# Часть 1

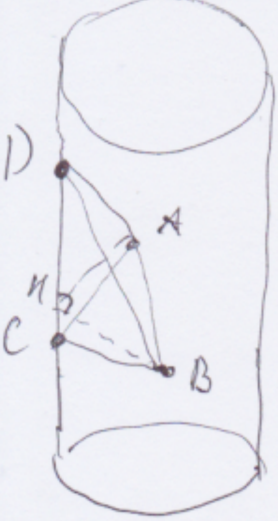
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102714**

ID профиля: **805888**

Вариант 19

Чистовик. В-19 №2




1) Пусть $BH \perp CD$ и $H \in$ прямой $CD$

Тогда $\triangle AHB$ вписан в окружность с радиусом цилиндра $R$ ($(HAB) \parallel$ основания т.к. $(HAB) \perp CD$ и осн $\perp CD$)

2) Т.к. $HAB$ впис в окр и $AB=2$, то $R \geq 1$

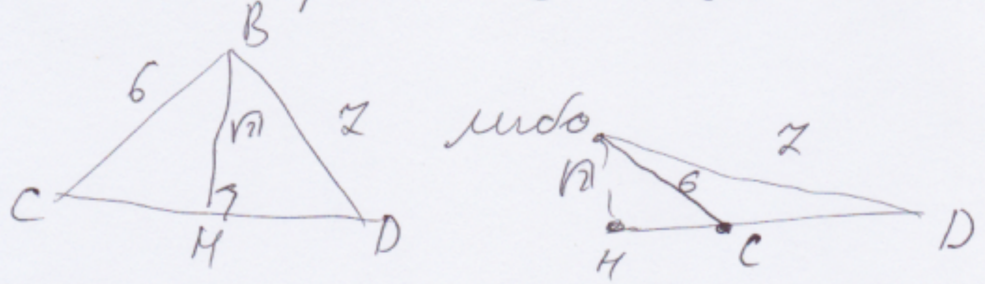

При $R=1$ $AB$-диаметр $\Rightarrow$ $\angle AHB = 90°$.

3) Заметим, что т.к. ~~$\triangle ACB$~~ $DB=AD$ и $AC=CB$, а $CD$-общая, то $\triangle DCB = \triangle DCA$

Значит $BH = AH$.

4) Т.к. $\triangle ABH$ — прямоуг и $BH=AH$, то $BH = AH = \sqrt{2}$ (т.к. $AB=2$)

5) Рассмотрим $\triangle CDB$:




~~В~~ Тогда $CH = \sqrt{36-2} = \sqrt{34}$

$DH = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$

~~или $CH = \sqrt{34}$~~ и Тогда $CD$ либо $\sqrt{47}-\sqrt{34}$, ~~но тогда $7 > \sqrt{47}$~~, либо $\sqrt{34}+\sqrt{47}$.

Чистовик. В-19 №2

б) Для 1 случая по нер-ву $\Delta$:

$6+7>\sqrt{47}+\sqrt{34}$ – верно (т.к. $6>\sqrt{34}$ и $7>\sqrt{47}$)

$6+\sqrt{47}+\sqrt{34}>7 \Leftrightarrow \sqrt{47}+\sqrt{34}>1 \Leftrightarrow 47+34+2\sqrt{47\cdot 34}>1$

$\frac{47+34-1}{2}>-\sqrt{47\cdot 34}$ – верно

~~$40>\sqrt{47\cdot 34}$~~

~~$1600>1598$ – верно~~

$7+\sqrt{47}+\sqrt{34}>6$ – верно т.к. $\sqrt{47}+\sqrt{34}>-1$

Значит такой $\Delta$ существует

Для 2 случая:

$6+7>\sqrt{47}-\sqrt{34}$ – верно

$6+\sqrt{47}-\sqrt{34}>7$

$\sqrt{47}-\sqrt{34}>1$

$47+34-1>2\sqrt{47\cdot 34}$

$40>\sqrt{47\cdot 34}$

$1600>1598$ – верно

$7+\sqrt{47}-\sqrt{34}>6$ – верно по предыдущему

Значит и такой $\Delta$ существует.

Ответ: $CD=\sqrt{47}\pm\sqrt{34}$

Чистовик. В-19

№1

Пусть $a_0$ - нулевой член этой прогрессии $a_0 \in \mathbb{Z}$ и $b$ - разность. Тогда

$a_i = a_0 + i \cdot b \Rightarrow b \in \mathbb{Z}$ иначе $a_i \notin \mathbb{Z}$ (т.к. $a_i \in \mathbb{Z}$; $a_{i+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = a_{i+1} - a_i \in \mathbb{Z}$)

$S = a_1 + \ldots + a_{14} = 14a_0 + b(1+2\ldots+14) = 14a_0 + 105b$

Из условия $a_9 \cdot a_{17} > S + 12 \Rightarrow (a_0 + 9b)(a_0 + 17b) > 14a_0 + 105b + 12 \Rightarrow a_0^2 + 26ba_0 + 153b^2 > 14a_0 + 105b + 12$

$\Leftrightarrow a_0^2 + (26b - 14)a_0 + 153b^2 - 105b - 12 > 0$

Из $a_{11} \cdot a_{15} < S + 47 \Rightarrow (a_0 + 11b)(a_0 + 15b) < 14a_0 + 105b + 47$

$\cancel{(a_0+11b)(a_0+15b)} < a_0^2 + 26ba_0 + 165b^2 < 14a_0 + 105b + 47$

$\Leftrightarrow a_0^2 + (26b - 14)a_0 + 165b^2 - 105b - 47 < 0$

Получим систему:

$$\begin{cases} a_0^2 + (26\cancel{b} - 14)a_0 + 153b^2 - 105b - 12 > 0 \\ a_0^2 + (26b - 14)a_0 + 165b^2 - 105b - 47 < 0 \end{cases}$$

Пусть $t = a_0^2 + (26b - 14)a_0 + 153b^2 - 105b - 12$

Тогда

$$\begin{cases} t > 0 \\ t + 12b^2 - 35 < 0 \end{cases} \Rightarrow 12b^2 - 35 < 0$$

Т.к. $b \in \mathbb{Z}$, ~~то~~ и $b > 0$ (т.к. прог. возраст) то $b = 1$, если $b \geq 2$, то $12b^2 \geq 48$ !!!

