

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103553**

ID профиля: **191324**

Вариант 19

Согласие на от

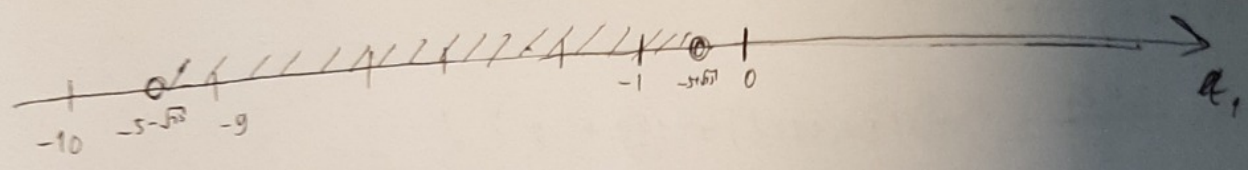
Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, обработку, хранение, в том числе в сети Интернет, данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети Интернет, на площадке федерального государственного образовательного учреждения

Чистовских

(ТР 4

м.к.  $a_1 \in \mathbb{Z}$ , то м.к.  $-5 + \sqrt{25} > -9 > -5 - \sqrt{25} > -10$ ,  
это  $0 > -5 + \sqrt{25} > -1$ , то  $a_1 \in [-9; -1]$ ,  $a_1 \in \mathbb{Z}$ .

(ТР 2



П.о.  $\begin{cases} a_1 \neq -5, \\ a_1 \in [-9; -1], \\ a_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -9, \\ a_1 = -8, \\ a_1 = -7, \\ a_1 = -6, \\ a_1 = -4, \\ a_1 = -3, \\ a_1 = -2, \\ a_1 = -1. \end{cases}$

2) Если  $d = -1$  то прогрессия убывает, а по условию она возрастает.

П.о.  $d = 1, a_1 \in \{-1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9\}$ .

Ответ:  $a_1 \in \{-1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9\}$ .

Чистовских



Числовые

~ 1

СТР 1

Пусть  $a_2 - a_1 = d$ . Тогда, м.к.  $a_2, a_1 \in \mathbb{Z}$ , но  $d \in \mathbb{Z}$ .

$$a_3 = a_1 + 8d, \quad a_{17} = a_1 + 16d, \quad a_9 \cdot a_{17} = a_1^2 + 24a_1d + 128d^2,$$

$$S = 14 \cdot \frac{a_1 + a_{17}}{2} = 7(2a_1 + 16d) = 14a_1 + 112d$$

$$a_9 \cdot a_{17} > S + 12 \Leftrightarrow a_1^2 + 24a_1d + 128d^2 > S + 12,$$

$$a_{11} \cdot a_{15} < S + 44 \Leftrightarrow (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < S + 44 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < S + 44.$$

$$\begin{cases} a_1^2 - 24a_1d - 128d^2 < -S - 12 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < S + 44 \end{cases} \Leftrightarrow 140d^2 - 128d^2 < 35 \Leftrightarrow 12d^2 < 35 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d^2 < 2 \frac{11}{12} \Leftrightarrow -\sqrt{2 \frac{11}{12}} < d < \sqrt{2 \frac{11}{12}}. \text{ П.к. } \sqrt{2 \frac{11}{12}} < \sqrt{4} = 2 \Rightarrow$$

$$\geq 2 \text{ м.к. } d \in \mathbb{Z}, \text{ но } d \geq 1 - \sqrt{2 \frac{11}{12}} < d < \sqrt{2 \frac{11}{12}} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 1, \\ d = -1. \end{cases} \quad d \neq 0 \text{ по условию задачи}$$

1) Если  $d = 1$ , то  $a_1^2 + 24a_1d + 128d^2 > S + 12 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 112 + 12 \Leftrightarrow a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a_1 + 5)^2 > 0 \Leftrightarrow a_1 \neq -5 \Leftrightarrow a_1 \in (-\infty, -5) \cup (-5, +\infty).$$

$$a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < S + 44 \Leftrightarrow a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 112 + 44 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0.$$

$$D/4 = 25 - 2 = 23, \quad a_1 = -5 \pm \sqrt{23}, \quad a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \Leftrightarrow a_1 \in (-5 - \sqrt{23}, -5 + \sqrt{23}),$$



