Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103753**

ID профиля: **901185**

Вариант 19

№1 чистовик B19

I) пусть d - разность прогрессии, тогда

$$\begin{cases}(a_1+8d)(a_1+16d) > S+12\\(a_1+10d)(a_1+14d) < S+47\end{cases}$$

№1

$$\begin{cases}a_1^2+24da_1+128d > S+12\\a_1^2+24da_1+140d < S+47\end{cases}$$

вычтем и получим

$12d<35$

$\Rightarrow d\leq 3$, т.к. $d\in \mathbb{Z}$ и т.к. $d>0$, то

$d=1,2,3.$

II) $S = 14a_1 + \frac{14\cdot 13}{2}d = 14a_1+91d$

$$\begin{cases}a_1^2+24da_1+128d > 14a_1+91d+12\\a_1^2+24da_1+140d < 14a_1+91d+47\end{cases}$$

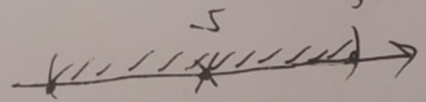
$$\begin{cases}a_1^2+(24d-14)a_1+37d-12>0\\a_1^2+(24d-14)a_1+49d-47<0\end{cases}$$

а) $d=1$

$$\begin{cases}a_1^2+10a_1+25>0\\a_1^2+10a_1+2<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+5)^2>0\\(a_1+5+\sqrt{23})(a_1+5-\sqrt{23})<0\end{cases}$$

$-1 < -5+\sqrt{23} < 0$



$-10< -5-\sqrt{23}<-9$

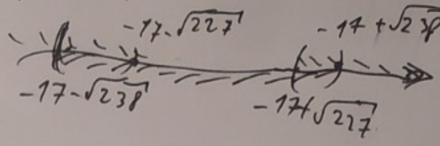
$\Rightarrow a_1 = -9,-8,-7,-6,-4,-3,-2,-1$

б) $d=2$

$$\begin{cases}a_1^2+34a_1+62>0\\a_1^2+34a_1+51<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+17-\sqrt{227})(a_1+17+\sqrt{227})>0\\(a_1+17-\sqrt{238})(a_1+17+\sqrt{238})<0\end{cases}$$

(в пред-ке)



$a_1 \in (-17-\sqrt{238}; -17-\sqrt{227}) \cup (-17+\sqrt{227}; -17+\sqrt{238})$

но $15<\sqrt{238}<16$

$15<\sqrt{227}<16$

$\Rightarrow -33 < -17-\sqrt{238} < -32$

$-33 < -17-\sqrt{227} < -32$

и

$-2 < -17+\sqrt{238} < -1$

$-2 < -17+\sqrt{227} < -1$

значит при $d=2$ нет целых a_1.

№3 ~~рас~~

рассмотрим это как функцию $f(a,b)$ с параметр...

Чистовик B19

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 24) & (2) \end{cases}$$

(1) это круг.

(2) . с ц...

Чистовик B19.

№1 прод-ие)

c) $d=3$:

$$\begin{cases} a_1^2+58a_1+99>0 \\ a_1^2+58a_1+100<0 \end{cases}$$ — нет реш., т.к. $a_1^2+58a_1+100 = a_1^2+58a_1+99+1 > 1$

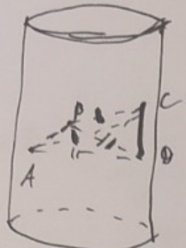
$$\cancel{\begin{cases} (a_1+29-\sqrt{742})(a_1+29+\sqrt{742})>0 \\ (a_1+29-\sqrt{741})(a_1+29+\sqrt{741})<0 \end{cases}}$$

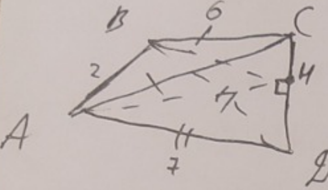
$\cancel{a_1 \in -29-\sqrt{74}}$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1.$

чистовик B19

№2 чистовик B19





1) Д.п: DH и AH' – высоты в $\triangle CBD$ и $\triangle CAD$ соотв.