А значит получим систему

~~$a_0^2 + 12a_0 + 48 > 0$~~
~~$a_0^2 + 12a_0$~~

$$\begin{cases} a_0^2 + 12a_0 + 36 > 0 \\ a_0^2 + 12a_0 + 13 < 0 \end{cases}$$

~~Значит такого $a_0$ не существует~~ $\Rightarrow$ не существует и $a_1$. Ответ: $\varnothing$

3

Чистовик. В-19 №1

Решим первое:

$a_0^2+12a_0+36 \geqslant 0$

$a_0^2+12a_0+36=0$ при $a_0=-6$ (по т. ~~Виета~~)

Значит $(a_0+6)^2>0$ - ~~верн~~ верно при $a_0\neq -6$

Решим второе:

$a_0^2+12a_0+13<0$

$D=144-4\cdot 13=92=2\sqrt{23}$

$a_0=\dfrac{\pm 2\sqrt{23}-12}{2}=\pm\sqrt{23}-6$

$a_0 \in (-\sqrt{23}-6;\ \sqrt{23}-6)$

т.к. $a_0 \in \mathbb{Z}$, то $a_0 \in [-10;-2]$

т.к. $-11<-\sqrt{23}-6<-10$ и $-2<\sqrt{23}-6<-5$

~~Ответ: $a \in [-10; -6$~~

Значит $a_1=a_0+1 \in [-9;-1]$ и $a_1\neq -5$

т.е. $a_1 \in [-9;-5)\cup(-5;-1]$

Ответ: $a_1 \in \{-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1\}$

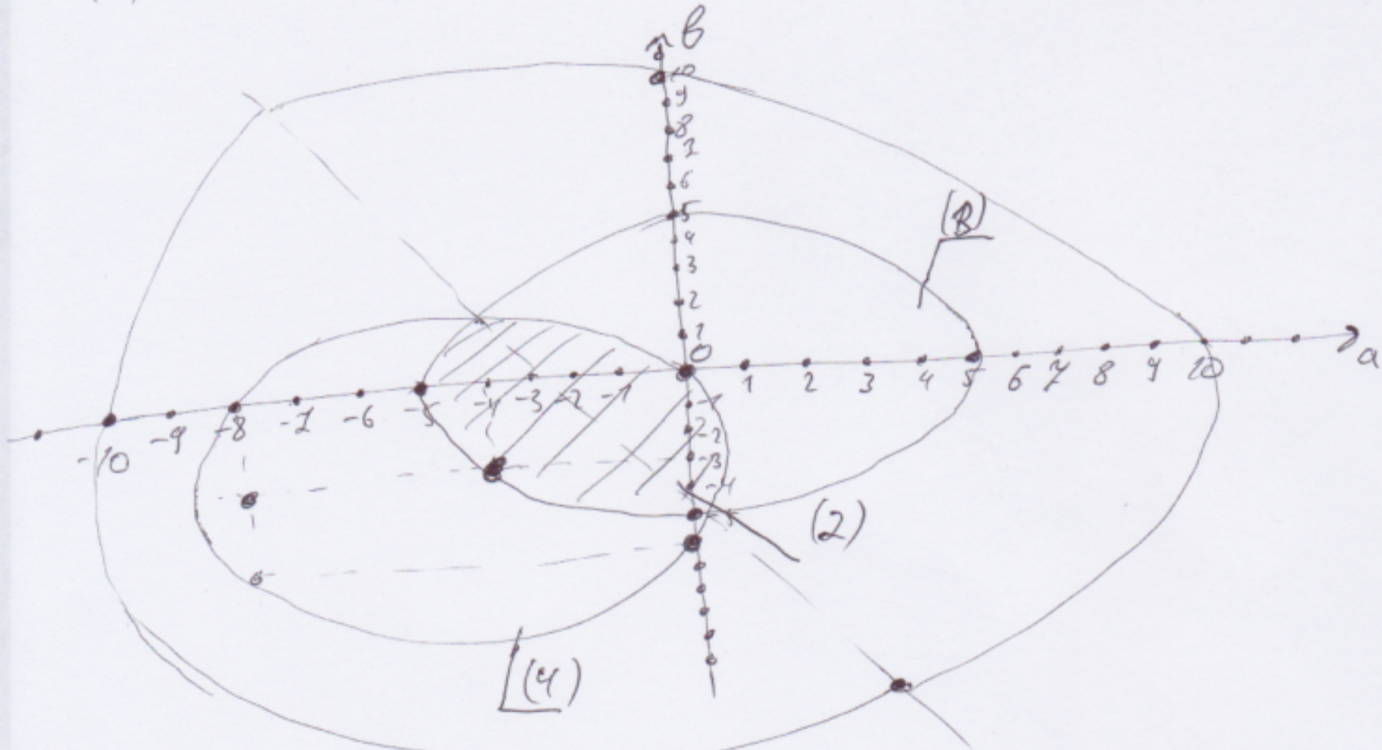
Чистовик В-19 №3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \quad (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b;\ 25) \quad (2) \end{cases}$$

Заметим, что $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \quad (3) \\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 \quad (4) \end{cases}$$

Нарисуем множество $(a, b)$ таких, что (2) выполняется:

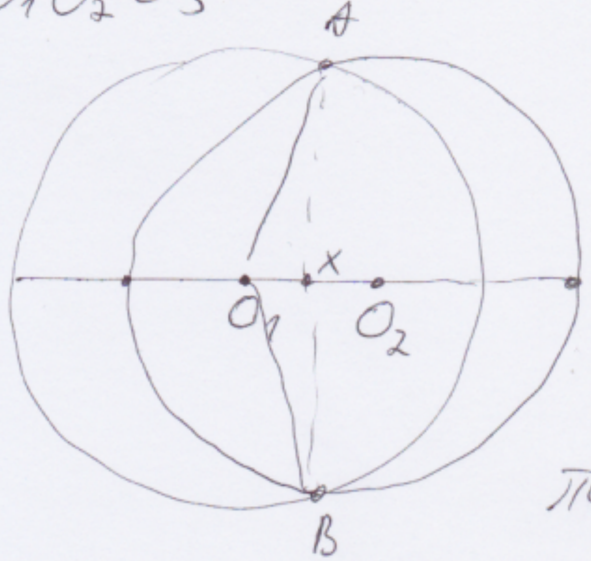



Пара $(x, y)$ будет решением, если она пересекает ~~(1)∩(2)~~ $(3) \cap (4) = (2)$. Т.к. (1) - окружность, то это утверждение означает, что точка находится на расстоянии не больше 5 от множества (2). Т.е. множество (1) - пересечение двух ~~окружнос~~ кругов с центрами $(0;0)$ и $(-4;-3)$ и радиусами по 10.

Чистовик. В-19 №3

$\omega_1(O_1, 10)$; $\omega_2(O_2; 10)$ - окружности

$O_1O_2 = 5$




Пусть $S$ - площадь пересечения.

Тогда $\frac{S}{2} = S_{\text{сектр } AB\omega_1} - S_{\triangle O_1AB}$

Пусть $AB \cap O_1O_2 = X$

Тогда $O_1X \perp AB$ и

$O_1X = \frac{1}{2} O_1O_2 = 2,5$

Тогда $S_{O_1XA} = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot AX$

$AX = \sqrt{10^2 - 2,5^2} = 5\sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 2,5\sqrt{3}$

Значит $S_{O_1AB} = \cancel{2} \cdot \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \cdot 2,5 \cdot 2,5\sqrt{3} = 6,25\sqrt{3}$

$S_{\text{сектора } AB\omega_1} = \frac{2\arccos\frac{2,5}{100}}{\cancel{360}\ 2\cancel{\pi}} \cdot \cancel{\pi} \cdot 100 =$

