Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21105030**

ID профиля: **801595**

Вариант 19

Вариант 19. Часть 1

Чистовик: ма1

Задача 1

$a_1, \dots, a_n$ – арифм. прогрессия, состоящая из целых чисел. Пусть d – её разность, тогда $a_1, d \in \mathbb{Z}$, $d \neq 0$

$d > 0$, т.к. возрастает

$$S_{14} = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \dots + a_1 + 13d = 14a_1 + \frac{13 \cdot 14}{2} d =$$

$$= 14a_1 + 91d \quad \{a_1 = a_{13} - 12d\} \quad S_{14} = 14a_{13} - 168d + 91d =$$

$$\cancel{a_9 a_{17} = (a_1 + 8d)(a_1 + 16d) = a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2} \quad = 14a_{13} - 77d$$

$$a_9 a_{17} = (a_{13} - 4d)(a_{13} + 4d) = a_{13}^2 - 16d^2$$

$$a_{11} a_{15} = (a_{13} - 2d)(a_{13} + 2d) = a_{13}^2 - 4d^2$$

$$\begin{cases} a_{13}^2 - 16d^2 > 14a_{13} - 77d + 12 \\ a_{13}^2 - 4d^2 < 14a_{13} - 77d + 47 \end{cases}, \ a_{13}, d \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} a_{13}^2 - 14a_{13} + 49 > 16d^2 - 77d + 12 + 49 \\ a_{13}^2 - 14a_{13} + 49 < 4d^2 - 77d + 47 + 49 \end{cases}$$

$$4d^2 - 77d + 96 > (a_{13} - 7)^2 > 16d^2 - 77d + 61$$

$$35 > 12d^2, \quad d^2 < \frac{35}{12} \approx 3 \qquad \left.\begin{matrix} d \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \\ d \in \mathbb{Z} \end{matrix}\right\} \Rightarrow d \in [-1; 1]$$

$$d \in \{-1, 0, 1\}, \ d > 0 \Rightarrow d = 1$$

21105030 (U801595 M1305158)

Чистовик лист 2

~~$(a_{13}-7)^2$~~

$d=1$

$$\begin{cases}(a_{13}-7)^2 > 16-77+61 \\ (a_{13}-7)^2 < 16-77+96\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_{13}-7)^2 > 0 \\ (a_{13}-7)^2 < 35 \\ (a_{13}-7)^2 \in \mathbb{Z}\end{cases}$$

$(a_{13}-7)^2 \in \{1, 4, 9, 16, 25\}$

$(a_{13}-7) \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5\}$

$a_{13} \in \{2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 11; 12\}$, $d=1$

~~$a_1 \in \{$~~ $a_1 = a_{13} - 12d = a_{13} - 12$

$a_1 \in \{-10; -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1; 0\}$

$\boxed{\text{Ответ: } a_1 \in [-10; 0] \setminus \{-5\},\ a_1 \in \mathbb{Z}}$

21105030 (U801595 M1305158)

Задача 3

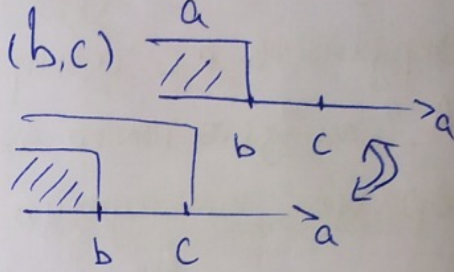
M: $(x,y) \in M$, если $\exists (a,b)$:

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5^2\\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25)\end{cases}$$

$a \le \min(b,c)$

$\Updownarrow$

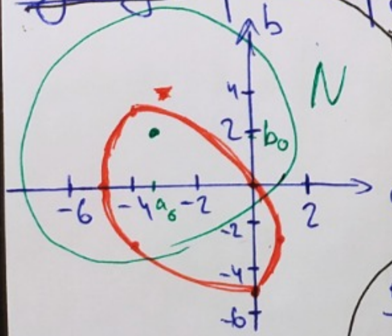
$\begin{cases} a \le b,\\ a \le c\end{cases}$



