

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100247**

ID профиля: **337142**

Вариант 20

Числовик Задача №1

1) Заметим, что из условия задачи видно, что $d > 0$ и $d \in \mathbb{Z}$. Также из условия задачи можно выразить S через d и a_1 . $S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d$.

$$2) \begin{cases} a_6 a_{11} > S + 15 \\ a_8 a_9 < S + 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > S + 15 \\ (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < S + 39 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > S + 15 & (1) \\ a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 < S + 39 & (2) \end{cases}$$

Вычтем из (1) неравенства (2) неравенство. Отсюда, что знак в полученном неравенстве заменится на противоположный.

Получим: $-6d^2 \geq -24 \Rightarrow d^2 \leq 4 \Rightarrow d = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, но так как $d > 0$, то наибольшим значением $d = 1$, $d = 2$.

3) Случай 1: $d = 1$

Подставим в условия задачи:

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > S + 15 \\ a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 < S + 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 15a_1 + 50 - 15 > S \\ a_1^2 + 15a_1 + 56 - 39 < S \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 + 35 > S \\ a_1^2 + 15a_1 + 17 < S \end{cases} \quad \text{Получим } S \text{ будем писать как } 5a_1 + 10d$$

Тогда: $\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 + 35 > 5a_1 + 10 \cdot 1 \\ a_1^2 + 15a_1 + 17 < 5a_1 + 10 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \quad (*) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ (a_1 - (-5 + \sqrt{18}))(a_1 - (-5 - \sqrt{18})) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

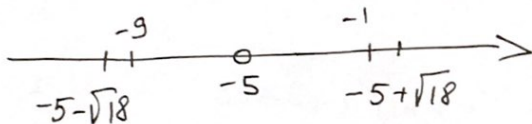
* Разложим на множители неравенство:

$$a_1^2 + 10a_1 + 7 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 7 = 18$$

$$\begin{cases} a_1 = -5 + \sqrt{18} \\ a_2 = -5 - \sqrt{18} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ (a_1 + 5 - \sqrt{18})(a_1 + 5 + \sqrt{18}) < 0 \end{cases}$$



Так как $a \in \mathbb{Z}$, то получаем $a \in \{-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1\}$

Случай 2: $d = 2$

Снова подставим $d = 2$ в исходное выражение:

$$\begin{cases} a_1^2 + 30a_1 + 200 > 5a_1 + 20 + 15 \\ a_1^2 + 30a_1 + 224 < 5a_1 + 20 + 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 25a_1 + 165 > 0 \\ a_1^2 + 25a_1 + 165 < 0 \end{cases}$$

\Rightarrow решений этой системы нет, так как знаки строчные.

Ответ: $a_1 = \{-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1\}$.

Условие
Задача 3

1) Используем второе неравенство подробнее:

$$a^2 + b^2 \leq \min(-4a - 6b, 13)$$



$$\begin{cases} -4a - 6b < 13 \\ a^2 + b^2 \leq -4a - 6b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a - 6b \geq 13 \\ a^2 + b^2 \leq 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 6b < 13 \\ a^2 + 4a + 4 + b^2 + 6b + 9 < 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 6b \geq 13 \\ a^2 + b^2 \leq 13 \end{cases}$$

