Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102990**

ID профиля: **161440**

Вариант 19

Задача, черновик. лист 4 из.

$$4b^2+12b-39=0.$$

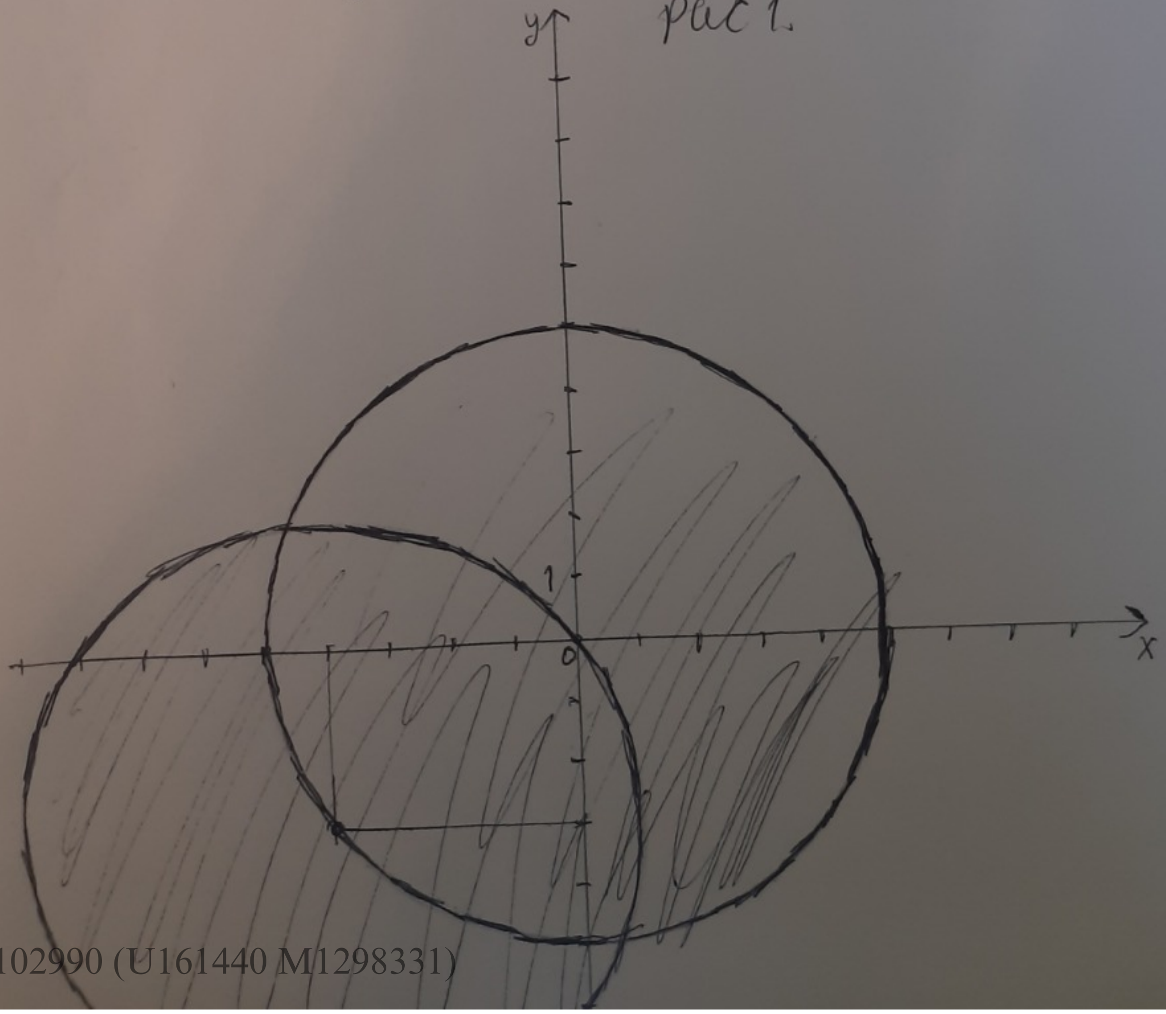
$$D = 144+16\cdot 39 = 16(9+39) = 16\cdot 48 = 16^2\cdot 3.$$

$$b_{1,2} = \frac{-12\pm 16\sqrt{3}}{8} = \frac{-3\pm 4\sqrt{3}}{2}.$$

Вернемся в систему.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b_1 = -1{,}5+2\sqrt{3} \\ a_1 = \frac{-25+9-12\sqrt{3}}{8} = -2 - 1{,}5\sqrt{3}. \end{cases} \\ \begin{cases} b_2 = -1{,}5-2\sqrt{3}. \\ a_2 = \frac{-25+9+12\sqrt{3}}{8} = -2+1{,}5\sqrt{3}. \end{cases} \end{array}\right.$$

рис 1.



Задача, Черновик лист 6.

S_1 и S_2 - секторы круга радиуса 10. ~~ΔACD. AB прямая~~

~~ΔADC - р/б ($AC = DC = 5$)~~ $ACBD$ - ромб (все стороны = 10) $\Rightarrow CD \perp AB$ и т.к

ромб - парал-лам, то $((AB) \cap (CD) = O)$ $AO = OB = \frac{AB}{2} = 2{,}5$.

ΔAOC. $\cos O\hat{A}C = \frac{OA}{AC} = \frac{1}{4}$, ~~аналогично $\cos(OAD) = \frac{1}{4}$~~, т.к оба острые, то равны.

$\cos \hat{CAD}$ = диаг ромба-бис-са угла $\Rightarrow CAD = 2CAO$.

$\cos \hat{CAD} = 2\cos^2 CAO - 1 = 2 \cdot \frac{1}{16} - 1 = \frac{-7}{8}$.

CAD (внеш) $= 2\pi - \arccos \frac{-7}{8}$.

$S_1 = \pi \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{2\pi - \arccos(\frac{-7}{8})}{2\pi}\right) = 100\left(\pi - \frac{\arccos \frac{-7}{8}}{2}\right)$ ~~$= 100(\pi - \arccos \frac{1}{4})$~~.

аналогично $S_2 = 100(\pi - \arccos \frac{1}{4})$.

ΔAOC. т. Пиф. $OC^2 + AO^2 = AC^2$

$OC^2 = 100 - (2{,}5)^2 = 100 \cdot \frac{15}{16}$

$OC = 10 \frac{\sqrt{15}}{4}$.

