Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103338**

ID профиля: **192861**

Вариант 19

Чистовик

№ 1

$S = a_1 + a_2 + a_3 \dots + a_{14}$

$a_i = a_1 + d\cdot(i-1)$

$S = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d \dots + a_1 + 13d = 14a_1 + \frac{13\cdot 14}{2} d = 14a_1 + 91d$

$a_9 = a_1 + 8d$

$a_{17} = a_1 + 16d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$

ариф. прогр. из целых чисел $\Rightarrow \begin{cases} a_1 \in \mathbb{Z} \\ d \in \mathbb{Z}, \ d > 0 \end{cases}$

$a_9 \cdot a_{17} > S + 12$

$(a_1 + 8d)(a_1 + 16d) > 14a_1 + 91d + 12$

(1) $a_1^2 + (24d - 14)a_1 + 128d^2 - 91d - 12 > 0$

$a_{11} \cdot a_{15} < S + 47$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 14a_1 + 91d + 47$

(2) $a_1^2 + (24d - 14)a_1 + 140d^2 - 91d - 47 < 0$

$\exists\, \alpha = a_1^2 + (24d - 14)a_1 + 140d^2 - 91d - 47 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \alpha < 0 & (2) \\ \alpha - 12d^2 + 35 > 0 & (1) \end{cases} \Rightarrow -12d^2 + 35 > 0$

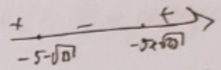
$\begin{cases} d^2 < \frac{35}{12} \\ d \geq 1 \\ d \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow d \in \{1\}$

1

Чистовик

№:1 (продолжение)

$d \in \{1\}$ Тогда:



$$\begin{cases} a_1^2+10a_1+2<0 \\ a_1^2+10a_1+25>0 \end{cases} \quad \begin{matrix} D_1 = 100-8 = 92 = 2^2\cdot 2^3 \Rightarrow a_{1,2} = -5 \pm \sqrt{23} \\ D_2 = 0 \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23}) \\ a \neq -5 \\ a \in \mathbb{Z} \rightarrow \text{по усл} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ т.к. $-10 < -5-\sqrt{23} < -9$, $-1 < -5+\sqrt{23} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Чистовик

№ 3

1) $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$ - окр. с центром в $(a;b)$ и радиусом $R=5$

2) рассмотрим 2 случая 2ого неравенства

1. $-8a-6b \le 25 \Rightarrow b \ge -\frac{4}{3}a - \frac{25}{6}$

$a^2+8a+b^2+6b \le 0$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25$ - окр с центром в $(-4;-3)$ и $R=5$

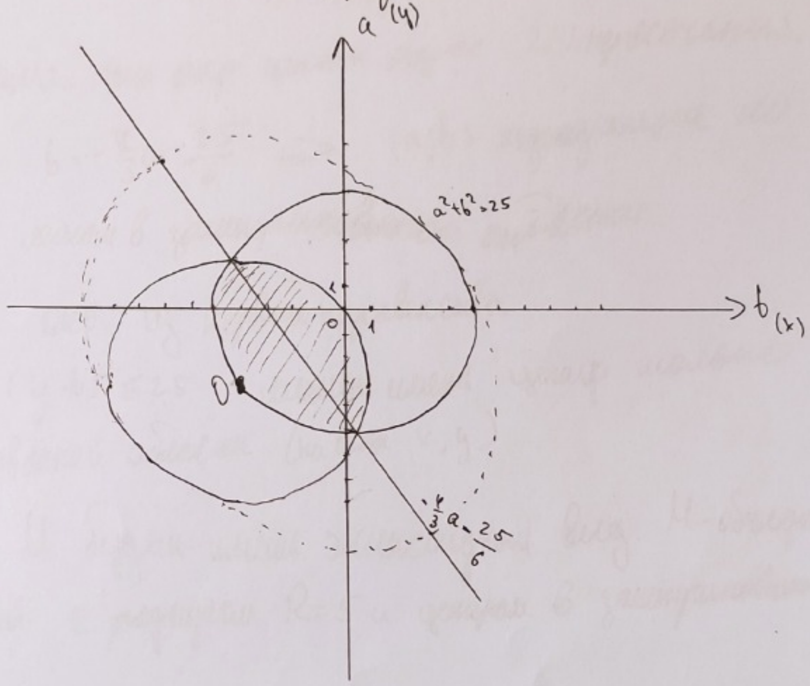
2. $-8a-6b \ge 25 \Rightarrow b \le -\frac{4}{3}a - \frac{25}{6}$

