Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101572**

ID профиля: **351775**

Вариант 20

Участвие

Математика 11 кл.

т.к. AY и BY – высоты к равным (соответств.) сторонам $\Rightarrow AY = BY = \sqrt{2}AB$, т.к. $\angle AYB = 90^\circ \Rightarrow$

$AY = BY = \cancel{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Тогда $\exists\ YC = a$, тогда $DY = CD - a$, тогда:

$$\begin{cases} YA^2 + a^2 = AC^2 \\ YA^2 + (CD - a)^2 = AD^2 \end{cases} \Rightarrow$$

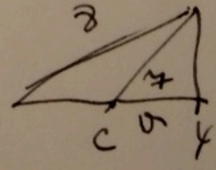
8

$a^2 = AC^2 - YA^2$; $a^2 = 49 - 2 = 47$

$(CD - a)^2 = 64 - 2 = 62$. $\Rightarrow$

$$\begin{cases} a^2 = 47 \\ (CD - a)^2 = 62 \end{cases} \Rightarrow$$

$a = \pm\sqrt{47} \Rightarrow$ т.к. a м.б. меньше 0 т.к. отсчитывается от т. C. Пример: $\Rightarrow$



$a = \pm\sqrt{47} \Rightarrow$

$CD - \sqrt{47} = \sqrt{62}$

$CD + \sqrt{47} = \sqrt{62} \Rightarrow$

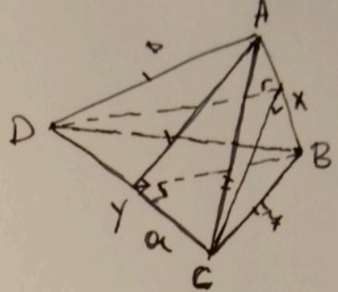
$$\left[\begin{array}{l} CD = \sqrt{62} - \sqrt{47} \\ CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}. \end{array}\right.$$

Ответ: При ч-ин $\Rightarrow$ $CD = \sqrt{62} - \sqrt{47}$, $CD = \sqrt{62} + \sqrt{47}$

Чистовик

Математика 11 кл.

Опустим высоты к AB из C и D, т.к. ACB и ADB — р/б Δ $\Rightarrow$

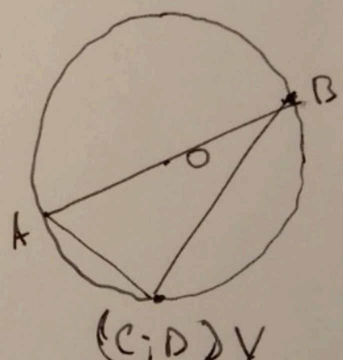


X – общая т. их пересеч лежит на AB и $AX = BX$

По теореме о 3-х $\perp$-х $AB \perp DCX$ $\Rightarrow$

$AB \perp CD$, тогда т.к. $DC \parallel$ оси (а значит лежит на образующей) $\Rightarrow AB \perp$ оси $\Rightarrow$

AB может лежать в сечении цилиндра, $\perp$ его оси, Построим такое сечение:



C и D в этом сечении накладываются и явл. т. (C;D)

Мы строим проекцию всех точек на это сеч.

Тогда т.к $AB \in$ сеч. $\Rightarrow$

AB – хорда, $\Rightarrow r \geq \frac{AB}{2}$, $\Rightarrow \min(r) = \frac{AB}{2} \Rightarrow$

$\min(r) = 1$. Т.к сечение $\perp CD \Rightarrow$

7

построим плоскость $\perp CD$ (сечение) (на 1 рисунке): Тогда: $Y \in$ сечению $\Rightarrow$

т.к. $r = AB \Rightarrow \angle AYB = 90°$ (вписан в диаметр)

тогда т.к. $\Delta DCA = \Delta DCB$ (по 3 сторонам) $\Rightarrow$

Чистовик

Математика 11 кл.

Т.к. $O_2X_1 = O_2X_2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}\, 2O_2O_3$ также и

$O_2O_3 \perp X_1X_2 \Rightarrow \angle X_1O_2O_3 = \angle O_3O_2X_2 = 60^\circ \Rightarrow$

$\angle X_1O_2X_2 = 120^\circ \Rightarrow$

$S_{WO_2Y} = (2\sqrt{13})^2 \cdot \pi \cdot \frac{120}{360} = \frac{4\cdot 13\cdot \pi}{3}$

$\cancel{S_{\Delta X_1X_2O_2} = \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right) \cdot \sqrt{13}}$

$S_{X_1X_2O_2} = 2\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{13}}{2}\cdot\sqrt{13}\cdot\sin 60^\circ\right) = \frac{13}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{13\sqrt{3}}{4}$.

$S_{X_1WS_1} = S_{X_2YS_2} = \pi\cdot(\sqrt{13})^2\cdot\frac{30}{360}$, т.к.

$\angle S_1X_1W = \angle O_3X_1O_2 = 30^\circ \Rightarrow$

$2S_{X_1WS_1} = 2\cdot 13\pi\cdot\frac{1}{12} = \frac{13}{6}\pi$

6

Тогда:

$S_{1/2} = \frac{4\cdot 13\cdot\pi}{3} - \frac{13\sqrt{3}}{4} + \frac{13}{6}\pi =$

$= \frac{8\cdot 13+13}{6}\pi - \frac{13\sqrt{3}}{4} = \frac{13\cdot\cancel{9}^{3}}{\cancel{6}_{2}}\cdot\pi - \frac{13\sqrt{3}}{4} =$

$= \frac{2\cdot 39\pi - 13\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_0 = 2\cdot S_{1/2} = \frac{13(6\pi-\sqrt{3})}{2}$

Ответ: $S_0 = \frac{13}{2}(6\pi - \sqrt{3})$.

Чистовик

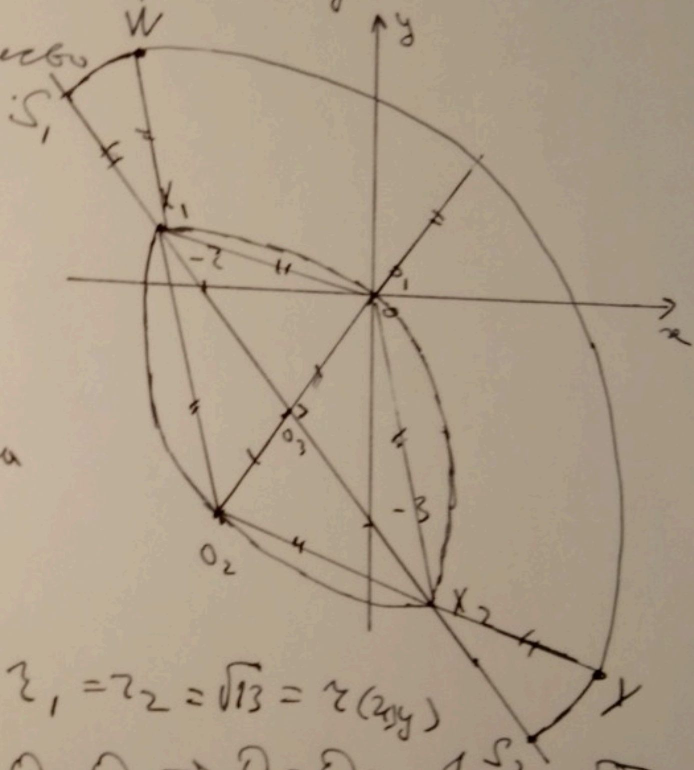
Математика 11кл.

