Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100751**

ID профиля: **863531**

Вариант 20

Чистовик.

№1 $\{a_n\}$. $a_n = a_1 + (n-1)d$ — разность. d — целое ≥ 1. (возрастающая).

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 5a_1 + \frac{4\cdot 5}{2} d = 5a_1 + 10d.$$

1) $a_6 \cdot a_{11} = (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 > S + 15.$

2) $a_8 \cdot a_9 = (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) = a_1^2 + 15a_1 d + 56d^2 < S + 39.$

3)
$$a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 - S - 15 > 0.$$
$$a_1^2 + 15a_1 d + 56d^2 - S - 39 < 0$$
$\Downarrow$
$$(a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 - S - 15) - (a_1^2 + 15a_1 d + 56d^2 - S - 39) > 0.$$
$$24 - 6d^2 > 0.$$
$$24 > 6d^2$$
$$4 > d^2$$
$\Downarrow$
$$2 > d \qquad 2 > d \geq 1 \Rightarrow d = 1.$$

$$a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15.$$
$$a_1^2 + 15a_1 + 50 > 5a_1 + 10 + 15$$
$$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0.$$
$$(a_1 + 5)^2 > 0. \Rightarrow a_1 \neq -5.$$

$$a_1^2 + 15a_1 d + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39.$$
$$a_1^2 + 15a_1 + 56 < 5a_1 + 10 + 39.$$
$$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0.$$

$$a_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4\cdot 7}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{72}}{2}.$$

$$a_1 \in \left(\frac{-10 - \sqrt{72}}{2}; \frac{-10 + \sqrt{72}}{2}\right).$$
$\Uparrow$
$\mathbb{Z}$

$$8 < \sqrt{72} < 9$$

$$-1 < \frac{-10 + \sqrt{72}}{2} < -0{,}5$$

$$\frac{-10-9}{2} < \frac{-10 - \sqrt{72}}{2} < \frac{-10-8}{2}.$$
$$-9{,}5 < \frac{-10 - \sqrt{72}}{2} < -8.$$

$\Rightarrow$ $\underline{a_1 = -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1.}$

1.

№3. Чистовик.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 13\\ a^2+b^2\le \min(-4a-6b,13).\end{cases}$$

$M - \{(x,y)\}$

$S_M - ?$

$$a^2+b^2\le\min(-4a-6b,13)\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2\le-4a-6b\\ a^2+b^2\le 13.\end{cases}$$

$a^2+b^2\le-4a-6b.$

$a^2+4a+b^2+6b\le 0.$

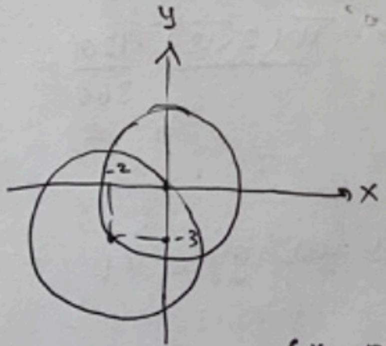
$a^2+4a+4-4+b^2+6b+9-9\le 0.$

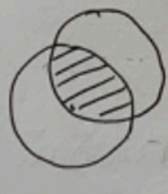
1. $(a+2)^2+(b+3)^2\le 13.$ – круг с центром $(-2,-3)$ ~~(вал~~ радиусом $\sqrt{13}$
2. $a^2+b^2\le 13.$ – круг – с центром $(0,0)$ радиусом $\sqrt{13}$.

~~1 и 2 – это круги.~~

т.к. $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$, то 1 и 2 – круги, которые проходят через центры друг друга.

(a,b) – лежит на пересечении этих кругов.





~~M – множество (x,y) таких, что~~

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 13$ – круг с центром (a,b) и радиусом $\sqrt{13}$ => M – множество (x,y) таких, что найдётся точка (a,b) на пересечении, такая, что расстояние между ними меньше или равно $\sqrt{13}$..

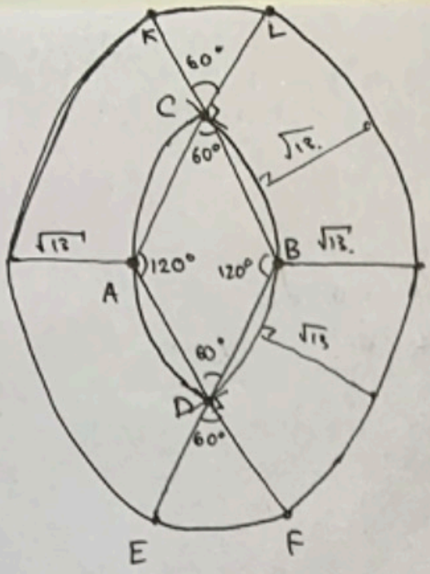
2

21100751 (U863531 M1300439)

Чистовик (3)

~~– от каждой точки на пересечении двух окружностей~~

~~кругов~~



A, B – центры кругов.

