

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101860**

ID профиля: **298186**

Вариант 19

Чуенбун

1. Түймө b - жазылат прогрессия

$$\text{Формула } S = 14a_1 + b \cdot \frac{13 \cdot 14}{2} = 14a_1 + 91b$$

$$a_9 = a_1 + 8b, a_{14} = a_1 + 13b, a_{11} = a_1 + 10b, a_{15} = a_1 + 14b$$

$$\begin{cases} a_9 a_{14} > S + 12 \\ a_{11} a_{15} < S + 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 8b)(a_1 + 13b) > S + 12 \\ (a_1 + 10b)(a_1 + 14b) < S + 47 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24ba_1 + 128b^2 > S + 12 \\ a_1^2 + 24ba_1 + 140b^2 < S + 47 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 24ba_1 + 128b^2 + 47 > a_1^2 + 24ba_1 + 140b^2 + S + 12$$

$$35 > 12b^2$$

М.к прогрессия сармаан уз уялор кулал,
 мо b -уялал $\Rightarrow b^2 = 1$. М.к норуяба маламат,
 сармаан уз, мо $b > 1 \Rightarrow b = 1$.

$$\Rightarrow S = 14a_1 + 91$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 8)(a_1 + 13) > S + 12 = 14a_1 + 103 \\ (a_1 + 10)(a_1 + 14) < S + 47 = 14a_1 + 138 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 103 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < 138 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases}$$

(прогрессиялар маламат)

7

minimum
numerator

1, (negative value)

$$\begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 \neq -5 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 \neq -5 \\ a_1 \in (-5 - \sqrt{23}, -5 + \sqrt{23}) \end{cases}$$

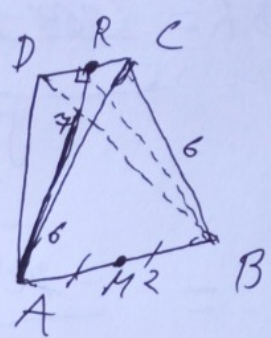
$$\Rightarrow a_1 \in \{-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1\}$$

$$\begin{aligned} a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \\ a_1 &= \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 8}}{2} \\ &= \frac{-10 \pm \sqrt{92}}{2} = -5 \pm \sqrt{23} \\ \Rightarrow a_1 &\in (-5 - \sqrt{23}, -5 + \sqrt{23}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{options: } a_1 \in \{-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1\}$$

(2)

2. M.K. mmpasojn bnucom
 Byullunagn u CD napadlulitmo
 ocu uyllunagn, mo CD nyumadgilekum



Forobai nocyprmoemu uyllunagn,
 onymnu bolcomy AR o $\triangle ADC$.

M.K. $\triangle ADC = \triangle BDC$ (nompiu moxomau), mo
 BR - bolcomol o $\triangle BDC$. M.K. $AR \perp DC$ u $BR \perp DC$, a
 DC napadlulitmo ocu uyllunagn, mo mlaocoms
 (ARB) nennepajuylytyma ocu uyllunagn.
 Zmorum padgyt onucanhai ongyt moemu $\triangle ARB$ yabon
 padgyt uyllunagn, ocyprmoemu moxaj uxlkak R.

- Mo mlopeue uuycob $2R = \frac{AB}{\sin \angle ARB} = \frac{2}{\sin \angle ARB}$

$\Rightarrow R = \frac{1}{\sin \angle ARB} \Rightarrow \sin \angle ARB = \frac{1}{R}$

$S(\triangle ARB) = \frac{1}{2} \cdot AR \cdot BR \cdot \sin \angle ARB = \frac{AR^2}{2R} \Rightarrow R = \frac{AR^2}{2 \cdot \frac{S(\triangle ARB)}{\sin \angle ARB}}$

- Tuzom M - ceneponal AB. Moxaja RM - bolcomol,
 $\Rightarrow S(\triangle ARB) = \frac{1}{2} RM \cdot AB = RM$

$RM = \sqrt{AR^2 - AM^2} = \sqrt{AR^2 - 1}$

$\Rightarrow R = \frac{AR^2}{2S(\triangle ARB)} = \frac{AR^2}{2RM} = \frac{AR^2}{2\sqrt{AR^2 - 1}}$ (3)

- $S(\triangle ADC) = \frac{1}{2} AR \cdot DC = \sqrt{\frac{(13+DC)(13-DC)(DC+7)(DC-7)}{16}}$

$\Rightarrow AR = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(13^2 - DC^2)(DC^2 - 7^2)}{DC^2}}$

$AR^2 = \frac{(13^2 - DC^2)(DC^2 - 7^2)}{4 DC^2}$

(nyogajalce nua cruce. 4)

2. (Integration method)

MUHAMMAD

$$\Rightarrow R = \frac{(169 - DC^2)(DC^2 - 1)}{4DC^2} = \frac{-DC^4 + 170DC^2 - 169}{4DC^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(169 - DC^2)(DC^2 - 1)}{4DC^2} - 1}$$

$$= \frac{-DC^4 + 170DC^2 - 169}{4DC \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}}$$

~~$\frac{dR}{d(DC)} = \frac{4DC^3 + 340DC}{4DC \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}} + \frac{(-DC^4 + 170DC^2 - 169)(-1)}{16DC^2 \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}}$~~

