

Часть 1

Олимпиада: Математика, 11 класс (1 часть)

Шифр: 21100773

ID профиля: 801474

Вариант 20

Чистовик.

N1.

$$S = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{a_1 + a_1 + d \cdot 4}{2} \cdot 5 = (a_1 + 2d) \cdot 5 ; d > 0.$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_9 = a_1 + 8d$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

d - разность прогрессии.

1) $a_6 \cdot a_{11} > S + 15$;

$$(a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > S + 15$$

$$a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \quad \cancel{\text{усл}}.$$

2) $a_8 \cdot a_9 < S + 39$

$$(a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < 5a_1 + 10d + 39$$

$$a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39 \quad \cancel{\text{усл}}.$$

Получим систему.

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d - 5a_1 + 50d^2 - 10d - 15 > 0 ; \\ a_1^2 + 15a_1d - 5a_1 + 56d^2 - 10d - 39 < 0 . \end{cases}$$

Решим уравнения относительно a_1 .

$$(1): D = 25d^2 - 110d + 85 \quad (225d^2 - 200d^2 - 150d + 40d + 25 + 60 \neq 0).$$

$$(2): D = 225d^2 - 224d^2 - 150d + 40d + 156 + 25 = d^2 - 110d + 181.$$

(1)

Тогда:

$$\begin{cases} a_1 > \frac{-5(3d-1) + \sqrt{d^2 - 110d + 85}}{2} \\ a_1 < \frac{-5(3d-1) - \sqrt{d^2 - 110d + 85}}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} a_1 > \frac{-5(3d-1) - \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2} \\ a_1 < \frac{-5(3d-1) + \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} a_1 > \frac{-5(3d-1) + \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2} \\ a_1 < \frac{-5(3d-1) - \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2} \end{cases} \quad (5)$$

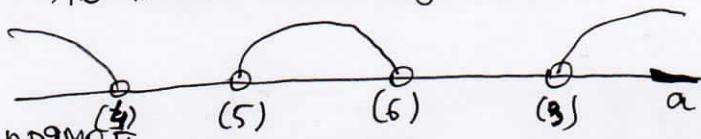
$$\begin{cases} a_1 > \frac{-5(3d-1) - \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2} \\ a_1 < \frac{-5(3d-1) + \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2} \end{cases} \quad (6)$$

* (3); (4); (5); (6); - координаты точек системы на прямой

Заметим, что

$$\text{при } \sqrt{25d^2 - 110d + 85} \geq \sqrt{d^2 - 110d + 181}$$

система решений не имеет, т.к. ветвь ветвей ветви не пересекает прямую.



Значит

Чистовик

$$\sqrt{25d^2 - 110d + 85} < \sqrt{d^2 - 110d + 181}.$$

$$25d^2 - d^2 - 110d + 110d + 85 - 181 < 0.$$

$$24d^2 - 94 < 0$$

$$d^2 < \frac{94}{24}.$$

$$d > -\sqrt{\frac{94}{24}} \text{ и } d < \sqrt{\frac{94}{24}}.$$

Т.к. прогрессия возрастающая, значит $d > 0$.

Т.к. $\sqrt{\frac{94}{24}} < 2$, значит $d = 1$.

Поставим в формулки (1) и (2).

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 - 5a_1 + 50 - 10 - 15 > 0; \\ a_1^2 + 15a_1 - 5a_1 + 56 - 10 - 39 < 0. \end{cases} \quad \begin{array}{l} (7) \\ (8) \end{array}$$

Решим систему:

$$(7): a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$$

$$(a_1 + 5)^2 > 0$$

~~$a_1 \in \mathbb{R} \setminus \{-5\}$~~ $\Leftrightarrow a_1 \neq -5$
 ~~$a_1 \in \mathbb{R}$~~ $\Leftrightarrow a_1 \neq -5$ все числа, кроме $a_1 = -5$

$$(8): a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$$

$$\Delta = 100 - 28 = 72 = 6\sqrt{2}.$$

~~$(a_1 - \frac{-10 - 6\sqrt{2}}{2})(a_1 + \frac{-10 + 6\sqrt{2}}{2}) < 0$~~



$$a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2}).$$

$$a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2}).$$

~~$a_1 \in \mathbb{R}$~~
 ~~$a_1 \neq -5$~~
 ~~$a_1 > -5-3\sqrt{2}$~~
 ~~$a_1 < -5+3\sqrt{2}$~~

нахождение решения
из целых чисел
решение

~~$a_1 \in \mathbb{Z} \cap (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2})$~~

т.к. прогрессия состоит из целых чисел, будем искать целое решение системы.

