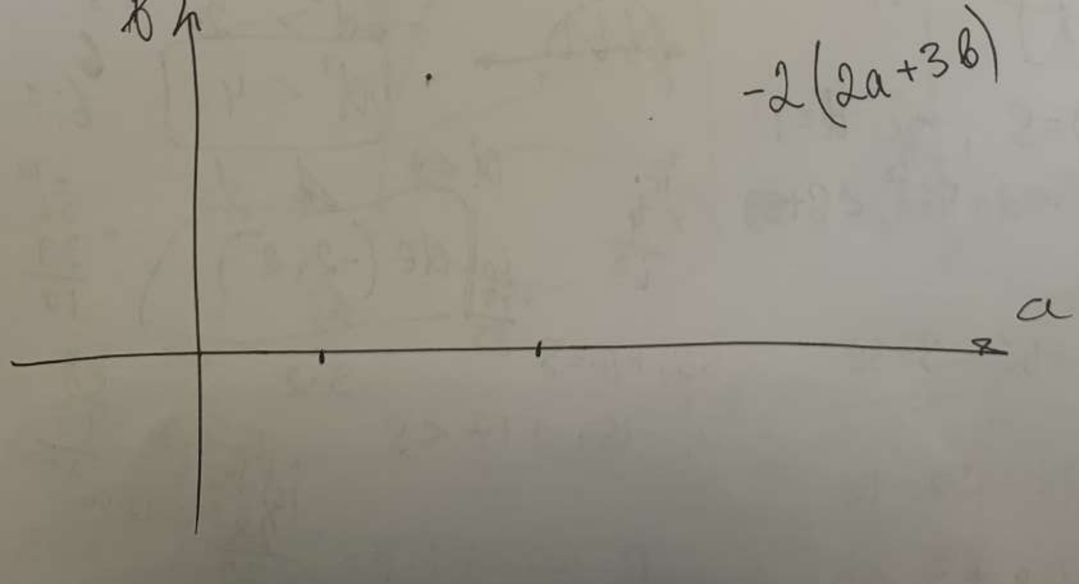
$a=1 \quad b=1$

$-4-16=-10$



a^2+b^2

$-4a-6b;13$
$(-4a-6b;13)$



$-2(2a+3b)$

$y=-4a-6b$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102590**

ID профиля: **809171**

Вариант 20

Чистовик.

Задача №4

НОД $(a;b;c)=10$

НОК $(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16}$

Решение: пусть $a=5^{n_1}\cdot 2^{n_2}$; $b=5^{m_1}\cdot 2^{m_2}$

$c=5^{k_1}\cdot 2^{k_2}$

очевидно, что $\max\{n_1;m_1;k_1\}=16$

$\max\{n_2;m_2;k_2\}=17$

заметим, что хотя бы одно из этих чисел равно 1

$\underbrace{n_1;m_1;k_1}$ равно 1

$n_2;m_2;k_2$ равно 1

Система симметрична относительно перестановки $a;b;c$

1) Пусть $n_1=1$, тогда m_1 или k_1 равен 16

① $(1;16;k_1)$ или $(1;m_1;16)$

$\Downarrow$ 16 $\qquad$ $\Downarrow$ 16 $\Rightarrow$ всего 32 случая.

② пусть $m_1=1$, тогда $(n_1;1;k_1)$ n_1 или $k_1=16$.

32 случая, аналогично и с k_1

2) $32\cdot 3\cdot 32\cdot 3=9\cdot 32\cdot 32=9216$ случаев.

Ответ: 9216

Чистовик

2

Задача № 5.

Дано: $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$; $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$; $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$a=b$

$c=a+1$

Найти: x

Решение: $a=\log_{(2x-8)^{\frac{1}{2}}}(x-4)=2\log_{2x-8}(x-4)$

$b=\log_{(x-4)^2}(5x-26)=\frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)$

$c=\log_{(5x-26)^{\frac{1}{2}}}(2x-8)=2\log_{5x-26}(2x-8)$

1) $a\cdot b=\log_{2x-8}(x-4)\cdot\log_{x-4}(5x-26)=$

$=\log_{2x-8}(5x-26)=\dfrac{1}{\log_{5x-26}(2x-8)}=\dfrac{2}{c}$

т.е. $\boxed{a\cdot b=\dfrac{2}{c}}$

ограничение

$$\begin{cases}2x-8>0\\2x-8\neq 1\\x-4>0\\5x-26>0\\(x-4)^2\neq 1\\(5x-26)\neq 1\end{cases}\Downarrow\quad\begin{cases}x>5{,}2\\x\neq 5{,}4\end{cases}$$