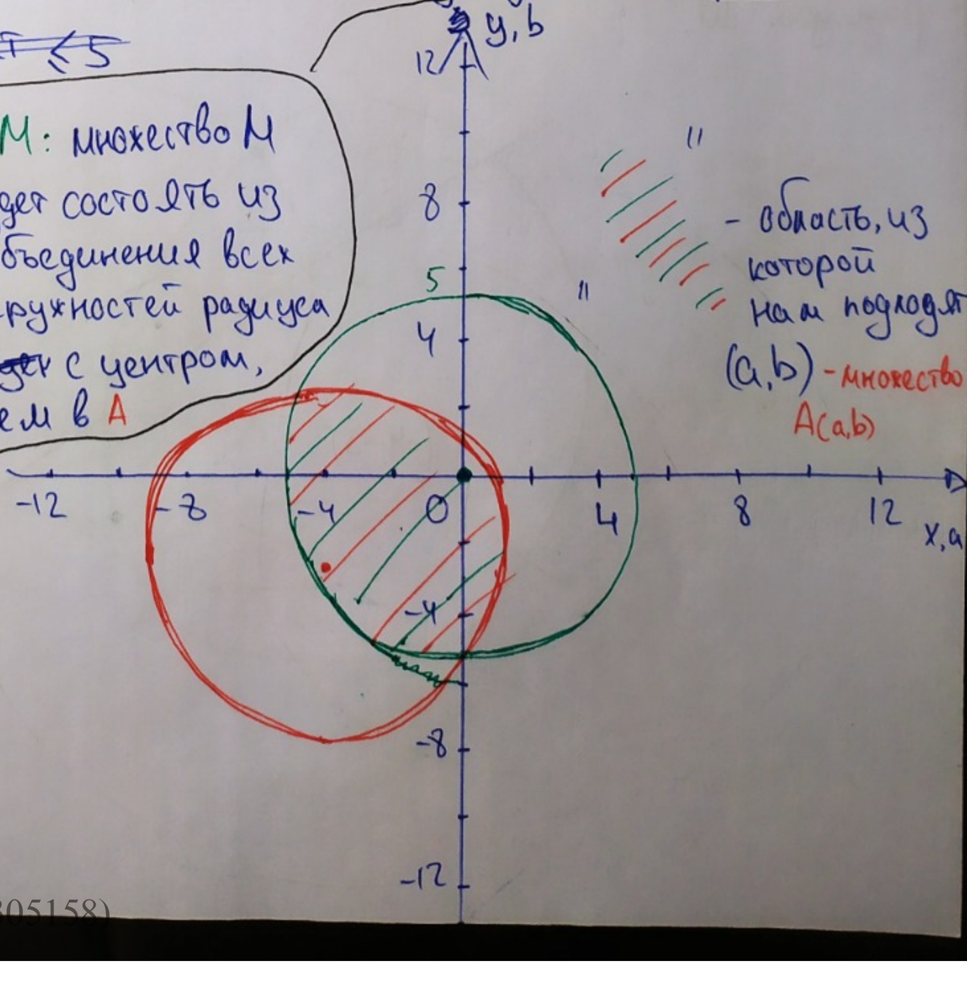
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5^2\\ a^2+b^2 \le 5^2\\ a^2+8a+b^2+6b \le 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5^2\\ a^2+b^2 \le 5^2\\ a^2+8a+16+b^2+6b+9 \le 16+9=25\end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases}(y-b)^2+(x-a)^2 \le 5^2\\ a^2+b^2 \le 5^2\\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 5^2\end{cases}$$

~~Если $\exists$ подходящая (a,b)-точка, тогда для неё расстояние до центра координат ≤ 5~~



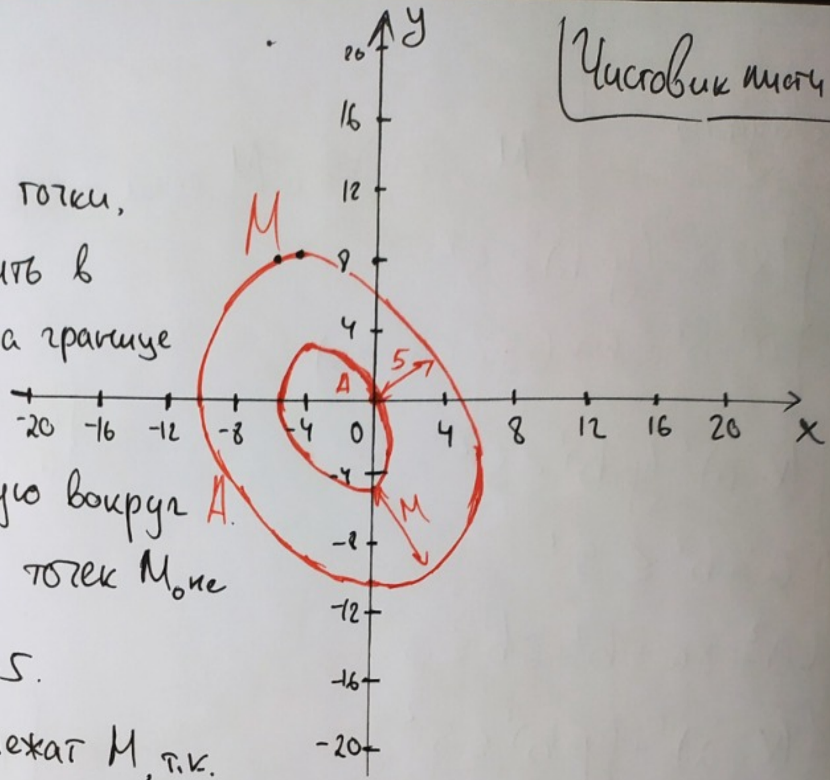
$N \subset M$: множество M будет состоять из объединения всех окружностей радиуса 5 ~~будет~~ с центром, лежащем в A



