Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104047**

ID профиля: **870023**

Вариант 19

черновик (1)

Чистовик (1)

N1

$S = 14a_2 + 91d$ (т.к. $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$)

$$\left.\begin{aligned} a_9 &= a_{13} - 4d \\ a_{17} &= a_{13} + 4d \\ a_{11} &= a_{13} - 2d \\ a_{15} &= a_{13} + 2d \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a_9\,a_{17} > S + 12 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} a_{13}^2 - 16d^2 > S + 12 \\ a_{13}^2 - 4d^2 < S + 47 \end{matrix} \Leftrightarrow 16d^2 + 12 < a_{13}^2 - S < 47 + 4d^2 \Leftrightarrow d^2 < \frac{35}{12}$$

Т.к. прогрессия состоит из целых чисел и возрастающая

$$d \in N \Rightarrow d^2 < \frac{35}{12} \Leftrightarrow \begin{cases} d \in \left(0; \sqrt{\frac{35}{12}}\right) \\ d \in N \end{cases} \Rightarrow d = 1, \text{ т.к. } 1 < \sqrt{\frac{35}{12}} < 2$$

Тогда

$$\begin{matrix} a_{13}^2 - 16d^2 > S + 12 \\ a_{13}^2 - 4d^2 < S + 47 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 12)^2 > S + 28 \\ (a_1 + 12)^2 > S + 51 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 144 > 14a_1 + 91 + 28 \\ a_1^2 + 24a_1 + 144 < 14a_1 + 91 + 51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases}$$

$a_1^2 + 10a_1 + 2 = 0$

$-5 - \sqrt{23} \approx -9,\ldots$

$-5 + \sqrt{23} \approx -0,\ldots$

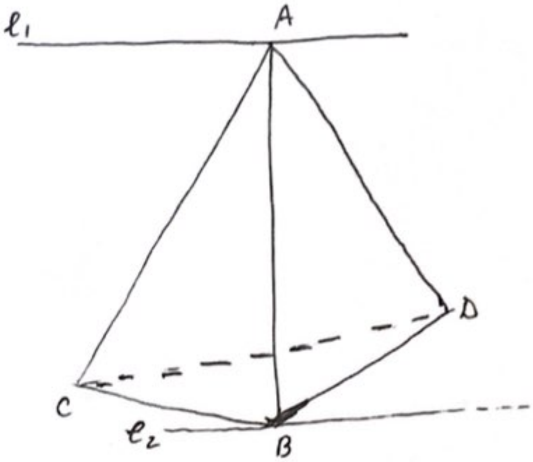
$\frac{D}{4} = 25 - 2 = 23 \qquad a_1 \in (-5 - \sqrt{23}; -5 + \sqrt{23})$

$\begin{cases} a_1 > -10 \\ a_1 < 0 \end{cases} \Rightarrow$ a_1 может быть одним из следующих чисел:

$\{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: a_1 может быть: $\{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$

№ 2 Чистовик (2)



Проведем параллельные CD прямые через A и B.

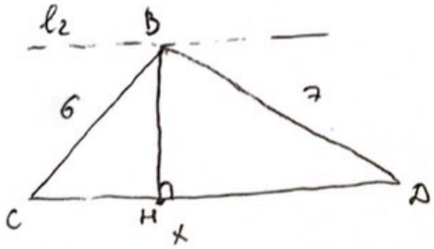
Тогда если между l_1, l_2 и CD провести перпендикулярные отрезки и у получившегося треугольника найти радиус описанной окр-ти, это будет радиус цилиндра. Это так,

Потому что $CD \parallel l_1 \parallel l_2 \parallel$ оси цилиндра $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ плоскость треугольника будет перпендикулярна оси $\Rightarrow$ искомая плоскость

Посчитаем стороны этого треугольника (Пусть $CD = x$):

1)

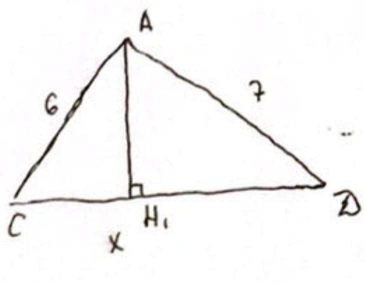


BH - первая сторона, так как $\begin{cases} BH \perp l_2 \\ BH \perp CD \end{cases}$

Полупериметр $p = \frac{x+13}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow BH = \frac{2}{x}\sqrt{\frac{x+13}{2}\cdot\frac{x-1}{2}\cdot\frac{x+1}{2}\cdot\frac{13-x}{2}} = \frac{\sqrt{(x^2-1)\cdot(169-x^2)}}{2x}$$

2)