O_1 и O_2 симметричны отн. $b = -\frac{2}{3} - \frac{13}{6}$

и т.к. $r(O_1) = r(O_2)$ => окружности симметричны (их точки).

Тогда множество центров примет вид:

Но тогда это множество можно перенести в координаты $(x; y)$, т.к. $(a_i; b_i) \to (x_{0i}; y_{0i})$, где $(x_{0i}; y_{0i})$ – центры круга



Тогда фигура примет вид: (т.к. $r_1 = r_2 = \sqrt{13} = r(x_0 y)$

т.к. O_2O_1: $O_2O_3 = O_3O_1 \Rightarrow O_3O_2 = \frac{1}{2} r = \frac{\sqrt{13}}{2}$

Тогда т.к. фигура симметрична X_1X_2 => найдём её верхнюю часть:

Площадь:

5

$S_{ф} = S_{WO_2Y} - S_{O_2X_1X_2} + 2S_{S_1X_1W}$;

S_{WO_2Y} и $S_{S_1X_1W}$ – секторы.

Чистовик

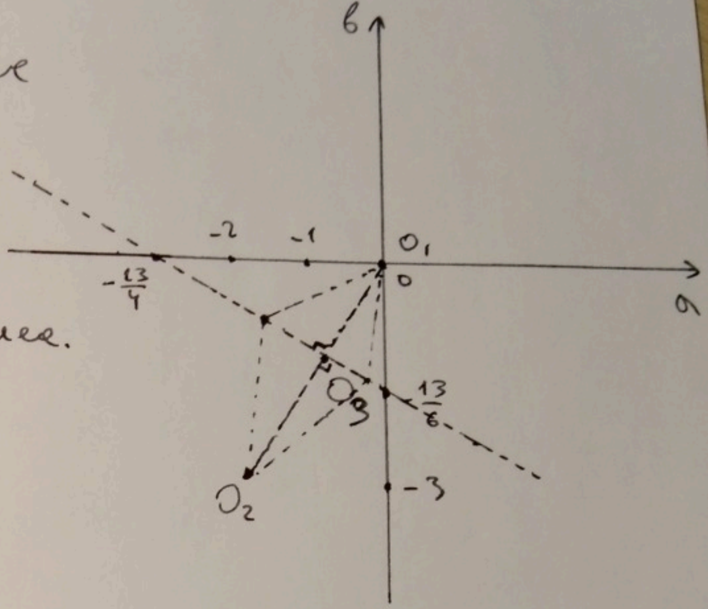
Математика 11кл.

Наш центр круга:

$13 = -4a - 6в$ – уравнение прямой:

$6в = -4a - 13$

$в = -\frac{2}{3}a - \frac{13}{6}$, построение.



Тогда

при $в > -\frac{2}{3}a - \frac{13}{6}$:

$(a+2)^2 + (в+3)^2 \le 13$

при $в \le -\frac{2}{3}a - \frac{13}{6}$:

$a^2 + в^2 \le 13$

4

Проверим прямую O_2O_1:

$в = ka$; где $k = \frac{3}{2}$ (из построения) $\Rightarrow$

$в = \frac{3}{2}a$, но т.к. $\perp$ прямой $\left(в = -\frac{2}{3}a - \frac{13}{6}\right) \Rightarrow$

т.к. $\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = 1 \Rightarrow$ прямые перпендикулярны,

найдём т. пересеч:

$-\frac{2}{3}a - \frac{13}{6} = \frac{3}{2}a$; $\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right)a = -\frac{13}{6}$

$\frac{13}{6}a = -\frac{13}{6}$; $a = -1 \Rightarrow O_1O_3 = O_3O_2$

т.к. $O_2(-2; -3)$ $O_3\left(-2; -2 \cdot \frac{3}{2}\right)$, тогда $\Rightarrow$

Чистовик

Математика 11 кл

Задание №3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13\\ a^2+b^2\le \min(-4a-6b;13)\end{cases}$$

при $13>-4a-6b$:

$a^2+b^2\le -4a-6b$

$a^2+4a+4-4+b^2+6b+9-9\le 0$

$(a+2)^2+(b+3)^2\le 13$,

при $13\le -4a-6b$:

$a^2+b^2\le 13$., тогда:

$a^2+b^2\le \min(-4a-6b;13) \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}13>-4a-6b\\(a+2)^2+(b+3)^2\le 3\end{cases}\\ \begin{cases}13\le -4a-6b\\a^2+b^2\le 13\end{cases}\end{array}\right.$$

3

Но тогда т.к. первым (неравенством) ~~уравнением~~ задается ~~окружно~~ круг с центром в точке: $(a;b)$, то вторым (неравенством) ~~уравнением~~ задается множество возможных значений пар $(a_i;b_i)$.

Тогда построим второе уравнение в координатах $(a;b)$, и найдем множество возможных значе-

Чистовик

Математика 11кл

$$\begin{cases} a_6^2 + 5a_6(1-1) + 15 - 15 > 0 \\ a_6^2 + 5a_6(1-1) + 15 - 39 + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_6^2 > 0 \\ a_6^2 < 18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_6 \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} a_6 < 3\sqrt{2} \\ a_6 > -3\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases}$$, т.к. a_6, как и a_i – целое ($\forall i$ – натур.) $\Rightarrow$

$a_6 \in \{-4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4\}$.

Тогда т.к. $a_1 = a_6 - 5d \Rightarrow a_1 = a_6 - 5 \Rightarrow$

$a_1 \in \{-9; -8; -6; -7; -4; -3; -2; -1\}$.

Ответ: a_1 может быть: $a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$.

2

Чистовик   Математика 11 кл.