$a^2+b^2=25$ - окр с центром в $(0;0)$ и $R=5$

Изобразим всё на графике:

Чистовик

№ 3 (продолжение)



найдём точки пер окружностей с прямой $-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}$:

$$\begin{cases} b=-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6} \\ (a+4)^2+(b+3)^2=25 \end{cases} \Rightarrow \quad a^2+8a+\left(-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}\right)^2+6\left(-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}\right)=0$$

$$a^2+\left(-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}\right)^2-25=0$$

$$\begin{cases} b=-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6} \\ a^2+b^2=25 \end{cases} \Rightarrow \quad a^2+\left(-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}\right)^2-25=0$$

Чистовик.

№3 продолжение

Получается что окр имеют общие 2(·) пересечения с прямой $b=-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}$ => $(a;b)$ подходящие по неравенству лежат в заштрихованной области.

То есть окр. из первого неравенства $(x-a)^2+(y-b)^2\leq 25$ может иметь центр только в заштрихованной области (на осях x, y)

Фигура М будет иметь эллипсоидный вид. М - объединение всех окружностей с радиусом $R=5$ и центром в заштрихованной области.

Если делать оценку, что $S \approx 3 S_{окр}$ с $R=5$ =>

=> $S \approx 3\cdot \pi \cdot 25 = 75\pi$

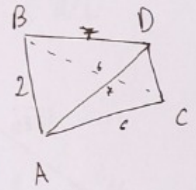
Ж Под площадью окружности понимается площадь её внутренности, то есть площадь круга.

Отв: $S_M \approx 75\pi^2$

5

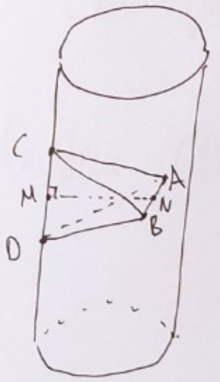
Решение

№2



Раз все вершины на бок. пов. ~~стороне~~ цилиндра, и $CD \parallel$ оси ц. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $CD \in$ пов. цилиндра, тогда тетраэдр будет расположен так:



$\triangle BAC$ и $\triangle BDA$ р/б $\Rightarrow$

$= \rho(B, CD) = \rho(A; CD) \Rightarrow AB \perp CD$, но если в горизонт. сечении AB будет хордой окр. основания цилиндра $\Rightarrow$ наименьший радиус цилиндра будет если

$AB = 2R$, где R – радиус цилиндра $\Rightarrow$

$\Rightarrow R = 1$

$\exists$ N - середина AB, NM - высота опущенная на CD. Тогда:

в р/б $\triangle BCA$: $CN = \sqrt{BC^2 - BN^2} = \sqrt{36-1} = \sqrt{35}$ по Т Пиф.

в р/б $\triangle BDA$: $DN = \sqrt{BD^2 - BN^2} = \sqrt{49-1} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ по Т Пиф.

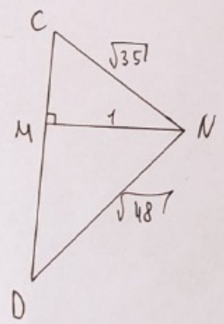
$NM = R = 1$, т.к. AB - диаметр $\Rightarrow$ N - центр осн. цилиндра в поперечном сечении.

6

Чистовик.

№2 (продолжение)

△ в CND:



$CD = \sqrt{48-1} + \sqrt{35-1} = \sqrt{47} + \sqrt{34}$ по т Пифагор.

Ответ: $CD = \sqrt{47} + \sqrt{34}$

Упр. 7 №: 3

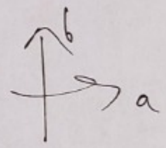
ищу a b

$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 25$ — окр в $(x;y)$ с $R=5$