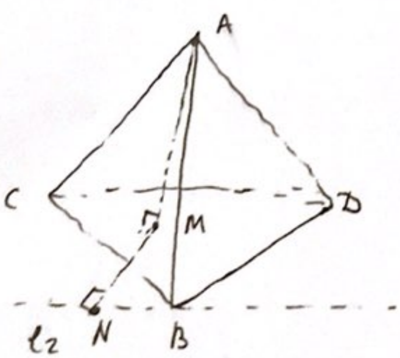


AH_1 - вторая сторона, т.к. $\begin{cases} AH_1 \perp l_1 \\ AH_1 \perp CD \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AH_1 = BH = \frac{\sqrt{(x^2-1)\cdot(169-x^2)}}{2x}$$

AN - третья сторона

3)



Чистовик ③

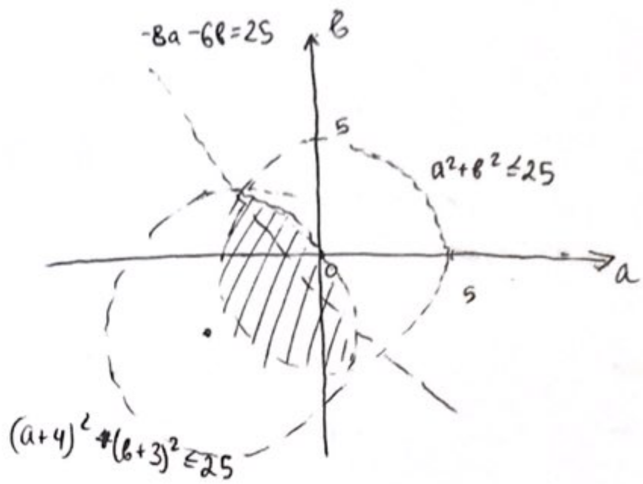
№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b; 25)\end{cases}$$

Пусть $-8a-6b \le 25 \Rightarrow a^2+b^2+8a+6b \le 0 \Leftrightarrow (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25$

Пусть $-8a-6b \ge 25 \Rightarrow a^2+b^2 \le 25$

Построим координатную пл-ть относительно a и b



Из неравенств следует, что нам подходят только выделенные области

Найдем точки пересечения:

$$\begin{cases}8x+6y=-25 \\ x^2+y^2=25\end{cases} \qquad y=\frac{-12\pm\sqrt{768}}{8}$$

$$x=\frac{-25+6y}{8} \qquad x=\frac{-25-6y}{8}=\frac{-25-6\left(\frac{12\pm\sqrt{768}}{8}\right)}{8}=\frac{25-\frac{-72+6\sqrt{768}}{8}}{8}=$$

$$=\frac{272-6\sqrt{768}}{64}=\frac{272-6\cdot16\sqrt{3}}{64}$$

$$\frac{(25+6y)^2}{64}+y^2=25$$

$$\frac{36y^2+300y+25}{64}+y^2=25$$

$$100y^2+300y-975=0$$

$$4y^2+12y-39=0$$

$$144+624=768$$

Посчитаем длину хорды

$$\left(\frac{272-6\cdot16\sqrt{3}}{64}-\frac{272+6\cdot16\sqrt{3}}{64}\right)^2+$$

$$+\left(\frac{2\sqrt{768}}{8}\right)^2=\sqrt{\left(\frac{12\cdot16\cdot\sqrt{3}}{64}\right)^2+\left(\frac{2\cdot16\sqrt{3}}{8}\right)^2}=$$

12 · 16 = 62, 12, 182; 182 + 182 = 364

$$=\sqrt{\frac{331776}{64^2}+\frac{3072}{64}}=\sqrt{\frac{528384}{64^2}}=\frac{2^6\sqrt{3\cdot43}}{2^6}=\sqrt{3\cdot43}$$

Черновик (1)

№1. a_1, a_2, a_3 - возраст. ариф прогрессия целых чисел ; S-сумма первых 14 членов 65

$$\begin{cases} a_9 a_{17} > S+12 \\ a_{11} a_{15} < S+47 \end{cases}$$ $a_9 = a_1+8d$ $a_{11}=a_1+10d$ $S = \frac{a_1+a_{14}}{2}\cdot 14 = \frac{2a_1+13d}{2}\cdot 14 = 14a_1+91d$

$a_{17}=a_1+16d$ $a_{15}=a_1+14d$

Указать все возможные зн-ия a_1-?

$$\begin{cases} (a_1+8d)(a_1+16d) > 14a_1+91d+12 \quad (1) \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 14a_1+91d+47 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $a_1^2+16a_1d+8a_1d+128d^2 > 14a_1+91d+12$