H.

~~K~~.

1. для любой точки H на ~~границе~~ ~~AL~~ ~~кривой~~ ~~дуги~~ дуге LF – верно: $AH = 2\sqrt{13}$.

2. для любой точки H на ~~границе дуги~~ дуге KE – верно: $BH = 2\sqrt{13}$

BKE, ALF – это секторы с ~~данной~~ углом 120° круга с радиусом $2\sqrt{13}$ $\Rightarrow S_{ALF} = S_{BKE} = \pi(2\sqrt{13})^2 \cdot \frac{120}{360} = \pi \cdot \frac{52}{3}$

~~[illegible]~~ для любой точки H на дуге KL верно: $HC = \sqrt{13}$.

для любой точки H на дуге EF верно: $HD = \sqrt{13}$

DEF, KCL – секторы углом 60° круга с радиусом $\sqrt{13}$. $\Rightarrow S_{DEF} = S_{KCL} = \pi(\sqrt{13})^2 \cdot \frac{60}{360} = \pi \cdot \frac{13}{6}$.

~~ABCD – ромб~~ ABCD – два р/с ~~[illegible]~~ треугольника со стороной $\sqrt{13}$ $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot \sqrt{13} = \frac{13}{2}$.

площадь $M = S_{ALF} + S_{BKE} - S_{ACBD} + S_{KCL} + S_{DEF} = 2\cdot\frac{52}{3}\pi + 2\cdot\frac{13}{6}\pi - \frac{13}{2}$.

Ответ: $\frac{169}{3}\pi - \frac{13}{2}$.

(5)

Чистовик.

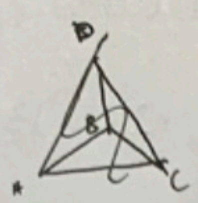
ABCD - два равносторонних треугольника со стороной $\sqrt{13}$ $\Rightarrow S_{ABCD} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{13}\right) \cdot \sqrt{13} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 13\frac{\sqrt{3}}{2}$.

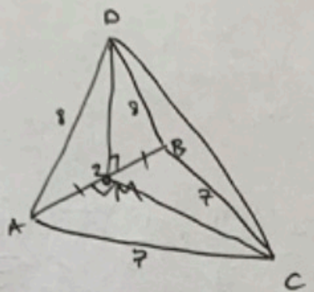
$$S_M = S_{ALF} + S_{BKE} - S_{ACBD} + S_{KCL} + S_{DEF} =$$

$$= \frac{52 \cdot 2}{3}\pi + 2 \cdot \frac{13}{6}\pi - 13\frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{104}{3} + \frac{13}{3}\right)\pi - \frac{13\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 39\pi - 13\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

№2. $AB = 2 \quad AC = BC = 7 \quad AD = BD = 8.$ Чистовик.



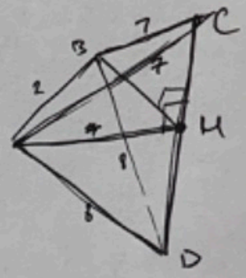


1) Опустим высоту к AB из D. (MD).
$AD = BD \Rightarrow$ MD – медиана $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ M – середина AB.

2) Аналогично, высота к AB из C т.к.
$AC = BC$ также является медианой и
также попадёт в середину. (CM).

3) $AB \perp MD$ и $AB \perp CM \Rightarrow AB \perp CMD \Rightarrow AB \perp CD$.

4) т.к. CD $\parallel$ оси ~~в цилиндра~~ цилиндра, то $AB \perp$ оси цилиндра $\Rightarrow AB \parallel$ основанию цилиндра.



ABH – пл-ть, парал. основанию цилиндра
$CD \perp ABH$. H – проекция C, D на ABH.
радиус цилиндра равен радиусу описанной окр-сти треугольника. ABH.

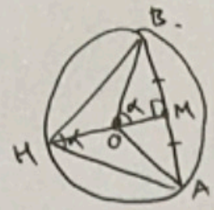
~~5) AC = BC, AD = BD, AC – общая $\Rightarrow$ ABC~~

5) $AC = BC$, CH – общая $\Rightarrow \triangle ACH = \triangle BCH$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow AH = BH$.

5.

21100751 (U863531 M1300439)

Чистовик.



пусть HM – медиана в ABH.

O – центр вписанной окр-сти.

$\angle BHA = \alpha$. $\angle BOA = 2\alpha \Rightarrow \angle BOM = \alpha$ ($\triangle BOM = \triangle AOM$ по двум катетам)

$R = \frac{BM}{\sin\alpha} = \frac{AB}{2\sin\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha}$.

~~Итак~~ Значит, радиус обратно пропорционален синусу $\angle BHA$. $\Rightarrow \angle BHA$ – максимален. (R – минимально).

$\sin\left(\frac{\angle BHA}{2}\right) = \frac{AB}{2\cdot AH} = \frac{1}{AH} \Rightarrow AH$ – минимальна.

