Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101978**

ID профиля: **329050**

Вариант 20

(1) Допустим, $a_n = a_1 + (n-1)\cdot k$. Так как по условию прогрессия возрастающая и состоящая из целых чисел, то $a_1 \in \mathbb{Z}$ $(\Rightarrow k \in \mathbb{Z})$ и $k > 0$. Тогда $k \geq 1$. Тогда

$S_{1,2\ldots5} = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 5a_1 + k + 2k + 3k + 4k = 5a_1 + 10k$.

По условию $\begin{cases} (a_1+5k)(a_1+10k) > 5a_1 + 10k + 15 \\ 5a_1 + 10k + 39 > (a_1+7k)(a_1+8k) \end{cases}$. Сложим неравенства:

$$a_1^2 + 15ka_1 + 50k^2 + 5a_1 + 10k + 39 > 5a_1 + 10k + 15 + a_1^2 + 15ka_1 + 56k^2$$

$$24 > 6k^2 \Rightarrow 4 > k^2$$

Так как $k > 0$, то $2 > k$, но тогда $k = 1$

Тогда $\begin{cases} (a_1+5)(a_1+10) > 5a_1 + 25 \\ 5a_1 + 49 > (a_1+7)(a_1+8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ 0 > a_1^2 + 10a_1 + 7 \Rightarrow D = 100 - 28 = 72 = (6\sqrt{2})^2 \end{cases}$

$\begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \\ a_1 \in \left(\frac{-10-3\sqrt{2}}{2}; \frac{-10+3\sqrt{2}}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 \neq -5 \\ \text{в силу } a_1 \in \mathbb{Z} \quad a_1 \in (-10; 0) \end{cases}$

Тогда a_1 может быть $-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$

Ответ: $a_1 = -9$; $a_1 = -8$; $a_1 = -7$; $a_1 = -6$; $a_1 = -4$; $a_1 = -3$; $a_1 = -2$; $a_1 = -1$.

(2) Т. к. $R_{AHB} = 1 \Rightarrow D_{AHB} = 2 = AB \Rightarrow AB$ - диаметр $\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AHB = 90^\circ \Rightarrow HB = \sqrt{2} \Rightarrow 2 = \frac{-CD^4 + 226CD^2 - 225}{4CD^2}$

$8CD^2 = -CD^4 + 226CD^2 - 225$

$CD^4 - 218CD^2 + 225 = 0$

$D = 47524 - 900 = 46624$

$CD^2 = \frac{218 \pm 4\sqrt{2914}}{2} = 109 \pm 2\sqrt{2914}$

$\sqrt{2914} < 54 = \sqrt{2916} \Rightarrow 1 < 109 + 2\sqrt{2914} < 218 < 225$ и

$1 < 109 - 2\sqrt{2914} < 109 < 225$

$CD = \sqrt{109 \pm 2\sqrt{2914}}$

Ответ: $CD = \sqrt{109 \pm 2\sqrt{2914}}$.

Черновик

№1.

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 5a_1 + k + 2k + 3k + 4k = 5a_1 + 10k, \quad k > 0, \quad k \in \mathbb{Z}$

$(a_1 + 5k)(a_1 + 10k) > 5a_1 + 10k + 15$ $\qquad$ $(a_1 + 7k)(a_1 + 8k) < 5a_1 + 10k + 39$

$a_1^2 + 15a_1k + 50k^2 > 5a_1 + 10k + 15$ $\qquad$ $a_1^2 + 15ka_1 + 56k^2 < 5a_1 + 10k + 39$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{15a_1k} + 50k^2 + \cancel{5a_1} + \cancel{10k} + 39 > \cancel{5a_1} + \cancel{10k} + 15 + \cancel{a_1^2} + \cancel{15ka_1} + 56k^2$

$24 > 6k^2$

$4 > k^2 \Rightarrow 2 > k \Rightarrow k = 1$

$S = 5a_1 + 10$

$\begin{cases} (a_1+5)(a_1+10) > 5a_1 + 25 \\ (a_1+7)(a_1+8) < 5a_1 + 49 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 + 50 > 5a_1 + 25 \\ 5a_1 + 49 > a_1^2 + 15a_1 + 56 \end{cases}$