Задание 1

Пусть d – разность прогрессии, тогда по условию $d > 0{,}4$:

$a_6 = a_1 + 5d$; $a_1 = a_6 - 5d$

$a_6 = a_5 + d$; $a_5 = a_6 - d$

Тогда: $S = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5$

$S = \frac{a_6 - d + a_6 - 5d}{2} \cdot 5$; $S = 5(a_6 - 3d)$

Т.к. $a_{11} = a_6 + 5d$; $a_8 = a_6 + 2d$; $a_9 = a_6 + 3d$:

$a_6 \cdot a_{11} = a_6(a_6 + 5d)$; $a_6(a_6+5d) > 5(a_6 - 3d) + 15$

$a_8 \cdot a_9 = (a_6 + 2d)(a_6 + 3d) < 5(a_6 - 3d) + 39$, тогда:

$$\begin{cases} a_6^2 + 5a_6 d - 5a_6 + 15d - 15 > 0 \\ a_6^2 + 5a_6 d + 6d^2 - 5a_6 + 15d - 39 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_6^2 + 5a_6(d-1) + 15d - 15 > 0 \\ 0 > a_6^2 + 5a_6(d-1) + 15d + 6d^2 - 39 \end{cases} \Rightarrow$$

$a_6^2 + 5a_6(d-1) + 15d - 15 > a_6^2 + 5a_6(d-1) + 15d + 6d^2 - 39 \Leftrightarrow$

$-15 > d^2 \cdot 6 - 39 \Leftrightarrow$

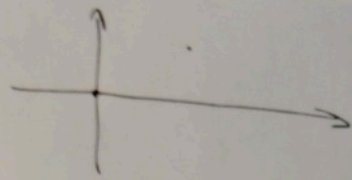
1

$d^2 < 4$, т.к. по усл. $d > 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} d < 2 \\ d > 0 \end{cases} \Rightarrow d = 1$$ – ед. возможное решение, тогда:

Подставим $(d=1)$ в оба уравнения:

Черновик



$a^2+b^2 \le \min(-4a-6b, 13)$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 13$ $\quad (x-a)^2+(y-b)^2 \le 13$

при: $-4a-6b<13$:

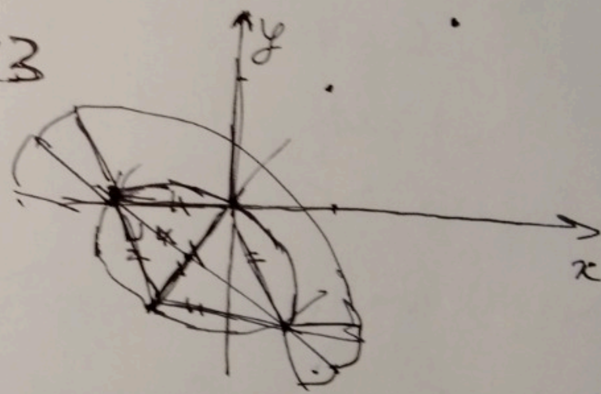
$a^2+b^2 \le -4a-6b \quad -(4a+6b)<13$

$a^2+4a+4-4+b^2+6b+9-9 \le 0$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13$

при: $-4a-6b \ge 13$:

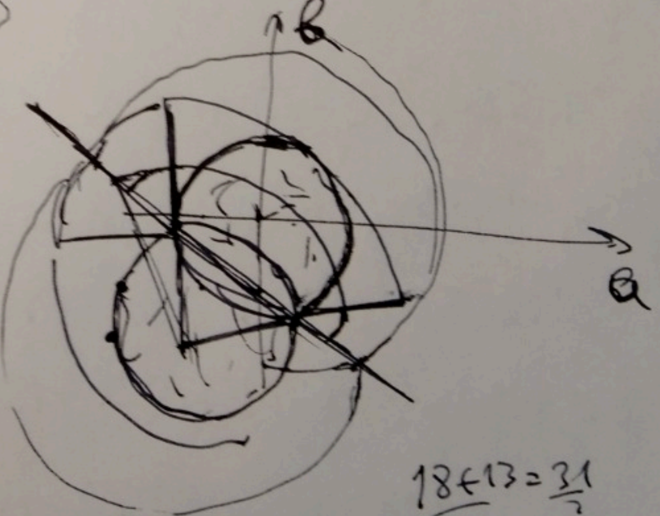
$a^2+b^2 \le 13$.



$6b \ge -4a-13$

$b \ge -\frac{2}{3}a-\frac{13}{6}$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 13$



$a=0 \Rightarrow b=-\frac{13}{6}$

$b=0 \quad b=0 \Rightarrow a=\frac{-13}{4}=-7$

$a=-7$

$\frac{18+13}{2}=\frac{31}{2}$

$b=-\frac{2}{3}a+\frac{13}{6} \quad (a+2)^2+\left(\frac{2}{3}a+\frac{13}{6}+\frac{18}{6}\right)^2=13$

$(a+2)^2+(b+3)^2=13 \quad a^2+4a+4+\frac{1}{9}\left(2a+\frac{31}{2}\right)^2=13$

1. S_5 $a_x > a_{x-1}$ Чернови

$a_6 \cdot a_{11} > S + \cancel{15}$

$a_8 \cdot a_9 < S + 39$

$a_7 = a_6 + d$

$(7-6) \cdot d$

$a_1 = a_6 + (1-6)d = a_6 - 5d$

$a_{11} = a_6 + (11-6) \cdot d = a_6 + 5d$ $a_5 = a_6 - d$

$a_8 = a_6 + (8-6)d = a_6 + 2d$

$-S_5 = S_4 - S_4 - S_3$

$a_9 = a_6 + 3d.$

$S = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5$

$a_6(a_6 + 5d) -$

$S = \frac{(a_6 - 5d) + (a_6 - d)}{2} \cdot 5$

$(a_6 + 2d)(a_6 + 3d) -$

$S = \frac{2a_6 - 6d}{2} \cdot 5 = 5(a_6 - 3d)$

$\begin{cases} a_6(a_6 + 5d) > 5(a_6 - 3d) + 15 \\ (a_6 + 2d)(a_6 + 3d) < 5(a_6 - 3d) + 39 \end{cases}$

$55^2 - 181$

$d > 0$

$a_6^2 + 5a_6 d > 5a_6 - 15d + 15$

$39 \cdot 4 = (40-1) \cdot 4 =$
$= 160 - 4 =$
156

$a^2 + 5a_6(d-1) + 15d - 15 > 0$ (1)

$a_6^2 + 5a_6 d + 6d^2 < 5a_6 - 15d + 39$

$\begin{cases} a_6^2 + 5a_6(d-1) + 6d^2 + 15d - 39 < 0 \\ a_6^2 + 5a_6(d-1) + 15d - 15 > 0 \end{cases}$