$a_1^2+24a_1d+128d^2 > 14a_1+91d+12$

(2) $a_1^2+14a_1d+10a_1d+140d^2 < 14a_1+91d+47$

$a_1^2+24a_1d+140d^2 < 14a_1+91d+47$

$a_9a_{17} > S+12$

$-a_{11}a_{15} > -S-47$

$$\begin{cases} (a_9+2d)(a_{17}-2d) < S+47 \\ a_9a_{17} > S+12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_9+2d)(a_{15} < S+47 \\ a_9(a_{15}+2d) > S+12 \end{cases}$$

$a_9a_{15}+2da_{15} < S+47$

$a_9a_{15}+2da_9 \leq S+12$

$d < 35$

$d \leq 5^2$

$\frac{a_9+a_{11}}{2}=a_{10}$ $\frac{a_{15}+a_{17}}{2}=a_{16}$

$12d^2 < 35$ $d\in(0; \frac{35}{12})$

$(a_1+16)(a_1+32) > 14a_1+182+12$

$a_1^2+32a_1+16a_1+512 > 14a_1+194$

аналогично $a_1^2+34a_1+318 > 0$

$a_{12} = \frac{-17\pm\sqrt{889-318}}{1}$

d=3

$(a_1+24)(a_1+48) > 14a_1+273+12$

$a_1^2+72a_1+1152 > 14a_1+285$

$a_1^2+58a_1+867 > 0$

$a_{12} = \frac{-29\pm\sqrt{841-867}}{1} < 0$

для $\forall a$ верно

d=2

$(a_1+40)(a_1+80) > 14a_1+455+12$

$a_1^2+120a_1+3200 > 14a_1+467$

$a_1^2+106a_1+2733 > 0$

$a_{34} = \frac{-52\pm\sqrt{2704-2733}}{1}$

$a_1=-52-1=-53$

$a_2=-52+1=-51$

+ -53 − -51 + a_1

d=4

$(a_1+32)(a_1+64) > 14a_1+364+12$

$a_1^2+96a_1+2048 > 14a_1+376$

$a_1^2+82a_1+1722 > 0$

$a_{12} = \frac{-41\pm\sqrt{1681-1722}}{1} < 0$

для $\forall a$ верно

пока подходит

889 − 318 = 571; 21·21; 22·22 = 44; 29·29 = 841; 13·7 = 91; 13·23; 16·8 = 128; 16·32; 48; 512 − 194 = 318; 17·17 = 289; 24·24 = 576; 91·3 = 273; 24·48 = 1152; 1152 − 285 = 867; 91·5 = 455; 3200 − 467 = 2733; 52·52 = 2704; 16·5 = 80; 91·4 = 364; 41·41 = 1681; 32·64 = 2048; 2048 − 376 = 1722; 13·5 = 65; 65·7

Проверка $a_1=0$ Проверка при d = 1

{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1}

40 + 60 > 6

$(a_1+8)(a_1+16) > 14a_1+91+12$

$a_1^2+24a_1+128 > 14a_1+103$

$$\begin{cases} a_1^2+10a_1+25>0 \quad (a_1+5)^2>0 \\ a_1^2+10a_1+2<0 \quad a_{12}=\frac{5\pm\sqrt{25-2}}{1} \end{cases}$$

$a \neq -5$ − −0, ...

$a_1 \in (5-\sqrt{23}; 5+\sqrt{23})$

=> a > -10 a < 0 ; =>

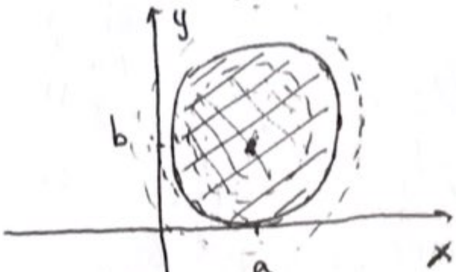
Черновик ②

3. a.b $x=a$ $y=b$ $(x-a)^2+(y-b)^2\le 25$ $x^2+y^2\le\min(-8a-6b,25)$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,25) & (2)\end{cases}$$

минимум из

(1) окр-ть радиусом 5 и центром $(a;b)$ (2) окр-ть либо радиуса 25 либо радиуса $\sqrt{-8a-6b}$



=> сис-ма будет иметь решение либо окружность радиуса 5, либо окружность радиуса $\sqrt{-8a-6b}$