$a_1 \neq -5$

$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ 0 > a_1^2 + 10a_1 + 7 \end{cases}$

$D = 100 - 28 = 72 = (6\sqrt{2})^2$

$a_1 = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} - 5; \ = -5 - 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2} - 5 > -1$

$3\sqrt{2} > 4$

$18 > 16$

$-5 - 3\sqrt{2} < -9$

$4 < 3\sqrt{2}$

$-5 - 3\sqrt{2} > -10$

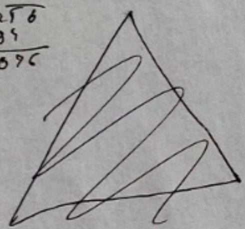
$5 > 3\sqrt{2}$

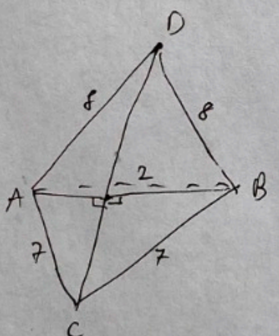
$a_1 \in (-10; 0)$

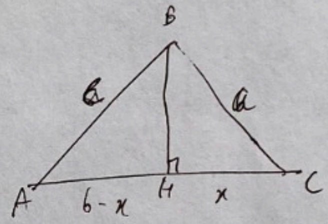
№2.

64×64: 256, 384, 4096

49×49: 441, 196, 2401







$6272 - 4096 = 2176$; -2401

$2401 - 2176 = 225$

$a^2 - x^2 = c^2 - b^2 - x^2 + 2bx$

$x = \frac{a^2 - c^2 + b^2}{2b}$

$BH^2 = a^2 - \frac{(a^2 - c^2 + b^2)^2}{4b^2} = \frac{4a^2b^2 - a^4 - c^4 - b^4 + 2a^2c^2 + 2c^2b^2}{4b^2}$

$= \frac{2a^2c^2 + 2b^2c^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4}{4b^2}$

49×64: 196, 294, 3136

Не забыть про $\angle ACD \leq 90^\circ$

$\cancel{AH^2 = (49 + CD^2 + 64)^2 - 2CD^4 +}$

$AH^2 = \frac{6272 + 98CD^2 + 128CD^2 - 4096 - 2401 - CD^4}{4CD^2} = \frac{-CD^4 + 226CD^2 - 225}{4CD^2} = \frac{-(CD^2 - 225)(CD^2 - 1)}{4CD^2}$

$CD^2 \in (1; 225) \Rightarrow CD \in (1; 15)$

$S_{AHB} = \frac{1}{4}\sqrt{(2AH + 2)(2AH - 2) \cdot 4} = \sqrt{4AH^2 - 1} = \sqrt{\frac{-CD^4 + 222CD^2 - 225}{4CD^2}}$

$222 \cdot 452CD^4 - 226 \cdot 444CD^4 =$

$= 222 \cdot 444CD^4 - 222 \cdot 444 \cdot CD^4 + 8 \cdot 222CD^4 - 4 \cdot 444CD^4 = 0$

$4 = 2 \cdot \frac{-CD^4 + 226CD^2 - 225}{4CD^2} - 2 \cdot \frac{-CD^4 + 226CD^2 - 225}{4CD^2} \cdot \cos\alpha$

$\frac{8CD^2 + CD^4 - 226CD^2 + 225}{2CD^2} = \frac{CD^4 - 226CD^2 + 225}{2CD^2} \cdot \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{CD^4 - 218CD^2 + 225}{CD^4 - 226CD^2 + 225} = 1 + \frac{8CD^2}{CD^4 - 226CD^2 + 225}$