$D_1 = 25(d-1)^2 - 24d^2 - 60d + 156 \ldots$ $+ 155 + 25 + 1 = 181$

$= 25d^2 - 24d^2 - 50d - 60d + 25 + 156 =$

$d^2 - 110d + 181$

Черновик

$144 \quad 288 \quad 576$

$(a+2)^2+(b+3)^2 \le 13 \quad \frac{5}{6} \quad 210+42=252$

$7\cdot 7 \quad \sqrt{13}+\sqrt{13}=2\sqrt{13}$

$b=-\frac{2}{3}a-\frac{13}{6}$

$\frac{25}{36}-7\cdot 36$

$(a+2)^2+\left(-\frac{2}{3}a-\frac{13}{6}+\frac{18}{6}\right)^2 \le 13 \quad \frac{25-252}{36}=$

$a^2+4a+4+\left(\frac{2}{3}a-\frac{5}{6}\right)^2=13 \quad -7 \quad -\frac{227}{36}$

$a^2+4a+4+\frac{4}{9}a^2+\frac{25}{36}-\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6_3}\cdot 2=13$

$a^2+\frac{4}{9}a^2+\left(\frac{10}{9}+4\right)a+4+\frac{25}{36}-13=0$

$\frac{13}{9}a^2+\frac{46}{9}a-\frac{227}{36}=0 \quad (4\cdot 6)^2=24^2$

$13\cdot 4a^2+46\cdot 4a-227=0 \quad (4\cdot 9)^2=36^2$

$(4\cdot 9)^2=$

$D=13\cdot 4\cdot 227+(46\cdot 2)^2=4(13\cdot 227+46^2)$

$4\cdot($

$\sqrt{16+\frac{169}{36}}=\sqrt{\frac{16\cdot 36+169}{36}}=\frac{\sqrt{576+169}}{36}=$

$=$

$13 \ge -4a-6b$

$6b>-4a-13 \ge$

$a \quad O_2O_3=$

$a_6 (\cancel{\quad} a_6+5d) > 5(a_6-3d)+15$ Черновик

$(a_6+2d)(a_6+3d) < 5(a_6-3d)+39$

$a_6^2+5a_6(d-1)+15d-15>0$ Черновик

$a_6^2+5a_6(d-1)+15d+6d^2-39<0$

$15d-15>15d+6d^2-39$

$6d^2<39-15$ $\quad 34$ $\quad 24$ $\quad 39-21=18$

$6d^2<24$ $\quad d=1$ $\quad -39$

$d<2$ $\quad 1$ $\quad 21$

$a_6\cdot(a_6+5)>5(a_6-3)+15$ $\quad \cdot\frac{3}{2}$

$a_6^2+\cancel{5a_6}-\cancel{5a_6}+\cancel{15}-\cancel{15}>0$

$a_6^2>0$?)

$a_6^2<18$

$a_6^2+15+6-39<17$ $\quad a_6<3\sqrt{2}$

$a_6\in\{$ $\quad -4{,}...$

$3\cdot1{,}4\approx3+1{,}2$

$3\cdot\sqrt{2}$ $\quad -5$ $\quad \frac{9+4}{6}b=-13$

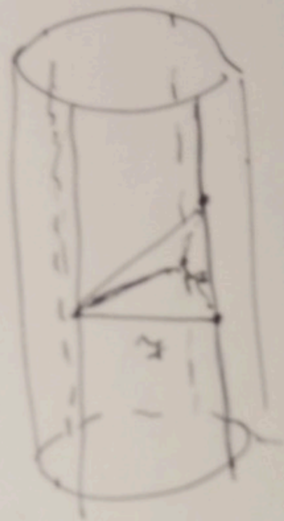
-9 $\quad a=-\frac{6}{6}$

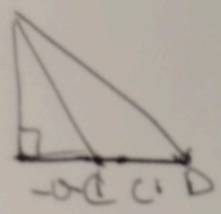
$b=-\frac{2}{3}a-13$ $\quad (\frac{3}{2}+\frac{2}{3})a=-13$

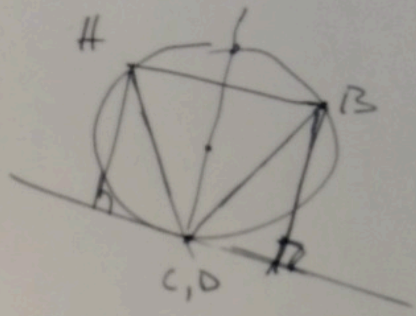
$a=-1$

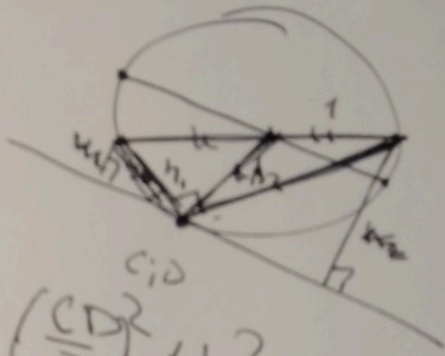
$b=\frac{3}{2}a$ $\quad \frac{3}{2}b=-\frac{2}{3}a-\frac{13}{6}$

Черновик:









$$(CD-a)^2+h_2^2=64$$

$$a^2+h_1^2$$

$$\left(\frac{CD}{2}\right)^2+h_1^2=49$$

$$\left(\frac{CD}{2}\right)^2+h_2^2=64$$

$$h_1^2+h_2^2=4$$

$$h_2^2=4-h_1^2 \quad CD$$

$$\left(\frac{CD}{2}\right)^2+h_1^2=49 \qquad 63+50=113$$

$$2\left(\frac{CD}{2}\right)^2+4-h_1^2=49$$

$$2\frac{CD^2}{4}+4=49+64$$

Часть 2

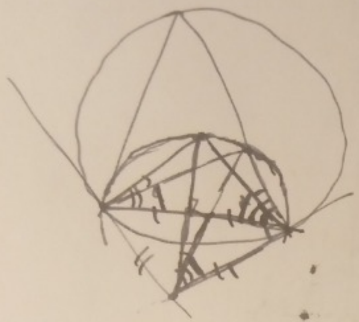
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

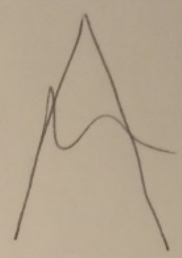
Шифр: **21101572**

ID профиля: **351775**

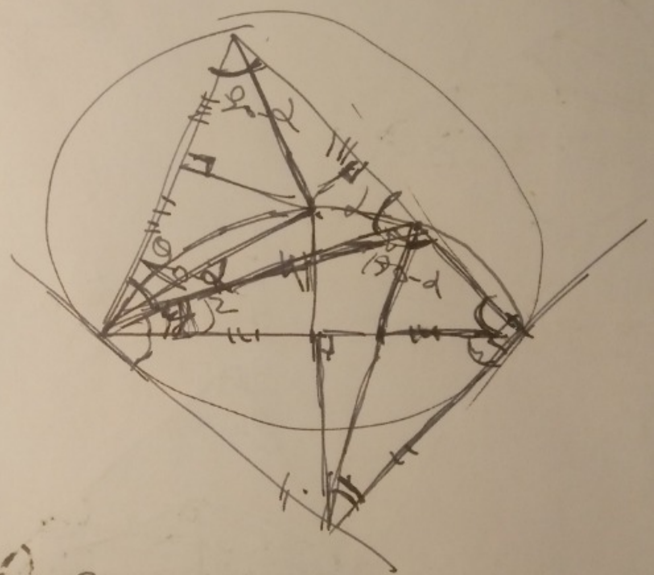
Вариант 20

Черновик:





α



$\frac{AP}{\sin 90}$

$AP = PB$

$\frac{AP}{\sin(90-\alpha)} =$

$AP^2 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2} = S_1$

$S_2 = AP \cdot PC \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2}$

$PC = \sin$

Черновик

НОД$(a;b;c)=10$

НОК$(a;b;c)=2^{17}\cdot 5^{16}$

$2^{17}\cdot 5^{16} \vdots a$ $\quad a \vdots 10$ $\quad 2\cdot 2\cdot 5$

$2^{17}\cdot 5^{16} \vdots b$ $\quad b \vdots 10$ $\quad 2\cdot 5\cdot 2$

$2^{17}\cdot 5^{16} \vdots c$ $\quad c \vdots 10$ $\quad 2\cdot 2\cdot 5$

$a, b, c = 2^{\alpha}\cdot 5^{\beta}$,

$$\begin{rcases} a = 2^{17}\cdot 5^{\beta_1} \\ b = 2^{\alpha_2}\cdot 5^{17} \end{rcases} \begin{matrix} \beta_1 \geq 1 \\ \alpha_2 \geq 1 \end{matrix}$$

$c = 2^{\alpha_3}\cdot 5^{\beta_3}$; $\quad \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$

1) $a = 2^{17}\cdot 5^{16}$ $\quad \log_{(x-4)^2}(8x-26)$

$\begin{cases} b = 2^{\alpha_2}\cdot 5^{\beta_2} \\ c = 2^{\alpha_3}\cdot 5^{\beta_3} \end{cases}$ НОД$(b;c)=10$

$b = 2^{\alpha_2}\cdot 5$ $\quad \vee \quad b = 2^{\alpha_2}\cdot 5^{\beta_2}$

$c = 2\cdot 5^{\beta_3}$ $\quad c = 10$

$\alpha_2 \in$

21101572 (U351775 M1299042)

Черновик

$\begin{cases} x-4=a \\ 5x-26=b \end{cases} \to$

$5x \neq 26$, $x \neq 4$

$5x > 26$, $x > 4$, $x \neq 5$, $5x \neq 27$

$\log_{\sqrt{2a}} a$; $\log_{a^2} b$; $\log_{\sqrt{b}} 2a$;

$a_1 \cdot b_1 = \frac{6}{1} \cdot 8$

$\log_{(2a)^{\frac{1}{2}}} a$;

$5x-26 \neq x-4$

$4x-22 \neq 0$

$2\log_{2a} a$; $\frac{1}{2}\log_a b$; $2\log_b 2a$

$(2a-1)(a-1)>0$ $(b-1)(a-1)>0$ $(2a-1)(b-1)>0$

$2\log_{2a} a$ $\frac{1}{2}\log_a b$; $2\log_b 2a$

$4\log_{2a} a \cdot \frac{1}{\log_{2a} b} = 4\log_b a$

$\log_{2a} a \cdot \frac{1}{\log_b a} = \frac{1}{\log_a 2a} \cdot \log_a b = \log_{2a} b$

$\log_{2a} a \cdot \log_{2a} b = 1$

$2(\log_b 2a + \log_{2a} a) = 2\left(\frac{1}{\log_{2a} b} + \log_{2a} a\right) =$

$= 2\,\frac{\log_{2a} a \cdot \log_{2a} b + 1}{}$

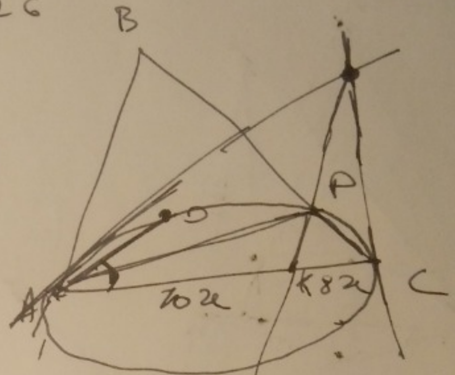
21101572 (U351775 M1299042)