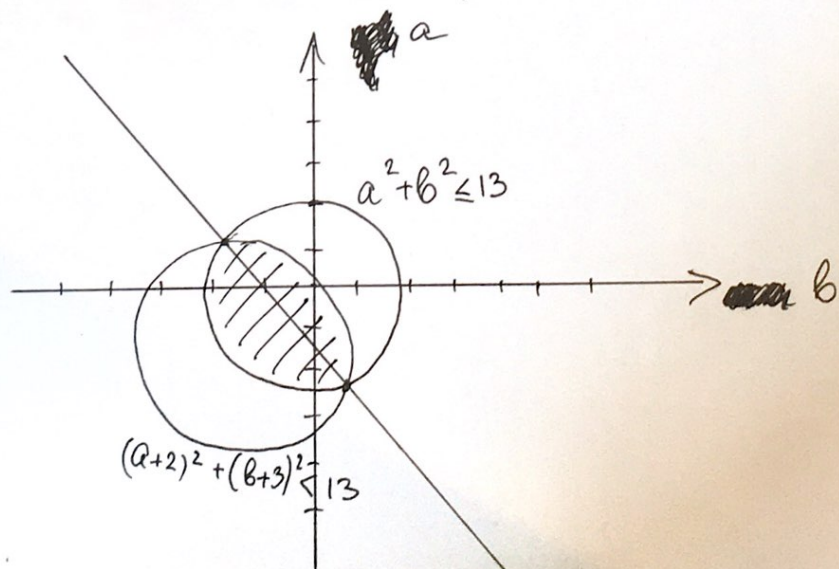
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 6b < 13 \\ (a+2)^2 + (b+3)^2 < 13 \\ -4a - 6b \geq 13 \\ a^2 + b^2 \leq 13 \end{cases}$$

2) $-4a - 6b = 13$

$$a = -\frac{6}{4}b - \frac{13}{4}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{3}{2}b - \frac{13}{4}$$

Можно построить прямую $a = -\frac{3}{2}b - \frac{13}{4}$



3) Знаем, что M - множество точек плоскости, относящихся от заштрихованной области не далее чем $\sqrt{13}$.
Поскольку заштрихованная область это возмущение (a, b) , а

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 13 \Leftrightarrow \text{расстояние от } (x, y) \text{ до } (a, b) \text{ не больше } \leq \sqrt{13}.$$

Кепнобуки

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \underline{a_1} + \underline{a_1 + d} + \underline{a_1 + 2d} + \underline{a_1 + 3d} + \underline{a_1 + 4d} = 5a_1 + 10d = 5(a_1 + 2d)$$

$$\begin{cases} (a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > S + 15 \\ (a_1 + 7d)(a_1 + 8d) < S + 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 50d^2 > 5a_1 + 10d + 15 \\ a_1^2 + 15a_1d + 56d^2 < 5a_1 + 10d + 39 \end{cases}$$

$$\cancel{a_1^2 + 15a_1d + 50d^2} - \cancel{a_1^2 + 15a_1d + 56d^2} > \cancel{5a_1 + 10d + 15} - \cancel{5a_1 + 10d + 39}$$

$$-6d^2 \geq -24$$

$$d^2 \leq 4$$

$$d = \pm 1$$

$$d = \pm 2$$

$$\cancel{d = 0}$$

$$\Rightarrow d = 1, 2$$

1) $d = 1$

$$a_1^2 + 15a_1 + 50 - 15 > 5a_1 + 10$$

$$a_1^2 + 15a_1 + 17 - 10 < 5a_1$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$$

$$(a_1 + 5) = \underline{a_1^2 + 10a_1 + 25}$$

$$D = 100 - 4 \cdot 7 = 72 \quad \vee$$

$$x_1 = \frac{-10 \pm \sqrt{72}}{2} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{18}}{2} = -5 \pm \sqrt{18}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ -28 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 72 / 2 \\ 36 / 2 \\ 18 / 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 9 \\ \hline 9 / 3 \\ 3 / 3 \end{array} \quad \sqrt{18}$$