$-8a-6b\ge 0$

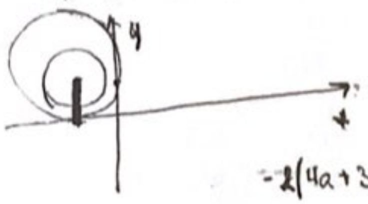
$-8a\ge 6b$

$a\le -\frac{3}{4}b$

$a=-1$
$b=1$

$b=-1$ критический случай
$a=-3$
$b=4$ площадь будет равна 0
$a=-3$

Предположим, что a

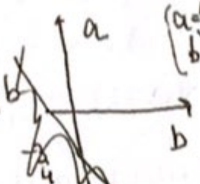


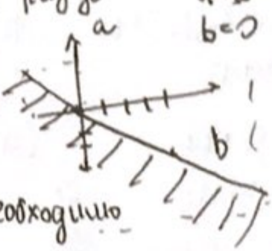
$r=\sqrt{2}$ $S_M=\pi r^2=2\pi$

max пл-дь. радиус $a=0$ $b=0$ $a=-3$ $b=4$

$-2(4a+3b)$

$\begin{cases}a=3000\\ b=-4000\end{cases}$





необходимо

CD ∥ оси цилиндра
значит
найти наименьший радиус цилиндра
=> необходимо найти max этой ф-ции

№2

$\begin{array}{r}48\\+35\\\hline 83\end{array}$

$CH=\sqrt{36-1}=\sqrt{35}$

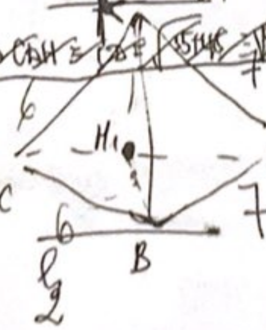
ΔABD

$DH=\sqrt{49-1}=\sqrt{48}$

ΔCDH

$CD\parallel O_1O_2$

продолжим реш-е на чистовике



$AH_1=BH_1$

$\Delta ACD=\Delta CBD$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104047**

ID профиля: **870023**

Вариант 19

Чистовик 1

№4

$HOD(a,b,c) = 21 = 3\cdot 7$ $\qquad a = 3^{a_1}\cdot 7^{a_2}$ $\qquad$ других простых делителей нет, т.к. иначе

$HOK(a,b,c) = 3^{17}\cdot 7^{15}$ $\qquad b = 3^{b_1}\cdot 7^{b_2}$ $\qquad$ они бы присутствовали в НОК

$c = 3^{c_1}\cdot 7^{c_2}$

В НоК участвуют максимальные степени $\left(HOK(a,b,c) = 3^{\max(a_1,b_1,c_1)}\cdot 7^{\max(a_1,b_2,c_2)}\right)$

В НОД - минимальные аналогично $\Rightarrow \begin{cases} \max(a_1,b_1,c_1) = 17 \\ \min(a_1,b_1,c_1) = 1 \\ \max(a_2,b_2,c_2) = 15 \\ \min(a_2;b_2;c_2) = 1 \end{cases}$ Без ограничения общности будем считать $a_1 = a_2 = 1$, $c_1 = 17$, $c_2 = 15$

(потом посчитаем общее кол-во перестановок степеней) $\Rightarrow$

$\Rightarrow b_1 \in [1;17]$, $b_2 \in [1;15]$

а) Пусть $b_1 > 1$ и $b_2 < 17$ (крайние случаи рассмотрим отдельно)

Тогда тройка $(a_1;b_1;c_1)$ может быть $15\cdot 6 = 90$ шт. (15 значений принимает третье число и 6 перестановок чисел может быть)

Если $b_1 = 1$, то имеем всевозможные тройки из чисел 1, 1, 17 (Их всего 3, т.к. 2 числа равны)

Если $b_1 = 17$, то аналогично 3 варианта.

$\Rightarrow$ для степеней тройки 96 вариантов

б) Пусть $b_1 > 1$ и $b_2 < 15$. Тогда аналогично а) будет $13\cdot 6 = 78$ вариантов

Если $b_2 = 1$, то аналогично 3 варианта

Если $b_2 = 15$, то аналогично 3 варианта.

Получается, для степеней 7 - 84 варианта.

в) Т.к. выбор для числа степени 3 и степени 7 в данном случае независим, то всего пар будет $96\cdot 84 = 8064$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 84 \\ \hline 384 \\ 768 \\ \hline 8064 \end{array}$$

Ответ: 8064 тройки

N 2   Чистовик ①

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$ ① $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$ ② $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$ ③

Всего возможно 3 случая:

1) ① = ②   ① + 1 = ③   ② + 1 = ③
2) ② = ③   ② + 1 = ①   ③ + 1 = ①
4) ① = ③   ① + 1 = ②   ③ + 1 = ②