$(AH)^2 + (CH)^2 = AC^2 = 49$. $CH + DH = CD$.

$(AH)^2 + (DH)^2 = AD^2 = 64$

CD

$DH^2 - CH^2 = 64 - 49 = 15$.

$(DH - CH)(DH + CH) = 15$.

$(DH - CH)\,CD = 15$.

$CD < AD + AC = 15$.

$15 > DH - CH > 1$. $15 > CD - 2CH > 1$.

$15 > CD > 1$

$DH - CH < CD$

C

$\cancel{(AH)^2 + CH^2 = 49}$.

$2(AH)^2 + CH^2 + DH^2 = 113$.

$\underbrace{2(AH)^2}_{min} + \underbrace{CH^2 + DH^2}_{max} = 113$

$\cancel{2(AH)^2 + CD^2 - 2CH\cdot DH = 113}$.

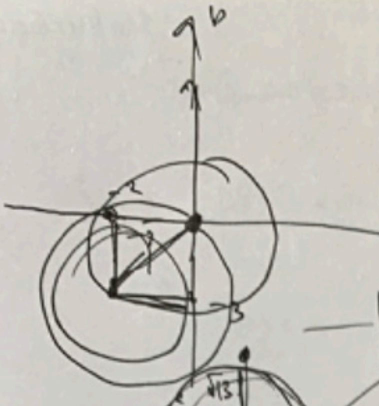
$\cancel{2(AH)^2 + CH^2 + (CD - CH)^2 = 113}$.

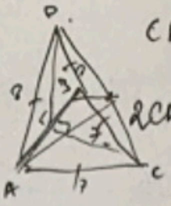
$\cancel{\underbrace{2(AH)^2}_{min} + \underbrace{2(CH)^2 + (CD)^2 - 2CD\cdot CH}_{max} = 113}$.

$1 < CH + DH < 15$ $1 < DH - CH < 15$.

$CH^2 + DH^2$ – max. $CH^2 + DH^2 = \frac{(CH + DH)^2 + (CH - DH)^2}{2}$.

Черновик.





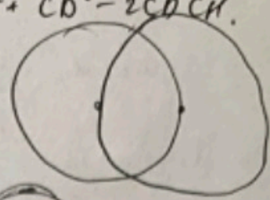
$CH^2+bH^2.$

4

$2CH^2+CD^2-2CDCH.$

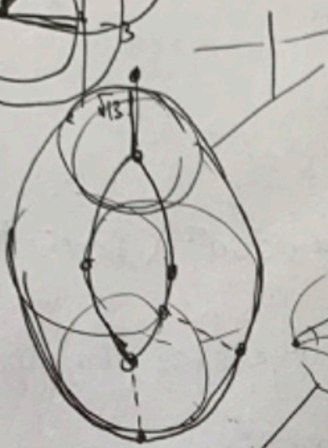
2CH

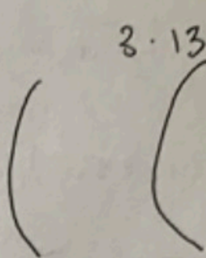
$\frac{104}{3}+\frac{13}{3}\pi.$



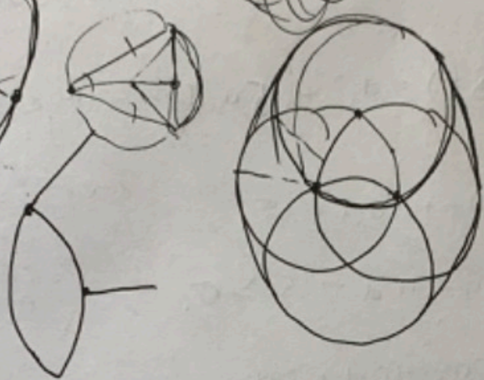
$\frac{117}{3}\pi.$

$3\cdot 13\pi.$





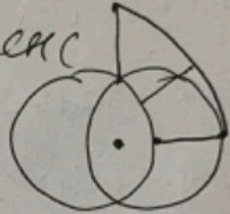
$39\pi-\frac{13}{2}.$



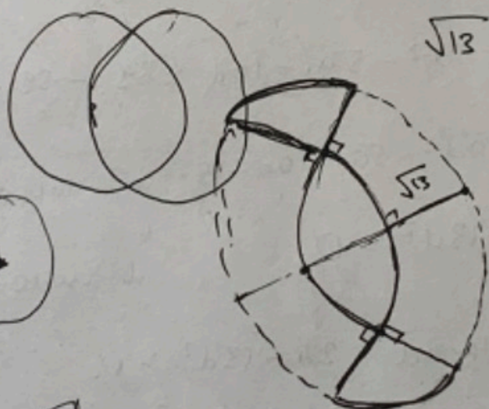
$\cancel{\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}}$