2) $\begin{matrix}a=b\\c=a+1\end{matrix}\Rightarrow a^2=\dfrac{2}{a+1}$

$a^3+a^2-2=0$

	1	1	0	-2
1	1	2	2	0

$\Rightarrow (a-1)(a^2+2a+2)=0$

т.е. $\log_{2x-8}(x-4)^2=1\Rightarrow 2x-8=(x-4)^2$

$2(x-4)=(x-4)^2$, где $x=4$ (не подходит, т.к. $x>5{,}2$)

и $x=6$ — подходит

Чистовик.

3) $a=c$
$b=a+1$ $\Rightarrow$ $a(a+1)=\frac{2}{a}$

$a^3+a^2-2=0$

$a=1$; $c=1$; $b=2$ $\Rightarrow$ откуда $x=6$

4) аналогично

$b=c$
$a=b+1$ $\Rightarrow$ $a(a-1)=\frac{2}{a-1}$

$a(a-1)^2=2 \Rightarrow a^3-2a^2+a-2=0 \Rightarrow (a-2)(a^2+1)=0$

$a=2$; $b=c=1$

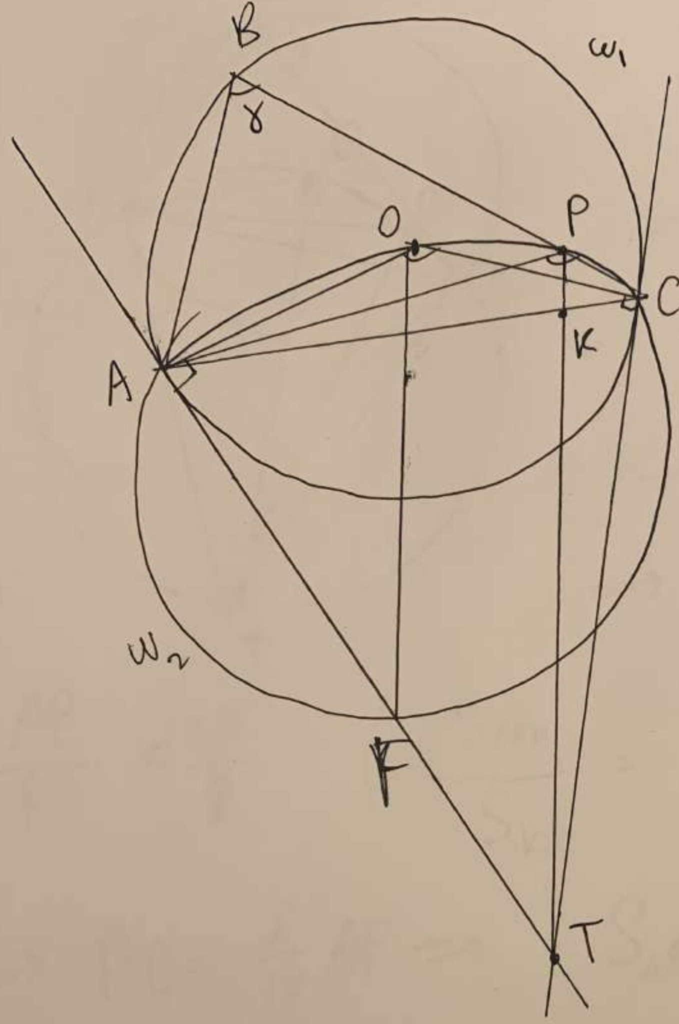
$2\log_{2x-8}(x-4)=2 \Rightarrow \log_{2x-8}(x-4)=1$

$2x-8=x-4 \Rightarrow$ $x=4$ – не подходит., т.к. $x>5,2$.

Значит $x=6$ – единственный вариант ответа.

Ответ: $x=6$

Задача № 6



Дано: O - центр.