$= \cancel{50}\,100 \arccos\frac{1}{40}$

$S = 2(\cancel{50}\,100 \arccos\frac{1}{40} - 6,25\sqrt{3}) =$

$= 200\arccos\frac{1}{40} - 12,5\sqrt{3}$

Ответ: $200\arccos\frac{1}{40} - 12,5\sqrt{3}$

Черновик

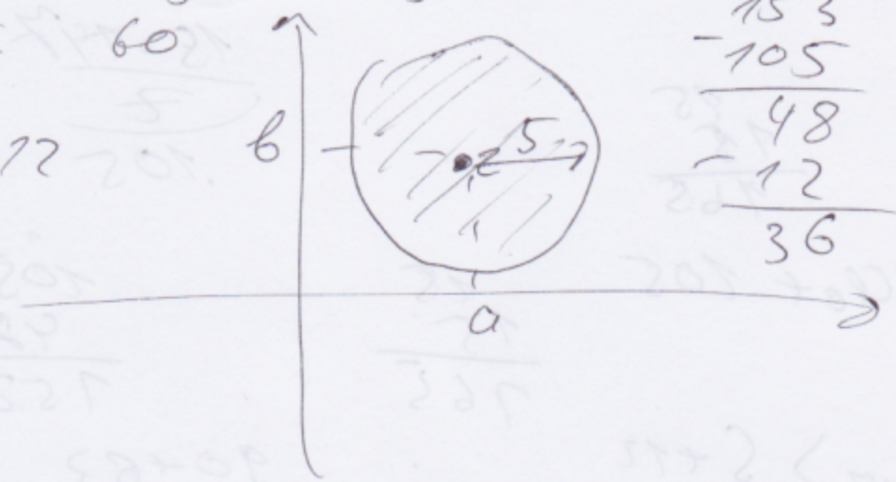
$$\begin{array}{r} 47 \\ -\ 12 \\ \hline 35 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 165 \\ -\ 105 \\ \hline 60 \end{array} \qquad 153 - 105 \qquad 12 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 153 \\ -\ 105 \\ \hline 48 \\ -\ 12 \\ \hline 36 \end{array}$$

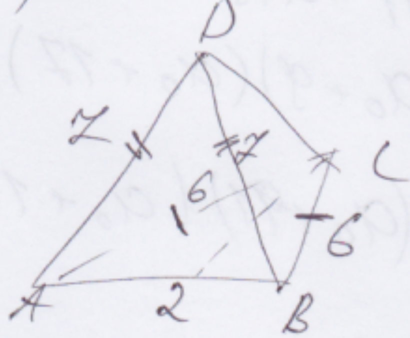
$60-12$

48

48

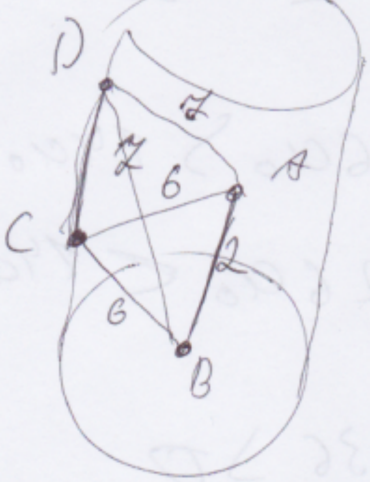



$a^2+b^2 \le \min(8a-6b, 25)$



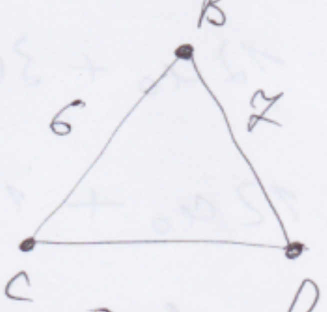

$a^2+b^2 \le 25$

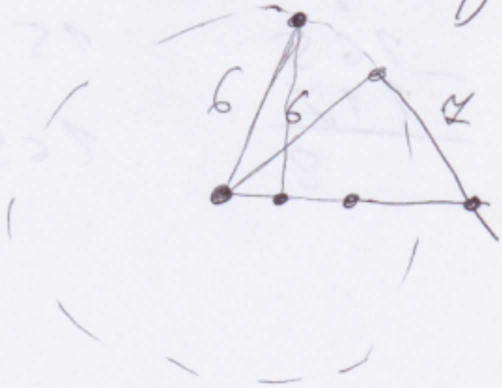
$(a+b)^2$




~~153~~

$$\begin{array}{r} 165 \\ -\ 105 \\ \hline 60 \\ -\ 47 \\ \hline 13 \end{array}$$



Черновик

$-5-6=-11$ $\quad -10 > -6-\sqrt{23}$

$-4 > -\sqrt{23}$

$\sqrt{23} > 4$

$23 > 16$

$4-6$

$-2$

$-2 \le \sqrt{23}-6$

$4 \le \sqrt{23}$


$144-4\cdot 13$

$\begin{array}{r} 47 \\ +\,33 \\ \hline 80 \end{array}$

40

$\begin{array}{r} 47 \\ \times\,34 \\ \hline 188 \\ 141 \\ \hline 1598 \end{array}$

52

$\begin{array}{r} 144 \\ -\,52 \\ \hline 92 \end{array}$

$a^2+b^2 \le -8a-6b$

$-8a-6b \le 25$ $\quad D=144-4\cdot 36=0$

$6^2\cdot 2^2-6^2\cdot 2^2$

$8a+6b \ge 25$

$b \ge \frac{25-8a}{6}$ $\quad \frac{-12}{2}$

$a=0:\ b=\frac{25}{6}$ $\quad 36-12\cdot 6+36$

$b=0:\ a=\frac{25}{8}$

$\cos(\alpha+\beta)= \cancel{2\cos\alpha}\ \cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta=$

$=\frac{\sqrt{21}}{6}\cdot\frac{\sqrt{71}}{7}-\frac{\sqrt{347}}{6}\cdot\frac{\sqrt{47}}{7}=$