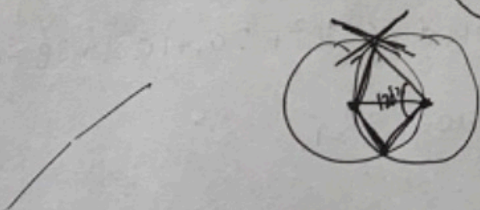
$2CH^2+CD^2-2CD\cdot CH,$

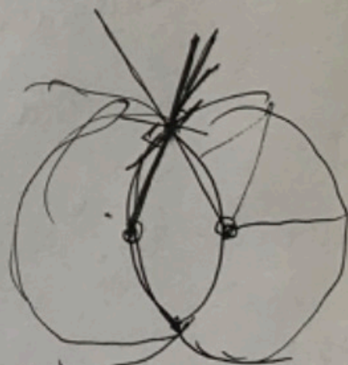
2CHC

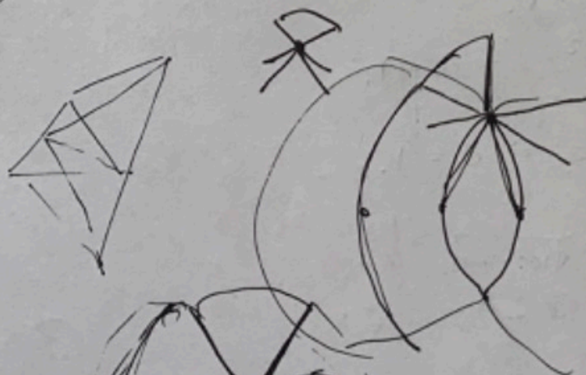


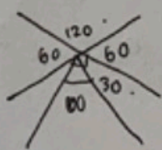
$\sqrt{13}$ $\frac{\sqrt{13}}{2}$

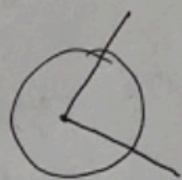


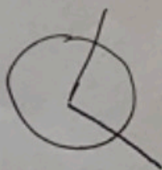


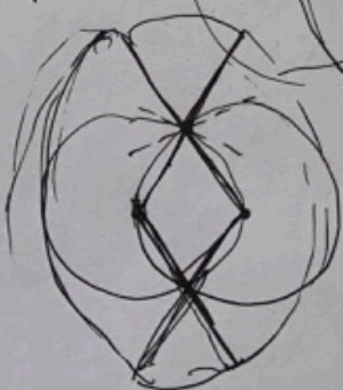












$$\sqrt{13}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{13} = 13\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{13}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{13}$$

Черновик.

№1. $\{a_n\}$ – арифм. прогрессия из целых чисел. возрастающей.

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ $\quad a_6 \cdot a_{11} > S+15. \quad a_8 \cdot a_9 < S+39 \quad a_1 - ?$

$a_n = a_1 + (n-1)d$ $\quad d$ – разность прогрессии.

1) $S = 5 \cdot a_1 + \frac{4 \cdot 5}{2} d = 5a_1 + 10d.$

2) $a_6 \cdot a_{11} = (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 > S + 15 = 5a_1 + 10d + 15$

3) $a_8 \cdot a_9 = (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) = a_1^2 + 15a_1 d + 63d^2 < S+39 = 5a_1 + 10d + 39.$

4) $\cancel{a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15.}$

$\cancel{a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 - 5a_1 - 10d - 15 > 0.}$ $\quad a > 0 \quad b < 0$

$\Downarrow$

$\cancel{a_1^2 + 16a_1 d + 63d^2 < 5a_1 + 10d + 39.}$ $\quad a - b > 0.$

$\cancel{a_1^2 + 16a_1 d + 63d^2 - 5a_1 - 10d - 39 < 0.}$

$\cancel{a_1^2 + 15a_1 d + 50d^2 - 5a_1 - 10d - 15 - a_1^2 - 16a_1 d - 63d^2 + 5a_1 + 10d + 39 > 0.}$

$\cancel{24 - a_1 d - 13d^2 > 0,}$ $\quad d$ – целое. $\geq 1.$

$100 - 28 = 72.$ $\quad \cancel{24-3d} \quad 24 - 13d^2 > 0.$

$24 > 13d^2 \quad \Rightarrow d = 1.$

72,

8.5. $\quad a_1^2 + \quad 2 > \frac{24}{13} > d^2. \quad \Rightarrow d = 1.$

72.25.

$\sqrt{100 - 4 \cdot 49}.$

$a_1^2 + 30a_1 + 200 - 5a_1 - 20 + 15 > 0.$

$a_1^2 + 25a_1 + 195 > 0. \quad 5 \quad a$

21100751 (U863531 M1300439)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100751**

ID профиля: **863531**

Вариант 20

Чистовик.