225×218: 1800, 225, 450, 49050

$224 \times 3 = 672$

225×225: 1125, 450, 450, 50625

$50625 - 49050 = 1575$

Черновик

$$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = \frac{(CD^4-226CD^2+225)^2-(CD^4-278CD^2+225)^2}{(CD^4-226CD^2+225)^2} = \frac{-8CD^2\cdot(2CD^4-444CD^2+450)}{(CD^4-226CD^2+225)^2}$$

$$\cancel{2\alpha = \frac{\frac{-x}{4CD^2}}{\frac{x^4-(8CD^2-x)^2}{x^2}} = -\frac{x^3}{4CD^2(\ldots+16CD^2x-64CD^4)}}$$

$$\cancel{R = \frac{(CD^4-226CD^2+225)^3}{8CD^2(\ldots16CD^6-16\cdot226CD^4-64CD^4+225\cdot CD^2\cdot16)}}$$

$$y = \cancel{\frac{x+1}{x^2+2}}$$

$$y' = \frac{u'v-v'u}{v^2}$$

$$\begin{array}{r} 226 \\ \times\ 3 \\ \hline 678 \end{array}$$

$$2R = \frac{2}{\frac{4CD\cdot\sqrt{CD^4-222CD^2+225}}{x}}$$

$$z^2 = CD^4-222CD^2+225$$

$$R = \frac{x}{4CD\cdot\sqrt{x+4CD^2}} = \frac{CD^4-226CD^2+225}{4CD\cdot\sqrt{CD^4-222CD^2+225}}$$

$$R' = \frac{(4CD^3-452CD)(\sqrt{CD^4-222CD^2+225}\cdot 4CD)-(CD^4-226CD^2+225)\left(4\sqrt{CD^4-222CD^2+225}+\frac{4CD(4CD^3-444CD)}{2\sqrt{CD^4-222CD^2+225}}\right)}{16CD^2\cdot(CD^4-222CD^2+225)} = 0$$

$$(4CD^3-452CD)\cdot 4CD\cdot z-(CD^4-226CD^2+225)\cdot\frac{8CD^4-222CD^2\cdot 8+1800+16CD^4-4\cdot444CD^2}{2z} = 0 \quad \Big|:8$$

$$\boxed{\frac{(32CD^4-452\cdot 8CD^2)\cdot z^2}{2z}}-\frac{(CD^4-226CD^2+225)\cdot(24CD^4-8\cdot444CD^2+1800)}{2z} = 0$$

$$4CD^4-452CD^2\cdot z^2-(CD^4-226CD^2+225)\cdot(3CD^4-444CD^2+225) = 0$$

$$\cancel{4CD^4-452CD^2\cdot z^2-(z^2-4CD^2)(3z^2+222CD^2-450)=0}$$

$$4CD^4-452CD^6+222\cdot\cancel{452CD^4}-225\cdot452CD^2-3CD^8+444CD^6-225CD^4+226\cdot3CD^6-226\cdot\cancel{444CD^4}+225\cdot226CD^2-$$

$$-225\cdot3CD^4+444\cdot225CD^2-225^2 = 0$$

$$-3CD^8+670CD^6-3\cdot224CD^4-226\cdot225CD^2+444\cdot225CD^2-225^2 = 0$$

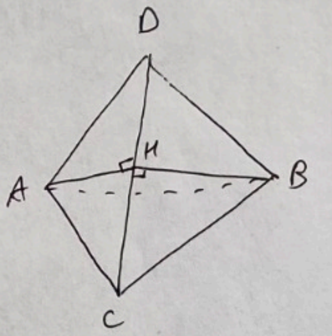
$$3CD^8-670CD^6+3\cdot224CD^4-218\cdot225CD^2+225^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 218 \\ \times\ 218 \\ \hline 1744 \\ 218 \\ 436 \\ \hline 47524 \\ -\ 900 \\ \hline 46624 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 46624 & 2 \\ 23312 & 2 \\ 11656 & 2 \\ 5828 & 2 \\ 2914 & 2 \\ 1457 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times\ 50 \\ \hline 2500 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 54{,}5 \\ \times\ 54{,}5 \\ \hline 2725 \\ 2180 \\ 2725 \\ \hline 2970{,}25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 54 \\ \times\ 54 \\ \hline 216 \\ 270 \\ \hline 2916 \end{array}$$