②

Числовик

$$a_1 = -9;$$

$$a_1 = -8;$$

$$a_1 = -7;$$

$$a_1 = -6;$$

$$a_1 = -4;$$

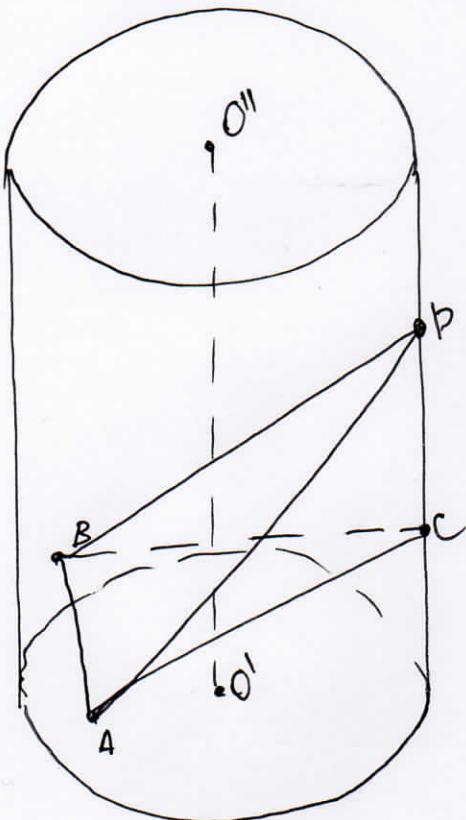
$$a_1 = -3;$$

$$a_1 = -2;$$

$$a_1 = -1;$$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

Чистовик

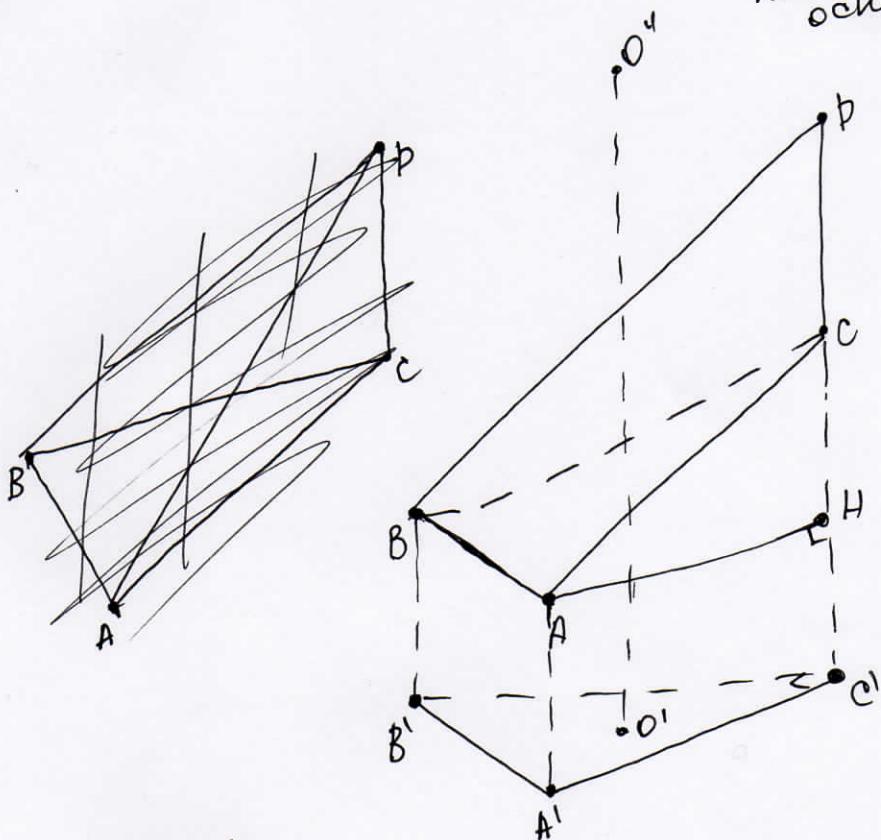


$$CP \parallel O'O''$$

1) Радиус цилиндра является
лен, если проекция $\triangle ABC$ на
основание цилиндра — это
прямоугольный треугольник
с гипотенузой AB .

2) $AB \parallel (A'B'C')$, т.к. ~~если это не так,~~
 $CP \perp AB$ и $CP \perp (A'B'C')$

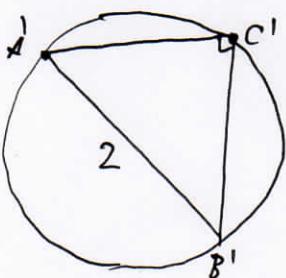
$(A'B'C')$ —
плоскость
основания.



3) Рассмотрим плоскость
основания:

$$A'B' = AB, \text{ т.к. } A'B' \parallel AB \text{ и } \angle AA'B' = \angle BB'A' = 90^\circ$$

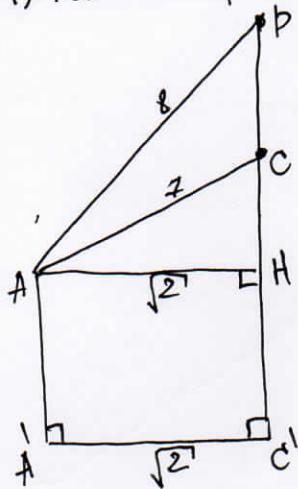
$$CB' = AC = AB.$$



④

ЧИСТОВИК

4) Рассмотрим грани $AA'C'D'$.



$$\sqrt{2} = AH = A'C', \text{ т.к. } AA'C'H - \text{прямоугольник}$$

5) Найдём CH по теореме Пифагора:

$$CH = \sqrt{49 - 2^2} = \sqrt{47}.$$

6) Найдём CH по теореме Пифагора:

$$HD = \sqrt{64 - 2^2} = \sqrt{62}.$$

$$7) CB = HD - CH = \sqrt{62} - \sqrt{47}$$

Ответ: $\sqrt{62} - \sqrt{47}$

(5)

Черновик

н1.

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$$S = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot 5 =$$

$$a_6 \cdot a_{11} > S + 15$$

$$= \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5 = (a_1 + 2d) \cdot 5 = 5a_3.$$

$$a_6 \cdot a_{11} > 5a_3 + 15$$

$$\boxed{a_6 \cdot a_{11} > 5(a_3 + 3)}$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d.$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$a_9 = a_1 + 8d.$$

$$S = (a_1 + 2d) \cdot 5.$$

$$\begin{cases} (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > 5(a_1 + 2d) + 15 \\ (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < 5(a_1 + 2d) + 39. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 5da_1 + 10da_1 + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \\ a_1^2 + 7da_1 + 8da_1 + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + \underline{15da_1} + 50d^2 > \underline{5a_1} + 10d + 15 \\ a_1^2 + 15da_1 + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} -x^2m/n \\ y \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 - 5a_1 - 10d > 15 \\ a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 - 5a_1 - 10d < 39 - 6d^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 15 \\ y < 39 - 6d^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &-5 - 8\sqrt{2} \\ &-5 - 4,2 \\ &-9,2. \end{aligned}$$

$$15 < y < 39 - 6d^2$$

(1)

$$\begin{array}{r} -3\sqrt{2} \\ 18 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{-5} \\ 25. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ -28 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$(a_1^2) + 5(a_1)$$

$$a_1^2 + a_1 \cdot 5(3d-1) + 5(d^2 \cdot 10 - 2d - 3) > 0.$$

$$D = (5 \cdot (3d-1))^2 - 20(d^2 \cdot 10 - 2d - 3)$$

$$25(9d^2 + 1 - 6d) - \cancel{200d^2} + 40d + 60 =$$

$$= 225d^2 + 25 - \cancel{150d} - \cancel{200d^2} + \cancel{40d} + 60 =$$

$$= 25d^2 - 110d + 85 = \cancel{25d^2} = (5d-11)^2 - 36.$$

$121 - 85 = 36$

$$\frac{110}{2} = \frac{55}{5} = 11.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 > \frac{-5(3d-1) + \sqrt{(5d-11)^2 - 36}}{2} \quad (1) \\ a_1 < \frac{-5(3d-1) - \sqrt{(5d-11)^2 - 36}}{2} \quad (2) \\ a_1 > \frac{-5(3d-1) - \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2} \quad (3) \\ a_1 < \frac{-5(3d-1) + \sqrt{d^2 - 110d + 181}}{2}. \quad (4) \end{array} \right.$$

$$-5(3d-1) - \sqrt{d^2 - 110d + 181}$$

(2)

(3)

(4)

(1)

a_1

1) при $d^2 > \frac{94}{25}$.