№4 $\begin{cases} НОД(a,b,c)=10. \\ НОК(a,b,c)=2^{17}\cdot5^{16}. \end{cases}$

$a=a_1\cdot10$ $b=b_1\cdot10$ $c=c_1\cdot10$. $a_1 b_1 c_1$ – взаимнопросты.

огда $НОК(a,b,c)=a_1\cdot b_1\cdot c_1\cdot НОД(a,b,c)=$

$=a_1\cdot b_1\cdot c_1\cdot10=2^{17}\cdot5^{16}$.

$a_1\cdot b_1\cdot c_1=2^{16}\cdot5^{15}$.

a_1 b_1 c_1 взаимно просты.

$\Rightarrow$ $2^{16}\cdot5^{16}\cdot1$.

$\Rightarrow$ не нарушая общности, $a_1=2^{16}$, $b_1=5^{15}$, $c_1=1$ или $a_1=2^{16}\cdot5^{15}$, $b_1=1$, $c_1=1$.

$\Rightarrow$ 2 варианта:

1: одно из чисел равно $2^{16}\cdot10=5\cdot2^{17}$.

одно из чисел равно $5^{15}\cdot10=2\cdot5^{16}$.

одно из чисел равно $1\cdot10=10$.

$3!$

2: одно из чисел равно $2^{16}\cdot5^{15}\cdot10=2^{17}\cdot5^{16}$.

остальные равны $1\cdot10=10$.

3.

$3!+3=6+3=9$

Ответ: 9.

Чистовик.

N5. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$ $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$ $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$.

ОДЗ: $\cancel{x=}$ $x>4$ $x\neq 5$.

$2x-8\neq 1$. $x\neq 4{,}5$. $5x-26>0$. $\neq 1$.

$x>\frac{26}{5}$ $\neq\frac{27}{5}$,

1). $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)=\log_{(x-4)^2}(5x-26)$.

$2\log_{2x-8}(x-4)=\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$.

$\cancel{\frac{2}{\log_{(x-4)}}}$ $4=\frac{\log_{(x-4)}(5x-26)}{\log_{(2x-8)}(x-4)}$.

$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)+1=\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$2\log_{(2x-8)}(x-4)+1=2\log_{5x-26}(2x-8)$

$\cancel{\frac{1}{2}=2+1}$ $\frac{1}{2}=\log_{5x-26}(2x-8)-\log_{2x-8}(x-4)$.

$\log_a b\log_b c=$
$=\log_a c$

$\frac{1}{2}\log_{2x-8}(x-4)=\log_{5x-26}(x-4)-\log^2_{2x-8}(x-4)$

$4\log_{(2x-8)}(x-4)=\frac{1}{\log_{(5x-26)}(x-4)}$ $\log_{(5x-26)}(x-4)=a$.

$\log_{2x-8}(x-4)=b$.

$4b=\frac{1}{a}$.

$\frac{1}{2}b=a-b^2$.

2

Чистовик

$\cancel{\frac{1}{2}b = \frac{1}{4b} + b^2}$

$\cancel{2b^2 = 1 + 4b^3}$

$\cancel{4b^3 - 2b^2 + 1 = 0}$

$\frac{1}{2}b = \frac{1}{4b} - b^2$

$4b^3 + 2b^2 - 1 = 0.$

$\cancel{4\left(b-\frac{1}{2}\right)\left(b^2+b+\frac{1}{2}\right)}$

$4\left(b-\frac{1}{2}\right)\left(b^2+b+\frac{1}{2}\right) = 0.$

$\vee$

$0.$

$a = \frac{1}{4\cdot\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}.$

$\Rightarrow \quad \Rightarrow b = \frac{1}{2}.$

$\log_{2x-8}(x-4) = \frac{1}{2}.$

$\log_{5x-26}(x-4) = \frac{1}{2}.$

$\Rightarrow 5x - 26 = 2x - 8.$

$\cancel{3x = 34}.\ 3x = 18.$

$\underline{x = 6}.$

2). $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$1 + \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \log_{(x-4)^2}(5x-26).$

$2\log_{2x-8}(x-4) = 2\log_{5x-26}(2x-8).$

$\log_{2x-8}(x-4) = \log_{5x-26}(2x-8)$

$1 + 2\log_{2x-8}(x-4) = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26)$

$\log_{2x-8}{}^2(x-4) = \log_{5x-26}(x-4).$

$1 + 2\log_{2x-8}(x-4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\log_{5x-26}(x-4)}$

$\log_{5x-26}(x-4)=b.$ $\log_{2x-8}(x-4)=a.$

$a^2=b.$

Чистовик.