$a^2+b^2 \leq \min(-8a-6b, 25)$

1) $-8a-6b \leq 25$

$a^2+8a+b^2+6b \leq 0$



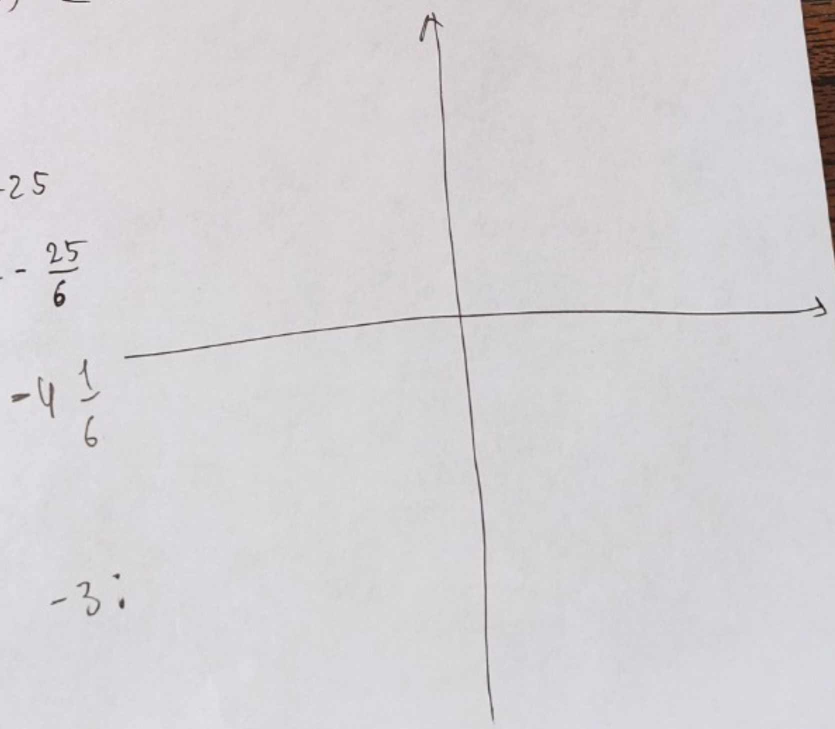
$a^2+8a+16-16+b^2+6b+9-9 \leq 0$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \leq 25$ — окр с ц) $O(-4;-3)$ и $R=5$

$-8a-6b \leq 25$

$6b \geq -8a-25$

$b \geq -\frac{4}{3}a - \frac{25}{6}$



Чрн. 5

~~$a_1 \in (-5; -23)$~~

$a_1 \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23}) \quad a_1 \neq -5$

$a_1 \in \mathbb{Z}$

$-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

Черновик

$64 = 2^6$

$308 = 2 \cdot 154 = 2^2 \cdot 77 = 2^2 \cdot 11 \cdot 7$

$244 = 2 \cdot 122 = 2^2 \cdot 61 = 2^2 \cdot 61$

$$\begin{cases} d < 0 \\ d - 12d^2 + 35 > 0 \end{cases}$$

$35 > 12d^2$

$d^2 < \frac{35}{12}$

$d \in \{1\}$

$$\begin{array}{r} 140 \\ -91 \\ \hline 49 \\ -47 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ -91 \\ \hline 37 \\ -12 \\ \hline 25 \\ \times 5 \end{array}$$

$D_1 = 100 - 8 = 92 = 2 \cdot 46 = 2^2 \cdot 23$

$a_{1,2} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2} = -5 \pm \sqrt{23}$ $\cancel{a_1 \in (-5;}$ $a_1 \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23})$

$D_2 = 100 - 100 = 0$ $a \neq -5$

$a_{1,2} = \frac{-10 \pm 0}{2} = -5$

Чернетка 3

$$a_1^2 + 24d \cdot a_1 + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12$$

$$a_1^2 + (24d - 14)a_1 + 128d^2 - 91d - 12 > 0$$

$$D = 576d^2 - 672d + 196 - 512d^2 + 364d + 48 =$$

$$= 64d^2 - 308d + 244 = 2^2 \cdot (16d^2 - 77d + 61)$$

$$a_{11} \cdot a_{15} < S + 47$$

$$(a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < S + 47$$

$$a_1^2 + 24d \cdot a_1 + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47$$

$$\begin{cases} a_1^2 + (24d - 14)a_1 + 140d^2 - 91d - 47 < 0 \\ a_1^2 + (24d - 14)a_1 + 128d^2 - 91d - 12 > 0 \end{cases}$$

$$d = 1$$

21103338 (U192861 M1296891)