$= 4-$

$6$

$\begin{array}{r|l} 92 & 2 \\ 46 & 2 \\ 23 & \end{array}$

черновик

$$a^2+b^2 \le -8a-6b$$

$$a^2+8a+16+b^2+6b+9 \le 25$$

$$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25$$

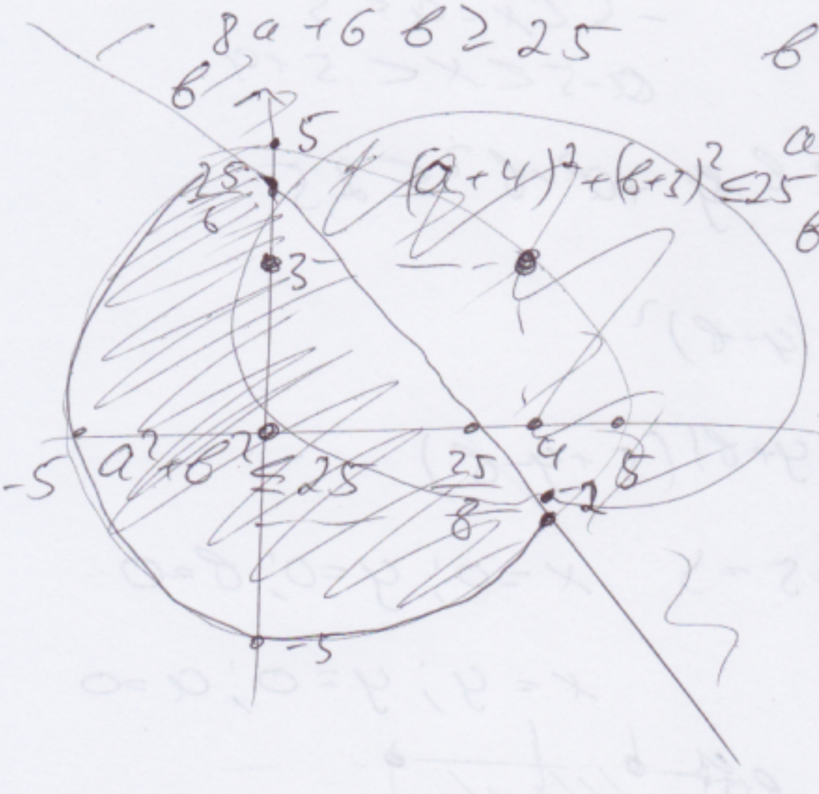
$$a^2+b^2 \le 25$$

$$-8a-6b \le 25$$

$$8a+6b \ge 25 \qquad b=\frac{25-8a}{6}$$

$$a=0 \quad b=\frac{25}{6}$$

$$b=0 \quad a=\frac{25}{8}$$



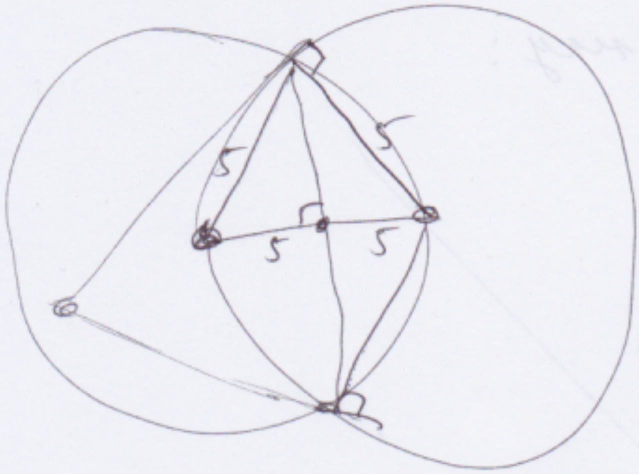

$$\frac{25}{8} < 4$$

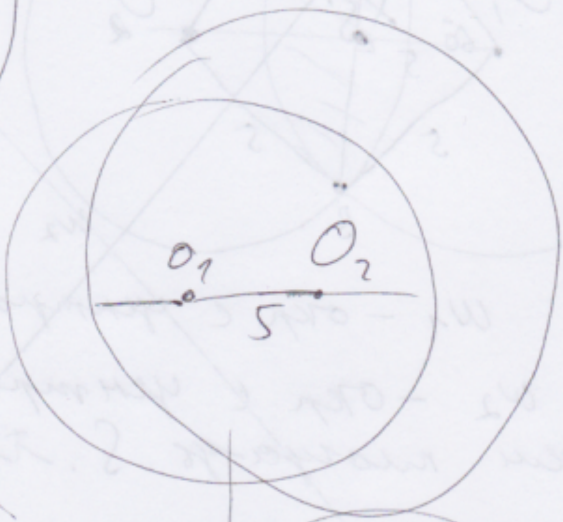
$$\frac{25}{6} > 3$$

$$8a+6b=25=a^2+b^2$$

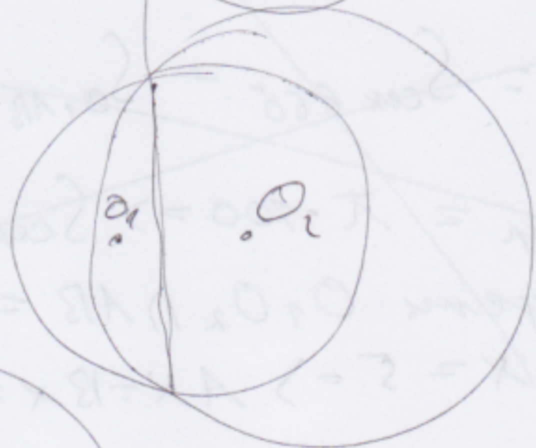
$$a^2-8a+b^2-6b=0$$

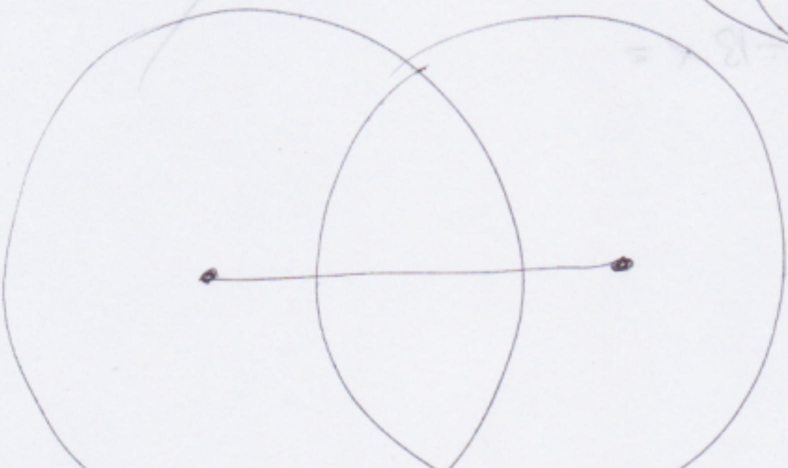
$a$


5
5
5
5


$O_1$
$O_2$
5


5
5
10
$O_1$
$O_2$
5
5


$O_1$
$O_2$



черновик

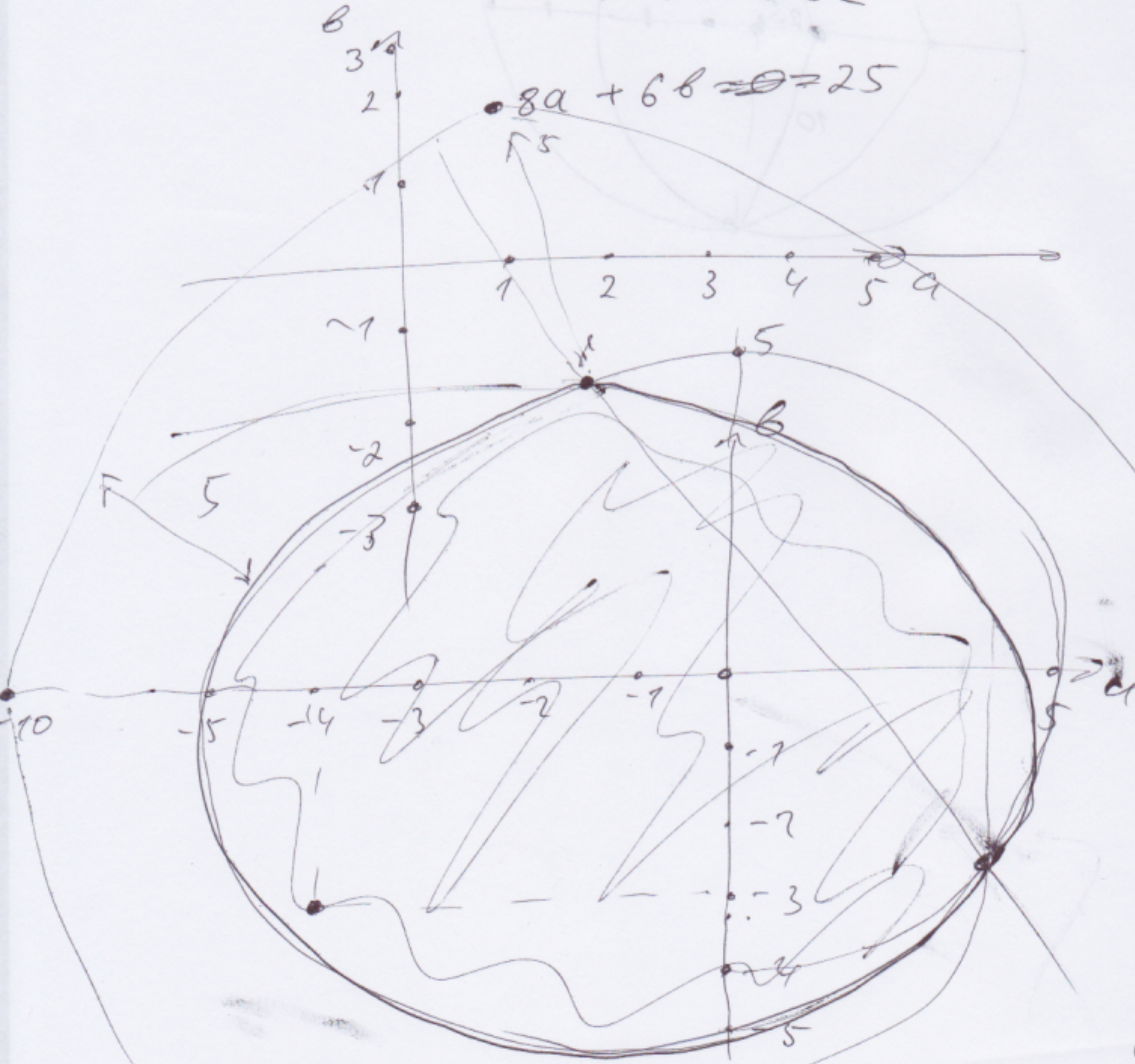
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25) \end{cases} \qquad 25-8a-6b \ge 0$$

$$\begin{cases} x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases}$$

$$\cancel{a^2+b^2} \le \begin{cases} (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases}$$

$$(a-x)+(b-y) \le 25$$

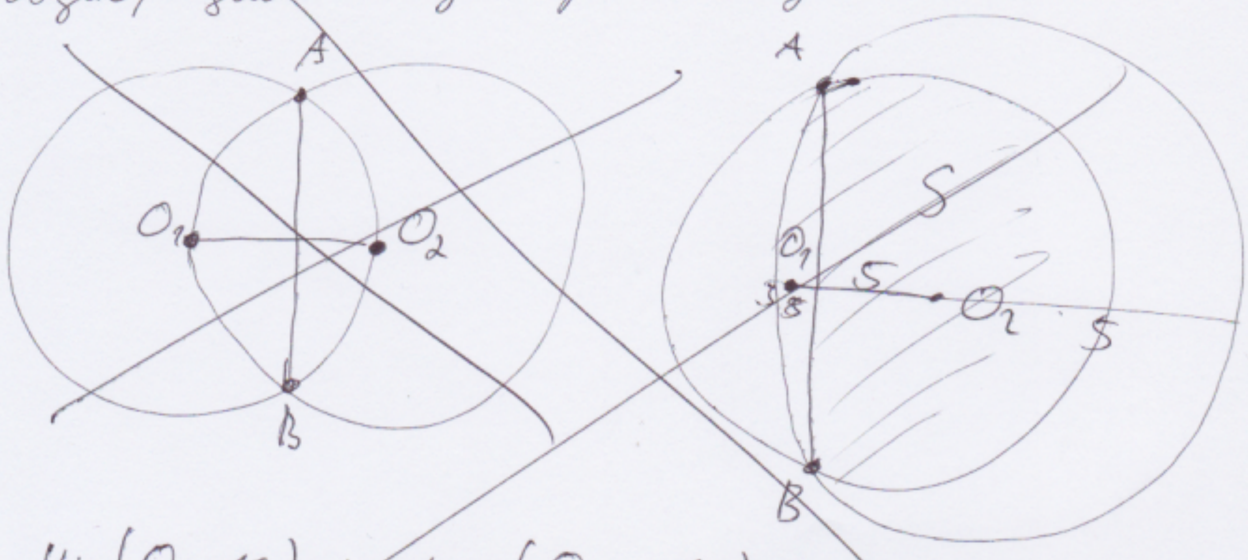
$$8a+6b = 25$$




(4)

Чистовик В-19 № 3

Изобразим эту картинку:




$\omega_1(O_1, 10)$ и $\omega_2(O_2, 10)$

$O_1O_2 = 5$. Найдем S

$$5^2 \cdot 2^2 - \frac{5^2}{2^2} = 5^2\left(4 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102714**

ID профиля: **805888**

Вариант 19