$1+2a=\frac{1}{2b}.$

$\cancel{1+4a}$ $2b+4ab=1.$

$2a^2+4a^3=1.$

$4a^3+2a^2-1=0.$ $4(a-\frac{1}{2})(a^2+a+\frac{1}{2})=0$

$\vee 0$

$a=\frac{1}{2}.$

$\log_{2x-8}(x-4)=\frac{1}{2}$ $b=a^2=\frac{1}{4}.$

$\cancel{\log_{5x-26}(x-4)=\frac{1}{4}}$

$\cancel{4=\log_{(x-4)}(5x-26)}$

$\cancel{2=\log_{(x-4)}(2x-8).}$

$\cancel{\Rightarrow 5x-26=(2x-8)^2.}$

$\cancel{5x-26=4x^2-32x+64.}$

$\cancel{4x^2-37x+90=0.}$

$\log_{(x-4)}(2x-8)=2.$

$\cancel{(x-4)}$ $(x-4)^2=2x-8$

$(x-4)^2=2(x-4)$

$x-4=2$

$x\neq 4.$

$\underline{x=6}.$

4

Чистовик

3) $\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$

$1 + \log_{(x-4)^2}(5x-26) = \log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$.

$\frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26) = 2\log_{5x-26}(2x-8)$

$1 + \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26) = 2\log_{2x-8}(x-4)$.

$\frac{1}{2}\log^2_{(x-4)}(5x-26) = 2\log_{x-4}(2x-8) = \frac{2}{\log_{2x-8}(x-4)}$.

$\log_{x-4}(5x-26) = a \quad \log_{2x-8}(x-4) = b$.

$\frac{1}{2}a^2 = \frac{2}{b}$. $\quad 1 + \frac{1}{2}a = 2b$.

$\cancel{a^2 b = 4}$. $b = \frac{4}{a^2}$.

$1 + \frac{1}{2}a = \frac{8}{a^2}$ $\quad a^2 + \frac{1}{2}a^3 = 8$.

$\cancel{2a^2 + a^3 = 16a}$ $\quad \frac{1}{2}a^3 + a^2 - 8 = 0$.

$\cancel{\frac{1}{2}(a-2)(a^2+8a+16)}$

$\frac{1}{2}(a-2)(a^2+4a+8) = 0$.

$\frac{1}{2}(a-2)(a+2)^2 = 0$. $\quad a = 2, -2$.

5

21100751 (U863531 M1300440)

Чистовик

$a = 2.$ $\log_{x-4}(5x-26) = 2.$

$(x-4)^2 = 5x-26.$

$x^2 - 8x + 16 = 5x - 26.$

$x^2 - 13x + 42 = 0.$

~~$x_{1,2}$~~ $\frac{13 \pm \sqrt{169-168}}{2} = \frac{13 \pm 1}{2} = 7, 6.$

~~Ответ: $x = 6, 7.$~~

$a = -2.$

$b = \frac{4}{a^2} = \frac{4}{4} = 1.$

~~$\log_{(x-4)}(5x-26) = -2,$~~

~~$(5x-26) = 1$~~

$\log_{2x-8}(x-4) = 1.$

$x - 4 = 2x - 8.$

$x = 4$ X.

~~7 не~~

$x = 7$ не подходит

Ответ: $x = 6.$

(6)

21100751 (U863531 M1300440)

$\frac{2\ln(x-4)}{\ln(x-4)+\ln 2}$ $\frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)}$ $\log_2(2)$ $\frac{2\ln(2x-8)}{\ln(5x-26)}$ $\log_4(4)$ $\log_2(4)$.

$\begin{array}{r} 37 \\ +37 \\ \hline \end{array}$

$\frac{2\ln(x-4)}{\ln(x-4)+\ln 2} = \frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)} = \frac{2\ln(2x-8)}{\ln(5x-26)} - 1$. log $\log_9(9)$.

$\log_{\sqrt{6}} 3$.

$\frac{2a}{a+\ln 2} = \frac{b}{2a} = \frac{2(a+\ln 2)}{b} - 1$.

$169 - 4\cdot 42$

$169 - 168$

$4a^2 = ab + b\ln 2$.

$4\cdot -\frac{1}{8} - 2\cdot\frac{1}{4}$.

$b^2 = 4a(a+\ln 2) - 2ab$

$4b^3 + 2b^2 - 1 \,|\, b - \frac{1}{2}$.
$-4b^3 -$ $\quad 4b^2$

$4a^2 = ab + b\ln 2$.

$b^2 = 4a^2 + 4a\ln 2 - 2ab$. $\log_{\sqrt{6}}(3)$ $\log_9(9)$

$4a^2 + b^2 = ab + 4a\ln 2 + b\ln - 2ab + 4a^2$.

$b^2 + 2ab = ab + 4a\ln 2 + b\ln 2$. $\log_3(6)$.

$b^2 + ab = 4a\ln 2 + b\ln 2$ $\quad 4\cdot\frac{1}{8}$

4a $b(a+b) = (4a+b)\ln 2$. $\log_2(2) = 1$.

$(5x-26)^{\ln(x-4)+\ln(5x-26)} = 2^{4\ln(x-4)+\ln(5x-26)}$.