ОДЗ

$$\begin{cases} (\frac{x}{2}-1)^2>0 & x\neq 2 \\ (\frac{x}{2}-1)^2\neq 1 & x\neq 0 \quad x\neq 4 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 & x>\frac{1}{2} \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}>0 & x>\frac{11}{4} \\ \frac{x}{2}-1>0 & x>2 \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}\neq 1 & x\neq 3\frac{3}{4} \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 & x\neq\frac{5}{4} \\ (x-\frac{11}{4})^2>0 & x\neq\frac{11}{4} \end{cases}$$

$2\frac{3}{4}$ $3\frac{3}{4}$ 4 x

$\Rightarrow (2\frac{3}{4};3\frac{3}{4})\cup(3\frac{3}{4};4)\cup(4;+\infty)$

Рассмотрим I-ой случай:

Пусть: $\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_a b$

$2\log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right)=2\log_c a$

$2\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)=2\log_b c$

Тогда:

$$\begin{cases}\log_c a=\log_b c \\ \frac{\log_a b-2}{2}=2\log_c a\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{\ln a}{\ln c}=\frac{\ln c}{\ln b} & ④ \\ \frac{\frac{\ln b}{\ln a}-2}{2}=2\frac{\ln a}{\ln c} & ⑤\end{cases} \Rightarrow$$

④ $\ln a\cdot\ln b=(\ln(c))^2 \Rightarrow \ln b=\frac{(\ln c)^2}{\ln a}$

Подставим в ⑤:

$$\left(\frac{\ln c}{\ln a}\right)^2\cdot\frac{1}{2}-1=2\frac{\ln a}{\ln c}$$

Замена: $\frac{\ln c}{\ln a}=t$

$\frac{t^2}{2}-1=\frac{2}{t}$ $\frac{t^3}{2}-t-2=0$ $t^3-2t-4=0$ $t=2$ (подходит $8-4-4=0$)

$$\begin{array}{r|l} t^3-2t-4 & t-2 \\ \hline t^3-2t^2 & t^2+2t+2 \\ 2t^2-2t-4 & \\ 2t^2-4t & \\ 2t-4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(t-2)\cdot(\underbrace{t^2+2t+2}_{\text{больше 0 при } \forall t})=0$

$\frac{\ln c}{\ln a}=2 \Rightarrow \log_a c=2 \Rightarrow \log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(x-\frac{11}{4}\right)=2$

$x-\frac{11}{4}=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2$

$x-\frac{11}{4}=\frac{x^2}{4}-x+1$; $\frac{x^2}{4}-2x+\frac{15}{4}=0$; $x^2-8x+15=0$; $(x-5)\cdot(x-3)=0$

$\left[\begin{array}{l}x=5\\x=3\end{array}\right.$ При $x=5$ $\frac{1}{2}\log_{(\frac{5}{2}-1)}\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{4}\right)=2\log_{(5-\frac{11}{4})}\left(\frac{5}{2}-1\right)=2\log_{(\frac{5}{2}-\frac{1}{4})}\left(5-\frac{11}{4}\right)$

Все ① = ② = ③ $\Rightarrow$ $x=5$ не подходит; $x=3$ подходит и по зн-ию

Чистовик 3 Продолжение N 5.

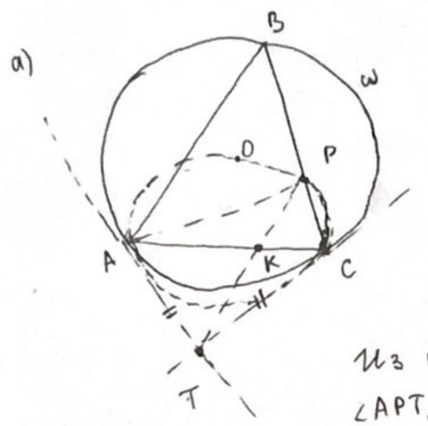
Ответ: $x = 3$.

Чистовик (4)

N6

Дано: $S_{APK}=10$
$S_{CPK}=6$

а)



$\left.\begin{array}{l} S_{APK}=10 \\ S_{CPK}=6 \end{array}\right| \Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ (Возьмем $AK=5x$, тогда $KC=3x$)

$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle ADC = \frac{1}{2}\angle APC$

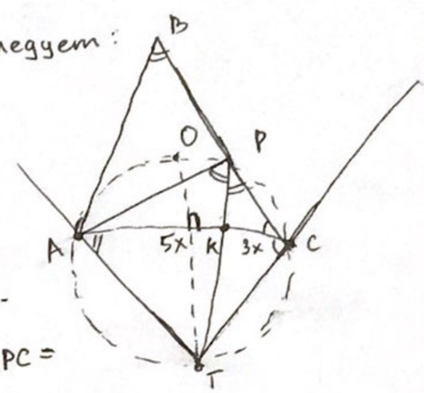
$\angle ATC = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - \angle APC \Rightarrow$ ATPC − вписанный четырехугол. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ AOTPC − вписанный