~~Так как~~

Чистовик листы

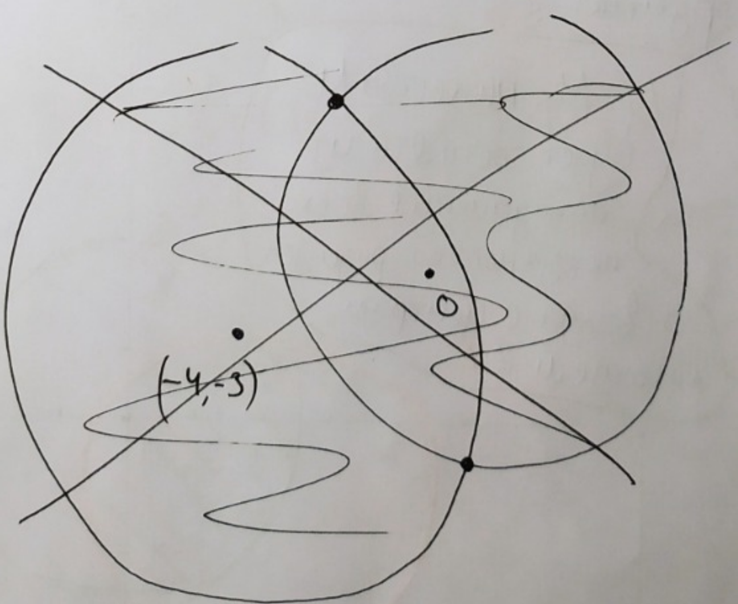
Максимально удалённые от A точки, принадлежащие M будут входить в окружность ~~и~~ с центром на границе A. Если взять только их, они образуют замкнутую кривую вокруг A.



Заметим, что вне этой кривой точек M_0 не будет, т.к. $\rho(M_0, A) > \rho_{max} = 5$.

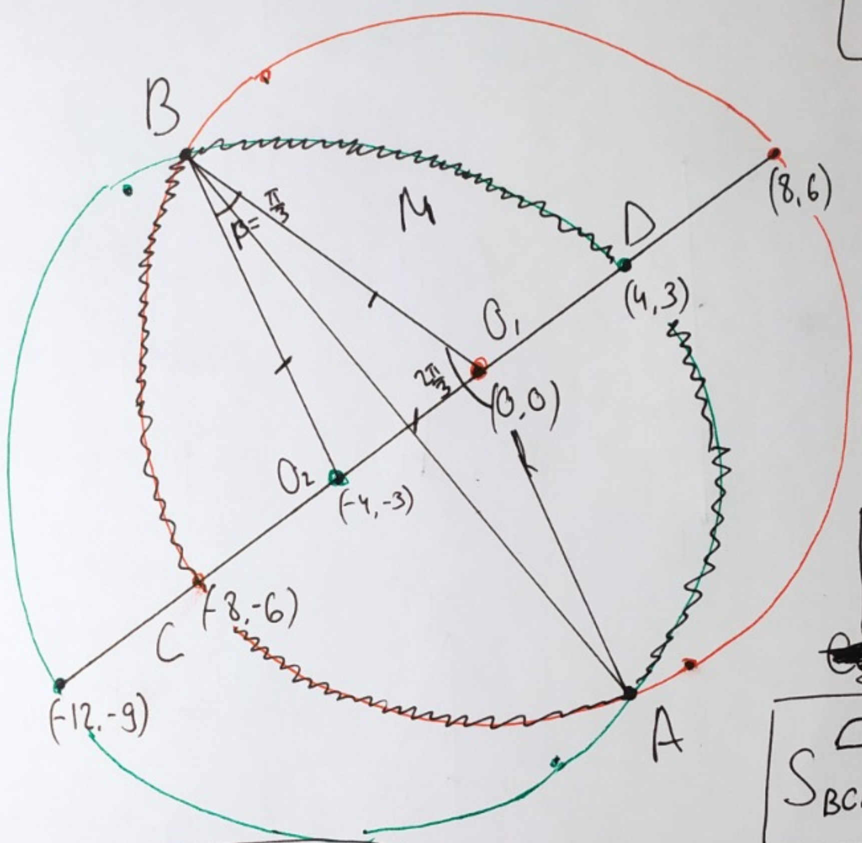
А внутри точки все принадлежат M, т.к. всегда найдётся окружность N, содержащая M_0.

~~Итд~~ Получается M - как и A образуется двумя дугами окружностей ~~в центрах~~ с центрами в $(0,0)$ и $(-4,-3)$ но теперь радиуса 10.



Чистовик лист 5

(Задача 3)



~~$S_{BOAC} = \pi 5^2$~~

$$S_{BO_1AC} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\pi} = \pi \cdot \frac{25}{3}$$

~~$S_{\Delta BO_1A} = 5 \cdot 5 \cdot \cos$~~

$$S_{\Delta BO_1A} = 5 \cdot 5 \cdot \sin\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{BCA} = \frac{25}{3}\pi - \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$S_M = 2S_{BCA} = \frac{50\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

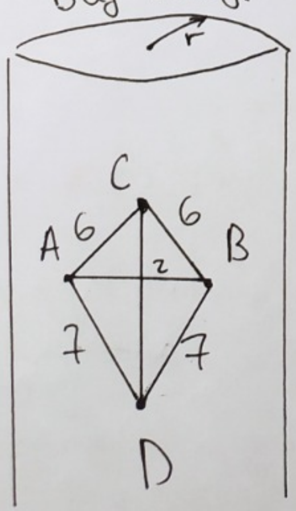
$$\boxed{S_M = \frac{100\pi - 75\sqrt{3}}{6}}$$ – ответ