Чистовик В-19 №4

Пусть $a = a_0 x y d$ При этом $a_0, b_0, c_0, x, y, z, d$ –
$b = b_0 y z d$ попарно взаимно простые
$c = c_0 x z d$

Пусть $(a, b, c) = НОД(a, b, c)$
$[a, b, c] = НОК(a, b, c)$

Тогда $(a, b, c) = ((a, b), c) = (yd, c_0 x z d) = d = 21$
$[a, b, c] = [[a, b], c] = [a_0 b_0 x y z d, c_0 x z d] =$
$= a_0 b_0 c_0 x y z d = 3^{17} \cdot 7^{15}$

т.к. $d = 3 \cdot 7$, то $a_0 b_0 c_0 x y z = 3^{16} \cdot 7^{14}$.

Заметим, что раз эти числа попарно взаимно простые, то либо одно из них равно $3^{16} \cdot 7^{14}$, либо одно $3^{16}$, а второе $7^{14}$

1.1) В первом случае если это одно из $a_0, b_0, c_0$ получим тройки вида $(3^{17} \cdot 7^{15}, 21, 21)$ со всеми перестановками их $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ штук

1.2) ~~Во вто~~ Если $x, y$ или $z$ это $3^{16} \cdot 7^{14}$, то получим тройки вида $(3^{17} \cdot 7^{15}, 3^{17} \cdot 7^{15}, 21)$ и их перестановки т.е. 6 штук

2.1) ~~Оба~~ Два из $a_0, b_0$ и $c_0$ это $3^{16}$ и $7^{14}$ тогда получим тройки: $(3^{17} \cdot 7, 3 \cdot 7^{15}, 21)$ и их перестановки т.е. 6 штук

2.2) Одно из $a_0, b_0, c_0$ это $3^{16}$ или $7^{14}$, а одно из $x, y, z$ – оставшееся:
$C_3^1$ – способов выбрать из $a_0, b_0, c_0$ (аналогично с $x, y, z$) ~~аналогичн~~
2 – в первом случае $3^{16}$, во втором $7^{14}$
т.е. их $2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 = 18$ штук