Чистовик математика, 11 класс

2



$AD = DB = 8$

$AB = 2$ $R_{осн} = min$

$AC = CB = 7$

$CD \parallel$ оси цилиндра

$CD = ?$

Т.к. основание цилиндра $\perp$ оси цилиндра $\Rightarrow$ основание цилиндра $\perp$ CD $\Rightarrow$ Если $H \in CD \mid AH \perp CD$ (раз $\triangle ADC = \triangle BDC$ по трём сторонам ($AD = DB$, $AC = CB$, CD – общая), то HB также $\perp CD$, т.к. если нет, то $H_1 \in CD \mid BH_1 \perp CD$, то $H_1B = HA$ в силу $\triangle ADC = \triangle BDC$ и $AD = DB \Rightarrow \triangle DH_1B = \triangle DHA$ по гипотенузе и катету $\Rightarrow HD = H_1D \Rightarrow H_1 = H$), то $(AHB) \parallel$ основанию цилиндра $\Rightarrow$ $\Rightarrow R_{осн} = R_{AHB}$. Так как AB внутри ω (ω – описанная окружность $\triangle AHB$), то $D_{AHB} \geq AB$ (диаметр ω). Так как $R_{осн}$ минимален, то $D_{AHB} = 2R_{AHB} = 2R_{осн}$ также минимален $\Rightarrow D_{AHB} = 2 \Rightarrow R_{AHB} = 1$.

$$HB^2 = BC^2 - CH^2 = BD^2 - DH^2$$

$$BC^2 - (DC - DH)^2 = BD^2 - DH^2$$

$$49 - DC^2 - DH^2 + 2DC \cdot DH = 64 - DH^2$$

$$DH = \frac{15 + CD^2}{2DC} \Rightarrow HB^2 = 64 - \frac{225 + 30CD^2 + CD^4}{4CD^2} = \frac{256CD^2 - 30CD^2 - 225 - CD^4}{4CD^2} = \frac{-CD^4 + 226CD^2 - 225}{4CD^2} =$$

$$= \frac{-(CD^2 - 225)(CD^2 - 1)}{4CD^2}. \quad \cancel{HB^2 > 0 \Rightarrow \frac{-(CD^2-225)(CD^2-1)}{4CD^2} > 0 \Rightarrow (CD^2-225)(CD^2-1) < 0 \Rightarrow}$$

$$\cancel{\Rightarrow CD^2 \in (1; 225) \Rightarrow CD \in (1; 15)}. \quad BH^2 > 0 \Rightarrow (CD^2 - 225)(CD^2 - 1) < 0 \Rightarrow CD^2 \in (1; 225) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD \in (1; 15)$$

$$\cancel{AB^2 = 2HB^2 - 2HB^2 \cdot \cos \angle AHB}$$

$$\cancel{4 = \frac{-CD^4 + 226CD^2 - 225}{2CD^2}(1 - \cos \angle AHB) \Rightarrow \frac{8CD^2}{-CD^4 + 226CD^2 - 225} = 1 - \cos \angle AHB}$$

$$\cancel{\cos \angle AHB = \frac{-CD^4 + 218CD^2 - 225}{-CD^4 + 226CD^2 - 225} \Rightarrow \sin \angle AHB = \pm\sqrt{1 - \frac{(CD^4 - 218CD^2 + 225)^2}{(CD^4 - 226CD^2 + 225)^2}}}$$

$$\cancel{\pm\sqrt{\frac{8CD^2(2CD^4 - 444CD^2 + 450)}{(CD^4 - 226CD^2 + 225)^2}} = \pm} \quad \cancel{\pm\frac{4CD \cdot \sqrt{-CD^4 + 222CD^2 - 225}}{CD^4 - 226CD^2 + 225}} \quad \cancel{\frac{4CD\sqrt{-CD^4 + 222CD^2 - 225}}{|CD^4 - 226CD^2 + 225|}}$$

$$\cancel{2R_{AHB} = \frac{AB}{\sin \angle AHB} = \frac{2|CD^4 - 226CD^2 + 225|}{4CD\sqrt{-CD^4 + 222CD^2 - 225}}}$$

$$\cancel{4CD\sqrt{-CD^4 + 222CD^2 - 225} = |CD^4 - 226CD^2 + 225|}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101978**