? . к.к.

②

lephobuk

$$a_1^2 + a_1 \cdot 5(3d-1) + 56d^2 - 10d - 39 < 0.$$

$$\Delta = 25(gd^2 + 1 - 6d) - 224d^2 + 40d + 120 + 36m =$$

$$= 225d^2 - 224d^2 + 25 - 150d + 40d + 156 =$$

$$= d^2 - 110d + 181 \cancel{\text{#00}}. \quad - \frac{181}{121} \frac{121}{60}.$$

$$25d^2 - 110d + 85. \quad - \quad d^2 - 110d + 181$$

8484
13

$$24d^2 - 94. \quad 0$$

94 | 2

$$24d^2 \quad 94$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \hline 0 \\ 12 \\ 12 \\ \hline 0 \\ 24 \\ 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

(3)

Лекция 8

$$a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 > 5(a_1 + 2d) + 15$$

$$a_1(a_1 + 15d) + 50d^2$$

3

$$\begin{aligned} a+b &> 0 \\ a+b &< 7+a \\ a+b &> 0 \\ -(a+b) &> (7+a)(-1) \end{aligned}$$

$$0 > -7-a.$$

$$a > -7.$$

$$(a_1 + 2d)5 + 15 < (a_1 + 5d)(a_1 + 10d).$$

$$5a_1 + 10d + 15 < a_1^2 + 15a_1d + 50d^2.$$

$$5a_1 - a_1^2 + 15 < 50d^2 + 15a_1d - 10d.$$

$$5a_1 - a_1^2 + 15 < d5(10d + 3a_1 - 2).$$

$$a_1^2 - 5a_1 + 15a_1d - 15 + 50d^2 - 10d > 0.$$

$$a_1(a_1 - 5) + 15(da_1 - 1) + 10(10d - 1) > 0.$$

$$\begin{aligned} a_1^2 + 5da_1 + 10da_1 + 50d^2 &> 0 \\ a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 &= \underline{\underline{5a_1 + 10d - 15}} > 0. \\ a_1^2 + a_1(15d - 5) + 10d^2 - 10d &+ 15 > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_6 \cdot a_{11} - 5a_3 - 15 &> 0. \\ (a_3 + 3d)(a_3 + 8d) - 5a_3 - 15 &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1^2 + 5a_1(3d - 1) + 5(10d^2 - 2d - 3) &= 25(3d - 1)^2 - 25(10d^2 - 2d - 3) \\ &= 25(3d - 1)^2 - \end{aligned}$$

(4)

Терновик.

$$d^2 < \frac{94}{24} \rightarrow d > 0.$$



$$\frac{94}{24} | 2$$

$$\frac{94}{24} \quad 4.$$

$$d = 1$$

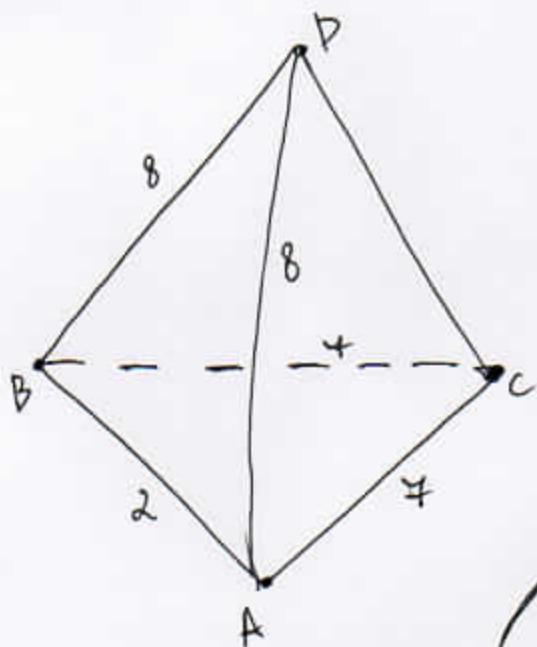
$$94 \quad 96.$$

~~$$a_1^2 + 5a_1 + 1$$~~

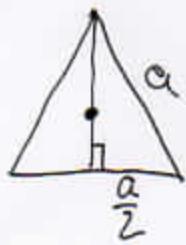
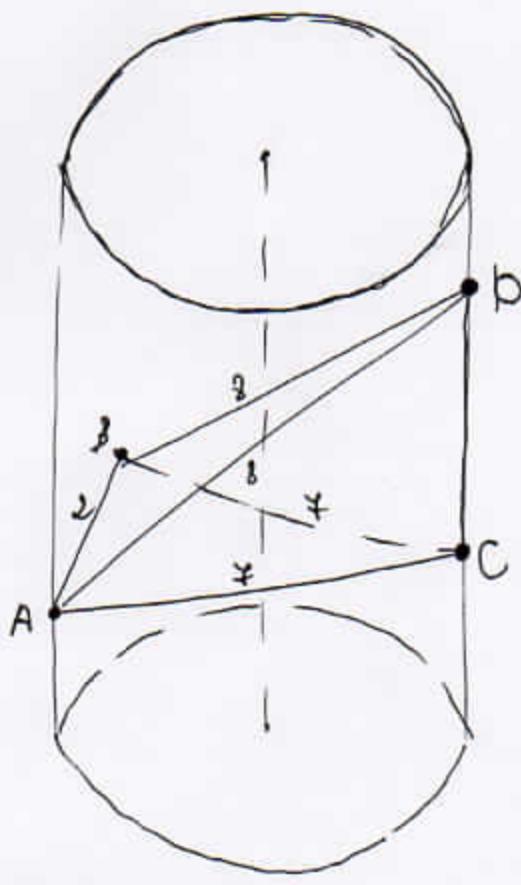
(5)