$CD = 2OC = 10 \frac{\sqrt{15}}{2} = 5\sqrt{15}$.

$S_{\Delta DBC} = \frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{5 \cdot 5\sqrt{15}}{2} = 12{,}5\sqrt{15}$.

$S_{общ} = 2S_1 + S_{\Delta DBC} = 100\pi + 100\pi - 100 \arccos \frac{-7}{8} + 12{,}5\sqrt{15}$.

21102990 (U161440 M1298331)

Задача 7 Черновик лист 5 из .

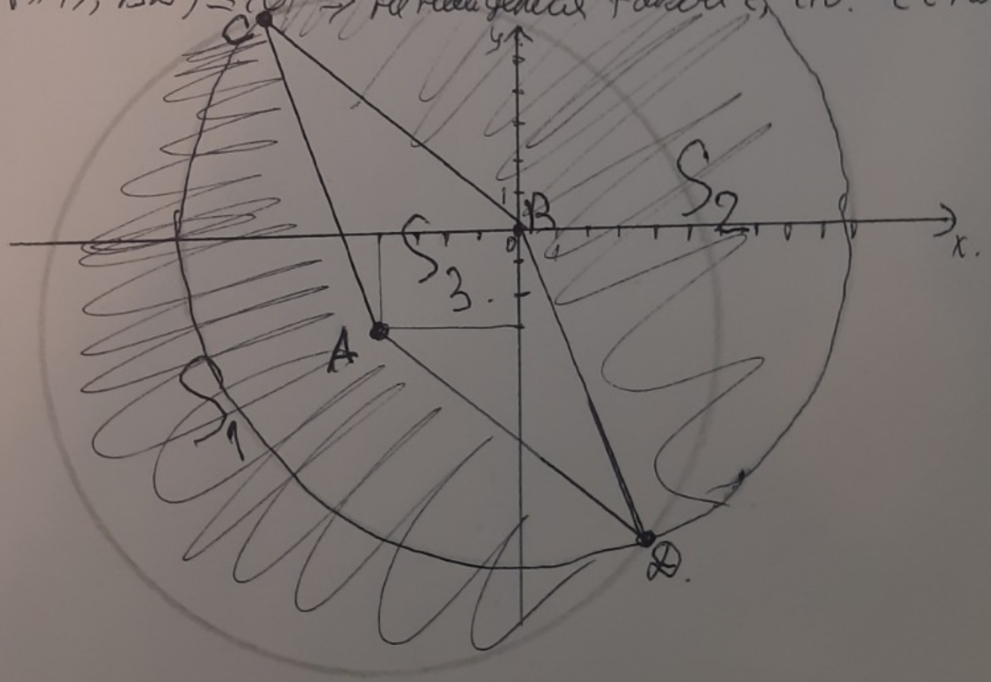
① - ур-е окружности с центром (a; b) радиуса 5. Ис ~~из~~ на область внутри ей: т.е это каждая точка рис 1. является центром области, огранич окр. радиуса 5. 1 Покажем, что полученная область - 2 окруж радиуса 10 с теми же центрами.

1) Если точка внутри рис 1, то взяв (a; b) = (0; 0) или (-4; -3) получим верное нер-во

2) Пусть эта точка A, а центры окр B и C, пусть AB ≤ BC (если BC < AB, то меняем названия местами). Из нашего предп. AB ≤ 10, отметим D так, что D ∈ [AB], AD = 5, тогда DB ≤ 5, т.е. точка внутри или на границе рис 1. ~~т.е все~~

3) т.е все точки $_6$ из обл удовл

4) расм точку не из области, т.е min (AB; AC) > 10, а все точки на границе E имеют min (AB; AC) ≤ 5, а точки P(x; y) с центром E min((E)B, BD) ≤ 10 ⇒ не найдется такой E, что E ∈ рис 1 и ρ(E; 6) ≤ 5.



21102990 (U161440 M1298331)

+3 11 91

33. 103.

11.

$S = \frac{(-10+13)\cdot 7}{} = 21.$

$a_9 = -5+8 = 3.$

$a_{17} = -5+16 = 11$ } 33

$3 \cdot 7 = 21.$

33.

308 | 16

$a_{11} = 9$

$a_{15} = 13.$

$x > 3$

$x < 2.$

$90+27 = 117.$

$x + 2 > 4.$

$x > 2.$

77 + 47 = 124

$-2 + 13d = 11.$

177.

308 | 4 = 77.
28
28

308 | 8
24 | 3
68.

24 × 14 = 96, 24, 336.

$\begin{cases} a + b > c + d \\ a > c. \end{cases}$

$a > b$

$c > d.$

7.

15

105 > 89.

24 × 24 = 96, 48, 576

24 × 28 = 192, 48, 672

672 − 364 = 308

$a_9 = -1$

$a_{17} = 7.$

−9

$-7 > -35 + 12.$

48 + 196 = 244

$-18 + 13 = -5.$

−35.

Задача 7. Чистовик. Листинг.

$$4b^2 \; 112b - 39 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot$$

Черновик.

Задача №1 Чистовик лист 1 из

Пусть d — разность этой прогрессии. Т.к. она возрастающая, то $d>0$, также d — целое $\Rightarrow$ натуральное.

$S = \frac{(a_1 + a_1 + 13d) \cdot 14}{2} = 7(2a_1 + 13d) = 14a_1 + 91d.$

$a_9 = a_1 + 8d_1$

$a_{17} = a_1 + 16d_1$, тогда известно, что $(a_1+8d_1)(a_1+16d_1) > 14a_1 + 91d + 12.$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$, тогда также известно, что $(a_1+10d)(a_1+14d) < 14a_1 + 91d + 47.$

$$\begin{cases}(a_1+8d_1)(a_1+16d_1) > 14a_1+91d+12\\(a_1+10d)(a_1+14d) < 14a_1+91d+47.\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2 + 24a_1d_1 + 128d_1^2 > 14a_1 + 91d + 12. \quad ①\\a_1^2 + 24a_1d_1 + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47. \quad ②\end{cases}$$

$\cancel{a_1^2 + 24a_1d_1 + 128d_1^2 > 14a_1 + 91d + 12.}$

$\cancel{a_1^2 + 24a_1d_1 + 140d^2 - 35 < 14a_1 + 91d + 12.}$

$\cancel{① \; a_1^2 + a_1(24d_1 - 14) + 128d_1^2 - 91d - 12 > 0.}$

$\cancel{D = 576d_1^2 - 672d_1 + 196 - 512d_1^2 + 364d + 48 = 64d_1^2 - 308d_1 + 244.}$

Если ① и ② истинны, то сложим их.