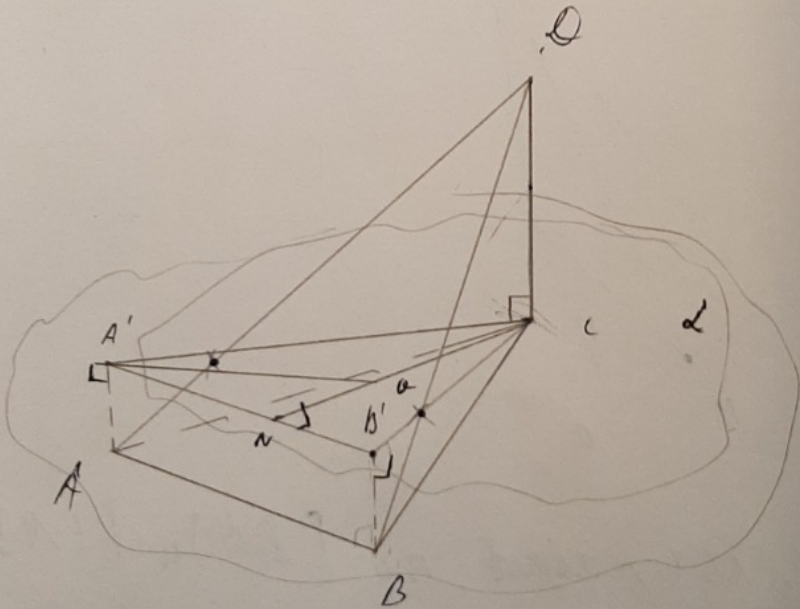
Чинновик

v2

СТР 1

Дано:  $ABCD$  - тетраэдр;  $\omega$  - цилиндр;  $A, B, C$  и  $D$  лежат на  
 бох. пов.  $\omega$ ;  $(CD) \parallel (O_1, O_2)$ , где  $O_1$  и  $O_2$  - центры оснований  
 $\omega$ ;  $|AB| = 2$ ;  $|AC| = |BC| = 6$ ;  $|AD| = |DB| = 4$ ;  $\mu$  - радиус основания  $\omega$

Найти:  $\min_{\mu} |CD|$ , если  $\mu$  минимально.  
 Решение.



• Пусть  $\alpha$  — плоскость, перпендикулярна  $[DC]$ .

• Пусть  $A' \in \omega$  и  $B' \in \omega$ ,  $A' \in \alpha$ ,  $B' \in \alpha$ , такие что  
 $(A'A) \parallel (O_1, O_2)$ ,  $(B'B) \parallel (O_1, O_2)$ . Тогда  $(A'A) \parallel (O_1, O_2) \perp (O_1, O_2) \parallel (DC) \Rightarrow (A'A) \parallel (DC)$ ,  $(DC) \perp \alpha \Rightarrow (A'A) \perp \alpha$  и  $(B'B) \perp \alpha$  ана-  
 логично.

• Без потери общности, пусть  $A' \in d$ ,  $B' \in d$ .



Согласие на обработку персона...

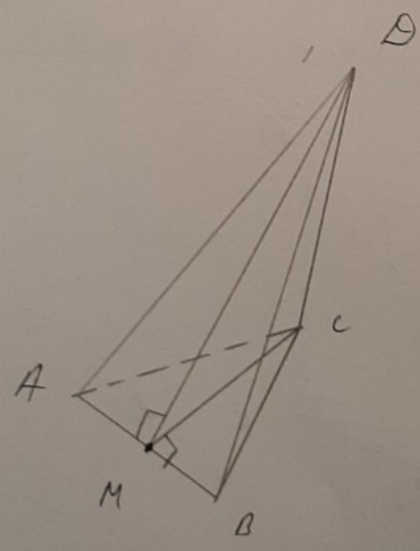
Читовые

СТР 2

• Замечу, что  $(A'A) \perp \alpha$ ,  $(B'B) \perp \alpha \Rightarrow (A'A) \perp (A'B)$ ,  $(B'B) \perp (A'B)$ ,  
 а также  $(A'A) \parallel (O_1O_2) \parallel (B'B) \Rightarrow (A'A) \parallel (B'B)$ .