Черновик

N卷2



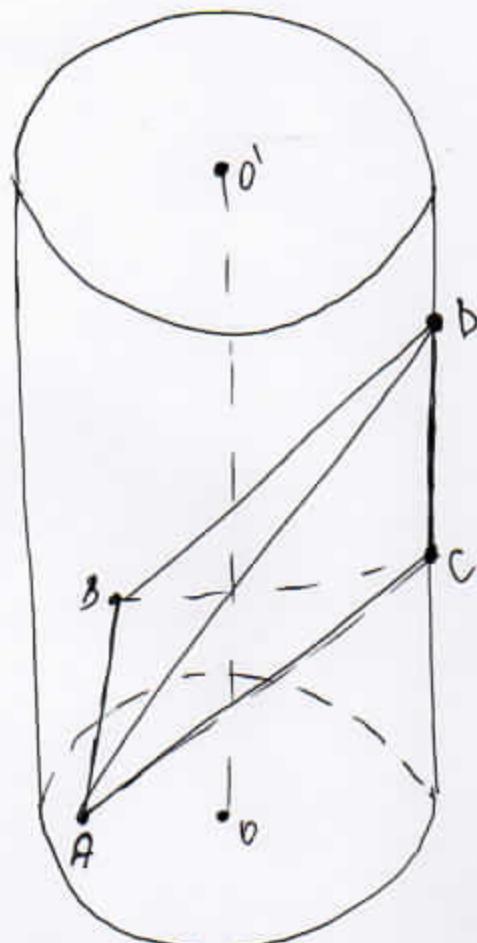
$$\frac{2}{3}\sqrt{3}$$



$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$

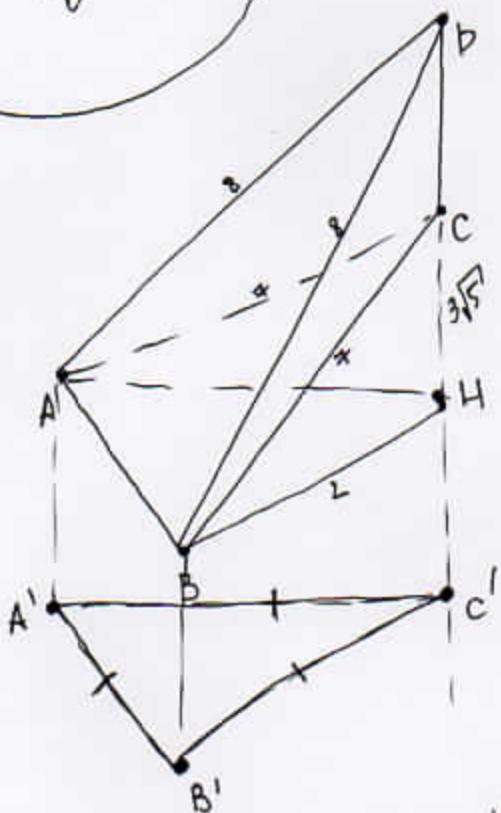
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$
(6)

N2



1) Ребро CD -перпендикулярно боковой грани цилиндра и параллельно OO'

2) r -минимальный, когда проекция треугольника $\triangle ABC$ -на основание цилиндра-равносторонний треугольник. найдём такую высоту.
(Проекция $\triangle ABC$ на основание - вписанной в окружность равносторонний треугольник)



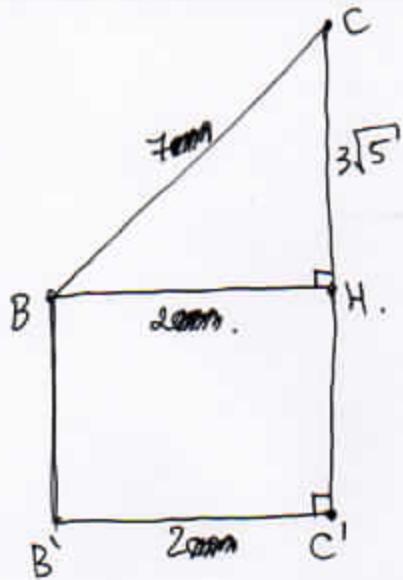
3) ребро AB параллельно плоскости основания цилиндра, т.к. если это неверно, то для того, что бы CD было параллельно OO' , ребро CD не перпендикулярно AB , что не может быть, т.к. $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ -равнобедренные, где C и D -вершины

~~4) $A'B' = AB$, т.к. $AB \parallel (A'B'C')$.
основание цилиндра~~

4) $A'B' = AB$, т.к. $AB \parallel (A'B'C')$.

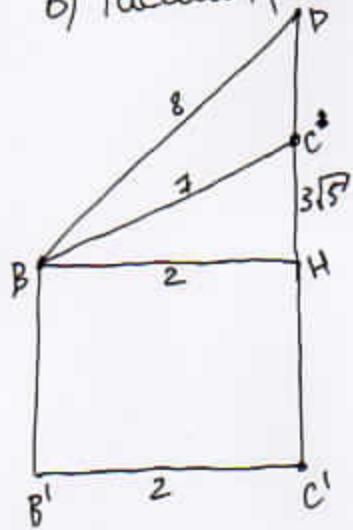
значит $A'B' = B'C' = C'D' = 2$.

Рассмотрим грани $BB'C'C$:



~~Чистовик~~ Терновик
 5) $BH = B'C'$, т.к. $B'B \parallel C'C$, и $\angle B'C'H = \angle BHC = 90^\circ$
 По теореме Пифагора $- BH^2 + BC^2 = CH^2$
 $CH = \sqrt{49 - 4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

6) Рассмотрим грани ~~BB'C'D~~ $BB'C'D$:



7) По теореме Пифагора $DH = \sqrt{64 - 4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$.

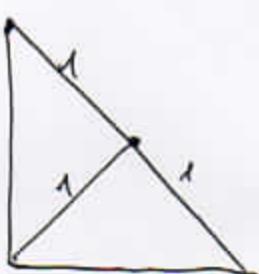
~~$BCD \cong DHC \Rightarrow CH = \sqrt{45}$~~

~~$CD = DH - CH = \sqrt{60} - \sqrt{45} = (2 - \sqrt{3})\sqrt{15}$~~

Ответ: $(2 - \sqrt{3})\sqrt{15}$.

$$\sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}.$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2\right)^2 = \frac{3 \cdot 4}{9} =$$



1 - радиус.



$2\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$2\frac{\sqrt{3}}{3}$ - радиус

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100773**

ID профиля: **801474**

Вариант 20

ЧИСТОВИК

N4

$$\text{НОД}(a, b, c) = 10 = 2 \cdot 5.$$

$$\text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 5^{16}$$

1) Т.к. $\text{НОД} = 10$, значит хотя-бы в одном числе присутствует только один множитель 5 или 2.

2) Т.к. $\text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 5^{16}$, значит все числа имеют вид

$$2^m \cdot 5^n$$

где $m \leq n \geq 1$.

Тогда существует 2 варианта:

1) $2^m \cdot 5^n \quad 2^n \cdot 5^t \quad 2^i \cdot 5^g$, где $m, n, t, g \in [1; 17]$, а $i \in [1; 16]$.

