Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101375**

ID профиля: **863624**

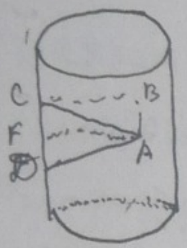
Вариант 20

Черновик $S = a_1 + \ldots + a_5$; $a_6 \cdot a_{11} > S+16$; $a_8 a_9 < S+39$.

Какие есть a_1 ? все. Целые числа!!! $1 \leq a$

①

5 +



D!

$AB = 2$

$AC = CB = 7$

$AD = DB = 8$

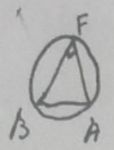
CDA - осу

$\underline{R \to min}$

$CD - ?$

Только если BA - диаметр. $AF = BF$

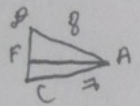
при $R = 1$!



$DF = BF = \sqrt{2}$

$BF = \sqrt{64-2} = \sqrt{62}$

$FC = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$



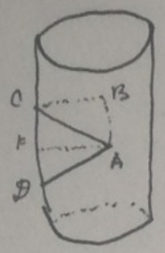
Есть, когда выс не падает на стор!

$\sqrt{62} \pm \sqrt{47}$

$\sqrt{49} - \sqrt{2} = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$?

$\sqrt{64} - \sqrt{2} = \sqrt{64-2} = \sqrt{62}$?

Задание 2



Дано:

$AB = 2$

$AC = CB = 7$

$AD = DB = 8$

CD — оси

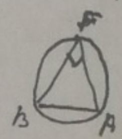
$R \to min$

$CD = ?$

1) Т.к. $CD \parallel$ оси цилиндра и B и A равноудалены от C и D, то $BA \parallel$ основанию Ц

2) $\Delta CAD = \Delta CBD$ => высоты AF и BF падают в одну точку, а значит $AF = BF$.

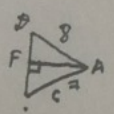
3) Мин. радиус цилиндра будет если BA — диаметр. Рассмотрим этот вырез, т.е. $R = 1$

4) 

$DF = BF = \sqrt{2}$

$DF = \sqrt{64 - 2} = \sqrt{62}$

$FC = \sqrt{49 - 2} = \sqrt{47}$

5) 

6) Возможен случай, когда высота не попадает на сторону

Ответ: $CD = \sqrt{62} \pm \sqrt{47}$

Чистовик

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101375**

ID профиля: **863624**

Вариант 20

Задание 4

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=10 \\ НОК(a,b,c)=2^{17}\cdot 5^{10} \end{cases}$$

Переписываем условие:

$a=2^{x_1}\cdot 5^{y_1}$

$b=2^{x_2}\cdot 5^{y_2}$

$c=2^{x_3}\cdot 5^{y_3}$

Тогда:

$max(x_1;x_2;x_3)=17$

$max(y_1;y_2;y_3)=10$

$min(x_1;x_2;x_3)=1$

$min(y_1;y_2;y_3)=1$

1) Рассмотрим вариант, когда:

$x_1;x_2;x_3$ - различны

и $y_1;y_2;y_3$ - различны

x:

- Какое-то из чисел =17
- Какое-то из чисел =1
- Третье число от 2 до 16

Итого: $2\cdot 3=15$ - варианты

Аналогично y: $2\cdot 3=8$ вариантов

2) Теперь случай, когда числа могут совпадать:

- двое из чисел будут равны, а оно число будет равно 17 (или 10)
- И наоборот

Таких случаев:

для x: $3\cdot 2$

для $y=3\cdot 2$

3) Суммируем:

x: y:

$(3\cdot 2+2\cdot 3\cdot 15)\cdot(3\cdot 2+2\cdot 3\cdot 8)$

$(6\cdot 16)(6\cdot 9)=5184$

Ответ: 5184

21101375 (U863624 M1301899)

Чистовик 1

Задание 5

Первое число: $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2\frac{\ln(x-4)}{\ln(2x-8)}$

Второе число: $\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \frac{1}{2}\frac{\ln(5x-26)}{\ln(x-4)}$

Третье число: $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 2\frac{\ln(2x-8)}{\ln(5x-26)}$

Обозначим $\ln(x-4)$ за A, $\ln(2x-8)$ за B, $\ln(5x-26)$ за C

Будем работать на области определения: все скобки $(x-4)$; $(2x-8)(5x-26) > 0$ и $\neq 1$

Тогда числа можно переписать как:

$2\frac{A}{B}$; $\frac{1}{2}\frac{C}{A}$; $2\frac{B}{C}$

Перемножим числа из условия:

$2\frac{A}{B}\cdot\frac{1}{2}\frac{C}{A}\cdot 2\frac{B}{C} = 2$

По условию, два из наших логарифмов равны t, а $3 = t+1$

$6\cdot t\cdot(t+1) = 2$

$t^3 + t^2 - 2 = 0$

$t = 1$

Тогда остаётся всего 2 варианта. Рассмотрим новый логарифм. Он равен либо 2, либо 1.

1) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2$; $(x-4) = \sqrt{2x-8}^2$; Отсюда $x=4$, но $x=4$ не входит в область определения $(x-4>0)$ Поэтому, не подходит

2) $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 1$

$(x-4) = \sqrt{2x-8}$; $x^2 - 8x + 16 = 2x - 8$;

$\left[\begin{array}{l} x = 4 \text{ (не подходит)} \\ x = 6 \end{array}\right.$

Либо $x=4$ (не подходит (ОДЗ)), либо $x=6$

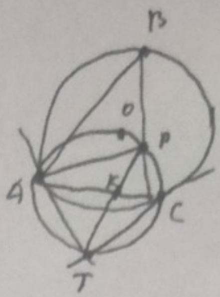
Представляя $x=6$ во все логарифмы, получаем, что первый равен 1, второй равен 1, а третий равен 2. Условие выполнено!

Ответ: $x=6$

Чистовик 2

21101375 (U863624 M1301899)

Задание 6



Пусть: $\angle ABC = \beta \Rightarrow$

$\angle AOC = 2\beta \Rightarrow$

$\angle CAT = \angle ACT = \beta \Rightarrow AT = TC \Rightarrow$

$\angle AOC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow$

T лежит на второй окружности $\Rightarrow$

$\angle APC = \angle AOC = 2\beta \Rightarrow$

$\angle BAP = \angle APC - \angle ABC = \beta = \angle ABC \Rightarrow$

$AT = TC \Rightarrow T$ - середина дуги $\Rightarrow PK$ - биссектриса

$$\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{CPK}}$$

$$\frac{S_{APB}}{S_{APC}} = \frac{BP}{PC} = \frac{AP}{PC} \Rightarrow S_{ABC} = S_{APB} + S_{APC} = S_{APC}\left(1 + \frac{AP}{PC}\right) = (S_{APK} + S_{CPK})\left(1 + \frac{S_{APK}}{S_{CPK}}\right) = \frac{18^2}{8} = \frac{81}{2} =$$

$= 40{,}5$.

Ответ а): $40{,}5 = \frac{81}{2}$;

Чистовик 3