Чистовик В-19 №4

2. 3) Два из $x, y, z$ это $3^{16}$ и $7^{14}$ – аналогично 2.1 их тоже 6 штук вида: $(3^{17}\cdot 7^{15}, 3^{17}\cdot 7, 3\cdot 7^{15})$

Очевидно, что это все случаи, тогда всего таких троек будет $6+6+6+18+6=$
$=42$

Ответ: 42

~~* При $x=\frac{11}{4}$: $\frac{x}{2}-\frac{7}{4}=\sqrt{x-\frac{11}{4}}$~~

~~$\frac{11}{8}-\frac{7}{8}=\sqrt{\frac{11}{4}-\frac{11}{4}}$~~

~~$\frac{9}{8}=0$ !!! значит $x=\frac{11}{4}$ не корень~~

Чистовик В-19 №5

Пусть: $a = \frac{x}{2} - 1$; $b = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$; $c = x - \frac{11}{4}$

Тогда наши числа это: $\log_{a^2} b = \frac{1}{2}\log_a b$;

$\log_{c^{\frac{1}{2}}} a = 2\log_c a$; $\log_b c^2 = 2\log_b |c|$

Их произведение: $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a =$

$= 2$ т.к. $a, b$, есть под логарифмом, то они точно $> 0$; т.к. есть $\sqrt{c}$, то $c \geq 0$ ($c \neq 0$ иначе $\sqrt{c} = 0$ и $\log_{\sqrt{c}} a$ не опр.)

Пусть равные числа это $y$, тогда:

$y^2(y+1) = 2$

$y^3 + y^2 - 2 = 0$; $y = 1$ – корень =>

$(y-1)(y^2 + 2y + 2) = 0$.

Т.к. ~~для~~ $y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2 + 1$, то

$y^2 + 2y + 2 \neq 0$ Значит $y = 1$ – единственный корень.

(1) $\frac{1}{2}\log_a b = 2\log_c a = 1 \Rightarrow a = \sqrt{b}$, $a^2 = c$ $\Rightarrow b = c = a^2$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x - \frac{11}{4} \Rightarrow x = 5$

Проверка: $a = \frac{3}{2}$; $b = \frac{9}{4}$; $c = \frac{9}{4}$

$\frac{1}{2}\log_a b = \frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}} \frac{9}{4} = 1$

$2\log_c a = 2\log_{\frac{9}{4}} \frac{3}{2} = 1$

$2\log_b c = 2\log_{\frac{9}{4}} \frac{9}{4} = 2$

$\Rightarrow$ $x = 5$ – корень

Чистовик В-19 №5

(2) $1 = \frac{1}{2}\log_a b = 2\log_b c \Rightarrow \begin{matrix} a = \sqrt{b} \\ b^2 = c \end{matrix} \Big| \Rightarrow a^2 = b = \sqrt{c}$

$a^2 = b \Leftrightarrow \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)$

пусть $t = \frac{x}{2} \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = t - \frac{1}{4}$

$t^2 - 3t + \frac{5}{4} = 0 \quad |\cdot 4$

$4t^2 - 12t + 5 = 0$

$D = \underset{12^2}{\cancel{144}} - 4\cdot 4\cdot 5 = 4^2\cdot 3^2 - 4^2\cdot 5 = 4^2\cdot 4 = 8^2$

$t = \frac{\pm 8 + 3}{8} = \frac{3}{8} \pm 1 \quad \begin{matrix} t_1 = \frac{11}{8} \\ t_2 = -\frac{5}{8} \end{matrix} \Big| \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{11}{4} \\ x_2 = -\frac{5}{4} \end{matrix}$

$a > 0$ по ОДЗ $\cancel{\log_a b}$ — $\log_{10} a \Rightarrow \frac{x}{2} - 1 > 0$

$\frac{-5}{8} - 1 < 0$ и $\cancel{\frac{11}{32} - 1 < 0} \Rightarrow$ корни не ~~подходят~~ *

(3) $1 = 2\log_c a = 2\log_b c \Rightarrow \begin{matrix} a^2 = c \\ c^2 = b \end{matrix} \Big| \Rightarrow a^4 = c^2 = b$

$a^2 = c \Leftrightarrow \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = x - \frac{11}{4}$, пусть $t = \frac{x}{2}$

$t^2 - 2t + 1 = 2t - \frac{11}{4} \Leftrightarrow t^2 - 4t + \frac{15}{4} = 0 \quad |\cdot 4$

$4t^2 - 16t + 15 = 0$

$D = 16^2 - 4\cdot 4\cdot 15 = 16(16 - 15) = 4^2$

$t = \frac{\pm 4 + 16}{8} \quad \begin{matrix} t_1 = \frac{5}{2} \\ t_2 = \frac{3}{2} \end{matrix} \Big| \Rightarrow \begin{matrix} \cancel{x_1 = \frac{5}{4}} & x_1 = 5 \\ \cancel{x_2 = \frac{3}{4}} & x_2 = 3 \end{matrix}$

$\cancel{\frac{x_1}{2} - 1 = \frac{5}{8} - 1 < 0}$ !!!

$\cancel{\frac{x_2}{2} - 1 = \frac{3}{8} - 1 < 0}$

$x = 5$ подходит (п. 1)

$\cancel{x = 3:\ a = \frac{1}{2};\ b = \frac{5}{4};\ c = \frac{1}{4}}$

$\cancel{\frac{1}{2}\log_a b = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}\frac{5}{4} = -1 - \frac{1}{2}\log_2 5}$

$\cancel{2\frac{1}{2}\log_c a = 2\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{2} = 4}$

$\cancel{2\log_b c = 2\log_{\frac{5}{4}}\frac{1}{4} = \frac{1}{-\log_4 - 1}}$

(4)

Чистовик В-19 №5

Получим, что ~~~~. $c^2 = b$ при $x=3$

$$\left(3-\frac{11}{4}\right)^2 = \frac{3}{2}-\frac{1}{4}$$

$$\left(3-\frac{11}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \quad ; \quad \frac{3}{2}-\frac{1}{4} = \frac{12-2}{8} = \frac{10}{8}$$

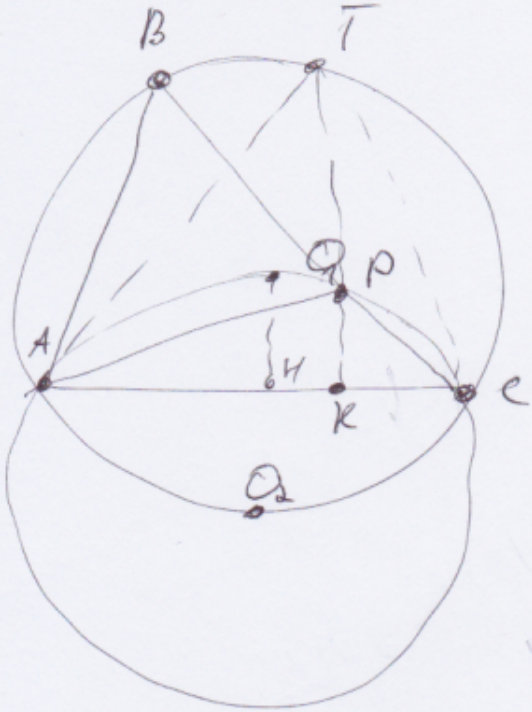
А значит $x=3$ - не решение

Ответ: $x=5$

* при $x=\frac{11}{4}$ : $\frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \sqrt{x-\frac{11}{4}}$