~~$S_{ABK} = 8\,S_{CBK}$~~

$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 8$

Найти: 1) S_{ABC}

2) AC если

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

Решение: $S_{ABC} = S_{APK} + S_{PKC} + S_{ABP} = 18 + S_{ABP}$

Найдем S_{ABP}: $OA \perp AT$; $OC \perp CT$

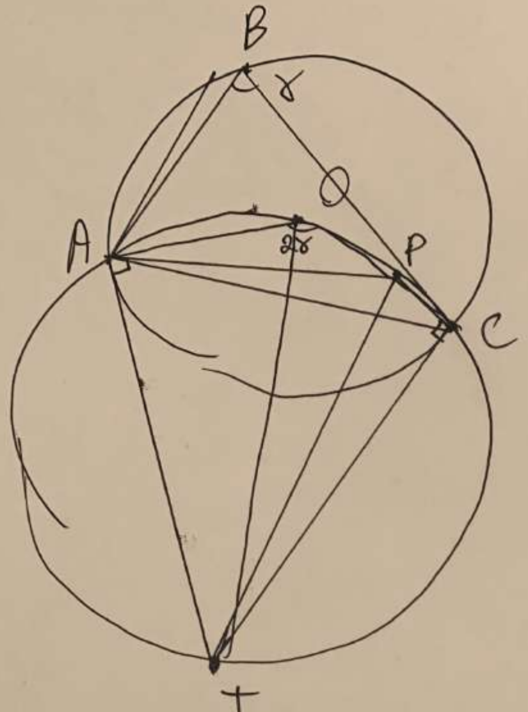
$\angle AOC = \angle APC$ (~~лежат на~~ вписаные и опер на одну дугу) в окр AOPC.; $OC = OA = R$ окр.

~~значит $\triangle OAK = \triangle ABP = OA \cdot AK \cdot \frac{1}{2}$~~

точка T лежит на второй окружности, т.к. $\angle OAF = 90°$ и $\angle OCT = 90°$, но это диаметр, а значит т. F совпадает с

Чистовик

с точкой T и рисунок выглядит так: (5)



Пусть $\angle ABC = \gamma$

тогда $\angle AOC = 2\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOT = \gamma$

$\angle APC = \angle TPC = \gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BPA = 180 - 2\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAP = \gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow PB = AP$, тогда

$$\frac{AP}{PC} = \frac{10}{8} \quad \left(\frac{S_{APB}}{S_{KPC}} = \frac{10}{8} \right) \Rightarrow \frac{S_{APB}}{S_{APC}} = \frac{BP}{PC} = \frac{AP}{PC} = \frac{S_{APK}}{S_{PCK}}$$

$$\Rightarrow PC = \frac{8}{10} AP \Rightarrow S_{\Delta APC} = \frac{1}{2} AP^2 \cdot \frac{8}{10} \sin 2\gamma$$

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} AB \cdot AP \cdot \sin 2\gamma = \frac{1}{2} AP^2 \cdot \sin 2\gamma \Rightarrow$$

$\Rightarrow S_{ABP} = \frac{1}{2} (10+8)^2 \cdot \frac{10}{8}$, тогда $\cancel{S_{ABC} = 10+8}$

$$S_{ABC} = \cancel{\frac{1}{2}(10+8)^2 \cdot \frac{10}{8} \pm 10 + 8 = \frac{18^2}{8} = 40{,}5} \quad \frac{18^2}{8} = 40{,}5$$

Ответ: 1) 40,5

Черновик.

НОД $(a;b;c)=10$

НОК $(a;b;c)=2^{17}\cdot5^{16}$

$\log_{\sqrt{2a}} a=\log_{\sqrt{b}} 2a$

$\sqrt{2a}=\sqrt{b}$

$2a=b$

$$\begin{cases}\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26)\\ \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)\cancel{=}\log_{\sqrt{2x-8}}\cancel{(}(x-4)+1\end{cases}$$

пусть $x-4$

$2(x-4)$

$\cancel{x-4=y}$

$5x-26=b$

$x-4=a$

$2a=b$

$\cancel{a}=2\cancel{a}$

$1=2$ – нет.

$$\begin{cases}\log_{\sqrt{2a}} a=\log_{a^2} b\\ \log_{\sqrt{b}} 2a=\log_{\sqrt{2a}} a+1\end{cases}$$

$\log_{2a^{\frac{1}{2}}} a=\log_{a^2} b$

$2\log_{2a} a=\frac{1}{2}\log_a b$

$4\log_{2a} a=\log_a b$

$\cancel{2}\log_b 2a=\cancel{2}\log_{\cancel{2a}} 2a$

$\log_b 2a=\log_{2a} a$

$(2a)^n=a$

$2^n\cdot a^n=a^1$

$2^n=\frac{a}{a^n}$

$\log_{a}$

$2a=\left(\frac{b}{2}\right)^n$

$x=0$ $x=4$

$$\begin{cases}2^n=a^{1-n}\\ b^n=2a\end{cases}$$

$\log_{\sqrt{b}} 2a-\log_{2a} a=1$

$\left(\frac{2}{b}\right)^n=a^{1-n-1}\cdot\frac{1}{2}$

$\log$

$\left(\frac{2}{b}\right)^n=\frac{1}{2a}$

Черновик.