Черновик 2

$$(24d-14)^2 = 576d^2 - 672d + 196$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ -512 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 412 \\ -196 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 14 \\ \hline 192 \\ 48 \\ \hline 672 \end{array}$$

$$216 = 2 \cdot 108 = 2^2 \cdot 54 = 2^3 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$64 = 2^6$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ \times 4 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$672 = 2 \cdot 336 = 2^2 \cdot 168 = 2^3 \cdot 84 = 2^4 \cdot 42 =$$

$$= 2^5 \cdot 21 = 2^5 \cdot 7 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 103 \\ \times 4 \\ \hline 412 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 4 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 4 \\ \hline 364 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ +48 \\ \hline 244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 672 \\ -364 \\ \hline 308 \end{array}$$

21103338 (U192861 M1296891)

Черновик (1)

$$S = a_1, a_1+d, a_1+2d \ldots a_1+13d$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 7 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$14a_1 + 1+2+3\ldots+13 = 14a_1 + \frac{13\cdot 14}{2} = 14a_1 + 91d$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$a_9 = a_1 + 8d$

$a_{17} = a_1 + 16d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$$a_9 \cdot a_{17} > S + 12$$

$$(a_1+8d)(a_1+16d) > S+12$$

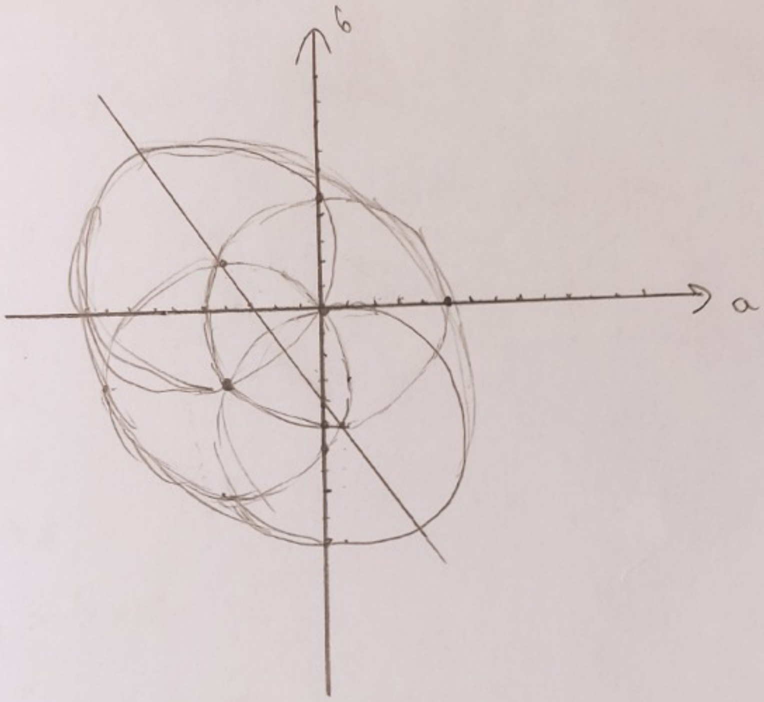
$$a_1^2 + 24d\cdot a_1 + 128d^2 > 14a_1 + 103$$

$$a_1^2 + (24d-14)a_1 + 128d^2 + 103 > 0$$

$$D = (24d-14)^2 - 4(128d^2+103) = 576d^2 - 672d + 196 - 512d^2 - 412 =$$

$$= 64d^2 - 672d - 216 = 2^3\cdot(8d^2 - 84d - 27)$$

Черт. 8.



$a^2+б^2-15=0$

$a^2+\left(-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}\right)^2-25=0$

2) $б \leq -\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}$

$б=-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}$

$(a+4)^2+(б+3)^2=25$

$a^2+8a+б^2+6б=0$

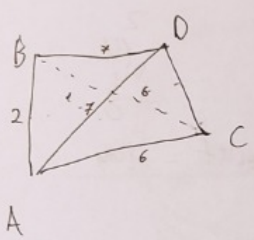
$a^2+8a+\left(-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}\right)^2+6\left(-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}\right)$

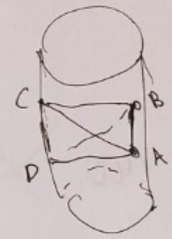
21103338 (U192861 M1296891)

Черновик ?

