Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101585**

ID профиля: **162782**

Вариант 19

Чистовик. Вариант 19.

Задача 1.

Пусть a_1 - первый член, d - разность, причем $d > 0$

Тогда: $S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{14} = 14a_1 + 91d$

$a_9 a_{17} = (a_1 + 8d)(a_1 + 16d) = a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2$

$a_{11} a_{15} = (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) = a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2$

Получаем систему:

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47 \Leftrightarrow -a_1^2 - 24a_1 d - 140d^2 > -14a_1 - 91d - 47 \end{cases}$$

Сложим неравенства:

$-12d^2 > -35 \Leftrightarrow d^2 < \frac{35}{12}$

По условию $d > 0 \Rightarrow 0 < d < \sqrt{\frac{35}{12}}$

Арифметическая прогрессия состоит из целых чисел $\Rightarrow d \in \mathbb{Z}, a_1 \in \mathbb{Z}$

Значит, $d = 1$ (т.к. $\sqrt{\frac{35}{12}} < 2$)

Подставим $d=1$ в систему:

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 91 + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 91 + 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ (a_1 - (-5 - \sqrt{23}))(a_1 - (-5 + \sqrt{23})) < 0 \end{cases}$$

Значит: $\begin{cases} a_1 \neq -5 \\ a_1 \in (-5 - \sqrt{23}; -5 + \sqrt{23}) \end{cases} \Rightarrow a_1 \in (-5 - \sqrt{23}; -5) \cup (-5; -5 + \sqrt{23})$

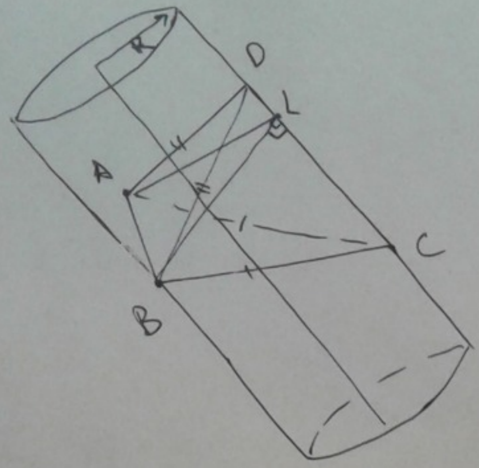
$a_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a_1 = \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $a_1 = \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

21101585 (U162782 M1304180)

Чистовик.

Задача 2.



CD || оси цилиндра

C, D лежат на бок. пов. $\Big|$ => CD лежит в бок. пов.

$\triangle ADC = \triangle DBC$ по 3 сторонам [$AD = DB$, $AC = BC$, CD - общая] =>

=> высоты AL_1 и BL_2 равны, $DL_1 = DL_2$ =>

=> $L_1 = L_2$, обозначим эту точку за L.

Тогда:

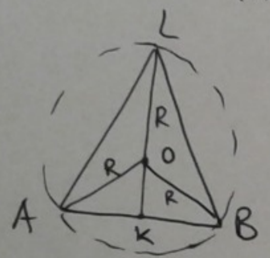
$AL \perp CD$

$BL \perp CD$ $\Big|$ => $(ALB) \perp CD$ => $(ALB) \perp$ оси цил.

Пусть ось цилиндра $\cap$ $(ALB) = O$; R - радиус основ. цилиндра

Тогда в (ALB) O - центр опис. окруж. $\triangle ALB$.

Плоскость (ALB):



$AL = LB$ => LO - бис., выс. и мед. => $AK = KB = \frac{AB}{2} = 1$

Из $\triangle AOB$: $R > AK = 1$

Значит, $R = R_{min}$, когда K совпадает с O, причем:

$R_{min} = 1$

Тогда $\angle ALB = 90°$, $\angle AOL = \angle LOB = 90°$

Получаем: $AL = LB = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R = \sqrt{2}$

$DL = \sqrt{AD^2 - AL^2} = \sqrt{49 - 2} = \sqrt{47}$

$LC = \sqrt{BC^2 - LB^2} = \sqrt{36 - 2} = \sqrt{34}$

Значит, $DC = DL + LC = \sqrt{47} + \sqrt{34}$

Ответ: $CD = \sqrt{47} + \sqrt{34}$

21101585 (U162782 M1304180)

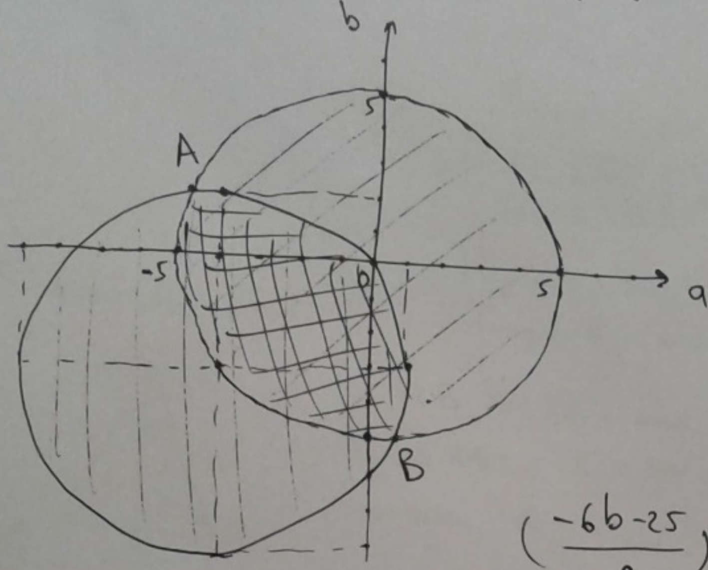
Чистовик.