$$(a_1 + 5)^2 > 0$$

Мернобун

$$(a_1 - (-5 + \sqrt{18})) (a_1 - (-5 - \sqrt{18})) < 0$$

$$-5 + \sqrt{18} > -5$$

$$-5 - \sqrt{18} < -5$$

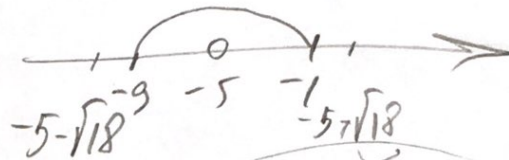
$$\sqrt{18} > 0$$

$$-\sqrt{18} < 0$$

$$\sqrt{78} > 0$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{18} < 5$$



$$\underline{-5 + \sqrt{18} > -1}$$

$$\underline{-5 - \sqrt{18} < -9}$$

$$a_1 = \{-1, \dots, -9\}$$

0 < 6 ↗

2) d = 2

$$a_1^2 + 15 \cdot 2a_1 + 50 \cdot 2 > 5a_1 + 20 + 15$$

$$a_1^2 + 30a_1 + 200 - 20 - 15 > 5a_1$$

$$\underline{a_1^2 + 25a_1 + 165 > 0}$$

$$a_1^2 + 15 \cdot 2 + 56 \cdot 4 < 5a_1 + 20 + 39$$

$$a_1^2 + 30a_1 + 224 - 39 - 20 < 5a_1$$

$$\underline{a_1 + 25a_1 + 165 < 0}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 4 \\ \hline 224 \end{array}$$

↖
x < y
x > y

стр. 2

Чепубук

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$$

$$S = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 5a_1 + 10d$$
$$= 5(a_1 + 2d) = S$$

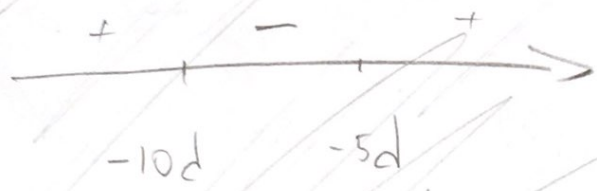
$$\frac{S}{5} = a_1 + 2d$$

$$\frac{S}{5} - 2d = a_1$$

$$(a_1 + 5d)(a_1 + 10d) > S + 15$$

$$a_1^2 + 5da_1 + 10da_1 + 50d^2 > 5(a_1 + 2d) + 15$$

$$a_1^2 + 15da_1 + 50d^2 > \frac{S}{5} - 2d + 15$$



$$\frac{10}{-39} \frac{1}{7}$$

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 413 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$(a_1 + 4d)(a_1 + 8d) < S + 39$$

$$a_1^2 + 4da_1 + 8da_1 + 56d^2 - 39 < S$$

$$a_1^2 + 12da_1 + 56d^2 - 39 < S$$

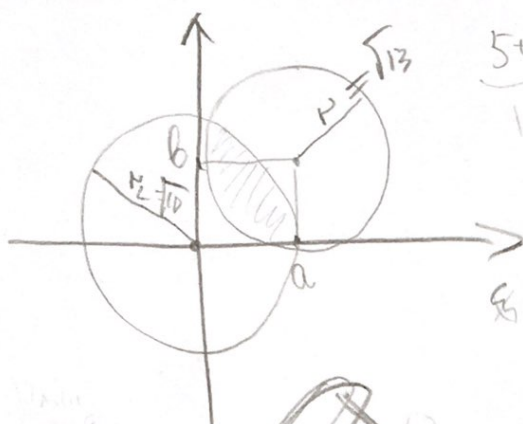
$$D = 225d^2 - 4(56d^2 - 39) = 225d^2 - 224d^2 + 156$$

$$= d^2 + 156$$

$$a = \frac{-12d \pm \sqrt{d^2 + 156}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 4 \\ \hline 224 \end{array}$$

Ср 3



Top
 $\frac{5+7}{12+1}$

Минимум

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 13 \\ x^2 + y^2 \leq \min(-4a-6b, 13) \end{cases}$$

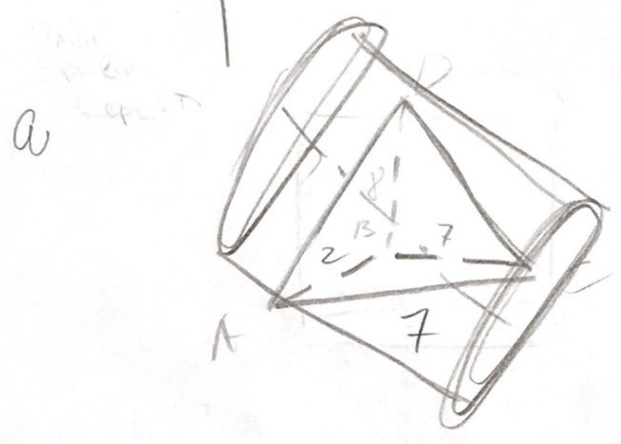
$a=1 \quad (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 13$
 $b=1 \quad x^2 + y^2 \leq (-40)$