Из того, что ATPC вписанный следует:

$\angle APT = \angle ACT = \angle TAC = \angle TPC$

($\angle ACT = \angle TAC$ − это т.к. отрезки прикасательных равны $AT=TC$)



Получается PT − биссектриса $\angle APC \Rightarrow$ по теореме о бис-се $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{5}{3} \Rightarrow$ т.к. $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle APC = \angle KPC \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC$ (по 2-м углам) $\Rightarrow k = \frac{AC}{KC} = \frac{8x}{3x} = \frac{8}{3}$, где k − коэффициент подобия

$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{KPC}} = k^2 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{64}{\cancel{9}_3}\cdot\cancel{6}^2 = \frac{128}{3}$

Ответ (а): $\frac{128}{3}$

Чистовик (5)

N 6

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$; $AC = ?$

1) Посчитаем радиусы ω и ω_2. Для этого воспользуемся теоремой синусов для $\triangle ABC$ и $\triangle APC$:

$$2R_\omega = \frac{8x}{\sin(\operatorname{arctg} 2)} \Rightarrow R_\omega = 2x\sqrt{5}$$

$$2R_\omega = \frac{8x}{\sin(2\operatorname{arctg} 2)} \Rightarrow R_{\omega_2} = 5x$$

$\Rightarrow$ из $\triangle DAT$ по теореме Пифагора $AT = \sqrt{100x^2 - 20x^2} = 4x\sqrt{5}$

2) Тогда пусть $OT \cap AC = M$ ($AM = MC$, $OM \perp AC$ и OM – середина $\perp$)

из $\triangle AMT$: $MT = \sqrt{80x^2 - 16x^2} = 8x \Rightarrow OM = 2R_{\omega_2} - MT = 2x$

3) $\triangle APT \sim \triangle KPC$ (по 2-м углам) $\Rightarrow k = \frac{AT}{KC} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{S_{APT}}{S_{PKC}} = k^2 = \frac{80}{9} \Leftrightarrow (S_{APT} = S_{AKT} + S_{APK} = 20 + S_{AKT})$$

$$\frac{10 + S_{AKT}}{6} = \frac{80}{9} \Rightarrow S_{AKT} = \frac{130}{3}$$

Также $S_{AKT} = \frac{1}{2} AK \cdot TM = \frac{1}{2} 5x \cdot 8x = 20x^2 = x^2 = \frac{13}{6} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{13}{6}}$

$AC = 8x = 8\sqrt{\frac{13}{6}}$

Ответ(б): $8\sqrt{\frac{13}{6}}$

№2 Чистовик 6

Рассмотрим случай 1)

$$\begin{cases} \log_a b = 4\log_c a \\ \log_c a + \frac{1}{2} = \log_b c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\ln b}{\ln a} = 4\frac{\ln a}{\ln c} \\ \log_c a + \frac{1}{2} = \log_b c \end{cases}; \Rightarrow \ln b = \frac{4\ln^2 a}{\ln c}$$

пусть:

$$\frac{\ln a}{\ln c} + \frac{1}{2} = \frac{\ln c}{\ln b} \Rightarrow \frac{\ln a}{\ln c} + \frac{1}{2} = \frac{(\ln c)^2}{4\ln^2 a}; \quad t = \frac{\ln a}{\ln c}$$

$$2t + 1 = \frac{1}{2t^2} \Rightarrow 2t^3 + t^2 - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow (2t-1)\cdot\underbrace{\left(t^2+t+\frac{1}{2}\right)}_{\text{корней нет}} = 0$$

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{4} - x + 1 = x - \frac{11}{4} \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 5 \end{array}\right.$$

Черновик (1)

4. $(a;b;c) \in N$

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$$

$НОД(a;b;c) = 3^1 \cdot 7^1$

$НОК(a;b;c) = 3^{17}\cdot 7^{15}$

наименьшее общее кратное

наибольший общий делитель

$НОД(a;b;c) = 21$

$max(a_1;b_1;c_1)=17$

$min(a_1;b_1;c_1)=1$

$max(a_2;b_2;c_2)=15$

$min(a_2;b_2;c_2)=1$

$a_1=a_2=1$

$c_1=17$

$c_2=15$

$15\cdot 6 = 90$

$P_n = n!$

для 7

$b_1=1$ $b=17$

одинаковое кол-во

считаем за только один

по 3 варианта

$3+3+90=96$

84 варианта

$b_2=1$

$b_2=15$

перемножить

$96 \cdot 84 = 8064$ всем.

5. $\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$, $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$, $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$

x-? два из них равны, а третье больше их на 1.