И.т.д. в  $\square AA'B'B$   $\angle AA'B' = 90^\circ$ ,  $\angle BB'A' = 90^\circ$ .

• Докажем, что  $(DC) \perp (AB)$ . Для этого проведем  
 другую черту. Пусть  $M$  середина  $[AB]$ .



И.т.д.  $\triangle ADB$  и  $\triangle ABC$  равнов., то  $[DM]$  и  $[CM]$  также  
 высоты в соотв. треугол. Тогда  $(AB) \perp (DM)$ ,  $(AB) \perp (CM)$ ,  
 $(DM) \cap (CM) = M$ , значит  $(AB) \perp (MDC)$ , и.т.д.  $(AB) \perp (DC)$ .

И.т.д.  $(AB) \perp (DC)$ , то  $(AB) \perp (A'A)$ ,  $(AB) \perp (B'B)$ , и.т.д.

$(A'A) \parallel (B'B) \parallel (O_1O_2) \parallel (DC)$ .

Тогда  $\angle ABB' = \angle BAA' = 90^\circ$ .

• И.т.д.  $\square AA'B'B$  - прямоугол.,  $|AA'| = |B'B| = r$ .

данных, а также с оплатой работ, в том числе в сети Интернет и др.  
участия в олимпиаде на площадке федерального государственного автономного  
«Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»  
образовательной среде с применением дистанционных образовательных технологий.  
ограниченно доступны организаторам олимпиады для решения административных задач.  
обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными,  
закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных,  
законодательства Российской Федерации. Я согласен на получение информации,  
указанной при регистрации.

17A3

• Пт.к.  $(B'B) \perp \alpha$ , то  $\angle BB'C = 90^\circ$ ,  $\angle AA'C = 90^\circ$ .

$B \Delta AA'C$  и  $\Delta BB'C$ :

1)  $\angle BB'C = \angle AA'C = 90^\circ$

2)  $|B'B| = |AA'| = x$

3)  $|BC| = |AC| = c$ .

Пт.о.  $\Delta AA'C \cong \Delta BB'C$ , тогда  $|A'C| = |B'C|$ .

•  $|B'C| = \sqrt{|BC|^2 - |BB'|^2} = \sqrt{36 - x^2}$ .

• Пусть  $[N]$  - высота  $\Delta A'OB'$ .  ~~$|CN| = h =$~~

• В треугол.  $AA'B'B$   $|A'B'| = 2$ .

• Пт.к.  $\Delta A'OB'$  равноб., то  $N$  - середина  $[A'B']$ ,

$|NO'| = 1$

• В треугол.  $\Delta CNB'$  по т. Пифагора

$|CN| = h = \sqrt{|CO'|^2 - |NB'|^2} = \sqrt{36 - x^2 - 1} = \sqrt{35 - x^2}$ .

• Пусть  $O$  - центр впис. окр.  $\Delta A'OB'$  с радиусом  $r$ , равным радиусу основания  $\Delta$ . Пт.к.  $\Delta A'OB'$  равноб. с основанием  $[A'B']$ , то  $O \in [CN]$ .

В  $\Delta A'ON$  по т. Пифагора  $r^2 = |A'O|^2 = |ON|^2 + |A'N|^2$  (2)

(2)  $r^2 = (h-r)^2 + 1 \Rightarrow r^2 = h^2 + r^2 - 2hr + 1 \Rightarrow r = \frac{h^2 + 1}{2h}$ .

Найдем миним.  $r$  по  $h$

•  $r' = \left(\frac{h^2 + 1}{2h}\right)' = \left(\frac{h}{2} + \frac{1}{2} \cdot h^{-1}\right)' = \left(\frac{h}{2}\right)' + \left(\frac{1}{2} \cdot h^{-1}\right)' =$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot h^{-2} = \frac{h^2 - 1}{2h^2}$ . При  $h > 1$   $r$  наим., при  $h < 1$  убывает.