ID профиля: **329050**

Вариант 20

Чистовик   математика, 11 класс

(1) Допустим, $a = 2^{x_a}\cdot 5^{y_a}\cdot n$, $b = 2^{x_b}\cdot 5^{y_b}\cdot m$, $c = 2^{x_c}\cdot 5^{y_c}\cdot k$. Так как a, b, c — натуральные, то $x_a, x_b, x_c, y_a, y_b, y_c$ — целые и неотрицательные. Тогда раз НОК$(a;b;c) = 2^{17}\cdot 5^{16}$, то $n = m = k = 1$ (изначально полагалось, что n, m, k не кратны 2 ~~или~~ 5). Тогда $\max(x_a, x_b, x_c) = 17$, $\max(y_a, y_b, y_c) = 16$. Раз НОД$(a;b;c) = 10$, то $\min(x_a, x_b, x_c) = \min(y_a, y_b, y_c) = 1$.

~~Не умал~~ Не умаляя общности, допустим, что $x_a = 1$, $x_c = 17$, а $2 \le x_b \le 16$. Посчитав количество таких троек, умножим их на $6 = 3!$ (чтобы учесть случаи $x_a = 1$, $x_b = 17$, $2 \le x_c \le 16$ и другие): 1) Допустим, $y_a = 1$, $y_c = 16$, $2 \le y_b \le 15$. Посчитав количество таких троек, умножим их на $6 = 3!$ (чтобы учесть случаи $y_a = 1$, $x_b = 16$, $2 \le x_c \le 15$ и другие): $14 \cdot 6 = 84$. 2) Если $y_b = 1$, то есть 3 перестановки (y_a, y_b, y_c) (различных) $\Rightarrow 84 + 3$. 3) если $y_b = 16$, то есть 3 перестановки (y_a, y_b, y_c) (различных) $\Rightarrow 84 + 6 = 90$.

Тогда всего (когда в (x_a, x_b, x_c) нет равных чисел) $6 \cdot 15 \cdot 90$ троек, то есть, 8100 троек. Если (x_a, x_b, x_c) — тройка вида $(1, 1, 16)$, то ещё $+270$ троек. Аналогично если (x_a, x_b, x_c) — тройка вида $(1, 16, 16)$, то ещё $+270$ троек, всего $8100 + 540 = 8640$ троек.

Ответ: 8640 троек (a, b, c).

② $a = \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2\log_{(2x-8)}(x-4)$

$b = \log_{(x-4)^2}(5x-26) = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$

$c = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 2\log_{(5x-26)}(2x-8)$

Раскрываем без модулей, т.к. ставим ограничения по $\sqrt{5x-26}$ в основании логарифма $(x > 5{,}2,\ x \neq 5{,}4)$

1) $a = b = c - 1$

$2\log_{(2x-8)}(x-4) = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$

$2 \cdot \frac{\log_{(5x-26)}(x-4)}{\log_{(5x-26)}(2x-8)} = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26) \ \Rightarrow\ \frac{1}{2\log_{(5x-26)}(2x-8)} = \frac{1}{8}\log^2_{(x-4)}(5x-26)$

$c = b + 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}\log^2_{(x-4)}(5x-26) \cdot \left(\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26) + 1\right)$

$\log_{(x-4)}(5x-26) = y \Rightarrow 16 = y^3 + 2y^2 \Rightarrow (y-2)(y^2+4y+8) = 0 \Rightarrow y = 2$

$D < 0$

$x^2 - 8x + 16 = 5x - 26 \Rightarrow x^2 - 13x + 42 = 0$

$x = 7 \qquad x = 6$

$\Downarrow$

$a = \log_{\sqrt{6}} 3 \neq 1$

$b = \log_9 9 = 1$

пост. кор.