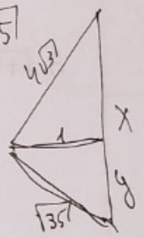
Черновик 6

N:2





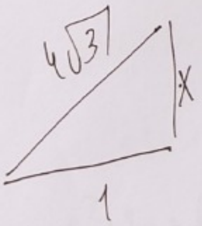
$h_2 = \sqrt{36-1} = \sqrt{35}$



$R = \frac{AB}{2} = 1$

$\cancel{\sqrt{49-4} = \sqrt{45}}$

$\sqrt{49-1} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$



$\sqrt{48-1} = \sqrt{47}$

$\sqrt{35-1} = \sqrt{34}$

Чумакина. 8

$a_1 = -1$

$S = -14 + 91 = 77$

$a_9 \cdot a_{17} = 7 \cdot 15 =$

$a_{11} \cdot a_{15} = 9 \cdot 13 = 117 < 77 + 117 = 144$

$8 \cdot 16 =$

$9 \cdot 1 + 47$

$10 \cdot 14 = 140$

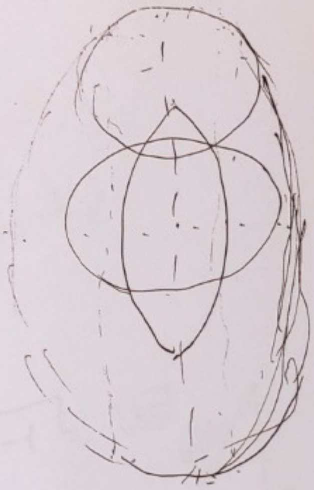
$a_1 = -5$

$S = 21$

$a_9 \cdot a_{17} = 3 \cdot 11 = 33 \to \cancel{21 + 12}$

21103338 (U192861 M1296891)

Черн 10



-9

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 9 \\ \hline -126 \end{array}$$

$S = \frac{-126}{91} = -35$

$a_9 \cdot a_{17} = -1 \cdot 7 = -7$

$a_{11} \cdot a_{15} = 1 \cdot 5 < -35 + 47$

$S = \frac{-100}{91} = -48$

$a_9 \cdot a_{17} = -2 \cdot 6 = -12$ $-48 + 12$

$a_{11} \cdot a_{15} = 0 \leq -48 + 47$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103338**

ID профиля: **192861**

Вариант 19

Чистовик

№5

Найдём произведение данных логарифмов:

$$\underset{(1)}{\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)} \cdot \underset{(2)}{\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)} \cdot \underset{(3)}{\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2} =$$

$$= \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-1\right) \cdot \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 \cdot \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) =$$

$= \frac{1}{2}\cdot 4 \cdot 1 = 2 \Rightarrow$ если какие-то 2-а логарифма равны a, а третий равен $a+1$, то:

$$a^2(a+1) = 2$$

$$a^3 + a^2 - 2 = 0$$

$$(a-1)(a^2+a+2) = 0 \Rightarrow a \in \{1\}$$

То есть два логарифма равны 1, а третий 2.

Рассмотрим случаи:

1) $(1) = (2) = 1$

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \cdot \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = 1$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = 2$$

$$x - \frac{11}{4} = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \Rightarrow x = 5$$

1

Чистовик. N: 5 продолжение

$x = 5$ подходит по ОДЗ во всех трех логарифмах

$\log_{(\frac{5}{2}-1)^2}(\frac{5}{2}-\frac{1}{4}) = 1$

$\log_{\sqrt{5-\frac{11}{4}}}(\frac{5}{2}-1) = 1$

$\log_{\frac{5}{2}-\frac{1}{4}}(5-\frac{11}{4})^2 = \log_{\frac{9}{4}}(\frac{9}{4})^2 = 2$ $\Rightarrow x \in \{5\}$ - часть ~~ответа~~ множ. подходящих x.

2) (1) = (3)

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}) \cdot \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})^2 = 1$

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(x-\frac{11}{4})^2 = 1$

$x - \frac{11}{4} = \frac{x}{2} - 1$ — без модулей, т.к. по ОДЗ оба ≥ 0

$\frac{x}{2} = \frac{7}{4}$

$x = 3,5 = \frac{7}{2}$ по ОДЗ подходит во все 3 log.

проверим уже ~~принятое~~ во (2) log

$\log_{\sqrt{\frac{14}{4}-\frac{11}{4}}}(\frac{7}{4}-1) = \log_{\sqrt{\frac{3}{4}}}\frac{3}{4} = 2$

Но

$\log_{(\frac{7}{4}-1)^2}(\frac{7}{4}-\frac{1}{4}) \neq 1 \Leftrightarrow x = 3,5$ не подходит.