Задача 2

$AB = 2,\ AC = CB = 6,\ AD = DB = 7$ $\quad r \to r_{min}$, $CD = ?$

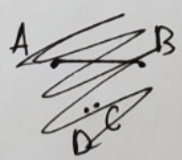
Вид сбоку:

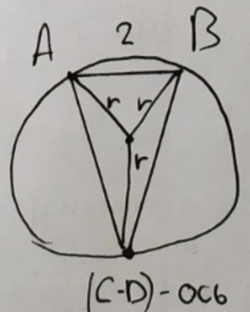
(·)C и (·)D – равноудалены от A и B



Вид сверху:

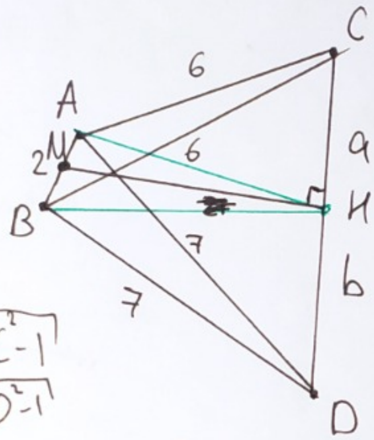
~~Вид сбоку~~





Чистовик лист 6

~~2a = CD~~



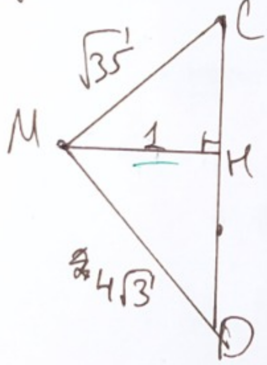
$MC = \sqrt{AC^2 - 1}$

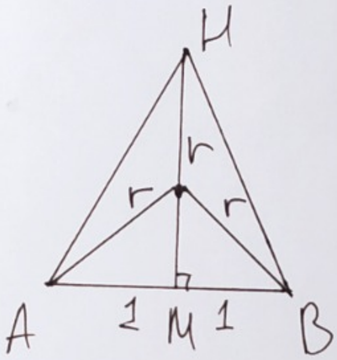
$MD = \sqrt{AD^2 - 1}$

$a + b = CH + HD = CD$

$\triangle ABH$ – проекция ACB и ADB на основание цилиндра

$AB \perp CD$ из равноудалённости





$MH = \sqrt{AH^2 - 1}$

Радиус не может быть меньше 1, т.к. тогда $AB > 2r$ и не может лежать на боковой поверхности.

Пусть радиус равен 1.

Тогда $AM = r = MB$, AB – диаметр $HM = r = 1$

Тогда $CH = \sqrt{35 - 1}$, $DH = \sqrt{48 - 1}$

$CD = \sqrt{34} + \sqrt{47}$

Других ограничений снизу на радиус цилиндра нет, потому что точки C и D мы можем сколько угодно двигать по оси параллельной оси цилиндра, важно только что бы $\begin{cases} AC = 6 \\ AD = 7 \end{cases}$ выполнялось.

Значит $r_{min} = 1$, $\boxed{CD = \sqrt{34} + \sqrt{47}}$

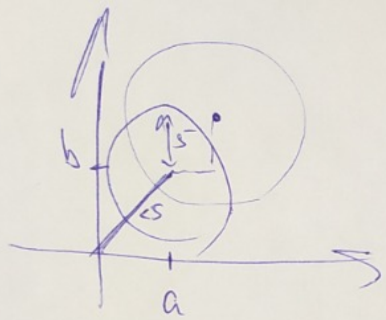
$\boxed{\text{Ответ: } CD \text{ при } r_{min} = \sqrt{34} + \sqrt{47}}$

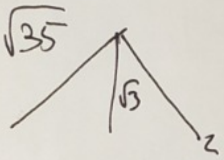
21105030 (U801595 M1305158)

Черновик

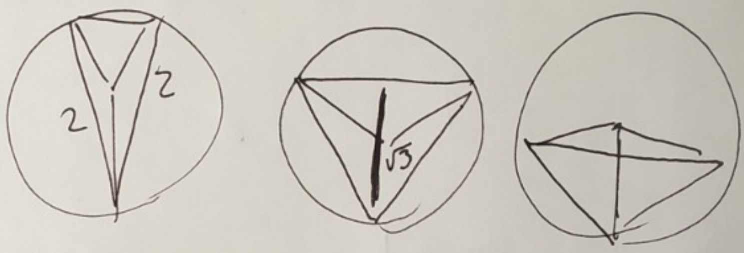
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5^2\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,\,25)\end{cases}$$