$\cancel{a_1^2} + \cancel{24a_1d_1} + 128d_1^2 + \cancel{14a_1} + \cancel{91d} + 47 > \cancel{14a_1} + \cancel{91d} + 12 + \cancel{a_1^2} + \cancel{24a_1d_1} + 140d^2$

$128d_1^2 + 35 > 140d^2$

$35 > 12d^2$; $\cancel{\text{т.е. } d = 1 \text{ или } d = 2}$

$d^2 < \frac{35}{12}$, т.к. $d>0$, то $d < \sqrt{\frac{35}{12}}$.

$2 \vee \sqrt{\frac{35}{12}}$

$4 \vee \frac{35}{12}$

$48 \vee 35$

$>$

$\Rightarrow d = 1.$

Зная это, решим ① и ②

21102990 (U161440 M1298331)

Задача №1 Чистовик лист 2 из 3

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+128 > 14a_1+91+12 \\ a_1^2+24a_1+140 < 14a_1+91+47. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+10a_1+25 > 0. \\ a_1^2+10a_1+2 < 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+5)^2 > 0 \\ (a+5)^2 - 23 < 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+5)^2 > 0 \\ (a+5)^2 < 21. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \neq -5. \\ -\sqrt{21} < a+5 < \sqrt{21} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \neq -5 \\ -\sqrt{21}-5 < a < \sqrt{21}-5. \end{cases}$$

$-5 < \sqrt{21} < -4$

т.е $\begin{cases} a \neq -5 \\ -4-5 \leq a \leq -1. \end{cases}$

проверим 0. $0 \vee \sqrt{21}-5.$

$5 \vee \sqrt{21}$

$25 \underset{>}{\vee} 21$; т.е 0 и больше - неуд

проверим -10 $-10 \vee -\sqrt{21}-5.$

$\sqrt{21} \vee 5.$

$21 \underset{<}{\vee} 25$, т.е -10 и меньше - неуд.

$a = \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $\{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

21102990 (U161440 M1298331)

Задача 3 чистовик лист 3 а)

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25.\\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \quad (1)\\ a^2+b^2 \le 25 \quad (2)\\ a^2+b^2 \le -8a-6b \quad (3)\end{cases}$$

Построим множество точек $(a;b)$. из (2) и (3).

(2) - окружность с центром $(0;0)$ и радиуса 5, и область внутри её

(3) $a^2+b^2 \le -8a-6b.$

$a^2+8a+b^2+6b \le 0.$

$a^2+8a+16+b^2+6b+9-16-9 \le 0$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25.$

окружность с центром в $(-4;-3)$ радиуса 5, и область внутри её. Также можно заметить, что центр (1) лежит на и наоборот. проверяется подстановкой в ур-е граница-окружности.

~~Пересечем области, окружности-границы.~~

$$\begin{cases}a^2+b^2=25\\ (a+4)^2+(b+3)^2=25.\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2+b^2=25\\ a^2+8a+16+b^2+6b+9=25\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2+b^2=25\\ 8a+6b+25=0.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left(\frac{-25-6b}{8}\right)^2+b^2=25. *\\ a=\frac{-25-6b}{8}\end{cases}$$

Решение * $\left(\left(\frac{-25-6b}{8}\right)^2+b^2=25\right)\cdot 64.$

$(-25-6b)^2+64b^2=1600.$

$625+300b+36b^2+64b^2=1600.$

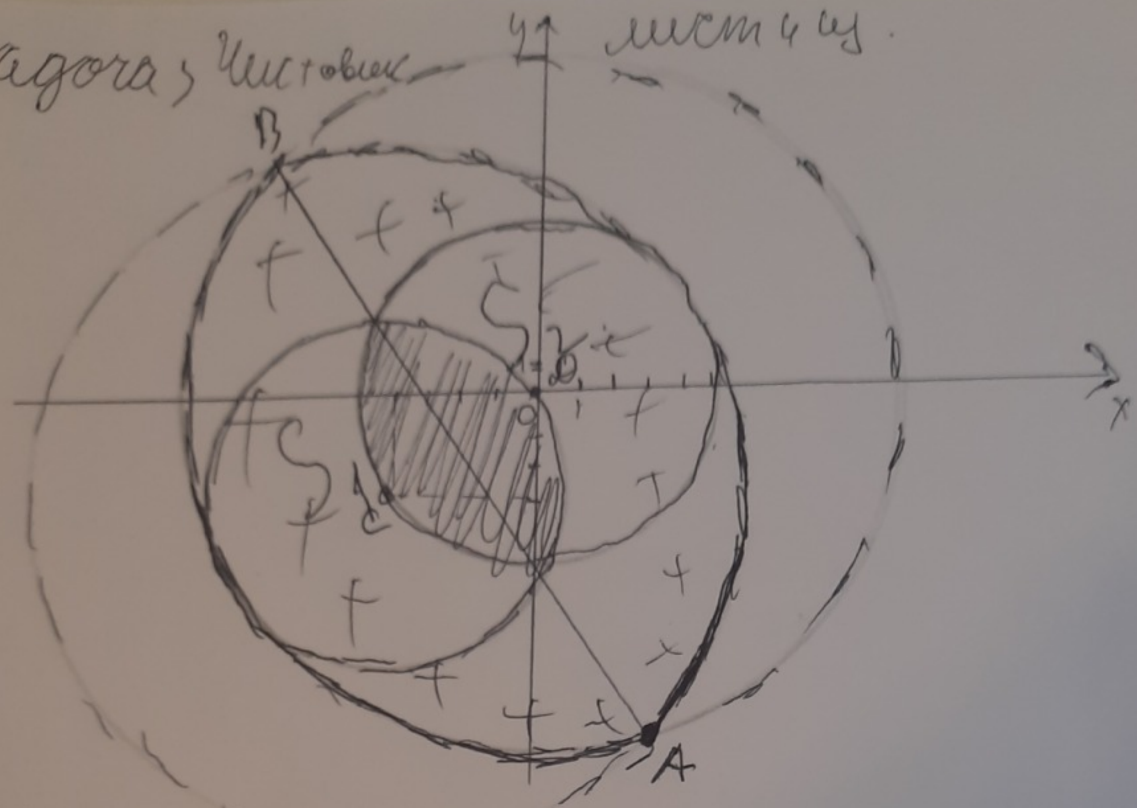
$100b^2+300b=975$

$4b^2+12b=39.$

975 | 25
75 | 39
225
225
0

21102990 (U161440 M1298331)

Задача 7 Чистовик лист 4 из.