Очевидно  $h > 1$ , т.к.  $h = \sqrt{35 - x^2}$ , значит тогда най

Числовик



## Согласие на обработку персона

Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, использование, распространение

Числовик

СТР 4

достигается при  $h=1$ .

$$h_{\min} = \frac{1+1}{2 \cdot 1} = 1. \text{ Тогда } h = \sqrt{35 - a^2} \Rightarrow 35 - a^2 = 1 (\Rightarrow a^2 = 34 \Rightarrow)$$

$$2) a = \sqrt{34}.$$

$$\begin{aligned} \triangle BCD \quad \angle DCB = 90^\circ + \angle B'CB, \quad \sin \angle B'CB = \\ = \frac{|B'B|}{|BC|} = \frac{a}{6} = \frac{\sqrt{34}}{6}, \quad \cos \angle DCB = -\sin \angle B'CB = -\frac{\sqrt{34}}{6}. \end{aligned}$$

По теореме косинусов в  $\triangle BCD$ , если  $|BD| = a$ , то

$$a^2 = a^2 + 6^2 + \frac{\sqrt{34}}{6} \cdot 2 \cdot a \cdot 6 (\Rightarrow a^2 - 13 + 2\sqrt{34}a = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 34 + 13 = 47, \quad a = \sqrt{47} + \sqrt{34}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{34} + \sqrt{47}$$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103553**

ID профиля: **191324**

Вариант 19



## Согласие на обработку персональных данных

Чимтоевик

СТР 7

$$(z) \left(y - \frac{1}{2}\right) \left(2y^2 + y + \frac{1}{2} + y + \frac{1}{2}\right) \geq 0 \quad (z)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}, \\ y^2 + y + \frac{1}{2} = 0. \end{cases}$$

$$\text{Если } y^2 + y + \frac{1}{2} = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot \frac{1}{2} = 1 - 2 = -1 < 0, \text{ т.к. } y^2 + y + \frac{1}{2} \geq 0 \quad (z) \quad y \in \emptyset.$$

$$\text{Значит } y = \frac{1}{2}.$$

$$\log_y a = \frac{1}{2} \quad (z) \quad a \geq \sqrt{a} \quad (z) \quad a^2 \geq a \quad (z) \quad \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 \geq x - \frac{11}{4} \quad | \cdot 4 \quad (z) \quad \times$$

$$(z) \quad (x-2)^2 \geq 4x - 11 \quad (z) \quad x^2 - 4x + 4 \geq 4x - 11 \quad (z) \quad x^2 - 8x + 15 \geq 0.$$

$$\frac{D}{4} \geq 4^2 - 15 \geq 1, \quad x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{17}}{2} \geq 4 \pm 1.$$

а) Если  $x = 4 + 1 = 5$ , ~~то~~ ~~но так~~ это верно, т.к.

$$\frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{2} - 1\right)} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) \geq \frac{1}{2} \log_y$$

Мы в первом случае рассматриваем  $x = 5$ .

б) Если  $x = 4 - 1 = 3$ , то

$$\frac{1}{2} \log_{\left(\frac{x}{2} - 1\right)} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) \geq \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \log_{\left(\frac{x}{2} - 1\right)} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \log_{\left(\frac{x}{2} - 1\right)} \frac{5}{4}$$

$$\geq \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{4}$$

• ТТ(к. (АТ) касательная, то если  $\angle ABC = \beta$ , то

ТТ03553 (U191324 M1304977)

$\angle CAT = \angle ABC = \beta$ , тогда  $\angle ATC = 180^\circ - 2\beta$ ,  $\angle AOC = 2\angle ABC =$



Страна	Регион	Серия	Номер	Дата Выдачи
Свидетельство о рождении	КР-Х	889897	08.01.2004	
Документ, удостоверяющий личность	Чуйская область	Бишкек		
Киргизская Республика	Регион Школы	УК АФМШЛ №61		
Страна школы	Полное название образовательного учреждения	erbol.esengulov@mail.ru		
11 класс				
Класс обучения				
0777144822				
Мобильный телефон				

### Согласие на обработку персональных данных

Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет" и др. согласно в отношении обработки персональных данных при участии в олимпиаде на площадке федерального государственного образовательного учреждения высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)" в электронной информационно-образовательной среде с применением дистанционных образовательных технологий. Я согласен, что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован, что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках исполнения Операторами закона №152 от 27 июля 2006 г. конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Чимтовик  
СТР8

$$2 \log_{\left(x - \frac{11}{4}\right)} \left(\frac{x}{2} - 1\right) \geq 2 \log_{\left(3 - \frac{11}{4}\right)} \left(\frac{x}{2} - 1\right) = 2 \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} = 1_p$$

Но тогда  $x - \frac{11}{4} > \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{4} - 1 = 3$

(2)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{4} = 4$  - неверно.