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$; $2\log_{(x-\frac{11}{4})^{\frac{1}{2}}}\frac{x}{2}-1$; $2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$

(1) (2) (3)

ОДЗ

$$\begin{cases} (\frac{x}{2}-1)^2>0 & x\neq 2 \\ (\frac{x}{2}-1)^2\neq 1 & \frac{x^2}{4}-x+1\neq 1 /\cdot 4 \quad x^2-4x\neq 0 \quad x(x-4)\neq 0 \quad x\neq 0,\ x\neq 4 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 & \frac{x}{2}>\frac{1}{4} /\cdot 2 \quad x>\frac{1}{2} \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}>0 & x>\frac{11}{4} \quad x>2\frac{3}{4} \\ \frac{x}{2}-1>0 & x>2 \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}\neq 1 & x-\frac{11}{4}\neq 1 \quad x\neq\frac{15}{4} \quad x\neq 3\frac{3}{4} \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 & \frac{x}{2}\neq\frac{5}{4} \quad x\neq 2{,}5 \\ (x-\frac{11}{4})^2>0 & x\neq\frac{11}{4} \quad x\neq 2\frac{3}{4} \end{cases}$$

$2\frac{3}{4}$ $3\frac{3}{4}$ 4 x

$(\frac{11}{4})$ $(\frac{15}{4})$

$\log_{x-\frac{11}{4}}\frac{x}{2}-1=\frac{1}{\log_{x-\frac{11}{4}}\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=2\log_{x-\frac{11}{4}}\frac{x}{2}-1$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=2\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)$

$$\left.\begin{aligned} (1)&=(2)=(3)-1 \\ (2)&=(3)=(1)-1 \\ (3)&=(1)=(2)-1 \end{aligned}\right\}$$ три варианта исхода событий.

$$\begin{cases} \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2-1 \\ \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)-1 \\ \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)-1 \end{cases}$$

грим случай 1)

черновик (2)

$x \in \left(2\frac{3}{4}; 1\frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}; 4\right) \cup (4; \infty)$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \frac{(x-\frac{11}{4})^2}{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} = \log_{(\frac{x}{2}-1)^2} (\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$ (1)

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2} \frac{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}{(\frac{x}{2}-1)^2} = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} (x-\frac{11}{4})^2$

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}} \frac{(\frac{x}{2}-1)}{\sqrt{x-\frac{11}{4}}} = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} (x-\frac{11}{4})^2$

(1) $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \frac{(x-\frac{11}{4})^2}{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} - \log_{(\frac{x}{2}-1)} (\frac{x}{2}-\frac{1}{4}) = 0$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \frac{(x-\frac{11}{4})^2}{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} - \frac{1}{\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \frac{x}{2}-1}$

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2} (\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$ $\quad \frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1} \frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \frac{x}{2}-1}$

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}} (\frac{x}{2}-1)$ $\quad 2\log_{x-\frac{11}{4}} \frac{x}{2}-1$ $\quad \frac{2}{\log_{\frac{x}{2}-1} x-\frac{11}{4}}$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} (x-\frac{11}{4})^2$ $\quad 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} x-\frac{11}{4}$ $\quad 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} x-\frac{11}{4}$.

$\frac{x}{2}-1=a$ $\quad \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b$ $\quad x-\frac{11}{4}=c$

$a+b = x-\frac{5}{4} = c-\frac{3}{2}$

$a-b = -\frac{3}{4}$

$c-a = \frac{x}{2}+\frac{5}{4}$

$\log_{a^2} b$; $\log_{c^2} a$; $\log_b c^2$

$x \in \left(2\frac{3}{4}; 3\frac{3}{4}\right) \cup \left(3\frac{3}{4}; 4\right) (4; +\infty)$

$\log_{a^2} b = \log_b c^2$

$\log_{c^2} a = \log_b c^2 + \log_b b$

$\log_{c^2} a = \log_b c^2 b$

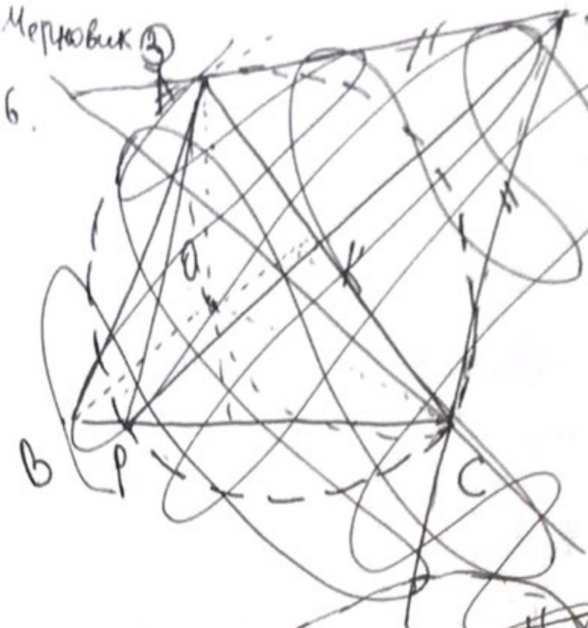
$\log_{c^2} a = \frac{1}{\log_{c^2} b} + \log_{c^2} c^2$