т.к. $\triangle ACD = \triangle BCD$ (по трем сторонам), то

$CH : HD = CH' : H'D$

$\Rightarrow H \equiv H'$

2) $BH \perp CD$ и $AH \perp CD \Rightarrow (ABH) \perp CD$

~~$\Rightarrow R_{цилиндра} = R_{окружности}$~~

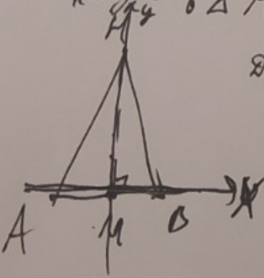
3) Д.п: Окр$(O; R)$ – опис. около $\triangle ABH$,

тогда $R = R_{цилиндра}$ (т.к. $(ABH) \perp CD$, а $CD \parallel$ оси цилиндра)

~~4) пусть BD = ..., тогда~~

4) ~~тогда $AH = BH = a$~~

~~тогда~~ в $\triangle ABH$:



Д.п: HM – высота, т.к. $\triangle AHB$ – р/б, то

HM – медиана $\Rightarrow AM = MB = 1$

пусть $HM = h > 0$

введем ДПСК $M(0;0)$

$\overrightarrow{MB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{M_x}$

$\overrightarrow{MH} \uparrow\uparrow \overrightarrow{M_y}$

тогда $H(0; h)$ $A(-1; 0)$; $B(1; 0)$

т.к. O лежит на серпере к AB, то

$O(0; y_0)$

$OH^2 = OB^2$ $\qquad h^2 - 2hy_0 = 1$

$\Rightarrow (h - y_0)^2 = y_0^2 + 1$

$\Rightarrow y_0 = \frac{h^2 - 1}{2h} = \frac{h}{2} - \frac{1}{2h}$

Чистовик В19
№2 прод-ие.

5) $R^2 = OB^2 = x_0^2 + 1 = \frac{h^2}{4} - 2\cdot\frac{h}{2}\cdot\frac{1}{2h} + \frac{1}{4h^2} + 1 =$

$$= \frac{h^2}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4h^2} = \left(\frac{h}{2} + \frac{1}{2h}\right)^2$$

$\Rightarrow R = \frac{1}{2}\underbrace{\left|h + \frac{1}{h}\right|}_{\geq 2}$

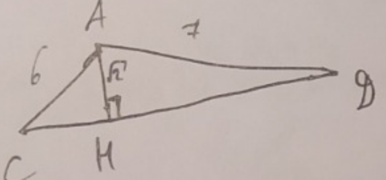
причем р-во д-ся при $h = \pm 1$.

$\Rightarrow R \geq \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

т.к. мы ищем минимальный радиус, то $h = 1$

$\Rightarrow AH = HB = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

6) $\triangle ACD$:



$CD = CH + HD = \sqrt{36-2} + \sqrt{49-2} = \sqrt{34} + \sqrt{47}$

Ответ: $\sqrt{34} + \sqrt{47}$

21103753 (U901185 M1297063)

№3 ~~рез~~ чистовик В19

рассмотрим это как функцию $f(a,b)$ с параметром x, y.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 & (1') \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b; 25) & (2') \end{cases}$$

(1') это круг с центром $O_1(x;y)$ и радиусом $R=5$

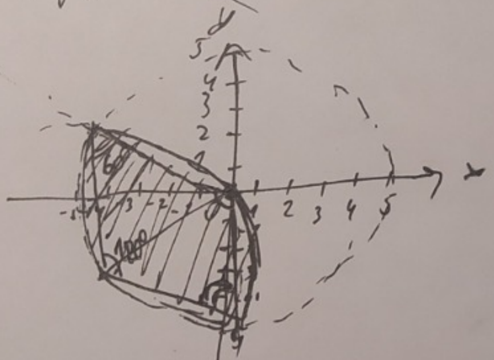
(2'): $a^2+b^2 \le \min(-8a-6b;25)$ равносильно:

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 \end{cases}$$

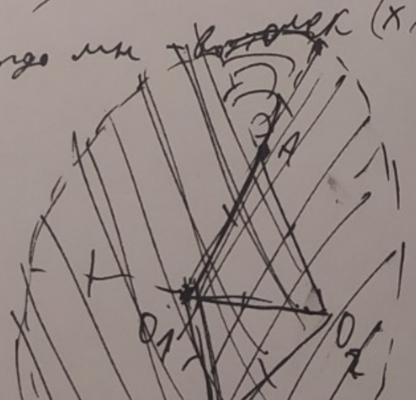
тогда $f(a,b) = \begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2 \le 25 & (1) \\ a^2+b^2 \le 25 & (2) \\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 & (3) \end{cases}$

Это 3 круга с центрами $O_1(x;y)$; $O_2(0;0)$ и $O_3(-4;-3)$ и радиусами 5.



заметим, что $O_2O_3 = 5$, т.е. пересечение O_2 и O_3 это 2 сектора с углом 120° (из-за 2х р/с △-ов обр-ных радиусами к точкам пер-ия и центрами)

~~тогда~~ тогда мн ~~во~~ точек $(x;y)$ это



2 трети окружности с радиусами 10 и центрами в O_1 и O_2

и 2 $\frac{1}{6}$ окружности с радиусами 5 и центрами в А и В.

тогда

$$S(M) = 2\cdot\frac{1}{3}\pi 10^2 + 2\cdot\frac{1}{6}\cdot\pi\cdot5^2 - \frac{25\sqrt3}{2} \quad S(AO_2BO_1)$$

$$= \frac{200}{3}\pi + \frac{25}{3}\pi - \frac{25\sqrt3}{4}\cdot 2 = \frac{225}{3}\pi = 75\pi - \frac{25\sqrt3}{2}$$

Ответ: $75\pi - \frac{25\sqrt3}{2}$

21103753 (U901185 M1297063)

черновик

9 10 11 12 13 14 15 16 17

Пусть d – разность

$$\begin{cases}(a_1+8d)\cdot(a_1+16d) > S+12\\ (a_1+10d)\cdot(a_1+14d) < S+47\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+24da_1+128d > S+12\\ a_1^2+24a_1d+140d < S+47\end{cases}$$

$$\begin{cases}140d < S+47-a_1^2-24a_1d\\ -128d < S+12-a_1^2-24a_1d\end{cases}$$

$\Rightarrow 12d < 35$

$\Rightarrow d \leq 3$

$S = 14a_1 + \frac{14\cdot 13}{2}d = 14a_1+91d$

т.к. ар. прогрессия возрастает, $d>0$

и т.к. она целая, $d\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow \underline{d=1,2,3}$

$$\begin{cases}a_1^2+24da_1+128d > 14a_1+91d+12\\ a_1^2+24a_1d+140d < 14a_1+91d+47\end{cases}$$

1) $d=1$:

$$\begin{cases}a_1^2+\cancel{10}\,12a_1+25 > 0\\ a_1^2+12a_1+2 < 0\end{cases}$$

~~$\begin{cases}(a_1+5)^2 > 0\\ (a_1+5+\sqrt{23})(a_1+5-\sqrt{23}) < 0\end{cases}$~~

~~$\begin{cases}a_1 \neq -5\\ -5-\sqrt{23} < a_1 < -5+\sqrt{23}\end{cases}$~~

~~$\begin{cases}a_1 \neq -5\\ -5-\sqrt{23} < a < -5+\sqrt{23}\end{cases}$~~

~~$\Rightarrow a_1 = -9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$~~

1) прод-ие:

$$\begin{cases}(a_1+6-\sqrt{11})(a_1+6+\sqrt{11}) > 0\\ (a_1+6-\sqrt{34})(a_1+6+\sqrt{34}) < 0\end{cases}$$