Значит  $x=3$  неправильно.

П.о. подходит только  $x=5$ .

Ответ:  $x=5$ .

Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle A, \angle B, \angle C < 90^\circ$ ;  $W$  - окр., описанная около

$\triangle ABC$ ;  $O$  - центр  $W$ ;  $W'$  - еще одна окр., описанная около  $\triangle ABC$ ;

$W' \cap [BC] = \{P\}$ ;  $l$  и  $n$  - касательные к  $W$ ;

$A \in l$ ;  $C \in n$ ;  $l \cap n = \{T\}$ ;  $[TP] \cap [AC] = K$ ;  $S_{\triangle AKK} = 10$ ;

$S_{\triangle CPK} = 26$

Найти: а)  $S_{\triangle ABC}$ ; б) если  $\angle ABC = \arctan 2$ , найти  $AC$ .

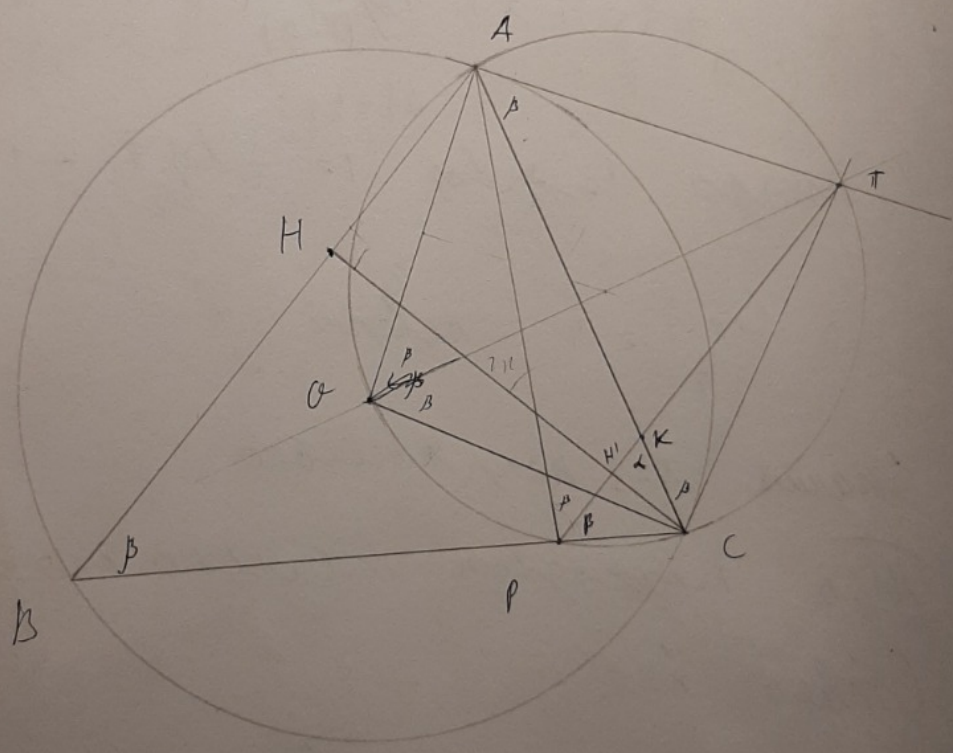


### Согласие на обработку персональных данных

Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет" и даю согласие в отношении обработки персональных данных при участии в олимпиаде на площадке федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» в электронной информационно-образовательной среде с применением дистанционных образовательных технологий. Я согласен, что мои персональные данные будут использоваться для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован...

Читовик  
СТР9

Геометрия



а) Прямая  $AT$  касательная к окружности в точке  $A$ ,  $AT \perp OA$  и  $AT \perp BC$  (так как  $BC \perp AH$ ), тогда  $AT \parallel BC$ .  
 Прямая  $AT$  касательная, тогда если  $\angle ABC = \beta$ , то  $\angle CAT = \angle ABC = \beta$ , тогда  $\angle ATC = 180^\circ - 2\beta$ ,  $\angle AOC = 2\angle ABC = 2\beta$ , значит  $T \in \omega'$ , т.е.  $\triangle ATC$  вписанный.