Чистовик

№5 продолжение

3) (2) = (3)

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)\cdot\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = 1$$

$$\cancel{4\cdot 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\frac{x}{2}-1} = 1$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = 1$$

$$\sqrt{x-\frac{11}{4}} = \frac{x}{2}-1$$

$$x-\frac{11}{4} = \frac{x^2}{4}-x+1 \qquad |\cdot 4$$

$$4x-11 = x^2-4x+4$$

$$x^2-8x+15=0$$

$$(x-3)(x-5)=0 \Rightarrow x\in\{3;5\}$$

$x=5$ не подх, так как (1) log будет 1. Проверим $x=3$

$$\log_{\left(\frac{3}{2}-1\right)^2}\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right) = \log_{\frac{1}{4}}\frac{5}{4} \neq 2 \Rightarrow x=3 \text{ не подх.}$$

Тогда единственный подходящий $x=5$

Отв: $x\in\{5\}$

Чистовик

№ 4

$\text{НОД}(a; b; c) = 7 \cdot 3$

$\text{НОК}(a; b; c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$

$a = 3 \cdot 7 \cdot 3^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2}$ $\qquad \alpha_{1,2} \geq 0$

$b = 3 \cdot 7 \cdot 3^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2}$ $\qquad \beta_{1,2} \geq 0$

$c = 3 \cdot 7 \cdot 3^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2}$ $\qquad \gamma_{1,2} \geq 0$

$\begin{cases} \max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 16 \\ \max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 14 \end{cases}$, а две меньших степени принадл. $[0; 16]$, $[0; 14]$ $\Rightarrow$

~~$\Rightarrow$ есть $17^2 \cdot 15^2$ вариантов выбрать 4 степени.~~

~~Но в $16 \cdot 15 - 1$ вариантах $\alpha_1 = \beta_1$, $\alpha_2 = \beta_2$ $\Rightarrow a = b$ (если γ_1 max) $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow$ какие-ни 2 числа равны $\Rightarrow$ есть только 3 способа расположения~~

~~числа $(x; x; y)$ в тройке.~~

~~Иначе 1 случай, когда~~

$\begin{cases} \min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 0 \\ \min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 0 \\ \max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 16 \\ \max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 14 \end{cases}$

Числовик

N:4

средняя же ст: для средн $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) \in [0; 16]$

для средн $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) \in [0; 14]$

0 16

0 14

Всего $17 \cdot 15$ вариантов выбрать 2 степени.

при этом для соотв. средних степеней два числа могут повторяться

0 0 | 0 14 | 16 0 | 16 14

То есть если ~~...~~ 2 ср числа не входят в эти варианты, и ещё $3 \cdot 2$

то есть $3 \cdot 2$ вариантов сопоставить степени,

$\frac{0}{0}$ $\frac{x}{y}$ $\frac{16}{14}$

Вариантов расположить числа в тройке =>

$\Rightarrow (17 \cdot 15 - 4) \, 6^2$ - часть случаев.

5

21103338 (U192861 M1296892)

Чистовик

№4

Если не расм случаи возможных равных чисел:

$\begin{matrix}0\\6\end{matrix}$ $\begin{matrix}0\\14\end{matrix}$ $\begin{matrix}16\\6\end{matrix}$ $\begin{matrix}16\\14\end{matrix}$

Средние степени 3 и 7.

Тогда если получится два равных числа, что будет всего 3 варианта расстановки =>

$4\cdot(2\cdot6+1\cdot3)=15\cdot4=60$ в-ов

Тогда всего троек:

$(17\cdot15-4)\cdot6^2+60$

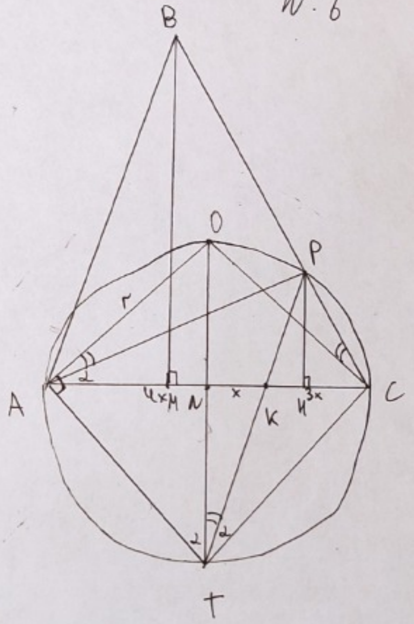
Отв: $(17\cdot15-4)\cdot6^2+60$

6

21103338 (U192861 M1296892)