2) $a = c = b - 1$

$\log_{(2x-8)}(x-4) = \log_{(5x-26)}(2x-8)$

$\frac{\log_{(5x-26)}(x-4)}{\log_{(5x-26)}(2x-8)} = \log_{(5x-26)}(2x-8)$

$\frac{4}{\log_{(x-4)}(5x-26)} = 4\log^2_{(5x-26)}(2x-8)$

$2\log_{(5x-26)}(2x-8) = c = b - 1 = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26) - 1$

$\log_{(x-4)}(5x-26) = y \Rightarrow \frac{4}{y} = \left(\frac{1}{2}y - 1\right)^2 \Rightarrow y^3 - 4y^2 + 4y - 16 = 0$

$(y-4)(y^2+4) = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26) = 2 = b = c + 1 \Rightarrow 2\log_{(5x-26)}(2x-8) = 1 \Rightarrow$

$D < 0$

$\Rightarrow (2x-8)^2 = 5x - 26 \Rightarrow 4x^2 - 37x + 90 = 0$

$D = 1369 - 1440 < 0$

$\varnothing$

3) $b = c = a - 1$

$\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26) = 2\log_{(5x-26)}(2x-8)$

(2)

$$\frac{\log_{(2x-8)}(5x-26)}{\log_{(2x-8)}(x-4)} = 4\log_{(5x-26)}(2x-8)$$

$$\frac{1}{2\log_{(2x-8)}(x-4)} = 2\log^2_{(5x-26)}(2x-8)$$

$a=c+1 \Rightarrow 1 = 4\log^3_{(5x-26)}(2x-8) + 2\log^2_{(5x-26)}(2x-8)$

$\log_{(5x-26)}(2x-8)=y \Rightarrow 4y^3+2y^2-1=0 \Rightarrow (2y-1)(2y^2+2y+1)=0$

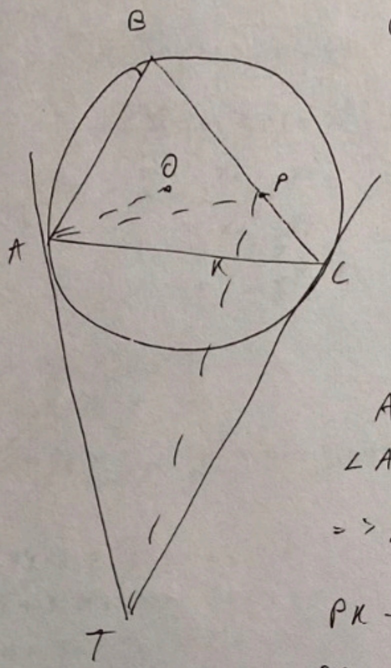
$(2y-1)\underbrace{((y+1)^2+y^2)}_{\vee 0}=0$

$\Rightarrow y=\frac{1}{2} \Rightarrow 4x^2+64-32x = 5x-26$, но ранее мы доказали, что оно $\varnothing$

Ответ: $x=6$.

Чистовик

(3)



а) $AT=TC$ как отрезки касательных $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle TAC=\angle ACT=\angle ABC=\beta \Rightarrow \angle ATC=180^\circ-2\beta$.

Раз $AOPC$ – вписанный $\Rightarrow \angle APC=\angle AOC=$

$=2\angle ABC=2\beta \Rightarrow$ раз $\angle APC+\angle ATC=\angle AOC+\angle ATC=$

$=180^\circ$, то $T\in\omega_1$ (ω_1 – окружность, что

$A,O,P,C\in\omega_1$) $\Rightarrow \angle APT=\angle TPC=\frac{1}{2}\angle APC=\beta$, т.к.

$AP=TC$ и они опираются на эти хорды. Раз

$\angle ABP=180^\circ-\angle APC=180^\circ-2\beta$, то $\angle BAP=180^\circ-\angle ABP-\angle APB=\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow AP=BP \Rightarrow$ раз $\frac{S_{AKP}}{S_{KPC}}=\frac{\frac{1}{2}AK\cdot h}{\frac{1}{2}KC\cdot h}=\frac{AK}{KC}$ ~~(1)~~ и раз

PK – биссектриса $\triangle APC \Rightarrow \frac{AK}{KC}=\frac{AP}{PC}=\frac{PB}{PC}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BC}{PC}=\frac{9}{4}\Rightarrow S_{ABC}=\frac{BC}{PC}\cdot S_{APC}=\frac{9}{4}\cdot(10+8)=9\cdot 4{,}5=40{,}5$

Ответ: $S_{ABC}=40{,}5$

Черновик.