$\log_{(2(x-4))^2}(x-4)$

$5x-26$

$x=10$

12

$5^1\cdot 2^1 \quad 5^{16}\cdot 2^{17} \quad 5^1\cdot 2^1$

$10; 10; 5^{16}\cdot 2^{16}$

$5\cdot 2 \quad 5^{m_1}\cdot 2^{m_2} \quad 5^{k_1}\cdot 2^{k_2}$

$29,25$

$\frac{18\cdot 10}{8}+18$

$\frac{180+18\cdot 8}{8}$

Черновик.

$\log_{\sqrt{2a}}(a) = \log_{(x-4)^3}(\cancel{5x-26}$

$\sqrt{2a} = a^2$

$2a = a^4$

$2 = a^3$

$\begin{cases} a = \sqrt[3]{2} \\ a = 6 \end{cases}$

$x-4 = \sqrt[3]{2}$

$x-4 = 5x-26$

$-4x = -22$

$\frac{11}{2} - 4^2$

$\frac{11-8}{2} = \frac{3}{2}$

$x = \frac{\cancel{2}\cdot 11}{\cancel{4}_2} = \frac{11}{2}$

$\sqrt{2\cdot\frac{11}{2}-8} = \sqrt{11-8}$

$5\cdot\cancel{\frac{11}{2}-26}$

$\log_{\sqrt{3}}\frac{3}{2}$

$\cancel{\frac{11}{2}}-4 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\log_{\left(\frac{3}{2}\right)^2}$

$\cancel{\log_{\sqrt{2a}}}$ $\cancel{\log}$ $\frac{1}{\log_{x-4}\sqrt{2x-8}}$

$\cancel{2\cdot 2^2}$

$5\cdot 2^2$

$2\cdot 5 : 2\cdot 5^2$

$10 = 2\cdot 5$

$\cancel{2}\ \cancel{4}$ $20; 10; 50$

$\frac{1}{\log_{x-4}\sqrt{2x-8}}$

$20; 10; 50$

$\log_{\sqrt{6}}$

$20\cdot 10\cdot 50$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)+1$

$2\log_{5x-26}(2(x-4)) - \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$

$2\log_{5x-26}(2(x-4)) - \frac{1}{\log_{5x-26}(x-4)} = 1$

черновик

$$\frac{2\log_{5x-26}(2(x-4))\cdot\log_{5x-26}(x-4)-1}{\log_{5x-26}(x-4)}=1$$

$$\frac{1}{2\log_b a}=\frac{1}{\log_{2a}\sqrt{b}^2}$$

$$\log_{\sqrt{2a}} a = 2\log_{2a} a = 2\cdot\frac{1}{\log_a 2a}=\frac{2}{\log_a 2+\log_a a}=$$

$$\log_{a^2} b = \frac{1}{2}\log_a b \qquad =\boxed{\frac{2}{\log_a 2+1}}$$

$$\log_{\sqrt{b}} 2a = \log_{\sqrt{b}} 2+\log_{\sqrt{b}} a$$

$$\log_{\sqrt{2a}} a = \frac{2}{\log_a 2+1} \quad ; \quad \frac{\log_a b}{2}=\frac{1}{2\log_b a}$$

$$2(\log_b 2+\log_b a) \qquad \log_b a^4-\log_a 2=1$$

$$2(\log_b 2+\underbrace{\log_b a)}_{2\log_b a}+1=\frac{1}{2\log_b a}$$

$$2\log_b 2+2\log_b a+1-\frac{1}{2\log_b a}=0$$

$$2\log_b 2+\frac{4(\log_b a)^2-1}{2\log_b a}+1=0$$

$$\frac{1}{2\log_b a}=\frac{2}{\log_a 2+1} \qquad 4\log_b a=\log_a 2+1$$

$$4\log_b a-\log_a 2=1$$

$$\cancel{\log_b\sqrt{\frac{a^4}{2}}} \quad \frac{\log_a b}{2}=\log_{b^{\frac{1}{2}}} 2+\log_{b^{\frac{1}{2}}} a$$