## Согласие на обработку персональных данных

Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет" и даю согласие в отношении обработки персональных данных при участии в олимпиаде на площадке Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» в электронной информационно-образовательной среде с применением дистанционных образовательных технологий. Я согласен, что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован, что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиады в случае их получения. Я согласен на обработку данных в соответствии с условиями олимпиады в целях предоставления олимпиады

• Во вписанном четырехугольнике  $PATC \subset APCT = \subset A(T=O)$ .

Во вписанном  $\square PATC \subset TPCT = \subset CAT = O$ .

• В  $\triangle PKC \subset KPC = O, \subset PCK = O$ , значит  $\triangle PKC = O$ .

Итого  $\triangle PKC \sim \triangle BAC$ .

$$\bullet \frac{S_{\triangle PKC}}{S_{\triangle APC}} = \frac{h \cdot \frac{|KC|}{2}}{h \cdot \frac{|AC|}{2}} = \frac{|KC|}{|AC|}, \text{ где } h - \text{высота из } P \text{ к } (AC)$$

$$\frac{|KC|}{|AC|} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\bullet \frac{S_{\triangle PKC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{|KC|}{|AC|}\right)^2 = \frac{9}{64}, \quad S_{\triangle PKC} = 6$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{6 \cdot 64}{9} = \frac{2 \cdot 64}{3} = \frac{128}{3} = 42 \frac{2}{3}$$

8) Пусть  $[CH]$  - высота к  $[AB]$ . Если  $|AH| = x$ , то

$$\angle CNA = 2(\angle) \Rightarrow \frac{|HC|}{|AH|} = 2(\angle) \Rightarrow |HC| = 2x$$

Пусть  $[CH] \cap [PK] = H'$ , тогда  $[CH']$  - высота

$$\text{к } PK, \text{ причем } \frac{|CH'|}{|CH|} = \frac{3}{8} (\angle) \Rightarrow |CH'| = \frac{3x}{4}$$

$$\frac{|H'K|}{|HA|} = \frac{3}{8} (\angle) \Rightarrow |H'K| = \frac{3}{8}x \quad \text{В прямоугольнике } CH'K \text{ по}$$

$$1. \text{ Теореме } |CK| = \sqrt{|H'K|^2 + |CH'|^2} (\angle), \quad \frac{|CK|}{|AC|} = \frac{3}{8} (\angle) \Rightarrow |CK| = \frac{3}{8}|AC|$$

$$|AC|^2 = x^2 + 4x^2 = 5x^2 \quad \text{в } \triangle AHC, \text{ тогда}$$

Итого  
(7Р 10)



### Согласие на обработку персональных данных

Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет" и вую составе в отношении обработки персональных данных при участии в олимпиаде на площадке Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)" в электронной информационно-образовательной среде с применением дистанционных образовательных технологий. Я согласен, что мои персональные данные будут обрабатываться системой организаторов олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я подтверждаю, что под обработкой персональных данных понимается действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами конфиденциальности Российской Федерации. Я согласен на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail.

Чистовик  
(7P 11)

$$\frac{9}{64} \sqrt{x^2 - 4x^2} = \frac{9}{64}$$

$$|A| = \sqrt{5} x, \quad |k| = \frac{3}{4} \sqrt{x^2 + 4x^2} =$$

$$= \frac{3}{4} \sqrt{5} x, \quad |k| = \sqrt{5} x - \frac{3}{4} \sqrt{5} x = \frac{1}{4} \sqrt{5} x$$

Ас  
Сл.срк  
Класс: 01





7 6 8  
7 19  
0 . . . .

...  $(a, b, c)$  етоа -  
Читовие  
СТР 2

Путе число на 1 место соответств. числу  $a_1$ ,  
на 2 - числу  $b_1$ , на 3 - числу  $c_1$ . Если

$17 > x > 1$ , то  $x$  может принимать 15 значений.

Если же  $x = 17$ , то расстановка чисел  $17, 1, x = 17$

возможна  $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 3$  способами, а если  $x = 1$ , то

также  $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 3$  способами. Итого получим, что

всего  $6 \cdot 15 + 3 + 3 = 96$  способов выбрать тройку

$\{a_1, b_1, c_1\} = \{x, y, z\}$ , где  $\{a_1, b_1, c_1\} = \{17, x, 1\}$ .