① – ур-е окружности в центре $(a; b)$ радиуса 5, ~~т.е.~~ об и область внутри, т.е из каждой точки зашт. области проводится окр. радиуса r и все внутри их. т.е итоговая область – пересеч двух окр радиуса 10 с теми же центрами. $S_{области} = S_1 + S_2$. Рассч S_1.

AOBC – ромб $\Rightarrow AO \perp CO$ и $AB \cap CO = O$

$CO = OD$, $AO = OB$ = 2,5

$$S_1 = S_{сект} - S_{ACB} = \pi \cdot 10^2 \left(\frac{2\varphi}{2\pi}\right) - S_{AOC} - S_{COB} =$$

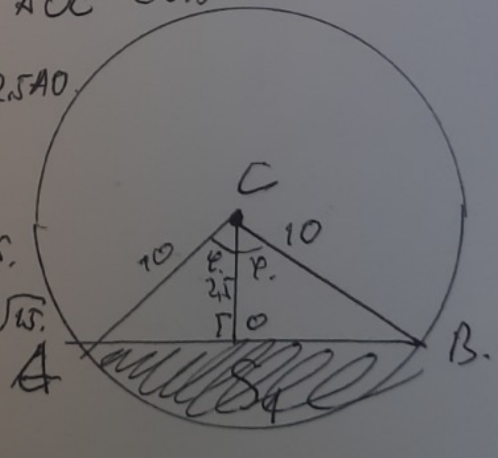
$$100\varphi - \frac{AO \cdot 2{,}5}{2} - \frac{OB \cdot 2{,}5}{2} = 100\varphi - 2{,}5AO$$

ΔAOC т Пиф. $AO^2 = AC^2 - 10^2$.

$$AO^2 = (2{,}5 \cdot 4)^2 - 2{,}5^2 = (2{,}5)^2 \cdot 15.$$

$$\Rightarrow S_1 = 100\varphi - 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot \sqrt{15} = 100\varphi - 6{,}25\sqrt{15}.$$

$\cos\varphi = \frac{OC}{AC} = \frac{1}{4}$ $\varphi = \arccos\frac{1}{4}$.



$$S_1 = 100 \arccos\frac{1}{4} - 6{,}25\sqrt{15}.$$

S_2 аналогично $100 \arccos\frac{1}{4} - 6{,}25\sqrt{15}$.

$$S_{общ} = S_1 + S_2 = 200 \arccos\frac{1}{4} - 12{,}5\sqrt{15}$$

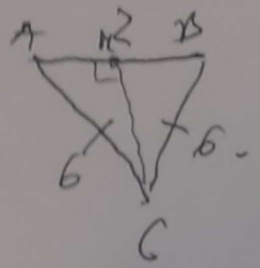
Ответ: $200 \arccos\frac{1}{4} - 12{,}5\sqrt{15}$.

21102990 (U161440 M1298331)

Задача №2 Чистовик лист 1/1.

№2. Рассм (ABC). – задан однозначно △ABC – р/б △.

CH – высота ⇒ мед ⇒ AH = HB = 1.



△AHC т. Пиф. $CH^2 + AH^2 = AC^2$.

$CH^2 + 1 = 36$

$CH = \sqrt{35}$.

~~DB~~ = AD = 7. точка D – равноуд от A и B ⇒ лежит в пл-ти φ ⊥ AB, H ∈ φ.

т.к. ГМТ точек, равноуд от двух, пл-ть ⊥ прямой, на кот они лежат и проход через серед отрезка, на кот. они лежат. т.к ~~DH~~ AH ⊥ φ ⇒

~~AB~~ ⊥ ~~∀~~ $l \subset \varphi$: AH ⊥ l. DH ⊂ φ ⇒ AH ⊥ DH. △AHD – прямоуг. ⇒

т. Пиф. $AD^2 = AH^2 + HD^2$

$49 = 1 + HD^2$

$HD^2 = (4\sqrt{3})^2$

$HD = 4\sqrt{3}$.

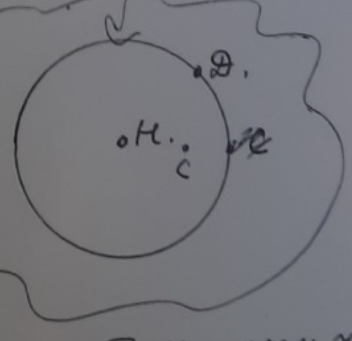
т.е D лежит в пл-ти φ на окруж с центром H радиуса $4\sqrt{3}$.

$4\sqrt{3} \vee \sqrt{35}$

$48 > 35$

~~сад-на бок пов-ти цилиндра~~

т.к. AB ⊥ CD $\left\{ \begin{array}{l} HC \perp AB, \Rightarrow \\ HC \cap \varphi,\ H \in \varphi \Rightarrow \\ HC \subset \varphi \Rightarrow \\ \cancel{HC \perp} C \in \varphi \Rightarrow \\ CD \subset \varphi \Rightarrow CD \perp AB \end{array} \right.$ пл-ть φ.