№1.

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 10 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

$\min(x_a, x_b, x_c) = \min(y_a, y_b, y_c) = 1$

~~$\min(x_a, y_a) = \min(x_b, y_b) = \min(x_c, y_c) = 1$~~

$a = 2^{x_a}\cdot 5^{y_a}$

$b = 2^{x_b}\cdot 5^{y_b}$

$c = 2^{x_c}\cdot 5^{y_c}$

~~$x_a + x_b + x_c = 17$~~ $\max(x_a, x_b, x_c) = 17$

~~$y_a + y_b + y_c = 16$~~ $\max(y_a, y_b, y_c) = 16$

1) ~~$y_a = y_b = y_c = 1$~~

2) ~~$y_a = y_b = 1,\ y_c = 16 - 2 = 14$~~

1) 1 17 · 17 · 16

1 16

2) 1 17

1 16

3) 1 17

16 1

4) 1 17

16 1

5) 1 17

16 1

6) 1 17

1 16

$15\cdot 14\cdot 6 + 3\cdot 14 + 3\cdot 14 +$
$+ 3\cdot 15 + 3\cdot 15 + 3 + 3 + 3 + 3 =$
$= 1260 + 42 + 42 + 45 + 45 + 12 =$
$= 1260 + 84 + 90 + 12 =$
$= 1260 + 186 = 1446$

№2

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ $\quad\log_{(x-4)^2}(5x-26)$ $\quad\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

16×16: 96, 16, 256

$x \neq 4\quad x\neq 4{,}5\quad x\neq 3\quad x\neq 5\quad x\neq \frac{27}{5}\quad x>4\quad x>\frac{26}{5}=5{,}2$

$x > 5{,}2,\quad x\neq 5{,}4$

$2\log_{2x-8}(x-4)\quad \frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)\quad 2\log_{5x-26}(2x-8)$

$1350 \times 6 = 8100$

1) $2\log_{2x-8}(x-4) = \frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)$

~~$\frac{1}{\log_{x-4}(2x-8)} = \log_{x-4}(5x-26)$~~

$\log_{2x-8}(x-4) = \frac{\log_{5x-26}(x-4)}{\log_{5x-26}(2x-8)} = \frac{1}{\log_{x-4}(5x-26)\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26)+1\right)}$

$\frac{1}{2\log_{5x-26}(2x-8)} = \frac{1}{8}\log^2_{x-4}(5x-26)$

$1 = \frac{1}{16}\log^3_{x-4}(5x-26) + \frac{1}{8}\log^2_{x-4}(5x-26)$

$y^3 + 2y^2 - 16 = 0$

$(y-2)(y^2+4y+8)=0 \Rightarrow \log_{x-4}(5x-26) = 2 \Rightarrow 5x-26 = x^2+16-8x$

$x^2 - 13x + 42 = 0\quad D = 169 - 168 = 1$

$x = \frac{13 \pm 1}{2}$ — $\cancel{14}$ 7 пост. кор. Черновик
— $\cancel{26}$ 6

2) $\log_{2x-8}(x-4) = \log_{5x-26}(2x-8)$

$\frac{\log_{5x-26}(x-4)}{\log_{5x-26}(2x-8)} = \log_{5x-26}(2x-8)$

$\frac{4}{\log_{x-4}(5x-26)} = 4\log^2_{5x-26}(2x-8)$

$\frac{4}{y} = \left(\frac{1}{2}y - 1\right)^2$

$4 = \frac{y^3}{4} + y - y^2$

$y^3 - 4y^2 + 4y - 16 = 0$

$(y-4)(y^2+4) = 0$

$y = 4 \Rightarrow \cancel{(x-4)^4 = 5x-26}$

$\cancel{(x^2-8x+16)^2 = 5x-26}$

$\cancel{x^4 + 64x^2 + 256 - 16x^3 + 32x^2 - 256x = 5x-26}$

$\cancel{x^4 - 16x^3 + 96x^2 - 261x + 282 = 0}$

$\frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26) = 2 \Rightarrow 2\log_{5x-26}(2x-8) = 1$