Аналогично посчитаем кол-во способов выбрать

$\{a_2, b_2, c_2\}$ . П.к.  $\{a_2, b_2, c_2\} = \{1, y, 15\}$ , то при 16.

$1 < y < 15$  есть  $13 \cdot 6 = 78$  способов, при  $y = 1$  3 спо-  
соба, при  $y = 15$  3 способа, и всего

$78 + 3 + 3 = 84$  способа выбрать тройку  $\{a_2, b_2, c_2\}$ .

П.к.  $\{a_1, b_1, c_1\}$  можно выбрать 96 способами,

$\{a_2, b_2, c_2\}$  можно выбрать 84 способами, то

$\{a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2\}$  можно выбрать  $96 \cdot 84$  то  $\approx 8064$  со.

$x = \frac{7}{2}$  Проверка:



### Согласие на обработку персональных данных

Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет" и даю согласие в отношении обработки персональных данных при участии в олимпиаде на площадке федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» в электронной информационно-образовательной среде с применением дистанционных образовательных технологий. Я согласен, что мои персональные данные будут ориентировочно доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован, что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Операторами

Читовик  
СТР 3

способами. Но  $a = 3^{2_1} \cdot 7^{2_2}$ ,  $b = 3^{2_1} \cdot 7^{2_2}$ ,  $c = 3^{2_1} \cdot 7^{2_2}$ , т.е.

```

      96
    x 89
    ----
    768
    882
    ----
    8064
  
```

лк

$(2_1, 2_2, 2_1, 2_2, 2_1, 2_2)$  задает  $(a, b, c)$ , т.е.  $(a, b, c)$  можно выбрать 8064 способами.

Ответ: 8064 способа.

~ 5

Пусть  $a = \frac{x}{2} - 1$ ,  $b = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$ ,  $c = x - \frac{11}{4}$ .

$$\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2} \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \log_a b$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}} \left(\frac{x}{2}-1\right) = 2 \log_c a$$

$$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = 2 \log_b c$$

1) Пусть  $\frac{1}{2} \log_a b = 2 \log_c a = 2 \log_b c - 1$ . Тогда

$$\frac{\log_a b}{\log_c a} = 4 \Leftrightarrow \frac{\log_a b}{\log_b a} = 4 \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_b c = 4$$

3 (U191324 M4304979) =  $y^2(y-1)$   $(y-1)$   
 $(y-1) = 0$   
 $y-1 > 0$  т.е.



Читовик  
СТР 4

мовик  
р 7

$$\sqrt{2} \log_b c - 1 = \frac{1}{2} \log_a b \quad (\Rightarrow) \quad \log_a b = 4 \log_b c - 2.$$

$\log_b c = x$ , тогда

$$(4x - 2)^2 \cdot x = 4 \quad (\Rightarrow) \quad (16x^2 - 16x + 4)x = 4 \quad (\Rightarrow)$$

$$16x^3 - 16x^2 + 4x - 4 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad 4x^3 - 4x^2 + x - 1 = 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \quad 4x^2(x-1) + (x-1) = 0 \quad (\Rightarrow) \quad (x-1)(4x^2+1) = 0 \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x-1=0, \\ 4x^2+1=0, \text{ но} \end{cases}$$

$x^2 \geq 0 \Rightarrow 4x^2 \geq 0 > -1$ , значит  $x=1$ .

$$\log_b c = 1 \quad (\Rightarrow) \quad b = c \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x - \frac{11}{4} \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \quad \frac{10}{4} = \frac{x}{2} \quad (\Rightarrow) \quad \frac{5}{2} = \frac{x}{2} \quad (\Rightarrow) \quad x = 5. \quad \text{Проверка:}$$

$$\frac{1}{2} \log_{\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1, \quad \checkmark$$

$$2 \log_{\left(5 - \frac{11}{4}\right)} \left(5 - \frac{11}{4}\right) = 2 \log_{\frac{9}{4}} \frac{1}{2} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1, \quad \checkmark$$

$$2 \log_{\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right)} \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right) = 2 \log_{\frac{9}{4}} \frac{9}{4} = 2 = 1+1. \quad \checkmark$$

Итого  $x=5$  подходит.