Т.к. ищется упорядоченное тройки, то необходимо умножить эти решения на 3, т.к. существуют сходные варианты:

$$\begin{array}{ccc} 2^m \cdot 5^n & 2^m \cdot 5^t & 2^i \cdot 5^g \\ \text{или} \\ 2^n \cdot 5^t & 2^i \cdot 5^g & 2^m \cdot 5^g \end{array}$$

Также нужно учесть, что в одном из чисел ~~должен быть~~ должны быть множитель 5^{16} и 2^{17} , а значит нужно посчитать варианты схемы

$$2 \cdot 5^{16} \quad 2^{17} \cdot 5^t \quad 2^i \cdot 5^g \text{ и}$$

умножить их на 18, т.к. для каждого подварианта вида

$$2 \cdot 5^m \quad 2^n \cdot 5^t \quad 2^i \cdot 5^g \quad \text{сущ. 6 вариантов вида:}$$

Посчитаем всего вариантов для этого случая:
 S_1 - кол-во вариантов первого случая:

$$S_1 = 18 \cdot (17 \cdot 16 \cdot 16) = 16^2 \cdot 17 \cdot 18$$

АА

(1)

Рассмотрим второй случай: Чисовик

2) $5 \cdot 2^m \cdot 2^{n+1} \cdot 2^{\frac{n}{2}}$

Две подсчёта S_2 -количество вариантов такой схемы нужно посчитать варианты схемы

$5 \cdot 2^m \cdot 2^{n+1} \cdot 2^{\frac{n}{2}}$ и умножить на 18, т.к.

существует 3 подсчета вида:

$$5 \cdot 2^m \cdot 2^{n+1} \cdot 2^{\frac{n}{2}}$$

и где какого из них существует 6 схем вида

$$5 \cdot 2^{12} \cdot 2^{n+1} \cdot 2^{\frac{n}{2}}$$

Значит:

$$S_2 = 18 \cdot (17 \cdot 17 \cdot 16) = 16 \cdot 17^2 \cdot 18$$

Значит всего вариантов: $S' = S_1 + S_2 = 16^2 \cdot 17 \cdot 18 + 16 \cdot 17^2 \cdot 18 =$

$$= 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot (33)$$

Но есть одна проблема: где какого из вариантов мы посчитали ~~2 \cdot 16 \cdot 17~~ вариантов уже раз, т.к. мы посчитали их ~~уже~~ ~~6 раз~~ в первом случае. мы посчитали ~~2 \cdot 16 \cdot 17~~ вариантов умножив посчитанных в первом случае.

Значит что $S = S' - 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 2$ — итоговое кол-во;

$$S = 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 33 - 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 2 = \underline{16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 31} = 151776$$

Ответ: 151776 вариантов.

Чистовик

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$$

$$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$$

D.O.:

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 4 \\ x > \frac{26}{5} \\ x > 4 \\ x \neq 5 \\ x \neq \frac{27}{5} \\ x \neq \frac{9}{2} \end{array} \right.$$

Перемножим эти три числа:

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \log_{(2x-8)}(x-4) \cdot \log_{(x-4)}(5x-26) \cdot \log_{(5x-26)}(2x-8) =$$

$$= 2 \cdot \log_{(2x-8)}(x-4) \cdot \log_{(x-4)}(2x-8) = 2.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > \frac{26}{5} \\ x \neq \frac{27}{5} \end{array} \right.$$

Т.к. по условию два логарифма равны, а третий больше на один, составим уравнение:

$$\alpha^2(\alpha+1) = 2.$$

$$\alpha^3 + \alpha^2 - 2 = 0$$

~~$(\alpha-1)(\alpha^2+\alpha+2)=0$~~

$$(\alpha-1)(\alpha^2+2\alpha+2)=0$$

$$\alpha=1 \quad \text{или}$$

$$\alpha^2+2\alpha+2=0$$

$$\Delta = 4-8 < 0.$$

 ~~$\alpha_1=1$~~
 ~~$\alpha_2=-1$~~
 ~~$\alpha_3=-2$~~

Значит один из логарифмов должен быть равен 1, значит:

$$(1) 2 \log_{(2x-8)}(x-4) = 1 \quad \text{или} \quad (2) \log_{(x-4)^2}(5x-26) = 1 \quad \text{или} \quad (3) \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 1.$$

$$x-4 = \sqrt{2x-8}; \quad x > 4.$$

$$x^2 - 16 - 8x = 2x - 8$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0.$$

$$\Delta = 100 - 96 = 4.$$

$$x_1 = \frac{10-2}{2} = 4; \quad \text{не подходит. нег. О.О.}$$

$$x_2 = \frac{10+2}{2} = 6; \quad \text{подходит.}$$

(3)

Чистовик

$$(2) \log_{(x-4)^2}(5x-26) = 1$$

$$(x-4)^2 = 5x-26;$$

$$x^2 + 16 - 8x = 5x - 26;$$

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$\Delta = 13^2 - 4 \cdot 42 = 169 - 168 = 1$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ - 13x \\ + 42 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$x_1 = \frac{13-1}{2} = 6; \text{ подходит}$$

$$x_2 = \frac{13+1}{2} = 7; \text{ подходит.}$$

$$(3) \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 1$$

$$\sqrt{5x-26} = 2x-8; \quad 2x-8 > 0$$

$$5x-26 = 4(x^2 + 16 - 8x);$$

$$4x^2 - 32x - 5x + 64 + 26 = 0.$$

$$4x^2 - 37x + 90 = 0$$

$$\Delta = 37^2 - 360 \cdot 4 = 1369 - 1440 < 0.$$

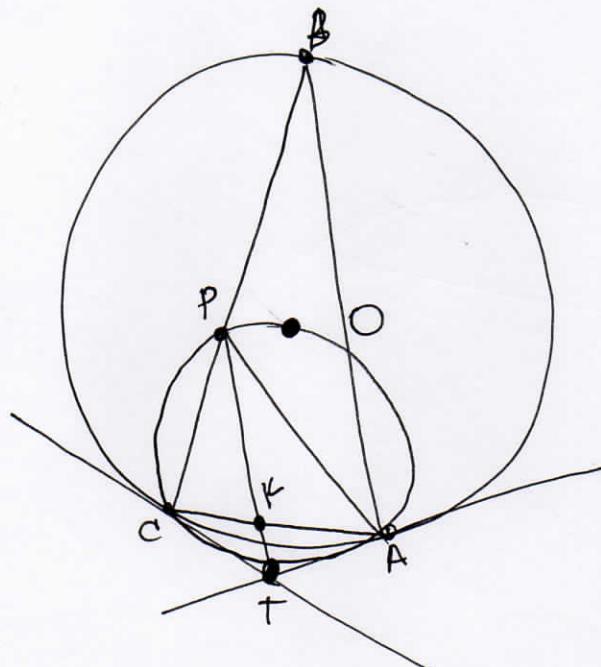
$$\begin{array}{r} x^2 \\ \times 16 \\ \hline 90 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ \times 37 \\ \hline 259 \\ \hline 1369 \end{array}$$

ОТВЕТ: 6; 7.