$\log_{c^2} a = \log_b c^2$ $\quad \frac{1}{\log_{c^2} a \cdot \log_{c^2} b}$

$\frac{\log_{c^2} a \cdot \log_{c^2} b - \log_{c^2} b - 1}{\log_{c^2} b} = 0$

Черновик (3)

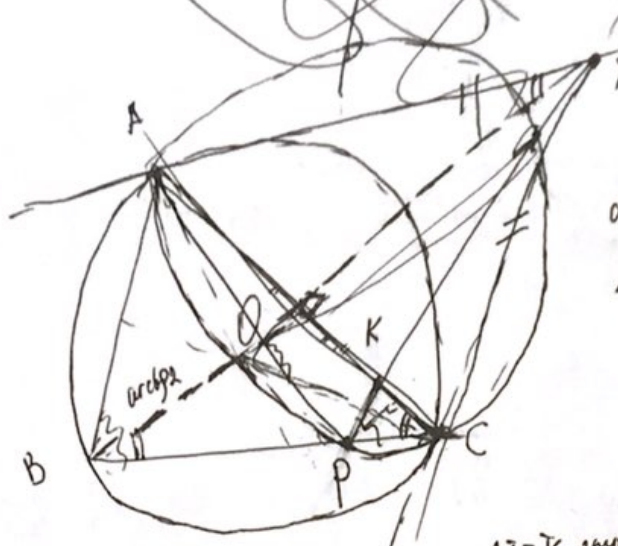
6.



$S_{APK}=10$

$S_{CPK}=6$

а) S_{ABC}-?



$S_{APK}=10$

$S_{CPK}=6$

а) S_{ABC}-? б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$ AC-?

$\angle ATB = \angle ACB$

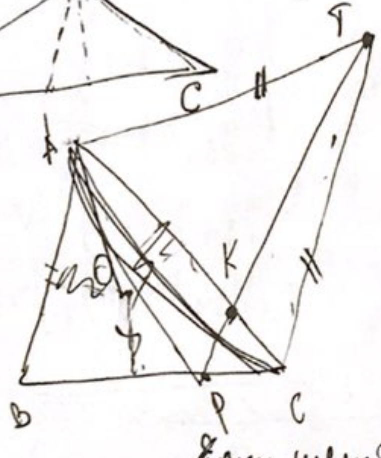
$S_{APK} = \frac{1}{2} h \cdot AK$

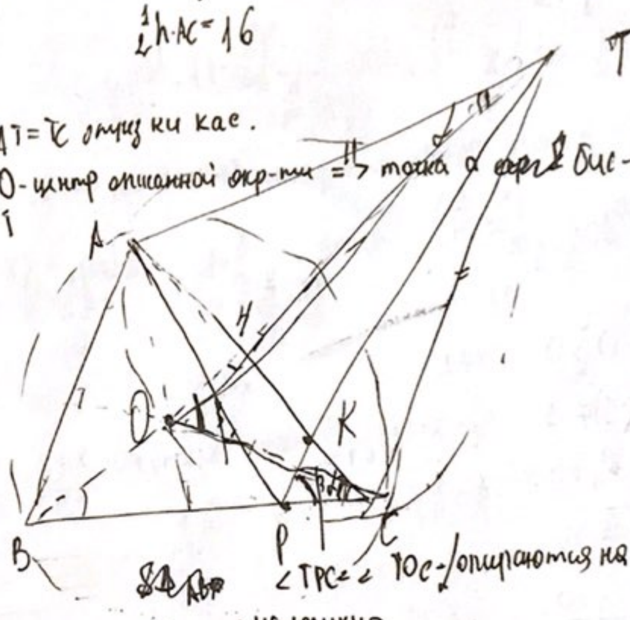
$S_{CPK} = \frac{1}{2} h \cdot CK$

$\frac{1}{2} h \cdot AC = 16$

AT = TC отрезки кас.

O - центр описанной окр-ти => точка O ~~лежит~~ бис-с.





$\angle TPC = \angle TOC$ - опираются на одну дугу

аналогично

AC = ~~равно arctg2~~

Найти $tg\,\alpha = 2$.

$\Delta APC \cdot \frac{1}{2} TC \cdot AC \cdot \sin\alpha$

$\angle arctg_2 =$