$\min(a,b)$





$$\frac{a+b}{2}-\left|\frac{a-b}{2}\right| \quad a,\ b$$

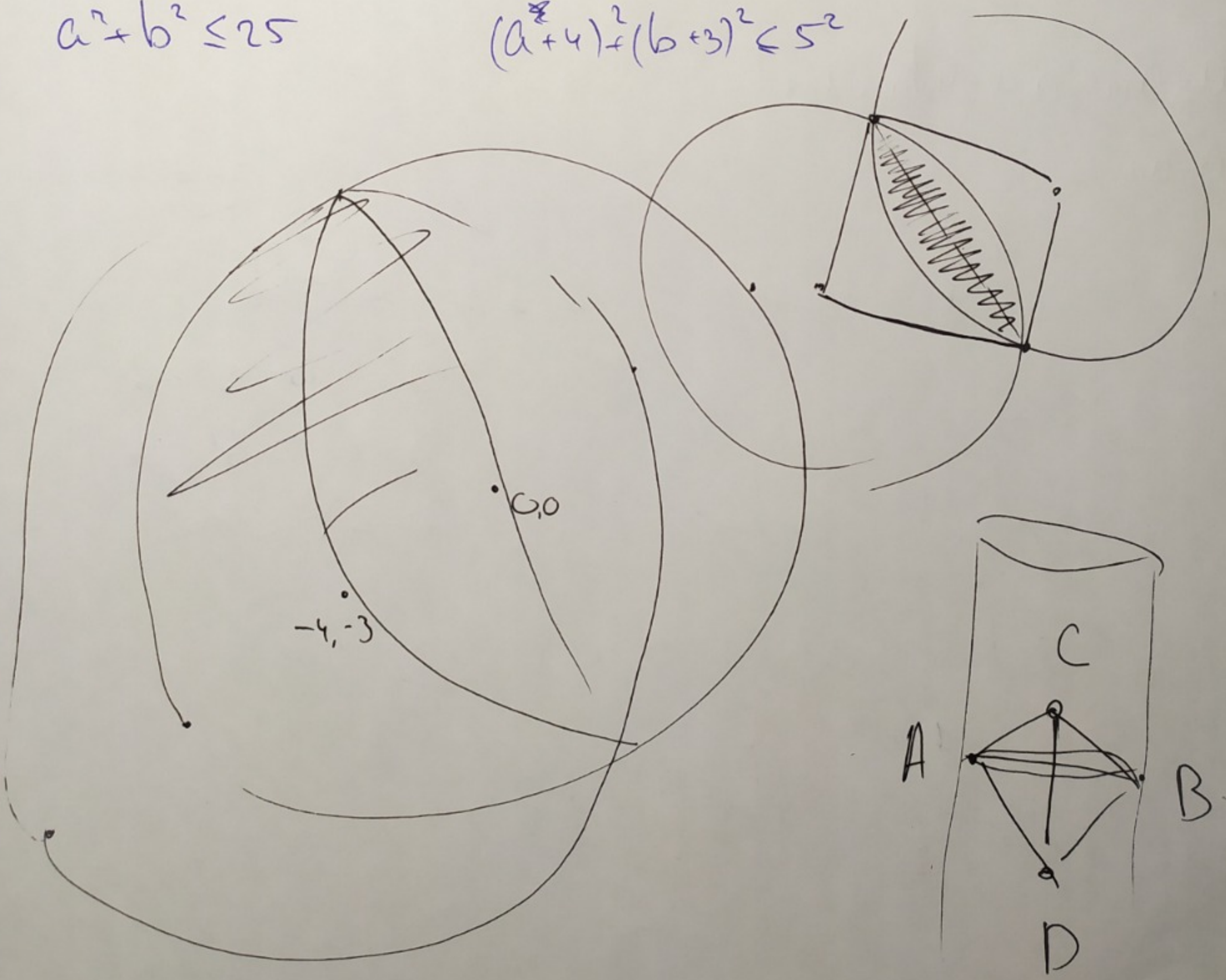


$a^2+b^2\le -8a-6b$

$a^2+b^2\le 25$

$a^2+8a+16+b^2+6b+9\le 25$

$(a+4)^2+(b+3)^2\le 5^2$



1. $S_{14} = a_1 + a_2 + \ldots + a_{14}$ Черновик

$a_1 \in \mathbb{Z}, d \in \mathbb{Z}$ $S = \cancel{na_1+} \frac{n}{2} \cdot (a_1 + (n-1)d)$

$a_9 a_{17} > S + 12$ $a_1 = ?$

$a_{11} a_{15} < S + \cancel{44}7$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \ldots + a_1 + nd =$

$= (n+1) a_1 + d \frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{(n+1)}{2}(a_1 + dn)$

$S_{14} = a_1 + a_1 + d + \ldots + a_1 + 13d = 14a_1 + \frac{14 \cdot 13}{2} d$

$7 \cdot 13 = 91$

$S_{14} = 14a_1 + \cancel{14} 91d$ $12 \cdot 14 = 6 \cdot 7 \cdot 4 = 42 \cdot 4 =$

$= 168$

$a_9 a_{17} = a_1^2 + 24da_1 + 128d^2$ $a^2 > 14a + 12$

$a_{11} a_{15} = a_1^2$ $a^2 < 14a + \cancel{17}47$

61

$a_{13}^2 - 14a_{13} + 49 > \cancel{16}\ \cancel{10} 16d^2 - 77d + 61$ $\cancel{a^2 + 14a}$