~~Значит~~ ~~AB~~ ~~цел~~ то AB – лежит в перп. сечении цилиндра ⇒ 2r цилиндра ≥ AB. Покажем, что $r = \frac{AB}{2}$ существует, тогда он будет минимальным, т.к если $r < \frac{AB}{2}$, то AB „не влезет" в перп. сечение. ~~Расположим~~

Пересечем цилиндр пл-тью φ, будет 2 прямые. $HC \geq \frac{AB}{2}$ r ⇒

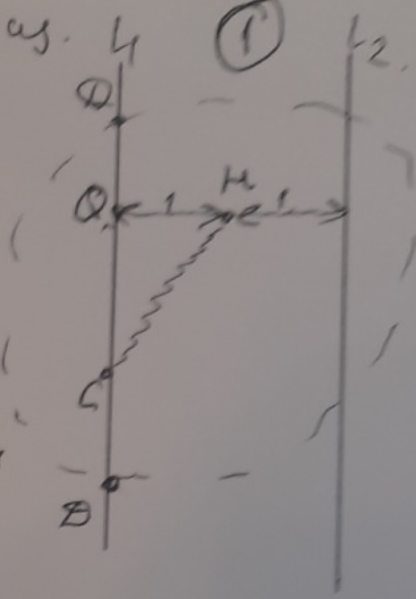
∃ C, что C ~~лежит~~ с лежит на прямой и $HC = \sqrt{35}$; r где лежит D также больше $r = \frac{AB}{2}$ ⇒ окруж пересечет 2 прямые, и в т. перес расположим D. т.к. HC ≠ HD, то они не совпадут. Получим

r = 1

Задача №2 Чистовик. лист 6 из.

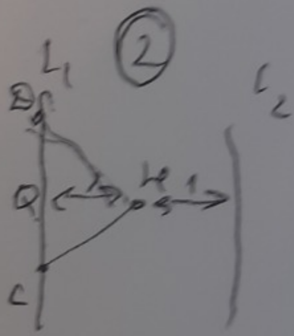
Гасин Ф.

~~Случай.~~ Возможно 4 случая



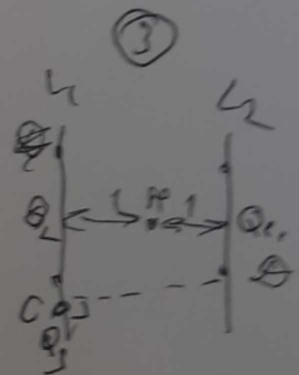
① . $CD = QD - QC =$ (из т. Пиф. $\triangle QHC$ и QHD)

$= \sqrt{HD^2 - QH^2} - \sqrt{CH^2 - QH^2} = \sqrt{47} - \sqrt{34}$.



② $CD = QD + QC =$ (аналогич 1)

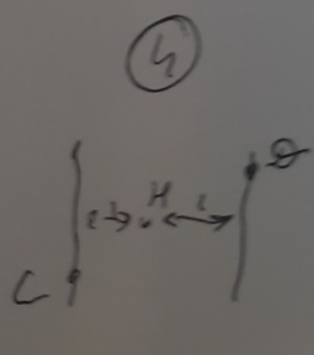
$\sqrt{HD^2 - QH^2} + \sqrt{HC^2 - QH^2} = \sqrt{47} + \sqrt{34}$.



③. $CD =$ (из т. Пиф. $\triangle DQ_3C$) $= \sqrt{Q_3D^2 + Q_3C^2} =$

$\sqrt{4 + (Q_2C)^2 + (Q_1D)^2} = \sqrt{4 + HC^2 - Q_2H^2 + H_1Q_1^2 + H_1D^2} =$

$\sqrt{4 + 35 - 1 + 48 - 1} =$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