$b(a+b) = (a+b)\ln 2 + 3a\ln 2$

$(b-\ln 2)(a+b) = 3a\ln 2$. $\log_4(4) = 1$.

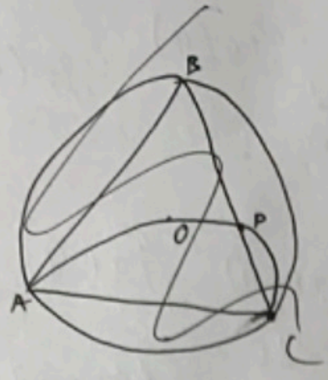
$4a^2 - b^2 = ab + b\ln 2 - 4a^2 - 4a\ln 2 + 2ab$.

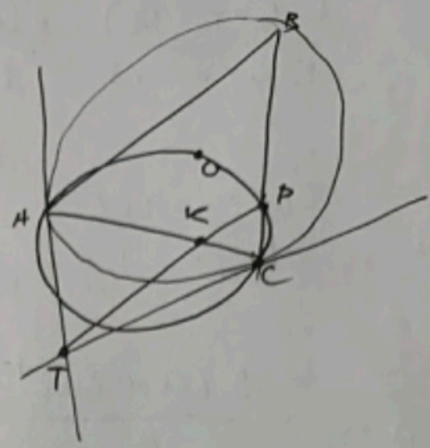
$(4a+b)(4a-b) = 3ab + (b-4a)\ln 2 - 4a^2$ $\log_2(4)$

ЧЕРНОВИК

21100751 (U863531 M1300440)

№6.





$S_{\triangle APK}=10.$

$S_{\triangle CPK}=8.$

a).

$\frac{1}{2}h = 4b$

$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = \log_{(x-4)^2}(5x-26).$

$2\log_{5x-26}(2x-8) = \frac{1}{2}\log_{(x-4)}(5x-26).$

$\frac{1}{2}\log_{2x-8}(x-4) = \log_{5x-26}(x-4) - \log^2_{2x-8}(x-4).$

$4\log$

ЧЕРНОВИК.

№5. $\frac{2\cdot\ln(2x-8)}{\ln(5x-26)} = 1 + \frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)}$ ЧЕРНОВИК

~~$2\ln(2x-8)$~~

$\frac{2(a+\ln 2)}{\ln(5x-26)} = 1 + \frac{\ln(5x-26)}{2a}$

$2(a+\ln 2)2a = \ln(5x-26)\cdot 2a + \ln^2(5x-26)$

$\ln(5x-26) = b$

Итого: $\begin{cases} 2(a+\ln 2)a - 2\ln 2\, a = b(\ln 2 + a) \\ 2(a+\ln 2)2a = b\cdot 2a + b^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4a^2 = b\cdot\ln 2 + ab \\ 4a^2 + 4\ln 2\, a = 2ab + b^2 \end{cases}$

$4a^2 + 2ab + b^2 = \ln 2\cdot b + 4\ln 2\cdot a + ab + 4a^2$

$b^2 + ab = \ln 2(b + 4a)$

~~$\ln(5x^2$~~ $\ln^2(5x-26) + \ln(5x-26)\ln(x-4) =$

$= \ln 2(\ln(5x-26) + 4\ln(x-4))$

$(5x-26)^{\ln(5x-26)+\ln(x-4)} = 2^{\ln(5x-26)+4\ln(x-4)}$

ЧЕРНОВИК

$$\frac{2\ln(2x-8)}{\ln(5x-26)} = \frac{2\ln(x-4)}{\ln(2x-8)}$$

$$\ln^2(2x-8) = \ln(x-4)\ln(5x-26).$$

$$\frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)} = \cancel{\ln 5x}\ \frac{\ln(2x-8)\,2}{\ln(5x-26)}+1.$$

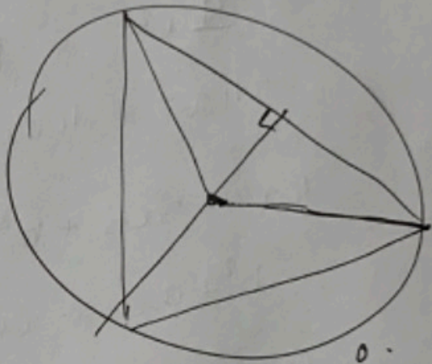
$$\frac{b}{2a} = \frac{(a+\ln 2)\,2}{b}+1.$$