Чистовик

№6



$$SAKP = 10$$

$$SCKP = 8.$$

Т.к. P лежит на окружности ω_1 ,

1) т.к. $\angle OCT = 90^\circ = \angle OAT$, а значит
 $OCTA$ -вписанного четырехугольника.

$$\sqrt{SAKP} = \sqrt{SCKP}$$

2) $\Delta CPK \sim \Delta ABC$, т.к. $\angle CPT = \angle CAT$, а
 $\angle CAT = \angle B$, т.к.
это угол между касат.
и хордой,
дуга внутри которой
равна $\angle B$,
а $\angle PCK = \angle C$.

Значит $S_{ABC} = k^2 \cdot 8$, где k -коэффициент подобия.

(5)

Черновик

a b c

2 · 16 · 17 ·

$$HOD(a, b, c) = 10$$

$$HOK(a, b, c) = 2^{17} \cdot 5^{16}.$$

Наибольший общий делитель:
 $10 = 5 \cdot 2$, значит числа
 имеют вид
 $5a$ или $2b$, где

$$\begin{array}{c|ccccc} a & | & 5 & & & \\ & | & 2^n & & & \\ & & b & | & 5 & \\ & & & | & 2^m & \\ & & & & c & | 5^{12} \\ & & & & & | 2^{17-n-m} \cdot \\ & & & & & | 4 \cdot 5 \\ & & & & & | 1 \cdot 1 \\ & & & & & \times 558 \\ & & & & & \overline{\quad 272} \\ & & & & & | 3906 \\ & & & & & | 1116 \\ & & & & & \overline{197-n-m=1} \end{array}$$

a не делится

b не делится

c не делится

$$HOK = 2^{15} \cdot 5^{16}$$

$$n+m=16.$$

$$\begin{array}{l} n>0 \\ m>0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5^m \\ | \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2^n \\ | \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2^1 \\ | \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 15 \\ 14 \\ 13 \\ 12 \\ 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \end{array} \rightarrow 4.$$

$$5$$

$$\begin{array}{c} 31 \\ \times 18 \\ \hline 248 \\ + 31 \\ \hline 558 \\ \times 272 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$272 \quad 2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{c|ccc} a & | & 2 \cdot 5^n & & \\ & & 2 \cdot 5^m & \cdot & \\ & & 5 & \frac{1}{2^{16-n-m}} & \end{array}$$

$$m+n=15$$

(1)

$$\begin{array}{c} 1: 14 \\ 2: 13 \\ 3: 12 \\ 4: 11 \\ 5: 10 \end{array} \rightarrow 7 \quad \begin{array}{c} 6: 9 \\ 7: 8 \end{array} \rightarrow 1.$$

N1

$$\text{НОД}(a, b, c) = 10$$

$$\text{НОК}(a, b, c) = 2^{14} \cdot 5^{16}$$

$$\begin{array}{r} a^2 \\ a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a \\ \hline + 2a - 2 \end{array}$$

1) Т.к. $\text{НОК}(a, b, c)$ — произведение двоек и пятерок, значит числа имеют вид:

$$2^n \cdot 5^m \quad \text{и} \quad \cancel{\text{занулят}}$$

2) Т.к. $\text{НОД}(a, b, c) = 10$, значит в составе каждого числа есть и двойки, и пятерки, значит

$$n \text{ и } m \geq 1.$$

Т.к. ~~так~~ $\text{НОД} = 10$, значит в составе числа либо 1 двойка, либо одна пятерка, иначе ~~так~~ $\text{НОД} > 10$.

Значит числа имеют вид

$$\cancel{\frac{a^m}{b^n}}$$

$$5 \cdot 2^m$$

$$5^n \cdot 2^k$$

$$5^z \cdot 2^h$$

, где

$$a^2 + 2a + 2$$

$$m \in [1; 17];$$

$$n \in [1; 16];$$

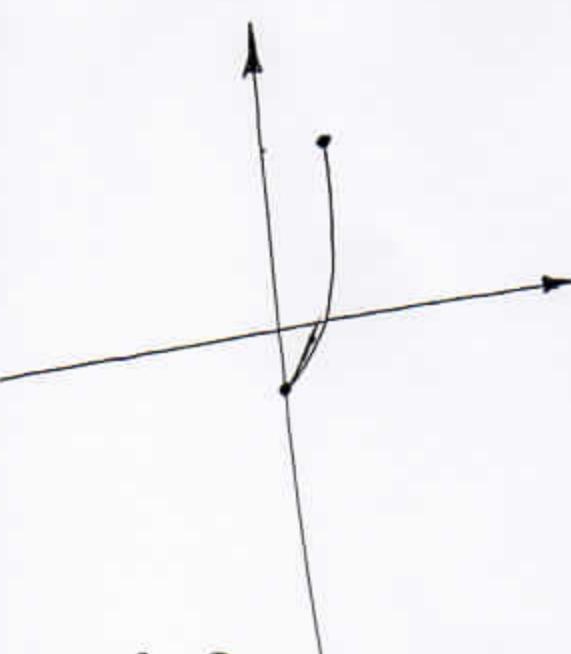
$$k \in [1; 17];$$

$$h \in [1; 17];$$

$$z \in [1; 16].$$

$$+ 2a - 2 \quad +$$

$$\frac{a^3 + a^2 - 2}{a^3 - a^2} \frac{a-1}{a^2 + 2}$$



$$a = 1$$

$$\cancel{a^3 + a^2 - 2 = 0}.$$

$$a^2 - a^2 + 2a - 2 = 0.$$

$$\begin{array}{r} -a^3 + a^2 - 2 \mid a-1 \\ \hline a^3 - a^2 \\ \hline 2a^2 - 2 \\ \hline -2a^2 \end{array} \quad (2)$$