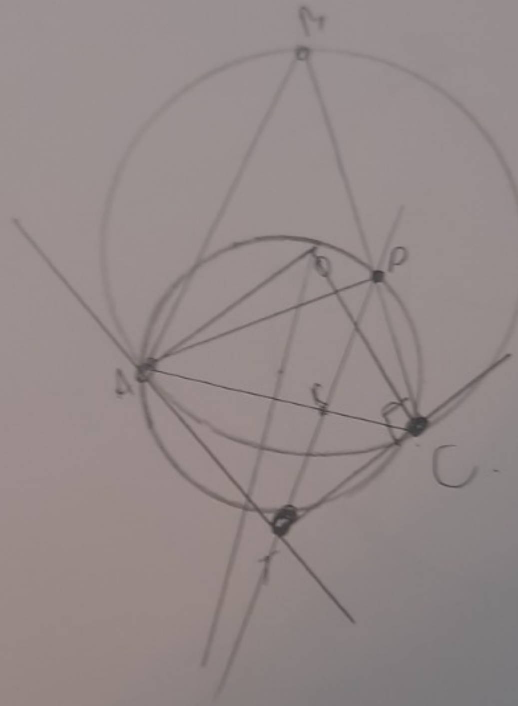
Шифр: **21102990**

ID профиля: **161440**

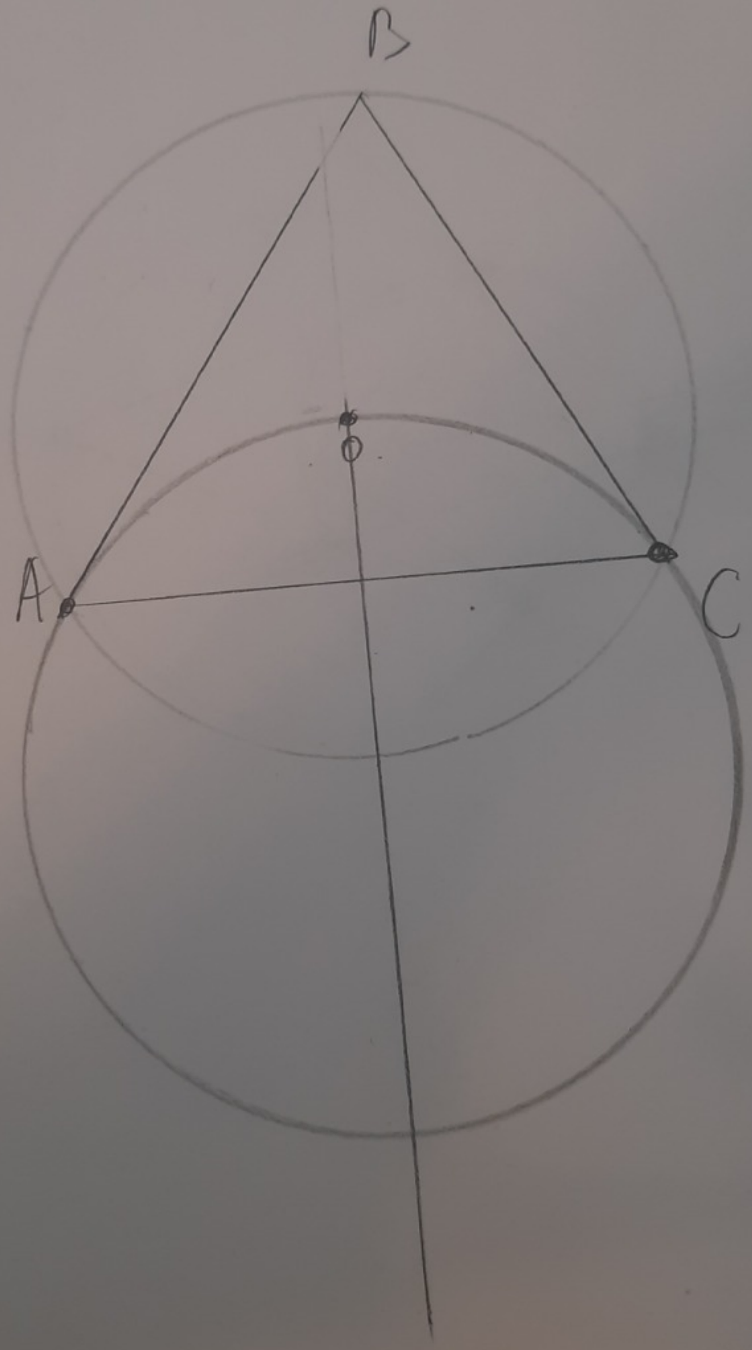
Вариант 19

Вариант 19. Задача 6. Чистовик. Лист 5/4.

Черновик



Чертежи



Вариант 13 Задача 1. Чистовик лист 4 из

(4)
$$\begin{cases} x > 3{,}75 \\ x \neq 4{,}75. \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{x^2}{4} - \frac{x}{2}\cdot 2 + 1 = x - \frac{11}{4} \quad |\cdot 4. \\ \frac{x}{2} - 1 = \frac{x^2}{4} - 2\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{16} \quad |\cdot 16 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x^2}{4} - 2\cdot\frac{x}{2} + 1 \quad |\cdot 4. \\ \frac{x}{2} - 1 = x - \frac{11}{4} \quad |\cdot 4 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3{,}75 \\ x \neq 4{,}75 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 4x - 11. \\ 8x - 16 = 4x^2 - 4x + 1. \end{cases} \\ \begin{cases} 2x - 1 = x^2 - 4x + 4. \\ 2x - 4 = 4x - 11. \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3{,}75 \\ x \neq 4{,}75 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 8x + 15 = 0. \\ 4x^2 - 12x + 17 = 0. \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 6x + 5 = 0. \\ 2x - 7 = 0. \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3{,}75 \\ x \neq 4{,}75. \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 5. \end{array}\right. \\ 4x^2 - 12x + 17 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 5. \end{array}\right. \\ x = 3{,}5. \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3{,}75 \\ x \neq 4{,}75 \\ x = 5 \\ 4\cdot x^2 - 12x + 17 = 0 \end{cases} \qquad x \in \varnothing.$$

$4\cdot 25 - 12\cdot 5 + 17 \neq 0.$

Черновик.

21102990 (U161440 M1298332)

Вариант 19. Задача ~~8~~ Чистовик. Лист 1.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$$

Пусть $x=\frac{a}{21}$, $y=\frac{b}{21}$, $z=\frac{c}{21}$, тогда.

$$\begin{cases} НОД(x;y;z)=1 \\ НОК(x;y;z)=\frac{3^{17}\cdot 7^{15}}{21}=3^{16}\cdot 7^{14} \end{cases}$$

~~Пусть~~ Из $НОК(x;y;z)$ следует, что в разложении x, y, z на простые существуют только 3 и 7, т.е каждое число имеет вид $3^{t_1}\cdot 7^{t_2}$, где t_1 и t_2 - целое неотриц число. Тогда если представить $x=3^{P_1}\cdot 7^{P_2}$ $y=3^{P_3}\cdot 7^{P_4}$, $z=3^{P_5}\cdot 7^{P_6}$, то $НОД(x;y;z)=$

$=3^{\min(P_1;P_3;P_5)}\cdot 7^{\min(P_2;P_4;P_6)}=1 \Rightarrow \min(P_1;P_3;P_5)=\min(P_2;P_4;P_6)=1.$

а $НОК(x;y;z)=3^{\max(P_1;P_3;P_5)}\cdot 7^{\max(P_2;P_4;P_6)} \Rightarrow \max(P_1;P_3;P_5)=16$; $\max(P_2;P_4;P_6)=14.$

I ~~случай: одно из чисел делится на 3, и на 7~~ т.е задача сводится к тому, чтобы посчитать кол-во 6-терок $P_1 \dots P_6$: что

$$\begin{cases} \max(P_1;P_3;P_5)=16 \\ \min(P_1;P_3;P_5)=1 \\ \max(P_2;P_4;P_6)=15 \\ \min(P_2;P_4;P_6)=1. \end{cases}$$

, посчитаем кол-во $(P_1;P_3;P_5)$, затем $(P_2;P_4;P_6)$ и ответ - произведение.

~~1) пусть P_1 ... тройка пусть $P_1=1$, $P_2=16$, тогда P_3 - любое $[1;16]$, т.е. 16 вариантов.~~

~~2) пусть $P_1=1$, $P_3=16$, P_2 - любое $[1;16]$, но $(1;16;16)$ уже посчитана.~~

$(P_1;P_3;P_5)$: 1 из чисел $=1$, одно -16, третье - любое, итого 16 комбинаций. т.к. их можно переставлять как угодно, то итого $3!\cdot 16=16\cdot 6=96$, но.

1 16 16 | 16 1 16 | 16 16 1 | 1 1 16 | 1 16 1 | 16 1 1 - посчитаны дважды, т.е всего различных троек - $\boxed{90}$.

$P_2;P_4;P_6$ - аналогично $(P_1;P_3;P_5)$ итого 14 комб, $3!\cdot 14=84$, но

1 14 14; 14 1 14; 14 14 1; 1 1 14; 1,14,1; 14,1,1 - учтены дважды, итог: $\boxed{78}$

Тогда ответ $90\cdot 78=7020$.

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times\ 90 \\ \hline 7020 \end{array}$$

Ответ: 7020.