$a+b < 0$

$a=1 \quad (x+1)(y+1)^2 \leq 13$
 $b=-2 \quad (x)^2 + (y)^2 \leq \min(10, 13)$

10



$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 13 \\ y^2 \leq \min(-4a-6b, 13) - x^2 \end{cases}$$

$(a+7d)(a+8d) - 39$

Стр 4

Упробук

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq \min(-4a - 6b; 13) & (1) \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a - 6b \leq 13 \\ a^2 + b^2 \leq -4a - 6b \end{cases}$$
$$\begin{cases} -4a - 6b \geq 13 \\ a^2 + b^2 \leq 13 \end{cases}$$

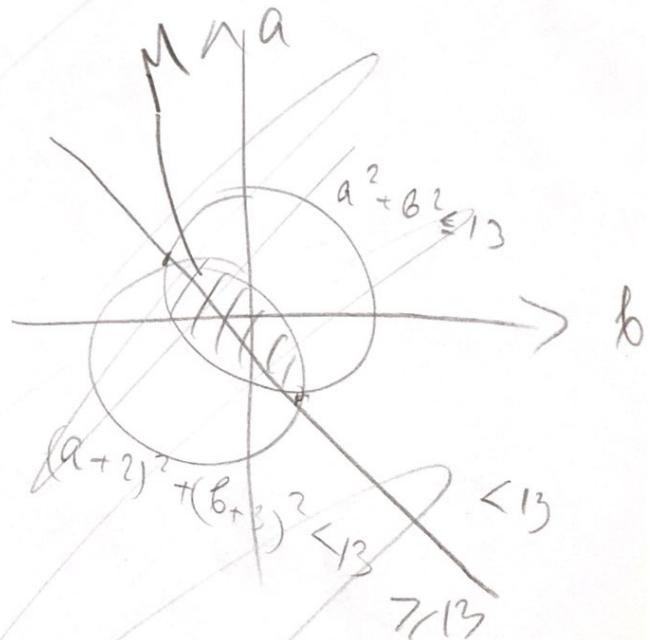
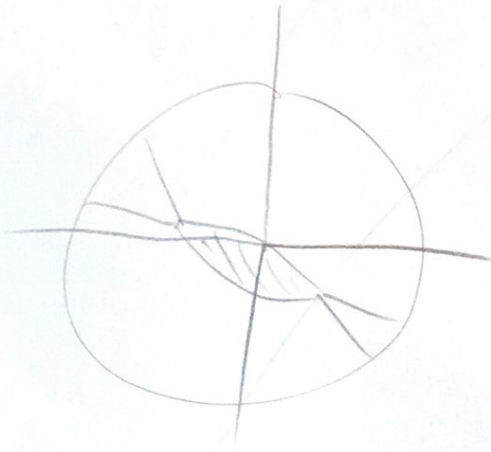
$$\begin{cases} a^2 + 4a + 4 + b^2 + 6b + 9 \leq 13 \\ = \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+2)^2 + (b+3)^2 < 13 \\ a^2 + b^2 \leq 13 \end{cases}$$

$$(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$$

$$(b+3)^2 = b^2 + 6b + 9$$

$$\begin{aligned} -4a - 6 &= 13 \\ -13 - 6b &= 4a \\ a &= -\frac{6}{4}b - \frac{13}{4} \\ a &= -\frac{3}{2}b - \frac{13}{4} \end{aligned}$$



Стр 5

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100247**

ID профиля: **337142**

Вариант 20

Числовик
Задача №4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 10 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 5^{16} \end{cases}$$

1) $\text{НОД} \cdot \text{НОК} = abc = 2^{18} \cdot 5^{17}$

2) Пусть $a = 2^{\alpha_1} \cdot 5^{\beta_1}$
 $b = 2^{\beta_1} \cdot 5^{\beta_2}$, где $\min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1$
 $c = 2^{\gamma_1} \cdot 5^{\gamma_2}$ $\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 1$

Тогда $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 18$, а $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 17$

3) Заметим, что для того чтобы $\text{НОД}(a, b, c) = 10$, одно из $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ должно быть 1.