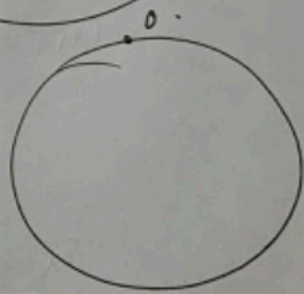
$$b^2 = 4a^2+4a\ln 2+2a.$$

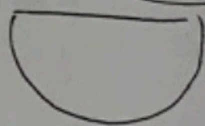
$$(\ln 2+a)^2 = a\cdot b.$$

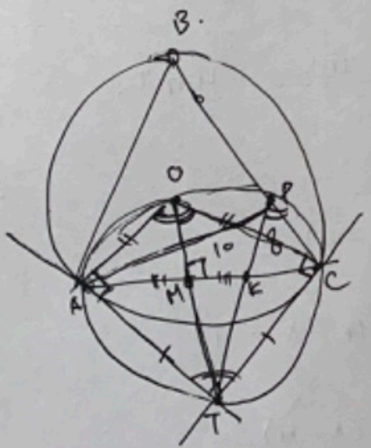
$$b^2 = 4a^2+4a\ln 2+2a^2$$

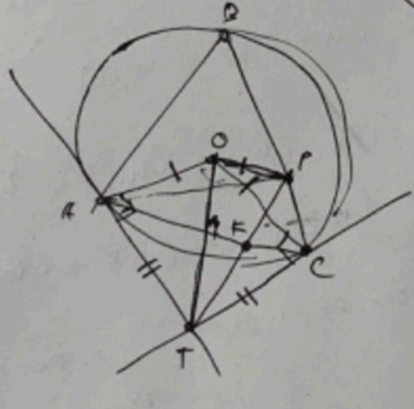
$$\ln^2 2+2\ln 2a+a^2 = ab$$

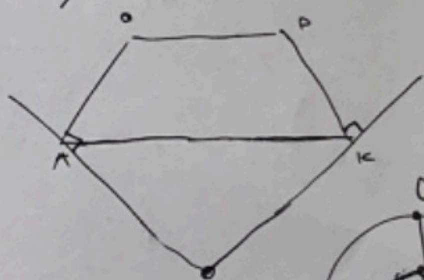




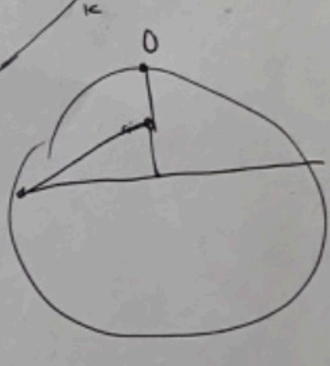


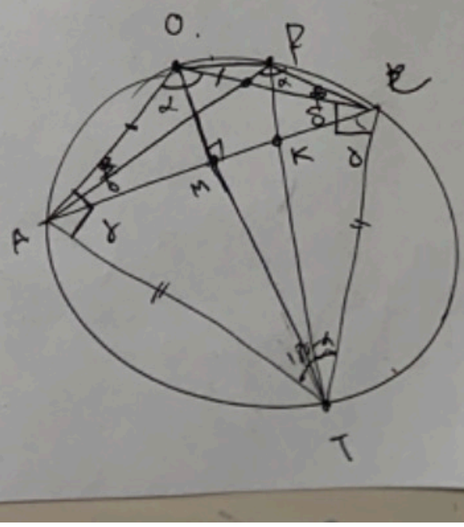






$$\frac{AK}{KC} = \frac{10}{8}.$$





Черновик

№5. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$, $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$.

ОДЗ: $2x-8>0 \neq 1$. $\quad 5x-26>0 \neq 1$.

$x>4 \quad x\neq 4.5 \qquad x>\frac{26}{5}=5.2 \quad x\neq\frac{27}{5}=5.4$.

$\cancel{\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2\log_{(2x-8)}(x-4) = 2\log_{2x-8}\left(\frac{2(x-4)}{2}\right) =}$

$\cancel{= 2\log_{(2x-8)}(2x-8) - 2\log_{2x-8}(2) = 2 - 2\log_{2x-8}2}$.

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = \frac{\ln(x-4)}{\ln\sqrt{2x-8}} = \frac{2\ln(x-4)}{\ln(2x-8)} = \frac{2\ln(2x-8)-\ln(2)\cdot 2}{\ln(2x-8)} =$$

$$= \cancel{2-\ln 2} \quad 2-\frac{2\cdot\ln 2}{\ln(2x-8)}$$

$$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = \frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)}.$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = \frac{\ln(2x-8)}{\frac{1}{2}\ln(5x-26)} = \frac{2\ln(2x-8)}{\ln(5x-26)}.$$

1) $$2-\frac{2\ln 2}{\ln(2x-8)} = \frac{\ln(5x-26)}{2\ln(x-4)}$$

$$2\ln(2x-8) - 2\ln 2 = \ln(5x-26)\,\frac{\ln(2x-8)}{2\ln(x-4)}.$$

$$2(2\ln(2x-8)\ln(x-4) - 2\ln 2\,\ln(x-4)) = \ln(5x-26)\ln(2x-8).$$

$\ln(x-4)=a$.

$$\cancel{2}(a+\ln 2)a - \cancel{2}\ln 2\cdot a = \ln(5x-26)(\ln 2+a)$$

21100751 (U863531 M1300440)