21102990 (U161440 M1298332)

Вариант 19 задача 5. Чистовик лист 2 из .

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$ ① , $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$ ② , $\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$ ③ .

Замена $a=\frac{x}{2}-1$. $b=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ $c=\sqrt{x-\frac{11}{4}}$.

$\log_{a^2} b,\ \log_c a,\ \log_b c^4$

Заметим, что $a>0$ - подлог. знач ②, $a\neq 1$ т.к осн ①.
$b>0$ - подлог. знач ①, $b\neq 1$, т.к осн ③
$c>0$. - осн ②, $c\neq 1$, т.к. осн ②

$① = \log_{a^2} b = \frac{1}{2}\log_{|a|} b = \frac{1}{2}\log_a b. \neq 0$

$② = \log_c a \neq 0$

$③ = \log_b c^4 = 4\log_b|c| = 4\log_b c. \neq 0$

$①\cdot②\cdot③ = \frac{1}{2}\cdot\log_a b\cdot\log_c a\cdot 4\log_b c. = 2\cdot\log_a b\cdot\log_b c\cdot\log_c a =$

$2\cdot\log_a c\cdot\log_c a = 2.$

Пусть равные друг другу числа равны t, тогда

третье - $t+1$, тогда $t^2(t+1)=2$. ~~...~~ $(t\in R)$

$t^3+t^2-2=0$

	1	1	0	-2
1	1.	2	2	0.

$(t-1)(t^2+2t+2)=0.$

$\begin{cases} t=1 \\ t^2+2t+2=0^* \end{cases}$

Рассм * $D = 2\cdot 2-4\cdot 2 = -4<0 \Rightarrow$ ~~нет t~~ ~~...~~ след $t\in\varnothing$

21102990 (U161440 M1298332)

Вариант 19 задача 5 Чистовик лист 3 из 4.

Значит 2 числа равны 1, а третье — двойке.

I $\begin{cases} (1)=(2)=1 \\ (3)=2. \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{2}\log_a b=1 \\ \log_c a=1. \\ 4\log_b c=2. \end{cases}$ $\begin{cases} \log_a b=2. \\ \log_c a=1. \\ \log_b c=\frac{1}{2}. \end{cases}$ $\begin{cases} b^2=a^2 \\ a=c. \\ c^2=b^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a=c, \\ a^2=b^2. \end{cases}$ (4).

II $\begin{cases} (1)=(3)=1. \\ (2)=2 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{2}\log_a b=1. \\ \log_c a=2 \\ 4\log_b c=1. \end{cases}$ $\begin{cases} \log_a b=2 \\ \log_c a=2 \\ \log_b c=\frac{1}{4}. \end{cases}$ $\begin{cases} a^2=b \\ a^2=c^2. \\ b^4=c^4. \end{cases}$ $\begin{cases} b=a^2 \\ a=c^2 \\ b=c^4 \end{cases}$ $\begin{cases} b=a^2 \\ a=c^2 \end{cases}$ (5).

III $\begin{cases} (2)=(3)=1. \\ (1)=2. \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{2}\log_a b=2. \\ \log_c a=1. \\ 4\log_b c=1. \end{cases}$ $\begin{cases} \log_a b=4 \\ \log_c a=1. \\ \log_b c=\frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} b^4=a^4 \\ a=c. \\ b=c^4 \end{cases}$ $\begin{cases} a=c^{16} \\ a\neq c. \\ b=c^4 \end{cases}$ $\begin{cases} a=c. \\ b=c^4 \end{cases}$ (6)

~~если $c>0$, если $c\in(0;1)$, то $c^{16}<c$, если $c=1$, то $c^{16}=c$;~~
~~если $c>1$, то $c^{16}>c \Rightarrow c=1, \Rightarrow a=1 \Rightarrow b=1$, но $c\neq 1$.~~

Решим (4) и (5). 1) найдем ОДЗ: $a>0, a\neq 1, b>0, b\neq 1, c>0, c\neq 1.$

$\begin{cases} \frac{x}{2}-1>0 \\ \frac{x}{2}-1\neq 1 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}>0 \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}\neq 1. \\ \left[\begin{matrix} (4) \\ (5) \end{matrix}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} x-2>0 \\ x-2\neq 2 \\ x-\frac{1}{2}>0 \\ x-\frac{1}{2}\neq 1. \\ x-\frac{11}{4}>0 \\ x-\frac{11}{4}\neq 1. \\ \left[\begin{matrix} (4) \\ (5) \end{matrix}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} x>2 \\ x\neq 4 \\ x>\frac{1}{2} \\ x\neq\frac{3}{2}. \\ x>3{,}75 \\ x\neq 4{,}75. \\ (4) \\ (5) \end{cases}$ $\begin{cases} x>3{,}75 \\ x\neq 4{,}75 \\ \left[\begin{matrix} (4) \\ (5) \end{matrix}\right. \end{cases}$

$\begin{cases} x>3{,}75 \\ x\neq 4{,}75 \\ \left[\begin{matrix} \begin{cases} \frac{x}{2}-1=\sqrt{x-\frac{11}{4}}. \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}=\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^2 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 \\ \frac{x}{2}-1=x-\frac{11}{4}. \end{cases} \end{matrix}\right. \end{cases}$

21102990 (U161440 M1298332)

Вариант 19 задача 1 листик 1.