$6-\sqrt{34}$, 3, 9, 10, 11, 12, $6+\sqrt{34}$, 0, 1, $6-\sqrt{11}$, $6+\sqrt{11}$

$\Rightarrow a_1 = \underline{1, 2, 10, 11}$

2) $d=2$

$$\begin{cases}a_1^2+48a_1+37\cdot 2 > 14a_1+12\\ a_1^2+48a_1+49\cdot 2 < 14a_1+47\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+34a_1+62 > 0\\ a_1^2+34a_1+51 < 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+17-\sqrt{227})(a_1+17+\sqrt{227}) > 0\\ (a_1+17-\sqrt{238})(a_1+17+\sqrt{238}) < 0\end{cases}$$

$-17-\sqrt{238}$, $-17-\sqrt{227}$, $-17+\sqrt{227}$, $-17+\sqrt{238}$

$a_1 \in (-17-\sqrt{238}; -17-\sqrt{227}) \cup (-17+\sqrt{227}; -17+\sqrt{238})$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103753**

ID профиля: **901185**

Вариант 19

№4 чистовик В 19

$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 21 = 3\cdot7 \\ НОК(a;b;c) = 3^{17}\cdot7^{15} \end{cases}$

Заменим:
$a = 21\cdot k$
$b = 21\cdot l$
$c = 21\cdot m$

причем к-во способов выбрать k, l, m так-же как и кол-во способов выбрать a, b, c.

тогда

$\begin{cases} НОД(k;l;m) = 1 \quad (1) \\ НОК(k;l;m) = 3^{16}\cdot7^{14} \quad (2) \end{cases}$

т.к. $НОК(k;l;m) = 3^{16}\cdot7^{14}$
все числа имеют вид $3^{i}\cdot7^{j}$

пусть $k = 3^{ik}\cdot7^{jk}$ ($i, j \in \mathbb{N}$)
$l = 3^{il}\cdot7^{jl}$
$m = 3^{im}\cdot7^{jm}$

тогда из (2) $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} 3^{ik} = 3^{16} \\ 3^{il} = 3^{16} \\ 3^{im} = 3^{16} \end{array}\right.$ и $\left[\begin{array}{l} 7^{jk} = 7^{14} \\ 7^{jl} = 7^{14} \\ 7^{jm} = 7^{14} \end{array}\right.$

БОО: пусть $3^{ik} = 3^{16} \Rightarrow ik = 16$.

тогда если $il\cdot im \neq 0$, то $k⋮3$; $l⋮3$; $m⋮3 \Rightarrow НОД(k;l;m) \neq 1$

$\Rightarrow il\cdot im = 0$

БОО пусть $im = 0$ тогда $0 \le il \le 16$

~~тогда всего способов выбрать~~

среди j по аналогичной логике есть одно 14 и один 0, третье j любое от 0 до 14

посчитаем к-во способов расставить j к числам i

1) нет 2х одинаковых i и нет одинаковых j:

$15\cdot(6\cdot13) = 1170$ сп-ов.

сп-ов выбрать il; к-во раздать i позициям; сп-ов выбрать третье j

2) есть 2 од-ых i ($il = 0$ или $il = 16$); а j не один.

$2\cdot3\cdot13 = 78$

3) 2 один. j, нет один. i:

$15\cdot3\cdot2 = 90$

тогда всего способов:

~~1170+78+90=1338~~
т.к. мы сразу

~~1338~~

в этих 3х способов одинаковых чисел среди a, b, c не будет, значит если убрать порядок, то получим

Чистовик В19 №4 прод-не.

$(1170 + 78 + 90) \cdot 6 = 8028$ способов.

~~4)~~ есть по паре одинаковых i и j, т.е.