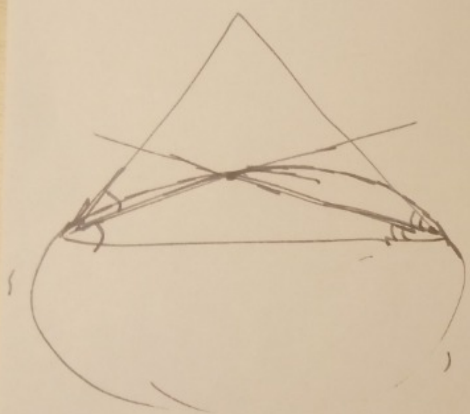
Черновик

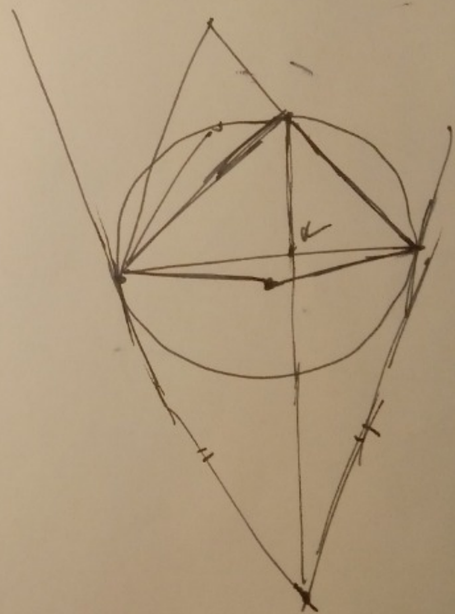
$x-4=2x-8 \quad 4$

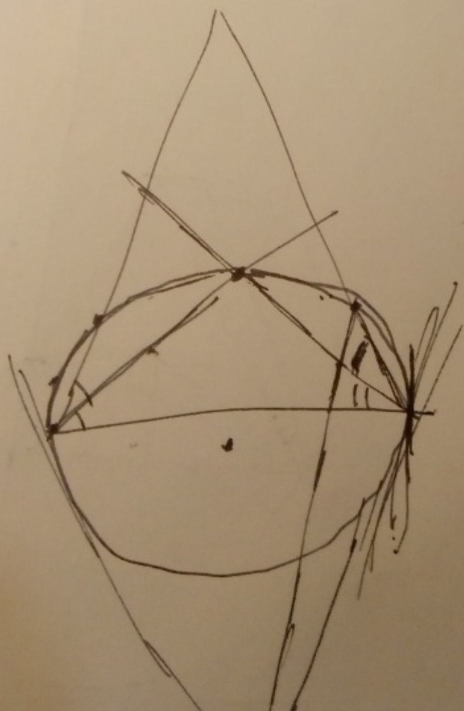
$\cancel{x-4=0} \quad x=4$

30-26

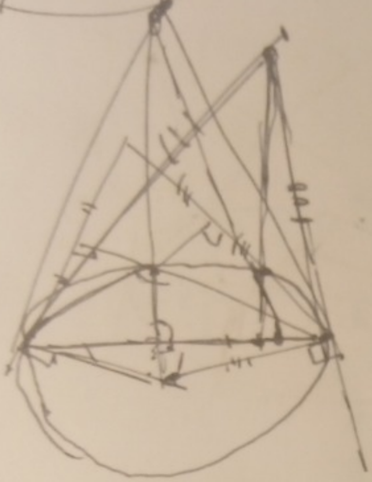


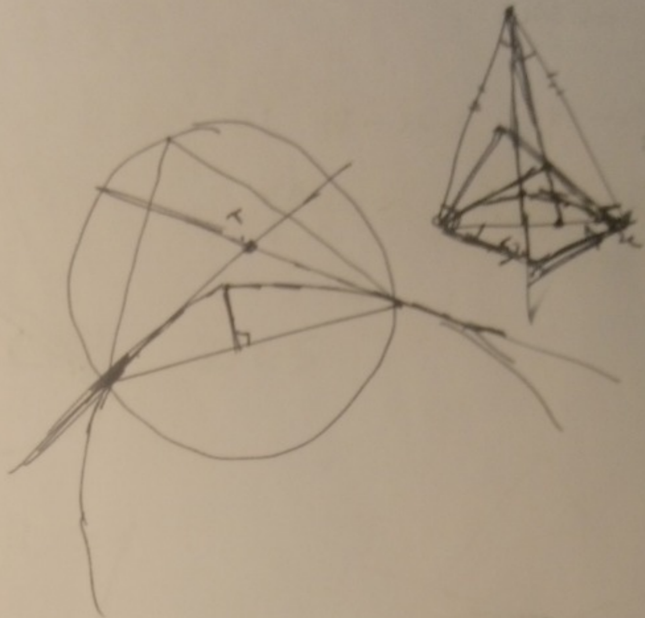


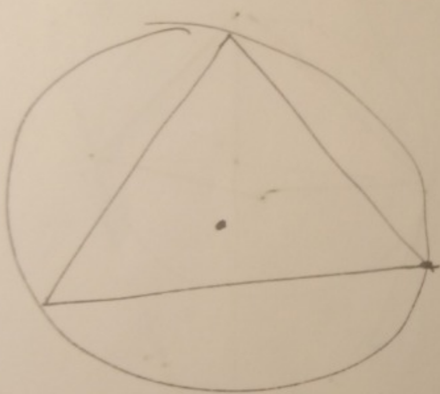


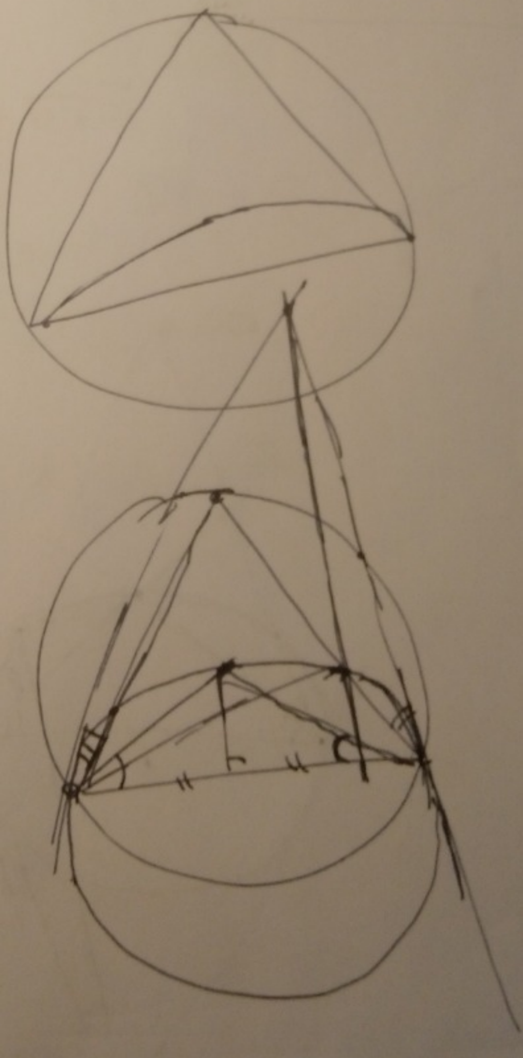


Черновик









Чистовик   Математика 11 кл.

$$\frac{S_{ABP}}{S_{APC}} = \frac{BP}{PC} = \frac{1}{1} \Rightarrow S_{ABP} = S_{APC} = 18 \Rightarrow$$

$S_{ABC} = S_{ABP} + S_{APC} = 36.$

а) Ответ: $36 = S_{ABC}$.

т.к. $\angle BAC = 90° \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \Rightarrow$

т.к. $tg \angle ABC = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$AC = \frac{AB}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \frac{AB}{2} = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow$

$AB^2 = 4 S_{ABC}$

т.к. $AB = 2AC \Rightarrow 4AC^2 = 4 S_{ABC} \Rightarrow$

$AC = \sqrt{S_{ABC}}$; $AC = \sqrt{36} = 6.$

Ответ а) $S_{ABC} = 36$; $AC = 6$.

4

Чистовик Математика 11 кл.

Задание №5

] y = двум равным логарифмам, тогда: третий равен $(y+1)$

Т.к. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2\log_{2(x-4)}(x-4)$

$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$.

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2(x-4)) = 2\log_{5x-26}2(x-4)$.

Перемножим:

$2\cdot\log_{2(x-4)}(x-4)\cdot\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)\cdot 2\log_{5x-26}2(x-4) =$

$= 2\log_{2(x-4)}(5x-26)\cdot\log_{5x-26}2(x-4) =$

$= 2\log_{2(x-4)}(5x-26)\cdot\frac{1}{\log_{2(x-4)}(5x-26)} = 2\ \forall x \Rightarrow$

Но т.к. $y^2(y+1)=2 \Rightarrow$ 1

$y^3+y^2-2=0 \Rightarrow (y-1)(y^2+2y+2)=0$

$y=1$ — реш. тогда 2 из логарифмов равны 1, а третий равен 2. Тогда:

Т.к. по ОДЗ: $\{5x>26 \Rightarrow x>5{,}2 \Rightarrow$

$x-4>1\ \forall x\in$ ОДЗ. тогда:

Чистовик

Математика 11 кл.