$\frac{9}{8} = 0$!!! $\Rightarrow x=\frac{11}{4}$ - не корень

Чистовик В-19 № 6



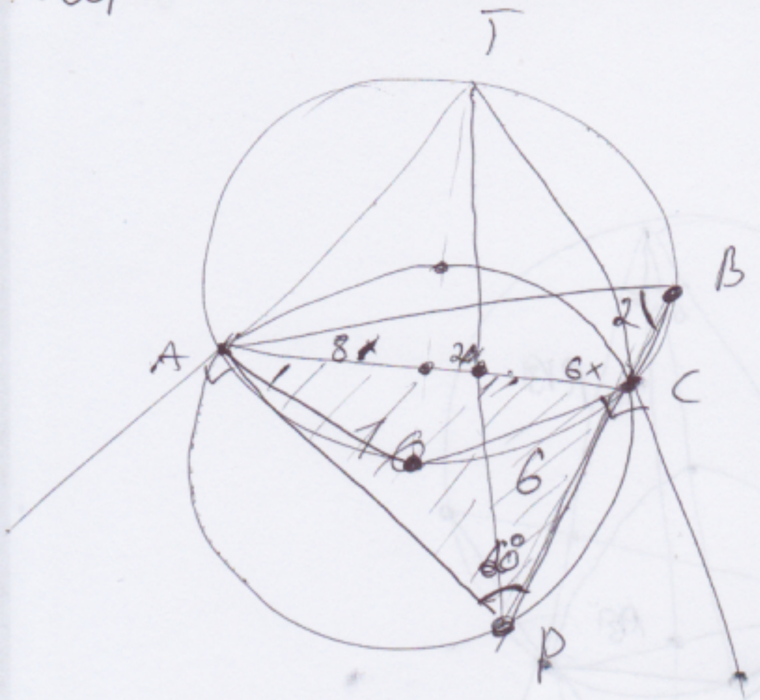

1) ~~т.к.~~ Пусть $ABC$ вписан в $\omega_1(O_1, R_1)$ и вторая окр $\omega_2(O_2, R_2)$ тогда т.к. $O_1 \in \omega_2$, то $R_1 = R_2 = R$

2) из п. 1 $\Rightarrow O_2 \in \omega_1 \Rightarrow$ $T \in \omega_1$ т.к. $\angle O_2AT = \angle O_2CT = 90^\circ$ а значит $\angle T + \angle O_2 = 180^\circ$ т.е. $ATCO_2$ - впис

3) $AC = R\sqrt{3}$ т.к. если $O_1H \perp AC$, то $O_1O_2$ - линия центров и $H \in O_1O_2 \Rightarrow$ $O_1H = \frac{R}{2}$; $AO_1 = R \Rightarrow AH = R\sqrt{1-\frac{2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ $AC = R\sqrt{3} \Rightarrow \angle ATC = \frac{\pi}{3} = \angle ABC$

4) $\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{10}{6}$

Черновик



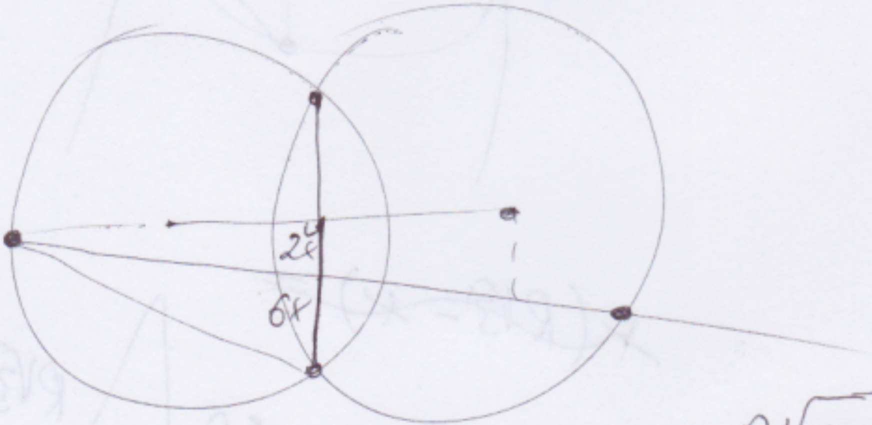

$6+10=16$

$$\frac{R\sqrt{3}}{\sin\alpha} = 2R$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\alpha$$

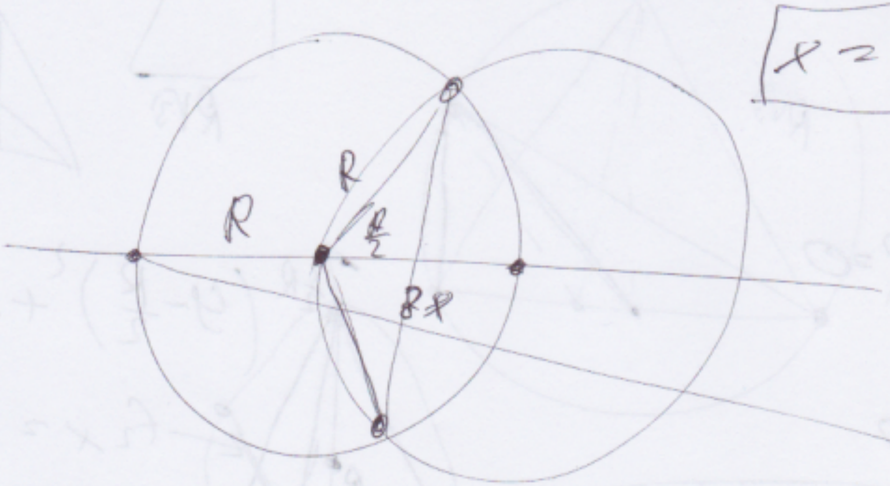
$$\boxed{\alpha = 60^\circ}$$

$\frac{1}{2}$




$$8x = R\sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{R\sqrt{3}}{16}}$$



черновик

$\text{НОД}(a, b, c) = d$

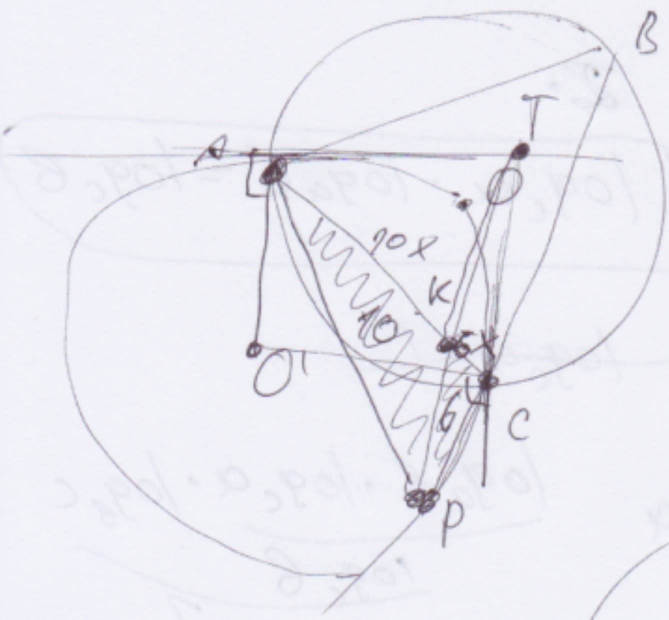
$a = a_0 d$ $\qquad (a_0, b_0, c_0) = 0$