$\cancel{42}\ \frac{77}{2}$

$(a_{13} - 7)^2 > 16d^2 - 77d + 61$ $a^2 - 14a + 49 > 61$

$(a - 7)^2 > 61$ 64

$(a_{13} - 7)^2 < 4d^2 - 77d + 96$ $(a - 7)^2 < 96$ 81

$4d^2 - 77d + 96 > 16d^2 - 77d + 61$ $a_{13}^2 - 14a_{13}$

$35 > 12d^2$

$d^2 < \frac{35}{12}$ $d \in [-1; 1]$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21105030**

ID профиля: **801595**

Вариант 19

Задача 4

Вариант 19. Часть 2

Чистовик лист 1

$a, b, c \in \mathbb{N}$, кол-во $(a,b,c) = ?$:

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 21 \\ НОК(a,b,c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \end{cases} \quad \begin{cases} a = 21 \cdot a_0, \ b = 21 \cdot b_0, \ c = 21 \cdot c_0 \\ НОД(a_0, b_0, c_0) = 1 \\ НОК(a_0, b_0, c_0) = 3^{16} \cdot 7^{14} \end{cases}$$

Кол-во троек (a,b,c) равно кол-ву троек (a_0, b_0, c_0)

При этом a_0, b_0, c_0 не содержат других простых делителей, кроме 3 и 7, т.к. эти делители вошли бы в $НОК(a_0, b_0, c_0)$

~~Если $a_0 = 3^{a_1} \cdot 7^{b_1}$, тогда с точностью до~~

Пусть $a_0 = 3^{a_1} \cdot 7^{a_2}$, $b_0 = 3^{b_1} \cdot 7^{b_2}$, $c_0 = 3^{c_1} \cdot 7^{c_2}$

~~С точностью до перестановок~~:

$$НОД(a_0, b_0, c_0) = НОД(НОД(a_0, b_0), Нод(b_0, c_0)) = 1$$

$$\left[\begin{array}{l} a_0 = 3^{a_1} \cdot 7^{a_2}, \ b_0 = 3^{b_1}, \ c_0 = 7^{c_1} \\ a_0 = 3^{a_1} \cdot 7^{a_2}, \ b_0 = 7^{c_1}, \ c_0 = 3^{b_1} \\ \cancel{a_0 = 1, \ b_0 = 7^{14}, \ c_0 = 3^{16}} \end{array}\right. \quad \text{перестановка}$$

$a_1 \in [0;16]$, $a_2 \in [0;14]$

$b_1 \in [0,16]$, $c_1 \in [0,14]$

При этом
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a_1 = 16 \\ b_1 = 16 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} a_2 = 14 \\ c_1 = 14 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{ll} a_1 = 16 & b_1 - 17 \text{ вариантов} \\ a_1 < 16 & b_1 = 16 \end{array}\right. - 17 + 16 = 33 \text{ вар} \\ \left[\begin{array}{ll} a_2 = 14 & c_1 - 15 \text{ вариантов} \\ a_2 < 14 & c_1 = 14 \end{array}\right. - 14 + 15 = 29 \text{ вар} \end{cases}$$

Всего $33 \cdot 29 = 957$ вариантов

21105030 (U801595 M1305159)

Тогда общее кол-во упорядоченных вариантов = $957 \cdot 3!$ – кол-во повторяющихся вариантов ~~вроде~~:

$1 \; 1 \; 3^{16} \cdot 7^{14}$
$3^{16} \; 3^{16} \; 7^{14}$ – 3
$7^{14} \; 7^{14} \; 3^{16}$

Чистовик
лист 2

$N = 957 \cdot 6 - 3 = 5739$ вариантов

$$\begin{array}{r} 957 \\ \times \quad 6 \\ \hline 5742 \end{array}$$

$\boxed{\text{Ответ: Всего 5739 троек } (a, b, c)}$

Задача 5

$a = \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$, $x \neq \{0; 2\}$, $x > \frac{1}{2}$

$b = \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$, $x \neq \frac{15}{4}$, $x > \frac{11}{4}$

$c = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$, $x \neq \frac{5}{4}$, $x > \frac{1}{2}$

$\boxed{x > \frac{11}{4}, x \notin \left\{0; \frac{5}{4}; 2; \frac{15}{4}\right\}}$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4} = m$, $\frac{x}{2}-1 = n$, $x - \frac{11}{4} = l$

$$\begin{cases} a = \log_{n^2} m \\ b = \log_{\sqrt{l}} n \\ c = \log_m l^2 \end{cases}$$

При каких x $\left[\begin{array}{l} a=b, \; c=a+1 \\ a=c, \; b=a+1 \\ b=c, \; a=b+1 \end{array}\right.$

~~I)~~ ~~$a=b \Rightarrow \frac{1}{2}\log_n m = 2\log_l n$~~ [redacted]

~~$\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = 4\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$~~

~~$\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{4}{\log_{\frac{x}{2}-1}\left(x-\frac{11}{4}\right)}$~~