Тогда рассмотрим 3 варианта:

- $\alpha_1 = 1 \Rightarrow \beta_1 + \gamma_1 = 17$, где $\beta_1 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$, а значит γ_1 определяется однозначно как $\gamma_1 = 17 - \beta_1$. Следовательно, 16 вариантов значений для β_1 и γ_1 при $\alpha_1 = 1$.
- $\beta_1 = 1 \Rightarrow \alpha_1 \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$. В множестве α_1 нет 1, так как случай $\alpha_1 = 1$ рассмотрен выше. Так как $\alpha_1 + \gamma_1 = 17$, то γ_1 определяется однозначно как $17 - \alpha_1 = \gamma_1$. Следовательно, в данном случае 15 вариантов значений для α_1 и γ_1 при $\beta_1 = 1$.
- $\gamma_1 = 1 \Rightarrow \alpha_1 \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$. В множестве α_1 нет значений 1 и 16, так как эти значения были рассмотрены в пунктах выше. Так как $\alpha_1 + \beta_1 = 17$, то β_1 будет определяться однозначно как $\beta_1 = 17 - \alpha_1$. Следовательно, в данном случае 14 вариантов значений для α_1 и β_1 при $\gamma_1 = 1$.

Чистовик
Задача 54

4) Сосчитаем общее количество вариантов: $14+15+16=45$.

5) Аналогично рассмотрим случаи, где α_2 , β_2 и γ_2 равны единице:

• $\alpha_2 = 1 \Rightarrow \beta_2 + \gamma_2 = 16$, где $\beta_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$, а γ_2 определяется однозначно.

Следовательно, получим 15 вариантов значений для β_2 и γ_2 при $\alpha_2 = 1$.

• $\beta_2 = 1 \Rightarrow \alpha_2 + \gamma_2 = 16$, где $\alpha_2 \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$. Случаи, где $\alpha_2 = 1$ мы изучили выше, поэтому α_2 не имеет 1 в своем множестве. γ_2 определяется однозначно. Следовательно, 14 вариантов значений α_2 и γ_2 при $\beta_2 = 1$.

• $\gamma_2 = 1 \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 = 16$, где $\alpha_2 \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$. Случаи, где $\alpha_2 = 1$ и $\alpha_2 = 15$ изучены выше. β_2 определяется однозначно как $16 - \alpha_2 = \beta_2$. Следовательно, 13 значений для α_2 и β_2 при $\gamma_2 = 1$.

6) Сосчитаем общее количество вариантов для β_2, α_2 и γ_2 :

$$13 + 14 + 15 = 42.$$

7) Тогда ответом будет сумма $42 \times 45 = 1890$ вариантов, то есть троек.

Ответ: 1890 троек.

Испрашуа 2

Числовые
Задача №5

1) Рассмотрим ограничения, которые несет в себе логарифмическая функция:

$$\left\{ \begin{array}{l} x-4 > 0 \\ x-4 \neq 0 \\ 5x-26 > 0 \\ 5x-26 \neq 1 \\ 2x-8 \neq 1 \\ 2x-8 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 4 \\ x \neq 4 \\ x > \frac{26}{5} \\ x \neq \frac{27}{5} \\ x \neq \frac{9}{2} \\ x > 4 \end{array} \right.$$

2) Заметим, что произведение $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4)$, $\log_{(x-4)^2}(5x-26)$ и $\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8)$ равно 2.

Тогда:

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) \cdot \log_{(x-4)^2}(5x-26) \cdot \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 2$$

$$\frac{1}{\log_{x-4}\sqrt{2x-8}} \cdot \log_{(x-4)\sqrt{5x-26}} \cdot \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 2$$

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(\sqrt{5x-26}) \cdot 2 \cdot \log_{\sqrt{5x-26}}(\sqrt{2x-8}) = 2$$

3) По условию есть некий x , еще x и число большее на 1, то есть $x+1$, но получается, что $x \cdot x \cdot (x+1) = 2$.

$$x \cdot x \cdot (x+1) = 2$$

$$x^3 + x^2 - 2 = 0$$

Подберем корень: $x = 1$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 2 \quad | \quad x-1 \\ - x^3 - x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ - 2x^2 - 2x \\ \hline 2x - 2 \\ 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow (x^2 + 2x + 2)(x-1) = 0$$

Числовик

4) Рассмотрим $x^2 + 2x + 2 = 0$
 $D = 4 - 4 \cdot 2 \Rightarrow D < 0$, значит корней нет
Полагаем, что единственный корень $x = 1$.