Чистовик

№ 6



$\angle OAC = \alpha$

$\begin{cases} AT \perp OA \\ CT \perp OC \end{cases} \Rightarrow \angle AOC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow T \in$ окр через (·)A, (·)O, (·)C $\Rightarrow$

$\Rightarrow OT$ - диаметр окр.

$\exists\, PH = h \Rightarrow hx \cdot 3 = 12 \Rightarrow hx = 4$

$TN \cdot NO = AN \cdot NC = 16x^2$

$S_{ABC} = \left(\frac{8}{3}\right)^2 \cdot S_{PKC} = \frac{64}{9_3} \cdot \cancel{6}\, 2 = \frac{128}{3}$ $\left(\begin{array}{l} TP \parallel AB \text{ т.к.} \\ \angle BAT = \angle ATC \end{array} \right)$

Отв: $S_{ABC} = \frac{128}{3}$

7

Черновик. 3

$\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$ 5 : 1

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\cdot\left(\frac{x}{2}-1\right)$ 1

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$ 2

$$\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2}\left(\frac{x}{2}-1\right)\cdot\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2\cdot\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 1=2$$

$$a^2\cdot(a+1)=2$$

$$a^3+a-2=0$$

$$a^3-a^2+a^2-a+2a-2=0$$

$$(a-1)(a^2+a+2)=0 \Rightarrow a=1$$

$$D=1-8<0$$

1) ln 2 : $\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1$

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2$$

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x^2}{4}-x+1$$

Игн 3

$$\log_{\frac{3}{2}} 1{,}5 = 1$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x^2}{4} - x + 1$$

$$2x - 1 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0 \qquad x \in [1; 5]$$

$$\log_{\frac{x}{2} - \frac{1}{4}} \left(x - \frac{11}{4}\right)^2 = 2$$

$$\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)^2 = \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{x}{4} + \frac{1}{16} = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{121}{16} \qquad / \cdot 16$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 16x^2 - 88x + 121$$

$$12x^2 - 84x + 120 = 0$$

$$6x^2 - 42x + 60 = 0$$

$$3x^2 - 21x + 30 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$D = 49 - 40 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} \qquad \{\cancel{2}; 5\}$$

Черн 4

2) 1 и 3

$x = \{1; 5\}$

$\log_{\frac{1}{4}} \frac{49}{16}$ $\quad x$

$\log_{\frac{9}{4}} \left(\frac{9}{4}\right)^2$

$\log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} = 1$

3) 2 и 3

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{121}{16} \quad / \cdot 16$$

$$8x - 4 = 16x^2 - 88x + 121$$

$$16x^2 - 96x + 125 = 0$$

$$\sqrt{x-\frac{11}{4}} = \left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$x-\frac{11}{4} = \left(\frac{x}{2}-1\right)^2$$

$$x-\frac{11}{4} = \frac{x^2}{4} - x + 1 \qquad /\cdot 4$$

$$4x-11 = x^2-4x+4 \qquad x=5$$

$$x^2-8x+15=0$$

$$D=64-60=4$$

$$x_{1,2}=\frac{8\pm 2}{2} \qquad \{3;5\}$$

$$\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{2} = 0.5$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = 2$$

$$x-\frac{11}{4} = \frac{x}{2}-\frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{10}{4}$$

$$x=5$$

Черновик

$\frac{7}{4}$ 1 $\frac{3}{4}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2$