Домножим: $2(\log_{2x-8}(x-4)) \geq 2 \Leftrightarrow$

$\log_{2x-8}(x-4) \geq 1 \Leftrightarrow$

$(2x-8-1)(x-4-(2x-8)) > 0 \Leftrightarrow$

$(2(x-4)-1)\cdot(-(x-4)) \geq 0 \Leftrightarrow$

т.к. $(x-4)\cdot 2 > 2 \Rightarrow$

$-(x-4) > 0$, что невозможно т.к. $x-4>0 \Rightarrow$

$2\log_{2x-8}(x-4) \leq 2$ и не равен 2 $\Rightarrow$ равен 1; когда:

$2\log_{(2x-8)}(x-4) = 1 \Rightarrow$

тогда $\log_{2x-8}(x-4) = \frac{1}{2}$

$(x-4)^2 = 2(x-4) \Leftrightarrow$

$(x-4)(x-4-2) = 0$

$(x-4)\cdot(x-6) = 0 \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=6 \end{array}\right.$ по ОДЗ $x \neq 4 \Rightarrow x=6$

Проверим: $\log_{\sqrt{12-8}}(6-4) = \log_2 2 = 1$

$\log_{(6-4)^2} 30-26 = \log_4 4 = 1$; $\log_{\sqrt{30-26}} 12-8 = 2 \Rightarrow$

$x = 6$ – верное реш.

Ответ: $x = 6$.

2

Участник Математика 11 кл.

Задание №6.

$\angle AOC = \angle APC$ (впис.)

т.к. $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow$

$\angle AOC + \angle ATC = 180^\circ$

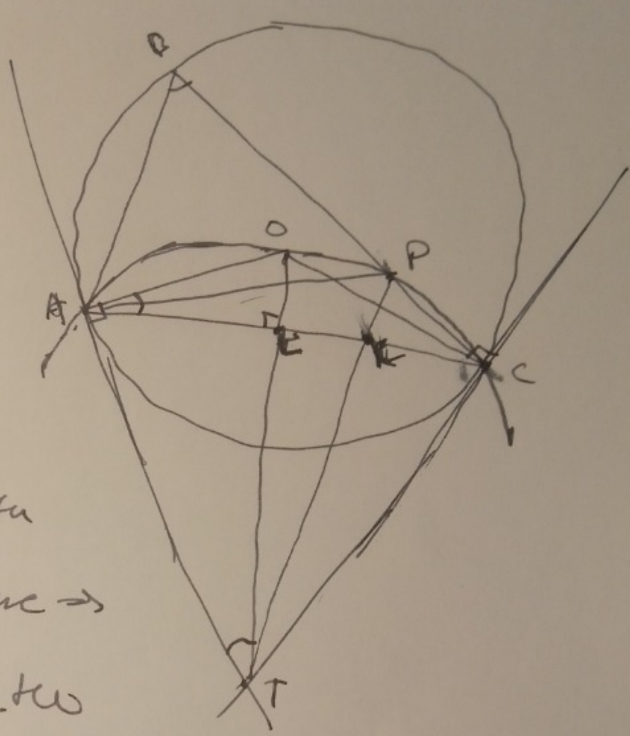
Пусть $\angle ATC = \alpha \Rightarrow$

$\angle AOC = 180 - \alpha \Rightarrow$

т.к. $\angle AOC$ - центральный угол ω, а ABC - впис $\Rightarrow$

$\angle ABC = 90 - \frac{\alpha}{2}$, но

т.к. $\angle APC = 180 - \alpha \Rightarrow$



$\angle BAP + \angle PBA = 180 - \alpha$ (смеж.) $\Rightarrow$

т.к. $\angle ABP = 90 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle BAP = 90 - \frac{\alpha}{2} = \angle ABP \Rightarrow$

$AP = BP$.

т.к. $AC \perp OT \Rightarrow \angle ALO = 90^\circ \Rightarrow$

$\angle AOL = 90 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle OAL = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$

3

$\angle BAC = 90 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} = 90^\circ. \Rightarrow$

т. O лежит на BC и равна $\frac{BC}{2}$ (в $90^\circ \triangle$) $\Rightarrow$

т.к. $AP = BP \Rightarrow AP$ - медиана $\Rightarrow PC = PA = PB \Rightarrow$

Чистовик Математика 11кл.

Задание №4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 10 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 2^{17}\cdot 5^{16} \end{cases}$$

$$\exists \begin{cases} a = 2^{\alpha_1}\cdot 5^{\beta_1} \\ b = 2^{\alpha_2}\cdot 5^{\beta_2} \\ c = 2^{\alpha_3}\cdot 5^{\beta_3} \end{cases}$$

Для выполнения условия НОД:

$\alpha_1; \beta_1; \alpha_2 \dots \beta_3 \geq 1$

5

Для НОК:

$\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3 \leq 17$; $\beta_1; \beta_2; \beta_3 \leq 16$

У одного из чисел обязательно должна быть степень 1 и макс. степень (у другого) для данного делителя (2 или 5) $\Rightarrow$

одно из чисел $(a;b;c)$ содержит 2^1, а другое 2^{17}, третье не ограничивается $\Rightarrow$

вариантов на 2-ки:

Чистовик Математика 11кл.

Для каждого выберем число со степенью, все ограничен., пока вариантов 3, после этого на оставшуюся пару по 2 варианта, =>

$K_2 = 3\cdot 2\cdot 17$, K_2 — число вариантов двоек. $\cdot 17$ т.к. 3-е число принимает степень от 1 до 17.

Подразумевано аналогично и для K_5:

$K_5 = 3\cdot 2\cdot 16$, т.к. 3-е число степень $1 \Rightarrow 16$.

Тогда:

6

$K_0 = K_2 \cdot K_5$; =>

$K_0 = (3\cdot 2\cdot 17)\cdot(3\cdot 2\cdot 16) = 36\cdot 16\cdot 17 = 9792.$

Ответ: $K_0 = 9792$.