5) Рассмотрим 2 случая, где $\log \sqrt{2x-8} (x-4) = 1$ и
 $\log \sqrt{2x-8} (x-4) = 2$

1 случай: $\log \sqrt{2x-8} (x-4) = 1$

$$x-4 = \sqrt{2x-8}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 2x - 8$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = 5 + 1 = 6 \rightarrow \text{подходит.}$$

$$x_2 = 5 - 1 = 4 \rightarrow \text{не подходит, так как в ограничении в 1) требуется } x > 4.$$

Подставим $x = 6$:

$$\log \sqrt{2 \cdot 6 - 8} (6 - 4) = 1$$

$$\log \sqrt{4} 2 = 1 \rightarrow \text{подходит, все верно.}$$

2 случай: $\begin{cases} \log \sqrt{2x-8} (x-4) = 2 \\ \log (x-4)^2 (5x-26) = 1 \\ \log \sqrt{5x-26} (2x-8) = 1 \quad (1) \end{cases}$

$$(1) \quad 2x-8 = \sqrt{5x-26}$$

$$4x^2 - 32x + 64 = 5x - 26$$

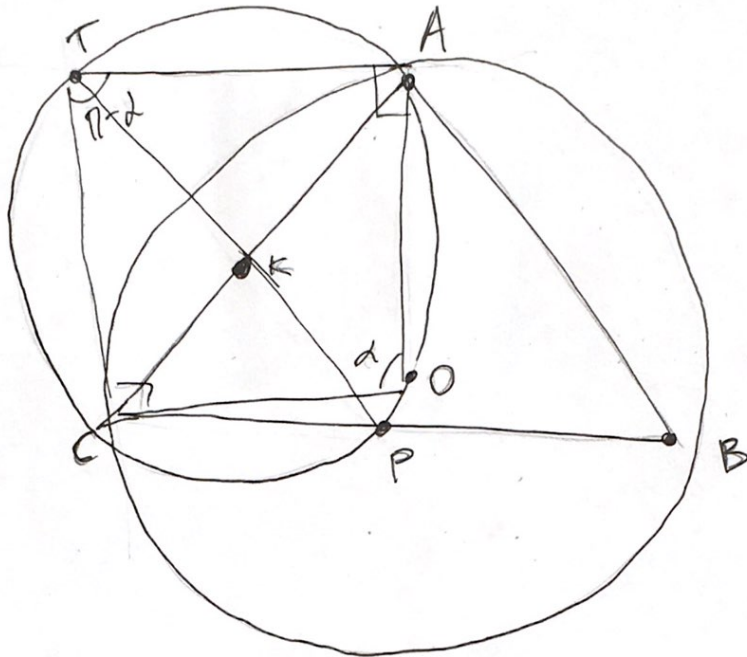
$$4x^2 - 37x + 90 = 0$$

$$D = 37^2 - 4 \cdot 4 \cdot 90 \Rightarrow D < 0. \leftarrow \text{нет корней.}$$

Ответ: $x = 6$.

Справедливо 4

Числовик
Задача 6



1) Точка T находится на окружности, описанной около $\triangle AOC$. Так как в четырехльнике $TAOC$ $\angle A = \angle C = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ $TAOC$ описанный.

2) Если 3 из 4 точек четырехльника $TAOC$ лежат на окружности, то и 4 точка тоже лежит на окружности.

3) $\triangle APK$ и $\triangle CPK$ одной высоты по линии AC ,

$$\Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{S_{CPK}}{S_{APK}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

4) $S_{\triangle ABC} = 40$

Ответ: 40.