~~ОДЗ не нарушено~~

Чистовик лист 3

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2}\log_n m \\ b = 2\log_e n \\ c = 2\log_m e \end{cases}$$

$\cancel{abc = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\log_n m \log}$

$$abc = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot \log_n m\cdot \log_e n\cdot \log_m e =$$

$$= 2\,\frac{\ln m}{\ln n}\cdot\frac{\ln n}{\ln e}\cdot\frac{\ln e}{\ln m} = \underline{\underline{2}}$$

$\cancel{\begin{cases} abc = 2 \\ a = b \\ c = a+1 \end{cases}}$ ~~с точностью до~~

$$\begin{cases} a_1 b_1 c_1 = 2 \\ a_1 = b_1 \\ c_1 = a_1 + 1 \end{cases}$$

$(a_1, b_1, c_1) = (a, b, c)$ не упорядоч.

$b^2(b+1) = 2$ $\quad b^3 + b^2 - 2 = 0 \quad b_1 = 1$

$$\begin{array}{r|l} b^3 + b^2 - 2 & b-1 \\ \hline -\,b^3 - b^2 & b^2+2b+2 \\ 2b^2 - 0b & \\ -\,2b^2 + 2b & \\ 2b - 2 & \\ -\,2b - 2 & \\ 0 & \end{array}$$

$(b^2 + 2b + 2)(b-1) = 0$

нет корней $\Rightarrow b = 1$

Условие выполняется, только когда ~~один~~ два логарифма равны 1, а третий – 2

- $a = 1$, $\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = \log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-1\right)$

$$\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = \log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-1\right)^2$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x^2}{4} - x + 1$$

$$\frac{x^2}{4} + x - \frac{5}{4} = 0$$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

$(x+5)(x-1) = 0$

$x = -5$ $\varnothing$

$\underline{x = 1}$

$\Downarrow$

$b = 2\log_{-\frac{7}{4}}\left(-\frac{1}{2}\right) \in \varnothing$

21105030 (U801595 M1305159)

Чистовик лист 4

• $b=1$, $2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=1$ $\quad\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 = x-\frac{11}{4}$

$\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)^2=\log_{x-\frac{11}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$ $\quad\frac{x^2}{4}-x+1=x-\frac{11}{4}$

$\frac{x^2}{4}-2x+\frac{15}{4}=0$ $\quad x^2-8x+15=0$

$(x-3)(x-5)=0$

I) $x=3$ $\quad$ II) $x=5$

I) $a=\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}\frac{5}{4}$ $\quad\log_{\frac{1}{2}}\frac{5}{4}=\log_2\frac{4}{5}<0\neq1,\neq2$ $\quad\varnothing$

II) $a=\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{9}{4}\right)=\frac{1}{2}\cdot2=1$, $C=2\log_{\frac{9}{4}}\frac{9}{4}=2$ $\quad$ $x=5$ подходит

• $c=1$, $2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)=1$ $\quad\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

~~$x^2-\frac{11}{2}x+\frac{121}{16}=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$~~

~~$x^2-6x+\frac{125}{16}=0$~~

~~$x^2-6x+9-\frac{19}{16}=0$~~

~~$(x-3)^2=\frac{19}{16}$~~

~~$x=3\pm\frac{\sqrt{19}}{4}$~~

$x^2-\frac{11}{2}x+\frac{121}{16}=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$x^2-6x+\frac{125}{16}=0$

$x^2-6x+9-\frac{19}{16}=0$

$(x-3)^2=\frac{19}{16}$

$x=3\pm\frac{\sqrt{19}}{4}$

Если $a=1$, то

$x=-5$, $x=1$

$\neq$

$3\pm\sqrt{19}/4$

Если $b=1$, то

$x=3;5$

$\neq$

$3\pm\frac{\sqrt{19}}{4}$

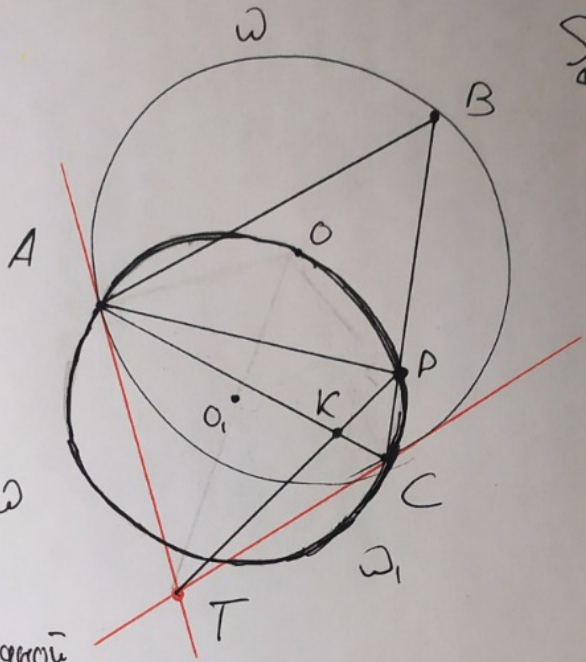
$\downarrow$

$\varnothing$

Ответ: Единственный такой $x=5$

Задача 6

Чистовик лист 5



$S_{\triangle APK} = 10$

$S_{\triangle CPK} = 6$

а) $S_{ABC} = ?$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$, $AC = ?$

$\angle OAT = \frac{\pi}{2} = \angle OCT$, т.к. это углы между r_ω и касательными к ω