$(2x-8)^2 = 5x-26$

$4x^2 + 64 - 32x = 5x - 26$

$4x^2 - 37x + 90 = 0$

$D = 1369 - 1440 < 0 \Rightarrow \varnothing$

37×37: 259, 111, 1369

$16 \times 90 = 1440$

3) $\frac{1}{2}\log_{x-4}(5x-26) = 2\log_{5x-26}(2x-8)$

$\frac{\log_{2x-8}(5x-26)}{\log_{2x-8}(x-4)} = 4\ \cancel{\frac{}{\log_{2x-8}(5x-26)}}\log_{5x-26}(2x-8)$

$\cancel{\log_{2x-8}(5x-26)}\ \frac{1}{2\log_{2x-8}(x-4)} = 2\cdot\log^2_{5x-26}(2x-8)$

$1 = 4\log^3_{5x-26}(2x-8) + 2\log^2_{5x-26}(2x-8)$

$4y^3 + 2y^2 - 1 = 0$

$\left(y - \frac{1}{2}\right)(4y^2 + 4y + 2) = 0$

$2\left(y - \frac{1}{2}\right)\left((y+1)^2 + y^2\right) = 0$

$y = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + 16 - 8x = 2x - 8$

$x^2 - 10x + 24 = 0$

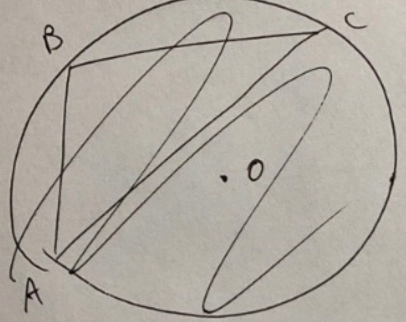
$(x-6)(x-4) = 0$

$x = 6$ 4 пост. кор.

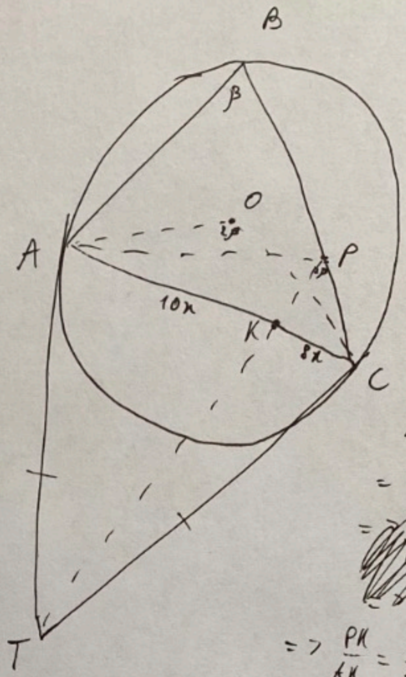
~~Чистовик~~ ~~Черновик~~ математика, 11 класс

Черновик №3.

3



а)



$\angle ATC = 180^\circ - 2\angle TAC = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow$

$= T \in \omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{PK}{AK} = \frac{CK}{KT} \Rightarrow PK \cdot KT = 80x^2$

$\angle BAP = 180^\circ - \angle ABC - \angle APB = 180^\circ - \beta - 180^\circ - 2\beta = \beta$

$AP = BP$

$AT = TC \Rightarrow \angle APT = \angle TPC = \beta \Rightarrow AB \parallel PT$

$\frac{5}{4} = \frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC} = \frac{PB}{PC} \Rightarrow \frac{BC}{PC} = \frac{9}{4} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{9}{4} \cdot 18 = 40{,}5$

~~Стр. №4~~