Мерцобер

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) \cdot \log_{(x-4)^2}(5x-26) \cdot \log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) =$$

$$\frac{1}{\log_{x-4} \sqrt{2x-8}} \cdot \log_{x-4} \sqrt{5x-26} \cdot \log_{\sqrt{5x-26}} 2x-8 =$$

$$= \log_{\sqrt{2x-8}} \sqrt{5x-26} \cdot 2 \cdot \log_{\sqrt{5x-26}} \sqrt{(2x-8)} = 2$$

По теореме: $x \cdot x \cdot (x+1)$

$$\Rightarrow x \cdot x \cdot (x+1) = 2$$

$$x^3 + x^2 - 2 = 0 \quad \leftarrow \quad x = 1$$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 + 0x - 2 \\ x^3 - x^2 \\ \hline 2x^2 - 2x - 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x-1 \\ x^2 + 2x + 2 \end{array} \right. \rightarrow D < 0$$

$$\frac{2x^2 - 2x}{2x - 2}$$

Значит $x = 1$

0

Л.С.А. $\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 1$

$$x-4 = \sqrt{2x-8}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 2x - 8$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \quad D_4 = 25 - 24 = 1$$

$$x = 5 \pm 1 \quad \left(\begin{array}{l} x = 6 \\ x = 4 \end{array} \right)$$

$x = 6$ подходит

$x > 4$

$x = 4 \rightarrow$ не подх

$$\log_{\sqrt{4}} 2 = 1$$

$$\log_{2^2} 4 = 1$$

$$\log_{\sqrt{4}} 4 = 2$$

денураи

$$\log_{\sqrt{2x-8}}(x-4) = 2$$

$$\log_{(x-4)^2}(5x-26) = 1$$

$$\log_{\sqrt{5x-26}}(2x-8) = 1$$

$$\rightarrow 2x-8 = \sqrt{5x-26}$$

$$4x^2 - 32x + 64 = 5x - 26$$

$$4x^2 - 37x + 90$$

$$D = 37^2 - 4 \cdot 4 \cdot 90 = 1369 - 1440 < 0$$

Ответ (6)

$$\text{НОД}(abc) = 10$$

$$\text{НОК}(abc) = 2^{17} \cdot 5^{16}$$

Черновик

1) $\text{НОД} \cdot \text{НОК} = abc = 2^{18} \cdot 5^{17}$

~~Пусть $a > b > c$~~
 ~~$a = 2^{\alpha_1} \cdot 5^{\alpha_2}$~~
 ~~$b = 2^{\beta_1} \cdot 5^{\beta_2}$~~
 ~~$c = 2^{\gamma_1} \cdot 5^{\gamma_2}$~~
 ~~$abc = 2^{10\alpha_1 + 10\beta_1 + 10\gamma_1} \cdot 5^{10\alpha_2 + 10\beta_2 + 10\gamma_2}$~~
 ~~$\text{НОД}(a, b, c) = 2^{\min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)} \cdot 5^{\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)}$~~
 ~~a_1, b_1, c_1~~

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 5^{\alpha_2}$$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 5^{\beta_2}$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 5^{\gamma_2}$$

$$\text{где } \min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1$$

$$\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 1$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 18$$

$$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 17$$

2) Одно из $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ всегда 1, чтобы НОД был 10

$$\alpha_1 = 1 \Rightarrow \beta_1 + \gamma_1 = 17 \quad \beta_i \in \{1, 2, \dots, 16\} \quad \gamma_i - \text{однозначно}$$

\Rightarrow всего 16 вариантов

$$\beta_1 = 1 \Rightarrow \alpha_1 = \{2, 3, \dots, 16\} \quad \gamma - \text{однозначно} \Rightarrow 15 \text{ вар}$$

\uparrow
1 цифра использована

$$\gamma_1 = 1 \Rightarrow \alpha_1 = \{2, \dots, 15\} \quad \beta - \text{однозначно} \Rightarrow 14 \text{ вар}$$