$a = 2^{17} \cdot 5^{\beta_1}$ $\quad$ $u_1 \ \alpha, \beta + 1 \neq 0$

$b = 2^{\alpha_2} \cdot 5^{16}$ $\quad$ $\cancel{0}$ 2

$c = 10$ $\quad$ $1 \| 2 \Rightarrow 16 | 17$

2^{17} Черновик $\quad$ 5

2^1 $\quad$ $1 | 2 \Rightarrow 15 | 16$

$(4 \cdot 6)^2 = 576 \cdot 17$ $\quad$ k

3500 $\quad$ $3 \cdot 76 = 210 + 18 = 228$

750·2+20

5760 + $\quad$ $(4 \cdot 2)^2$ 1520

$$\begin{array}{r} 576 \\ \times \ 17 \\ \hline 4032 \\ 5760 \\ \hline 9792 \end{array}$$

-3 $\quad$ 1728

~~10~~ ~~1~~520 $\quad$ 3

1520 − ~~1520~~ $\quad$ 1728

10000 − 208

9800 − 8 = 9792

Чернови:

$(5x-26) > (x-4)$

$\log_{\sqrt{2x-8}}(2x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26)$

$4\log_{2(x-4)}(x-4) = \log_{(x-4)}(5x-26)$

$(x-4)^{4x} = 5x-26$

$2 = x^2 \cdot y$

$\frac{1}{2}\log_{(x-4)^2}(5x-26) = 2\log_{5x-26} 2(x-4)$

$\log_{x-4} 5x-26 = 4^x \log_{5x-26} 2(x-4)$

$\log_a b \;;\; \log_b c \;;\; y = (x+1)$

$(x+1)x^2 = 2$

$2\log_{2a} a \;;\; \frac{1}{2}\log_a b \;;\; 2\log_b 2a$

$2a = c$; $5x-26$

$2\log_c a \;;\; \frac{1}{2}\log_a b \;;\; 2\log_b c$

$2\log_c a \cdot \log_a b \cdot \log_b c = 1;1 \quad 2$

$= 2\log_c b \cdot \log_b c = 2 \quad 1$

$(x-1)(x^2+2x+2) = 0$

$x^3 + x^2 - 2 = 0$

$x = 1$

$x^3 - x^2 + 2(x^2 - x) = 0$

$x^2(x-1) + 2(x+1)(x-1) = 0$

21101572 (U351775 M1299042)

Черновик:

$\log_2 1{,}2x \geq 4$

$A_1 = B = C - 1$ $\quad x \geq \frac{26}{5} = 5{,}2$

$2\log_{2a}$ $\quad 2\log_{2a} a$ $\quad \underline{\frac{1}{2}\log_{a} b^{1,5}}$ $\quad 2\log_b 2a$

$\log_{2a} a = \log_b 2a$ $\quad x > 5{,}2$

$x - 4 > \varnothing$

$\log_{2a} a \cdot \log_{2a} b = 1$ $\quad 2a > 2$

~~$\log_{2a} a > 0$~~ $\quad 5{,}2$

$(2a-1)(a-1) > 0$ $\quad (x - 4 - 1)$

$(5x - 26)(x - 4 - 1) \geq 0 \Rightarrow 1$

$(5x - 26) > 0$ если

$(5x - 26 - 1)(x - 4) > 0$ $\quad (b - a)$

при $a > b \Rightarrow 2a < b$

$(5x - 27) > 0$ $\quad$ при $a < b \Rightarrow 2a > b$

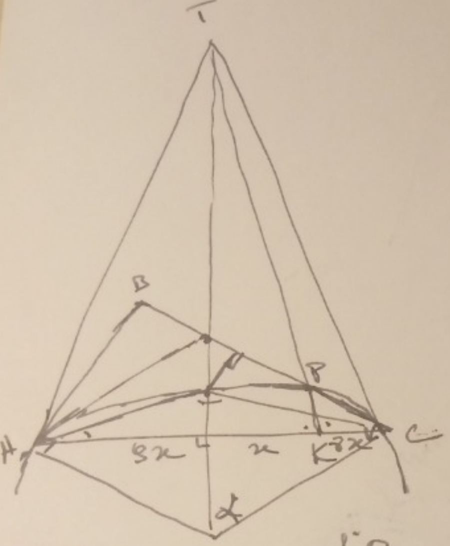
$(2a - 1)(a - 2a) < \varnothing$ $\quad \forall \Rightarrow 1 < 1$

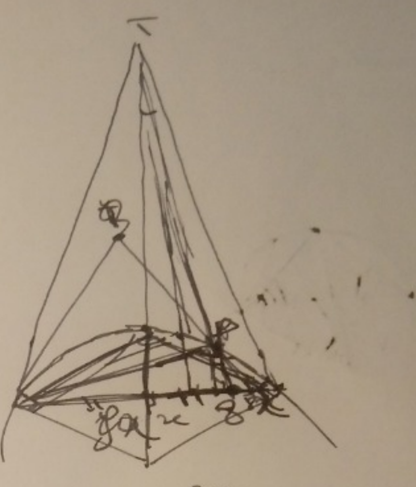
$(a - 1)(b - a) > 0$ $\quad 2)$

$(b - 1)(2a - b) > 0$

21101572 (U351775 M1299042)

Черновик

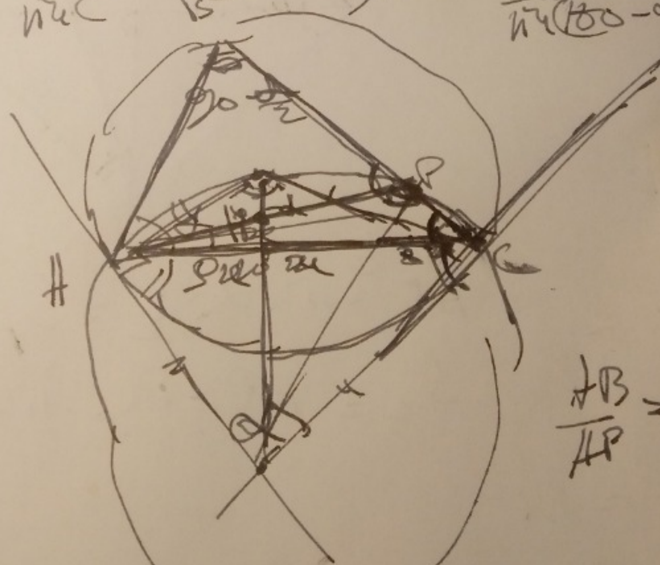




8x

9x

$(180-\alpha)$ $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin(9x+\frac{\alpha}{2})}$ $\frac{AC}{\sin(180-\alpha)} = \frac{AP}{\sin C}$



$\frac{AB}{AP} = \frac{\sin 180-\alpha}{\sin 90-\frac{\alpha}{2}}$

$\frac{\cancel{\sin y}}{BC} = \sin 9$

$\frac{BC}{\sin y} = BC$ $\frac{AC}{\sin 90-\frac{\alpha}{2}} = \frac{BC}{\sin y}$

$\frac{AC}{\sin 180-\alpha} =$