числа $3^{16}\ 3^{16}\ 3^{0}$ или $3^{16}\ 3^{0}\ 3^{0}$ и $7^{14}\ 7^{14}\ 7^{0}$ или $7^{14}\ 7^{0}\ 7^{0}$

т.к. варианты $3^{16};3^{16};3^{0}$ и $3^{16};3^{0};3^{0}$ – одинаковы с точки зрения ~~с~~ комбинаторики, будем считать для $3^{16};3^{16};3^{0}$ и потом умножим на 2:

рассмотрим все комбинации:

$3^{16}\ 7^{14}$	$3^{16}\ 7^{14}$	$3^{16}\ 7^{14}$	$3^{16}\ 7^{0}$	$3^{16}\ 7^{0}$	$3^{16}\ 7^{0}$
$3^{16}\ 7^{14}$	$3^{16}\ 7^{0}$	$3^{16}\ 7^{0}$	$3^{16}\ 7^{0}$	$3^{16}\ 7^{14}$	$3^{16}\ 7^{14}$
$3^{0}\ 7^{0}$	$3^{0}\ 7^{0}$	$3^{0}\ 7^{14}$	$3^{0}\ 7^{14}$	$3^{0}\ 7^{14}$	$3^{0}\ 7^{0}$

заметим, что есть только 2 варианта с одинаковыми числами $\Rightarrow$ всего способов выбрать такие числа будет:

$2 \cdot (4 \cdot 6 + 2 \cdot 3) = 60$

(кол-во способов поменять местами числа с 1 парой одинаковых)

тогда всего способов $8028 + 60 = 8088$

Отв: 8088

№5.

"чистовик" В19

$\frac{x}{2} > 1$ $\quad \frac{x}{2} \neq 2;\ \frac{5}{4}$

$\frac{x}{2} > \frac{1}{4}$ $\quad x \neq \frac{15}{4}$

$x > \frac{11}{4}$

$\begin{cases} x > \frac{11}{4} \\ x \neq 4;\ \frac{5}{2};\ \frac{15}{4} \end{cases}$

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = 2\log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = 2\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)$$

Заметим, что $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$; $\left(x-\frac{11}{4}\right)$ и $\frac{x}{2}-1$ – стоят в осн-ии логарифма (те же числа в аргументе)

$\Rightarrow$ они не равны 1 $\Rightarrow$ логарифмы не ~~[illegible]~~.

1) $2\log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right) = 2\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right) = 2a \neq 0$

$$\Rightarrow \log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right) = a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2}-1 = \left(x-\frac{11}{4}\right)^a \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \left(x-\frac{11}{4}\right)^{\frac{1}{a}} \end{cases}$$

тогда $\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = 2a+1$

$$\frac{1}{2}\log_{(x-\frac{11}{4})^a}\left(x-\frac{11}{4}\right)^{\frac{1}{a}} = 2a+1$$

$$\frac{1}{2a^2} = 2a+1$$

$$4a^3+2a^2-1=0$$

$$\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(4a^2+4a+2\right)=0$$

$$\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(\underbrace{(2a+1)^2+1}_{\neq 0}\right)=0$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \left(x-\frac{11}{4}\right)^2$$

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4} = x^2-\frac{11}{2}x+\frac{121}{16}$$

$16x^2-96x+125=0 \quad D/4 = 48^2-125\cdot16 = 19\cdot16.$

$x_{1,2} = \frac{48\pm4\sqrt{19}}{16} = \frac{12\pm\sqrt{19}}{4}$, но $\frac{12-\sqrt{19}}{4} < \frac{11}{4} \Rightarrow \frac{12-\sqrt{19}}{4}$ – не подх

$$\Rightarrow x = \frac{12+\sqrt{19}}{4}$$

2)

Чистовик в 19

№5 прод.