Черновик

$$\begin{cases} \frac{x}{2}-1>0 \\ \frac{x}{2}-1\neq 1 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}>0 \\ \sqrt{x-\frac{11}{4}}\neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{x}{2}-1=\sqrt{x-\frac{11}{4}} \\ \left(\frac{x}{2}-1\right)^2=\cancel{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \end{cases} \\ \begin{cases} \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^2=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 \\ \frac{x}{2}-1=x-\frac{11}{4} \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x}{2}-1=\sqrt{x-\frac{11}{4}} \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2}>1 \\ \frac{x}{2}\neq 2 \\ \frac{x}{2}\neq\frac{5}{4} \\ \frac{x}{2}>\frac{1}{4} \\ x-\frac{11}{4}>0 \\ x-\frac{11}{4}\neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-2=\sqrt{4x-11} \\ \cancel{(x-2)^2=2x-1} \end{cases} \\ \begin{cases} (2x-1)=(x-2)^2 \\ 2x-4=4x-11 \end{cases} \\ \begin{cases} x-2=\sqrt{4x-11} \\ 8x-4=(4x-11)^2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>2 \\ x\neq 4 \\ x\neq 2{,}5 \\ x>\frac{1}{2} \\ x>3{,}75 \\ x\neq 4{,}75 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-4x+4=4x-11 \\ \cancel{x^2-4x+4=2x-1} \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-1=x^2-4x+4 \\ 2x-4=4x-11 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-4x+4=4x-11 \\ 8x-4=16x^2-88x+121 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>3{,}75 \\ x\neq 4 \\ x\neq 4{,}75 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-8x+15=0 \\ x^2-6x+5=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-6x+5=0 \\ 2x=7 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-8x+15=0 \\ 16x^2-96x+125=0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>3{,}75 \\ x\neq 4 \\ x\neq 4{,}75 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=5 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right. \\ x=3{,}5 \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=5 \end{array}\right. \\ 16x^2-96x+125=0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>3{,}75 \\ x\neq 4 \\ x\neq 4{,}75 \\ \left[\begin{array}{l} x=5 \\ \cancel{4\cdot 5-8\cdot 5+17=100-40+17=77\neq 0} \\ x\in\varnothing \\ \begin{cases} x=5 \\ 16\cdot 5\cdot 5-96\cdot 5+125=5(80-96+25)\neq 0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>3{,}75 \\ x\neq 4 \\ x\neq 4{,}75 \\ \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x\in\varnothing \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\boxed{x=5}$$

Ответ: 5.

21102990 (U161440 M1298332)

Вариант 19. Задача 6 Чистовик. мин 5 из

1) Q - центр. опис окр △ OAC.

2) O лежит на с.п к [AC].

3) Q лежит на с.п. к [AC]

4) ATCO - 4уг.

$\hat{AOC}+\hat{OAT}+\hat{ATC}+\hat{TCO}=360°$

5) $OA \perp AT$, $OC \perp CT$ т.к. R к точке кас.

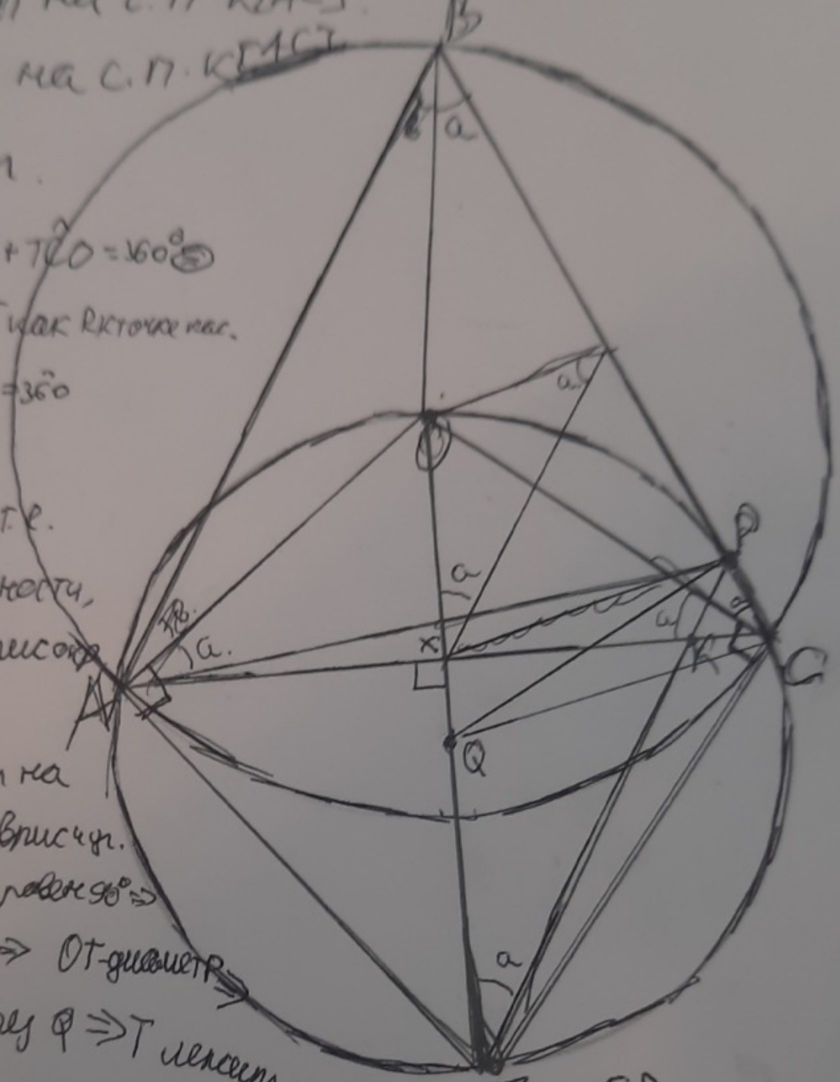
6) $\hat{AOC}+90+90+\hat{TCO}=360$

$\hat{AOC}+\hat{TCO}=180° \Rightarrow$

OCTA - впис 4-уг, т.е.

O, C, T, A - на 1 окружности,

т.е T лежит на опис окр вокруг. AOC



7) P также лежит на этой окр ⇒ APCT - вписан 4уг.

8) т.к. $\hat{OAT}$ - впис и равен 90° ⇒ опир на диаметр ⇒ OT - диаметр ⇒

OT проходит через Q ⇒ T лежит на (QO), т.е T на с.п. к [A; C].

9) ~~PT - бис-са APC, т.к. T - серед дуги AC, т.к AOC - р/б~~ $AO=OC=R_{ADC}$

$AO=OC=R_{ADC} \Rightarrow$ AOC - р/б ⇒ AOC = OCA. X - выс ⇒ мед. AOT=TOC

они впис ⇒ AT = TC ⇒ $\hat{APT}=\hat{TPC}$ т.к впис, опир на ров дуги ⇒ в △ KPC и APK h_K равны, т.к бис-са равноуд от AP и PC ⇒ ~~APK~~ $\frac{AP\cdot h_K}{2}=10=S_{APK}$

$\frac{PC\cdot h_K}{2}=6 \Rightarrow \frac{AP}{PC}=\frac{10}{6}$.