$b = b_0 d$

$c = c_0 d$

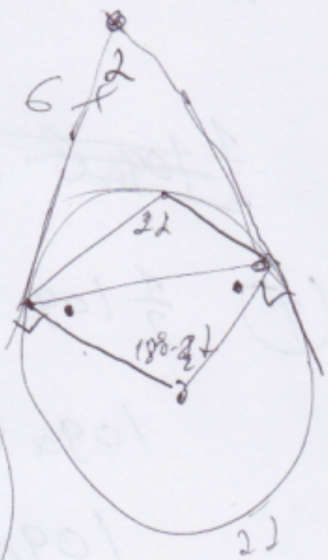
$\text{НОД}(\underbrace{\text{НОД}(a_0 d, b_0 d)}_{d}, c_0 d) = d$

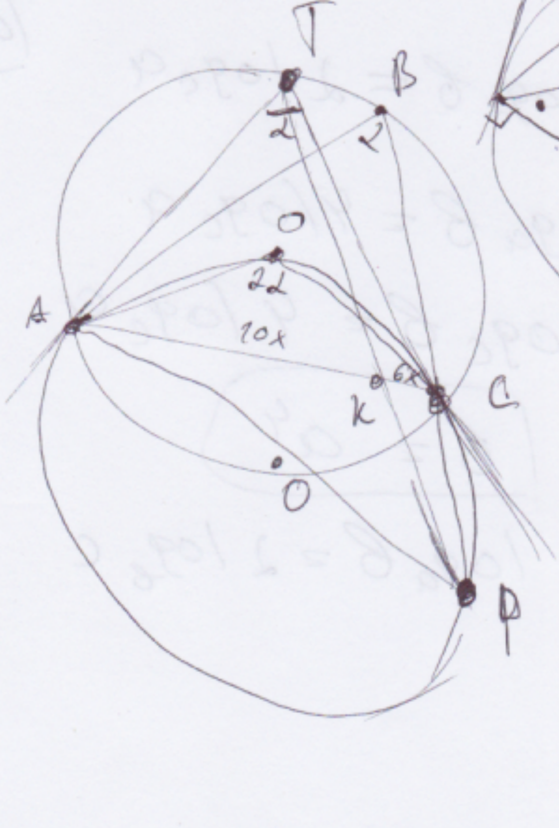
$\text{НОК}(\underbrace{\text{НОК}(a_0 d, b_0 d)}, c_0 d) =$




$S_{ABC} - ?$

$\frac{10}{6}$ $\quad 10x \quad 6x$



Черновик

$(a, b, c) = 21$

$a = a_0 x y d$

$b = b_0 y z d$

$c = c_0 x z d$

~~$(x, y) = (x, z) = (y, z) = 1$~~

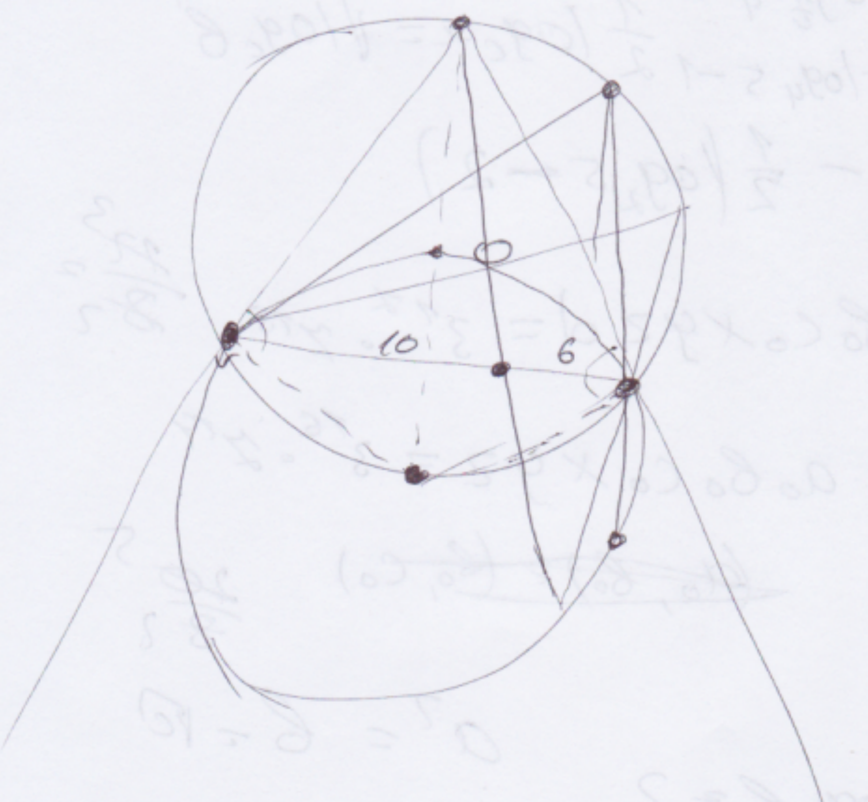
$a_0, b_0, c_0, x, y, z$ - не имеют общих дел.

$(a, b) = yd$

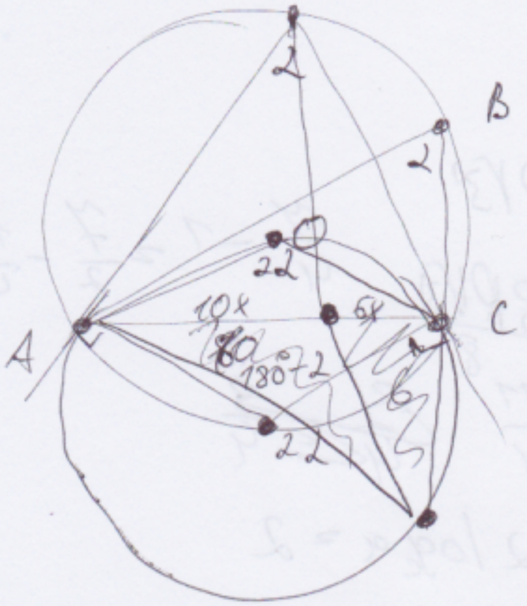
$(yd, c_0 x z d) = d \Leftarrow$ НОД

~~НОК(a,~~ $[a, b] = a_0 b_0 x y z d$

$[a_0 b_0 x y z d, c_0 x z d] = a_0 b_0 c_0 x y z d$



Черновик




$R_1 = R_2$ т.к. $O_1 \in \omega_2$ и $O_2 \in \omega_1$

$R\sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$