$\cancel{2\log\left(x-\frac{11}{4}\right) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{x}{2}-1\right)^{\frac{x}{2}}}$

$2\log_{\left(x-\frac{11}{4}\right)}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}a$

$\log_{\left(x-\frac{11}{4}\right)}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \frac{a}{4}$ и $\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = a$

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{x}{2}-1\right)^{a} \\ x-\frac{11}{4} = \left(\frac{x}{2}-1\right)^{\frac{4}{a}} \end{cases}$$

тогда $2\log_{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}\left(x-\frac{11}{4}\right) = \frac{a}{2}+1$

$2\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^{a}}\left(\frac{x}{2}-1\right)^{\frac{4}{a}} = \frac{a}{2}+1$

$\frac{8}{a^2} = \frac{a}{2}+1$

$\cancel{16 = a}$

$a^3+2a^2-16=0$

$(a-2)(a^2+4a+8)=0$

$(a-2)\big(\underbrace{(a+2)^2+4}_{>0}\big)=0$

$\Rightarrow a=2 \Rightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = x-\frac{11}{4}$

$\cancel{\frac{x}{2}-1 = x^2-\frac{11}{2}x+\frac{121}{16}} \Rightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4} = x-\frac{11}{4}$

$\frac{x}{2} = \frac{5}{2}$

$x=5$

$\cancel{16x^2-96x+137=0}$

$\cancel{D/4 = 48^2-137\cdot 16 = 16\cdot 7}$

$\cancel{x = \frac{48 \pm 4\sqrt{7}}{16} = \frac{12\pm\sqrt{7}}{4}}$ ~~но $\frac{12-\sqrt{7}}{4} < \frac{11}{4} \Rightarrow$ не подх~~

$\cancel{\Rightarrow x = \frac{12+\sqrt{7}}{4}}$

чистовик в 19
№5 прод. пред.

3) $2\log_{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}\left(x-\frac{11}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}a$

$$4\log_{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}\left(x-\frac{11}{4}\right) = \log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = a$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2}-1 = \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{a}} \\ x-\frac{11}{4} = \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^{\frac{a}{4}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\log_{\left(x-\frac{11}{4}\right)}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \frac{1}{2}a+1$$

$$2\log_{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^{\frac{a}{4}}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{a}} = \frac{1}{2}a+1$$

$$\frac{8}{a^2} = \frac{1}{2}a+1$$

$\Rightarrow a=2$ (см. 2)

$$\Rightarrow \frac{x}{2}-1 = \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = x-\frac{11}{4}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{7}{4}$$

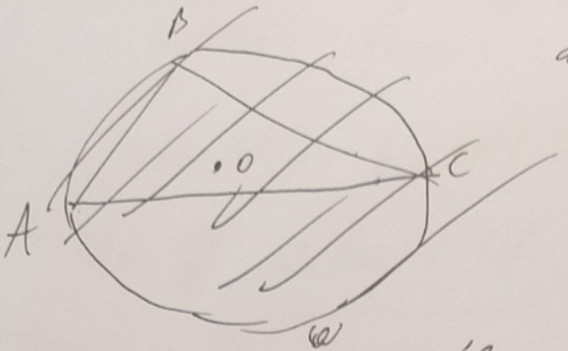
$$x = \frac{7}{2}$$

Отв: $5;\ \frac{7}{2};\ \frac{12+\sqrt{19}}{4}$.

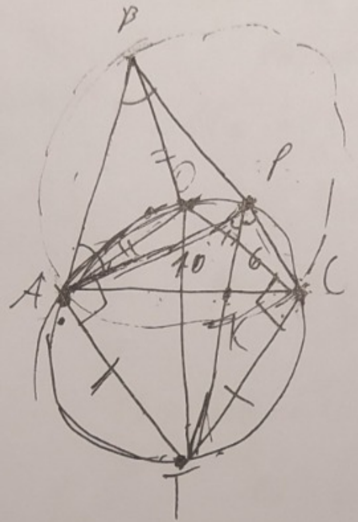
~~№6~~

~~черновик~~

на чистовик в 19



№6



~~$\frac{AP}{CT}$~~

~~$S(\triangle CKT) = \frac{AP}{CT}\cdot\frac{CT^2}{AP^2}\cdot\omega$~~

~~$S(\triangle AKT) = \frac{AT^2}{PC^2}\cdot 6$~~

а)

1) $\angle ABC = \angle ACT$ (по т. об угле м-ду хордой и кас-ой)

~~тк~~ $\angle ACT = \angle APT$ (впис. и опер на одну дугу.)