$\angle TAO + \angle OCT = 180°$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ T, A, O, C лежат на одной окружности $\Rightarrow$ (•) T лежит на ω_1, более того OT - диаметр ω_1

По т-ме о двух касательных: $TC = TA$

Степень точки K в ω_1: $TK \cdot KP = CK \cdot KA$

Степень точки K в ω: $AK \cdot KC = TC^2 = TA^2$

$\angle TPO = \frac{\pi}{2}$ т.к. опирается на OT - диаметр

$\frac{1}{2} KP \cdot KC \cdot \sin\angle PKC = 6$

$\frac{1}{2} KP \cdot AK \cdot \sin\angle(180° - PKC) = 10$

$\frac{AK}{KC} = \frac{5}{3}$

21105030 (U801595 M1305159)

Черновик

$$2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)= \log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)+1$$

$$\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\right)=1$$

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^2=\left(x-\frac{11}{4}\right)\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$\frac{x^2}{4}-\frac{x}{4}+\frac{1}{16}=\frac{x^2}{2}-\frac{15}{4}x+\frac{11}{4}$$

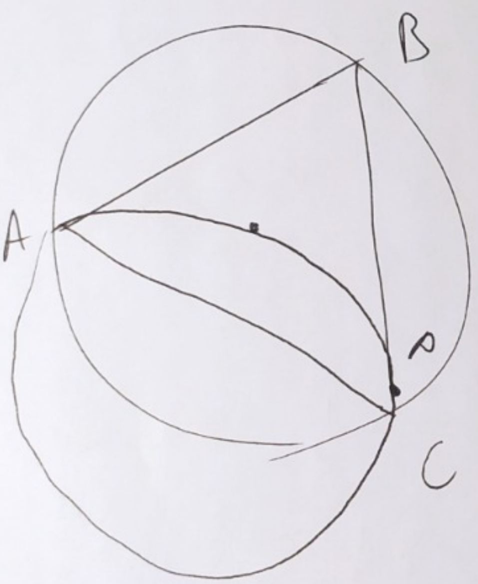
$$\frac{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^2}{\frac{x}{2}-1}=x-\frac{11}{4}$$

$$\frac{x^2}{4}-\frac{11}{4}x+\frac{43}{16}=0$$

$$4x^2-44x+43=0$$

$$x=\frac{44\pm\sqrt{4^2\cdot 11^2-4^2\cdot 43}}{8}=$$

$$=\underline{11\pm\sqrt{78}}$$



5

$$PKAK=\frac{10}{\sin\alpha}$$

$$PKKC=\frac{6}{\sin\alpha}$$

$$\sin\alpha=2\cos\alpha$$

$$5\cos^2\alpha=1$$

$$\operatorname{tg}\alpha=2$$

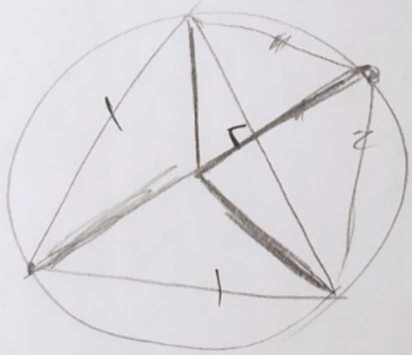
$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

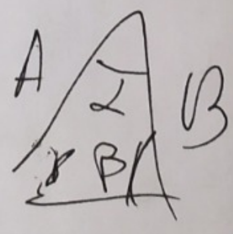
$$\sin\alpha=\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$\cos\alpha$

$ABCB\frac{1}{2}\sin$

$$AB=S\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{1}{CB}$$





$$\frac{A}{\sin\beta}=\frac{B}{\sin(\alpha+\beta)}=2R$$

$$AB\sin\alpha=2S$$

$$4R^2\sin\beta\sin(\alpha+\beta)=S^2$$

21105030 (U801595 M1305159)

(4)

Кол-во (a,b,c): $\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c) = 21 \\ \text{НОК}(a,b,c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \end{cases}$

Черновик

12 8

12·4 4.

$\text{НОК}(a,b) \cdot \text{НОД}(a,b) = a \cdot b$

$abc = 3^{18} \cdot 7^{16}$

$a, b, c = 3 \cdot 7 \cdot k$

$7 \cdot 3^{17}, 3 \cdot 7, 7^{15} \cdot 3$

21

$\text{Нод}(a_0, b_0, c_0) = 1$

$\text{НОК}(a_0 b_0 c_0) = 3^{16} \cdot 7^{14}$

16·9 = 144

121 − 43 = 78.

$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = \frac{\ln b}{\ln a} \cdot \frac{\ln c}{\ln b}$

144 − 125 = 19

$4^4 \cdot 6^2 - 4^3 \cdot 5^3 = 4^3(4 \cdot 36 - 125) =$

21105030 (U801595 M1305159)