Итого  $\frac{1}{2} \log_a b = 2 \log_b c = 2 \log_c a - 1$ . Тогда



Я согласен на сбор, систематизацию, хранение, использование, распространение в отношении обработки персональных данных при данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет" и даю согласие в отношении обработки персональных данных при участии в олимпиаде на площадке федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)" в электронной информационно-образовательной среде с применением дистанционных образовательных технологий. Я согласен, что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован, что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными, совершаемые в рамках исполнения Операторами закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1230 от 17 ноября 2015 г.

Читовики  
Читовики  
СТР 5

(2)

$$\frac{\log_a b}{\log_b c} = 4 \Leftrightarrow \frac{\log_a b}{\log_a c} = 4 \Leftrightarrow \frac{\log_a b}{\log_a c} = 4$$

1  $\frac{1}{2} \log_a b = 2 \log_a c - 2 \Leftrightarrow \log_a b = 4 \log_a c - 4 \quad (2)$

2  $\Leftrightarrow \log_a b = \frac{4}{y} - 4$

3а Пусть  $\log_a c = y$ . Тогда  $\frac{(\frac{4}{y} - 4)^2}{y} = 4 \quad (2)$

4

$\Leftrightarrow \frac{(4-4y)^2}{y} = 4 \Leftrightarrow 16 - 8y + 4y^2 = 4y \quad (2)$

(2)

$\frac{0}{y} =$

$\Leftrightarrow 4y^2 - y^2 + 8y - 16 = 0$ . Пусть  $f(y) = 4y^2 - y^2 + 8y - 16$ .

а) Если

$\Leftrightarrow \frac{(2-y)^2}{y^2} = 1 \Leftrightarrow 4 - 4y + y^2 = y^2 \quad (2)$

$\frac{1}{2} \log_a$

$\Leftrightarrow 4(1-y) = y^2(y-1) \Leftrightarrow y^4(y-1) + (y-1) \cdot 4 = 0 \quad (2)$

и

$\Leftrightarrow (y-1)(y^4+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y-1=0, \\ y^4+4=0, \text{ но } y^4 \geq 0 \Leftrightarrow y^4+4 \geq 4 > 0, \text{ н.р.} \end{cases}$

б)  $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$y=1$ .  $\log_a c = 1 \Leftrightarrow a=c \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 1 = x - \frac{11}{4} \quad (2)$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$ . Проверка:



участии в олимпиаде «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)». Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использоваться при печати дипломов олимпиады в случае их получения. Я согласен на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Порядком проведения олимпиад школьников, Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

Читовик  
СТР 6

$$\frac{1}{2} \log_{\left(\frac{7}{4} - 1\right)} \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\right) \geq \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{\left(\frac{7}{2} - \frac{11}{4}\right)} \left(\frac{7}{4} - 1\right) = 2 \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \log_{\left(\frac{7}{4} - \frac{11}{4}\right)} \left(\frac{7}{4} - \frac{11}{4}\right) = 2 \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{2} = 2 \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{2}\right)^2 = 4 \Rightarrow \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{2} = 2$$

- неверное рав-во. Значит такое уравнение не имеет ни одного корня.

3) Пусть  $2 \log_c a = 2 \log_b c \Rightarrow \frac{1}{2} \log_a b = 1$ . Тогда

$$\frac{\log_c a}{\log_b c} = 1 \Rightarrow \frac{\log_c a}{\log_a c} \geq 1 \Rightarrow \log_c^2 a \cdot \log_a b = 1$$

$$\Rightarrow \log_c a = \frac{1}{2} \log_a b \Rightarrow \log_a b = 4 \log_c a + 2$$

Пусть  $\log_c a = y$ , тогда

$$y^2 \cdot (4y + 2) = 1 \Rightarrow 4y^3 + 2y^2 = 1 \Rightarrow 4y^3 - \frac{1}{2} + 2y^2 - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\left(y^2 - \frac{1}{8}\right) + 2\left(y - \frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2\left(y - \frac{1}{2}\right)\left(y^2 + \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}\right) + \left(y - \frac{1}{2}\right)\left(4y - \frac{1}{2}\right) = 0$$