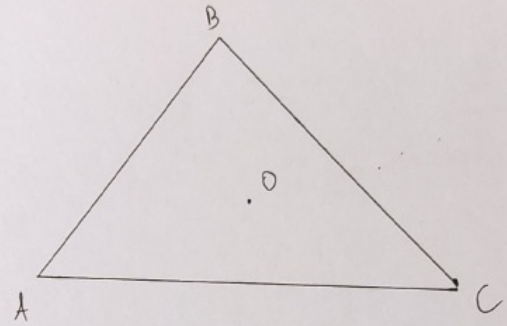
$\frac{3}{2}$ 1

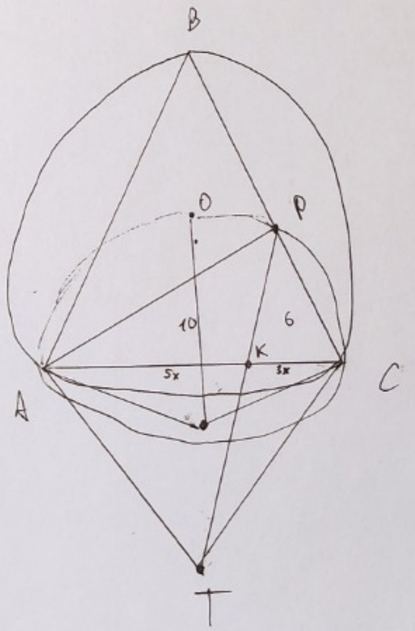
$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$

$\log_{\frac{1}{4}}$ $\frac{5}{4}$

$5, 1, 3, \frac{7}{2}$

N:8 черт.





черновик ①

№4

$(a;b;c)$ 3 числа

$\text{НОД}(a;b;c) = 21 = 7 \cdot 3$

$\text{НОК}(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$

$\alpha \geq 0$
$\beta \geq 0$
$\gamma \geq 0$

$a = 3 \cdot 7 \cdot 3^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2}$

$b = 3 \cdot 7 \cdot 3^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2}$

$c = 3 \cdot 7 \cdot 3^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2}$

17^2

$\max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 16 \quad [0;16]$

$\max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 14 \quad [0;14]$

15^2

$17^2 \cdot 15^2 \cdot 6^2$

$\alpha_1 = \beta_1$

$\alpha_2 = \beta_2$

~~14 · 15~~ в

16 · 15 в

0 ... 16

0 ... 14

5 5 16

4 4 14

Upr.

0 ... 16 17 . 15

0 14

0 0 16 16

0 14 0 14

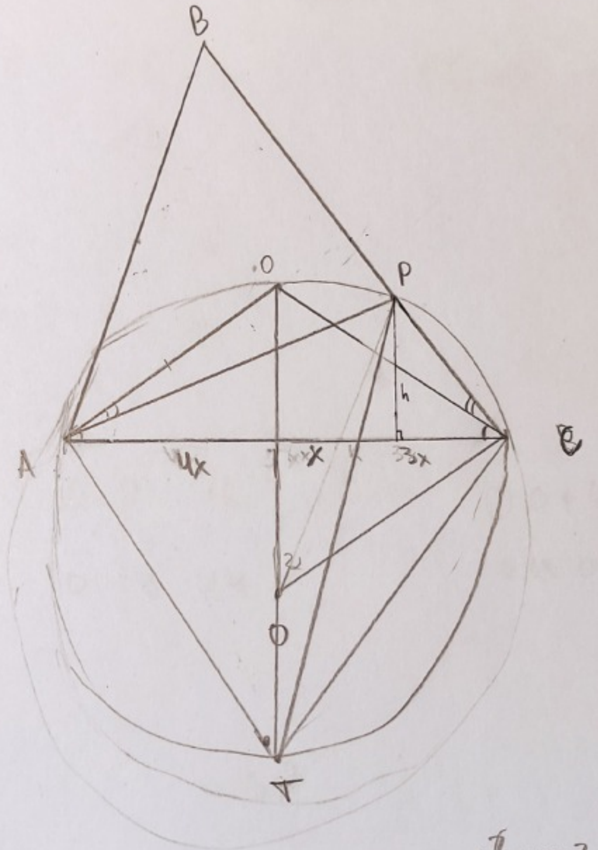
0 0 16 0 0 1 6 0 0 1 6

0 0 14 0 14 0 14 0 0

3 · 2

90 + 22

22 + x = 9



$3x \cdot h = 12$

$\cancel{h^2 + 16x^2 = r^2}$

$\cancel{h \cdot 5x = 20}$

$\cancel{hx = 4}$

$\cancel{R^2 - (R-h)^2 = 25x^2}$

$hx = 4$

$h = \sqrt{3x \cdot 5x} = \sqrt{15}\, x$

$\cancel{\sqrt{15}\, x^2 = 4}$

$\cancel{x^2 = \frac{4}{\sqrt{15}}}$

$x =$