~~$\frac{dR}{d(DC)} = \frac{-4DC^3 + 340DC}{4DC \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}} + \frac{(-DC^4 + 170DC^2 - 169)(-1)}{16DC^2 \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}}$~~

$$\frac{d(-DC^4 + 168DC^2 - 169)}{d(DC)} = 32DC(-DC^3 + 332DC) + 16DC^2(-4DC^3 + 332DC)$$

$$\frac{dR}{d(DC)} = \frac{-4DC^3 + 340DC}{4DC \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}} - \frac{(-DC^4 + 170DC^2 - 169)(-6DC^4 + 664DC^2 - 332)}{4(-DC^4 + 168DC^2 - 169) \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}}$$

$$= \frac{-4DC^2 + 85}{\sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}} - \frac{(-DC^4 + 170DC^2 - 169)(-6DC^4 + 664DC^2 - 332)}{4DC^2(-DC^4 + 168DC^2 - 169) \sqrt{-DC^4 + 168DC^2 - 169}}$$

$$\frac{dR}{d(DC)} = 0 \Rightarrow (-DC^2 + 85)4(DC^2)(-DC^4 + 168DC^2 - 169) + (DC^4 - 170DC^2 + 169)(-6DC^4 + 664DC^2 - 332) = 0$$

④



SHOT ON REDMI 9

AI QUAD CAMERA

21101860 (U298186 M1300965)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101860**

ID профиля: **298186**

Вариант 19

чисел

4. М.К. Если $(a; b; c) = 21$, то a, b и c являются делителями числа 21. Следовательно, если мы найдем $(a; b; c)$ наименьшее из них, то получим ответ. Тогда $a = 21 \cdot 3^{a_1} \cdot 7^{b_1}$

$b = 21 \cdot 3^{a_2} \cdot 7^{b_2}$, $c = 21 \cdot 3^{a_3} \cdot 7^{b_3}$, м.к. если

для каждого из чисел делителей на ранее-то наименьшее p не делится, то тогда $(a; b; c)$ делится на p , но это неправда.

Итак из условия, если из чисел a_1, a_2 и a_3 наименьшее равно нулю, то $(a; b; c)$ делится на 21, но это неправда. Аналогично для чисел b_1, b_2 и b_3 .

Если же наименьшее из чисел a_1, a_2 и a_3 равно 1, то $(a; b; c)$ делится на $3 \cdot 7 = 21$, м.к. число 3 делится на 3 и 7 делится на 7. Аналогично наименьшее из чисел b_1, b_2 и b_3 равно 1, то $(a; b; c)$ делится на 21. Легко понять, что ответом на вопрос задачи является наименьшее из чисел $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ равных 1, что они равны. Следовательно, ответом является 21.

(ответ: 21)

5)
19
3
11
58
702
SABP
1
27

муемобилин

4. (проект керме)

- деемне номдун, мо мах катт галбул
опт a_1, a_2, a_3 и галбул опт b_1, b_2 и b_3 межд-
бучулу, мо амб мам дидеме маузе-
гелле каттуелме носоо боулам a_1, a_2, a_3 и b_1, b_2, b_3 .

а) хайжиу катт. носоо боулам a_1, a_2, a_3 .
Катт. носоо в ромеуе 2 уу 3 чучел
пабме нупа габме нупеи. Катт. носоо
боулам a_1, a_2, a_3 в ромеуе 2 уу 3 чучел
пабме 18 габме 3. Боуууеуе кучууд опте
уу чучел габме нупа, опурал 18, а
мупеуе деемн бупаме нупеи [1; 15]. Катт.
носоо боулам нупеуе гба: 6. Катт. носоо
боулам мупеуе: 15. Уморо $6 \cdot 15 = 90$.
Значум бери катт. носоо боулам a_1, a_2, a_3
пабме $90 + 3 + 3 = 96$

б) Диде чучел b_1, b_2 и b_3 суммал мах а мадо-
умно: $6 \cdot 13 + 3 + 3 = 84$.

Значум, амбем ма залгауе: $96 \cdot 84 = 8064$

$$\begin{array}{r} \times 96 \\ 84 \\ \hline 384 \\ + 468 \\ \hline 8064 \end{array}$$

Сомбем: 8064

(2)

(3)

1) $\log_{10} x$
 2) $\log_{10} x^2$
 3) $\log_{10} x^3$
 4) $\log_{10} x^4$
 5) $\log_{10} x^5$
 6) $\log_{10} x^6$
 7) $\log_{10} x^7$
 8) $\log_{10} x^8$
 9) $\log_{10} x^9$
 10) $\log_{10} x^{10}$

$\frac{1}{2} \log_{10} \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \right)$

$\frac{x}{2} - 1 < 0 \quad x \neq 0$
 $\frac{x}{2} - 1 \neq 1 \quad x \neq 4$
 $\frac{x}{2} > 1 \quad x \neq 2$
 $x < 2$

$2 \log_{10} x - \frac{11}{4} \left(\frac{x}{2} - 1 \right)$

$x \neq \frac{15}{4}$

$2 \log_{10} \frac{x-11}{2} \left(\frac{x-11}{4} \right)$

$x > \frac{11}{4}$

$x \neq \frac{1}{2} \quad x \neq \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

$\log_{10} x - \frac{11}{4} \left(\frac{x}{2} - 1 \right)$

$= \log_{10} \frac{x-11}{2} \left(\frac{x-11}{4} \right)$

$\log_{10} a$