\uparrow
1 цифра использована

всего $14 + 15 + 16 = 45$

$$13 + 14 + 15 = 42 = 42$$

Ответ $42 \cdot 45 = 1890$

$$\begin{array}{r} \times 42 \\ \times 45 \\ \hline 210 \\ 168 \\ \hline 1890 \end{array}$$

$$2 \cdot \frac{1}{t} - \frac{1}{2}t = 0 \quad (t)$$

Кепробек

$$2t - \frac{1}{2}t^2 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$4t - t^2 = 0$$

$$t^2 - 4t = 0$$

$$t(t-4) = 0$$

$$t=0 \quad t-4=0$$
$$t=4$$

$$\begin{array}{cccccc} & & & & & 1 \\ & & & & & 11 \\ & & & & & 121 \\ & & & & & 1331 \\ & & & & & 14641 \end{array}$$

$$\log_{x-4}(5x-26) = 0$$

$$\log_{x-4}(5x-26) = 4$$

$$5x-26 = 1$$

$$5x = 27$$

$$x = \frac{27}{5}$$

$$(x-4)^4 = 5x-26$$

log

Чепробит

$$\log \sqrt{2x-8} (x-4) = 2 \log_{2x-8} (x-4) +$$

$$\log_{(x-4)^2} (5x-26) = \frac{1}{2} \log_{(x-4)} (5x-26)$$

$$= \log \sqrt{5x-26} (2x-8) = 2 \log_{(5x-26)} (2x-8) +$$

$$2 \log_{2x-8} (x-4) + \frac{2}{\log_{2x-8} (5x-26)} =$$

$$= 2 \left(\frac{\log_{2x-8} (x-4)}{\log_{2x-8} (5x-26)} \right) = \underbrace{2 \log_{5x-26} (x-4)}$$

~~Сделано~~

~~Сделано~~

~~Сделано~~

$$\begin{aligned} x+k &= x+1 \\ \underline{x &= 1} \end{aligned}$$

$$2 \log_{5x-26} (x-4) = \frac{1}{2} \log_{(x-4)} (5x-26) + \log_{x-4} x-4$$

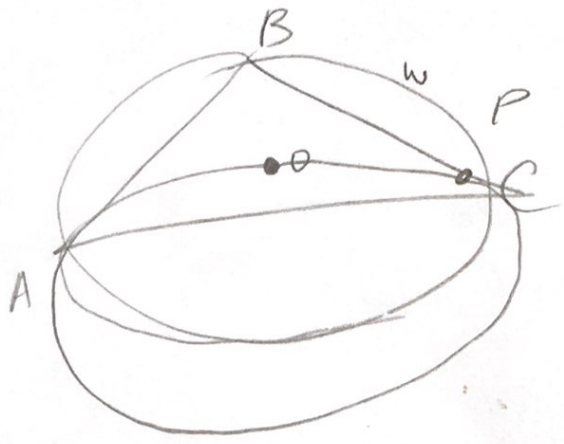
$$2 \log_{5x-26} (x-4) = \frac{1}{2} \left(\log_{x-4} \frac{(5x-26)(2x-8)}{(x-4)} \right)$$

$$\frac{2}{\log_{x-4} (5x-26)} - \frac{1}{2} \left(\log_{x-4} (5x-26)(2x-8) \right) = 0$$

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 10 & \text{max} \\ \text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 5^{16} & \text{min} \end{cases}$$

Методом

$$= 10^{16} \cdot 2 \quad 10^5 \cdot 10^{10} \cdot 10^1 \cdot 2$$



вариантами

- $10^1 \cdot 10^1 \cdot 10^{14} \cdot 2$
- $10^1 \cdot 10^2 \cdot 10^{13} \cdot 2$
- $10^1 \cdot 10^3 \cdot 10^{12} \cdot 2$
- $10^1 \cdot 10^4 \cdot 10^{11} \cdot 2$
- $10^1 \cdot 10^5 \cdot 10^{10} \cdot 2$
- $10^1 \cdot 10^6 \cdot 10^9 \cdot 2$
- $10^1 \cdot 10^7 \cdot 10^8 \cdot 2$
- $10^1 \cdot 10^8 \cdot 10^1 \cdot 2$

7 · 2 · 2
 (28)