N5

7епнобик

$$\log_{\sqrt{2x+8}}(x-4)$$

$$\log_{(x-4)^2}(5x-26)$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$$

$$\text{О.О.: } x-4 > 0$$

$$5x-26 > 0$$

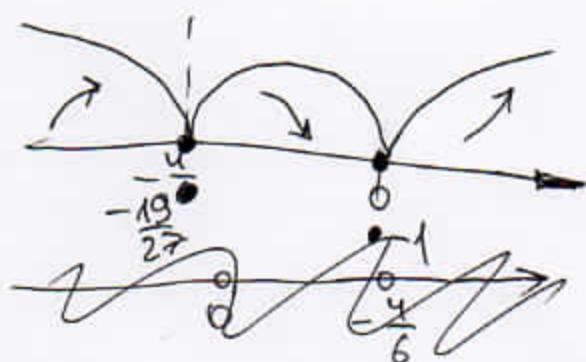
$$2x-8 > 0$$

$$x-4 \neq 1$$

$$5x-26 \neq 1$$

$$2x-8 \neq 1.$$

$$\begin{aligned} & \cancel{\frac{1}{2} \log_{(2x-8)}(x-4)} \\ & \cancel{\frac{1}{2} \log_{(x-4)}(5x-26)} + \\ & \cancel{\frac{1}{2} \log_{(5x-26)}(2x-8)}. \end{aligned}$$



~~$\frac{1}{2} \log_{(2x-8)}(x-4) + \log_{(x-4)}(5x-26) + \log_{(5x-26)}(2x-8)$~~

$$\frac{1}{2} \log_{(2x-8)}(x-4) \log_{(x-4)}(5x-26) \cdot \log_{(5x-26)}(2x-8) = -\frac{16}{27} + \frac{24}{27} - 1^0 - \frac{19}{27}$$

$$= \cancel{\frac{1}{2} \log_{(x-4)}(5x-26)} \cdot \log_{(5x-26)}(x-4) = \cancel{\frac{1}{2}}. -\frac{16}{27} + \frac{8}{9} - 1$$

$$\log_2 4 \cdot \log_4 16 \cdot \log_{16} 2 = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = 1.$$

$$a \cdot a \cdot (a+1) = \frac{1}{2}$$

$$a^3 + a^2 = \frac{1}{2}$$

$$a^3 + a^2 - \frac{1}{2} = 0.$$

$$-\sqrt[4]{2} + 4^{-1} \cdot \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{1}{2} - 1 \\ a(6a+1) = 0.$$

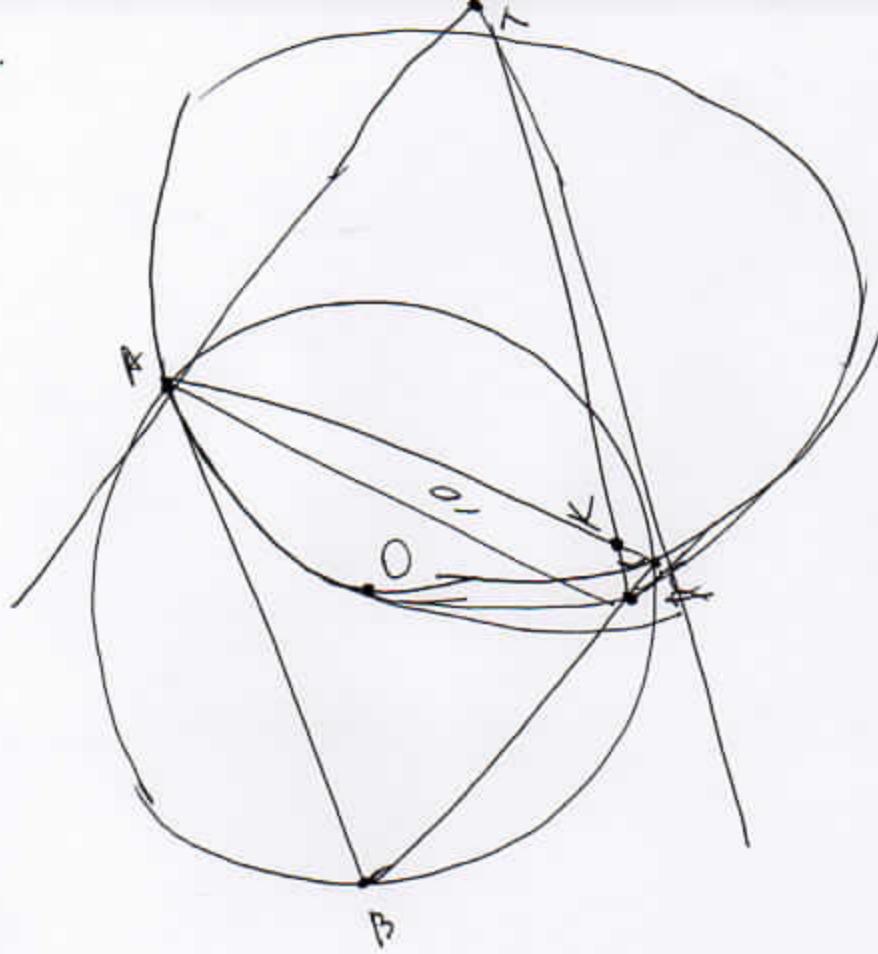
$$6a^2 + 4a = 0 \\ a=0 \quad a = -\frac{4}{6}.$$