2) $AT = TC$ как отр. кас-ых

$\Rightarrow \angle APT = \angle TPC$ (как опер. на равные дуги).

$\Rightarrow \angle APC = 2\angle ABP$.

но $\angle APC$ – внешний $\triangle ABP \Rightarrow \angle ABP + \angle BAP = 2\angle ABP$

$\Rightarrow \angle ABP = \angle BAP \Rightarrow AP = BP$

3) $\frac{S(\triangle APK)}{S(\triangle PKC)} = \frac{AK}{KC}$ (т.к. высота общая а KAC) $= \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

в $\triangle APC$: PK – бис-са (по стр.)

$\Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{5}{3}$ но $\frac{BC}{PC} = \frac{BP+PC}{PC} = \frac{BP}{PC} + 1 = \frac{AP}{PC} = \frac{8}{3}$

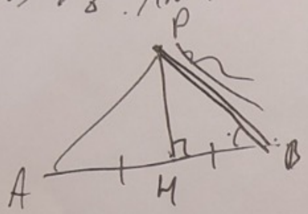
Чистовик 619
№6 прод.

4) $\dfrac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle APC)} = \dfrac{BC}{PC}$ (т.к. общая высота к BC)

$\Rightarrow S(\triangle ABC) = S(\triangle APC)\cdot\dfrac{8}{3} = \dfrac{16\cdot 8}{3} = \dfrac{128}{3}$

Отв: $S(\triangle ABC) = \dfrac{128}{3}$

б) В $\triangle ABP$:



пусть $AB = 2a$, тогда

$HB = a$

$PH = HB\cdot \operatorname{tg}\angle ABC = 2a$

$S(\triangle APB) = \dfrac{2a^2}{2} = \dfrac{128}{3}$

$\Rightarrow a = 8\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

$AB = \dfrac{16\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$PB = HB\cdot\sqrt{5} = \dfrac{8\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

из а): $\dfrac{BC}{PB} = \dfrac{8}{5} \Rightarrow BC = \dfrac{64\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

в) $\cos\angle ABC = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Т. кос-ов для $\triangle ABC$:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\,AB\cdot BC\cdot\cos\angle B =$

$= \dfrac{16^2\cdot 2}{3} + \dfrac{64^2\cdot 2}{15} - 2\cdot\dfrac{16\cdot 64\cdot 2}{3\sqrt{5}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{5}} =$

$= \dfrac{16^2\cdot 10 + 64^2\cdot 2 - 2\cdot 16\cdot 64\cdot 2}{15} = \dfrac{16^2}{15}\cdot(10 + 16\cdot 2 - 2\cdot 2\cdot 4) =$

$= \dfrac{16^2}{15}\cdot(42 - 16) = \dfrac{16^2\cdot 26}{15}.$

Отв: $AC = \dfrac{16\sqrt{26}}{\sqrt{15}}$

$1260+78=1338\cdot 6=8028$ черновик

a
a
в

c
32
64 d
128 d

16

ава
ааб
ваа

ас ас вd

ас аd вd

ас аd вс

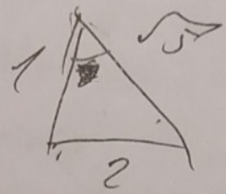
аd ас вd

аd аd вс

аd ас ас

$\frac{5}{a}=\frac{b}{3}$

$42-16=$
$=26$



	4	2	0	-1
$\frac{1}{2}$	4	4	2	0

$\frac{x}{2}>2$

$x>\frac{11}{4}$

$\frac{x}{2}>\frac{1}{4}$

48 × 48

$12\cdot 4\cdot 12\cdot 4$

$144\cdot 16$

× 16
864
144
2304

125

$-88:8$

$144\cdot 16-125\cdot 16=$

$=16(144-125)=16\cdot 19$

$121+4=125$

$121+16=137$

$\cancel{8+4}$

$16(144-137)=16\cdot 7$

	1	2	0	-16
2	1	4	8	0