~~$a^3 + a^2 - \frac{1}{2} = 0.$~~

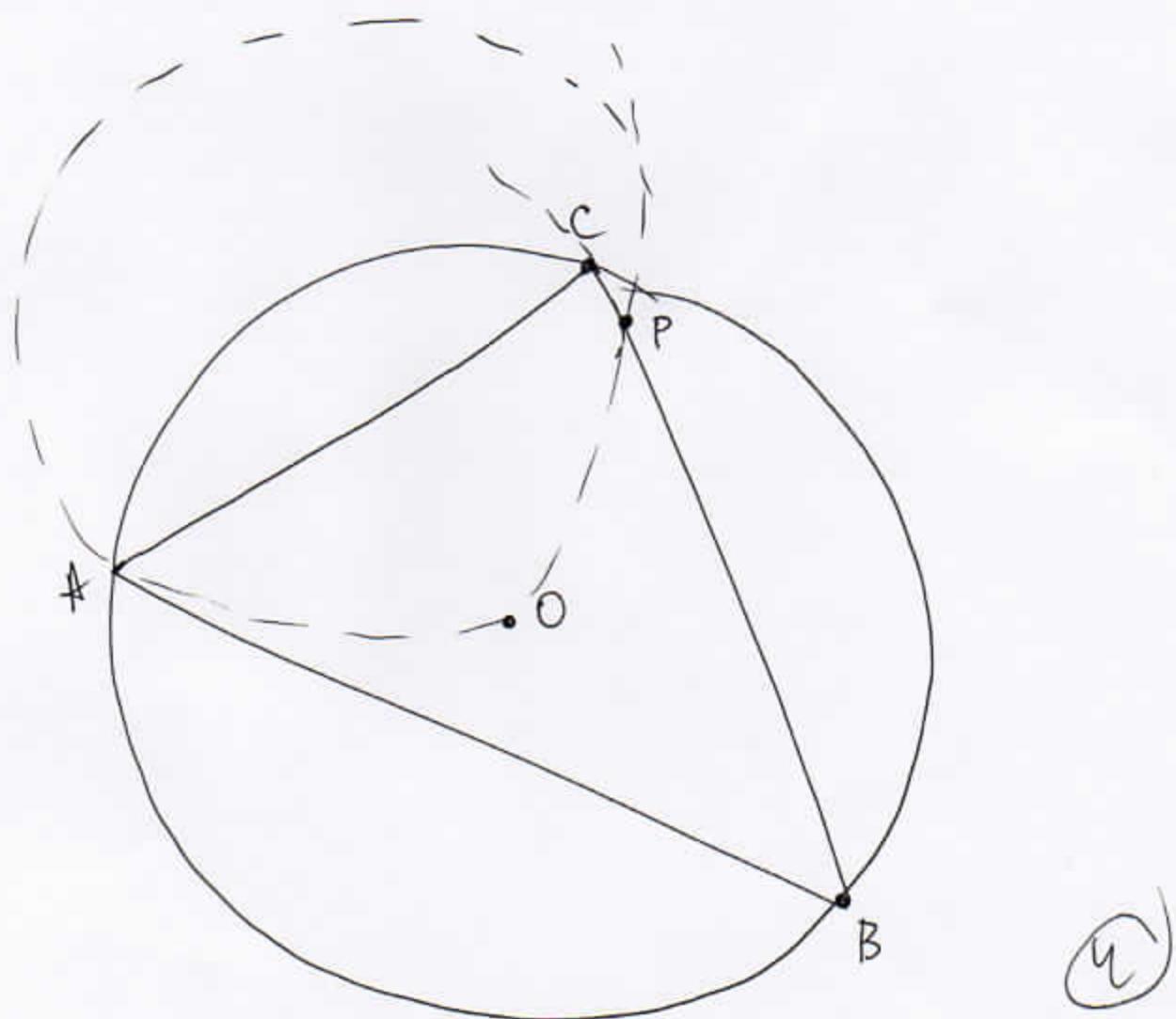
$$-\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 2 + \frac{2^3}{3^2} - 1 = 0.$$

(3)

N6.



Черновик

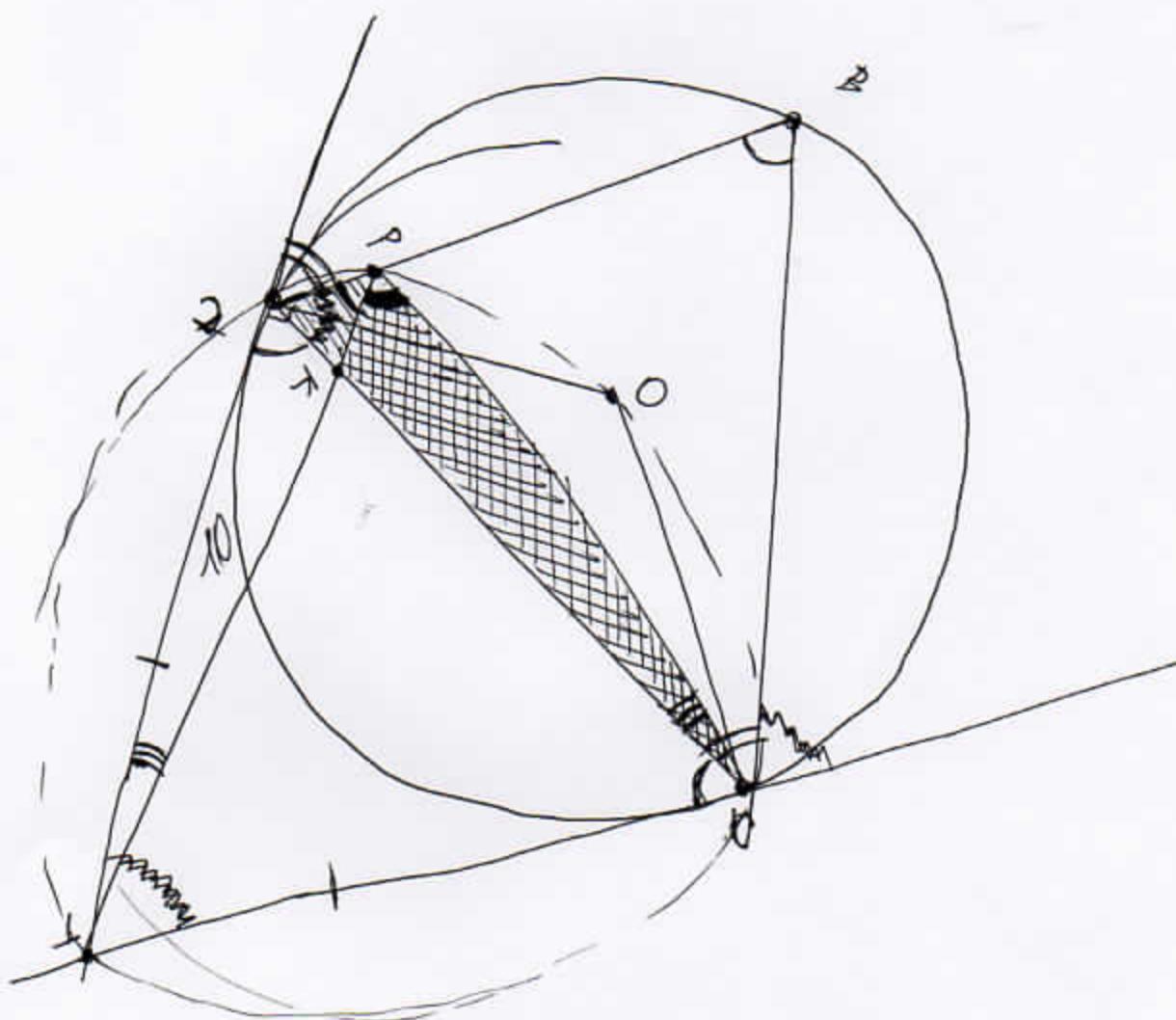


(у)

Topographic

$$S_{DPK} = 8$$

$$S_{APK} = 10$$



(5)