Задача 3.

Рассмотрим второе неравенство:

$$a^2+b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 \end{cases}$$

a и b, которые удовл. этому условию:



Найдем точки пересечения графиков:

$$\begin{cases} a^2+b^2=25 \\ (a+4)^2+(b+3)^2=25 \end{cases}$$

Вычтем ур-ия:

$$8a+16+6b+9=0$$

$$a=\frac{-6b-25}{8}$$

$$\left(\frac{-6b-25}{8}\right)^2+b^2=25$$

$$\frac{36b^2+625+300b}{64}+b^2=25 \Leftrightarrow 36b^2+625+300b+64b^2=1600 \Leftrightarrow 100b^2+300b-975=0$$

$$4b^2+12b-39=0 \Rightarrow b_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{36+4\cdot 39}}{4}=\frac{-6\pm 8\sqrt{3}}{4}=\frac{-3\pm 4\sqrt{3}}{2}$$

$$a_1=\frac{-3(-3+4\sqrt{3})-25}{8}=\frac{-16-12\sqrt{3}}{8}=\frac{-4-3\sqrt{3}}{2}$$

$$a_2=\frac{-3(-3-4\sqrt{3})-25}{8}=\frac{-16+12\sqrt{3}}{8}=\frac{-4+3\sqrt{3}}{2}$$

Найдем AB:

$$AB^2=(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2=\left(\frac{-4+3\sqrt{3}}{2}+\frac{4+3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{-3+4\sqrt{3}}{2}+\frac{3+4\sqrt{3}}{2}\right)^2=$$

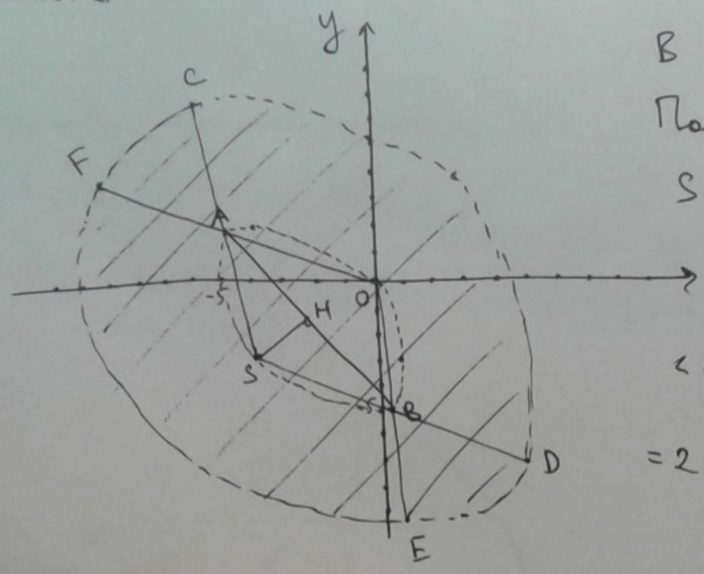
$$=(3\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2=27+48=75 \Rightarrow AB=5\sqrt{3}$$

Данное множество a и b является центрами возможных окружностей на плоскости (x,y) с $R=5$, согласно первому неравенству.

Получаем, что искомая фигура M выглядит так:

$$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5^2$$

Чистовик.



В фигуре M: $AC = AF = BE = BD = 5$

$AS = SB = AO = OB = 5$

Получаем, что искомая площадь:

$S = S_{SCD} + S_{SAB} + S_{FOE} - S_{AOB} + S_{AFC} +$

$+ S_{BDE}$

Из $\triangle ASB$ и $\triangle AOB$:

$\angle ASB = \angle AOB = 2 \arcsin \frac{AH}{AS} =$

$= 2 \arcsin \frac{AB}{2AS} = 2 \cdot \arcsin \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 5} = 120°$

$S_{SCD} = S_{FOE} = S_{окр.} \cdot \frac{\angle ASB}{360°} = \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{120°}{360°} = \frac{100}{3}\pi$

$S_{ABS} = S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot AS \cdot SB \cdot \sin ASB = \frac{1}{2} \cdot 5^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

$S_{AFC} = S_{BED} = S_{окр.}' \cdot \frac{\angle FAC}{360°}$

$\angle FAC = 2 \cdot \angle SAH = 2 \cdot 30° = 60°$

$\Rightarrow S_{AFC} = S_{BED} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{60°}{360°} = \frac{25}{6}\pi$

$S = \left(\frac{100}{3}\pi - \frac{25\sqrt{3}}{4}\right) \cdot 2 + \frac{25}{6}\pi \cdot 2 = \frac{200\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2} + \frac{25\pi}{3} = \frac{225\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $S = \frac{225\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2}$

21101585 (U162782 M1304180)

$a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_1 + 2d$

$\vdots$

$a_{14} = a_1 + 13d$

$d > 0$

$$\Sigma = 14a_1 + \frac{13\cdot \cancel{14}^{7}}{\cancel{2}} d = 14a_1 + 91d$$

$$a_9 a_{17} = (a_1+8d)(a_1+16d) = a_1^2 + 24a_1d + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12$$

$$a_{11}a_{15} = (a_1+10d)(a_1+14d) = a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47$$

$$+\begin{array}{l} a_1^2 + 24a_1d + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12 \\ -a_1^2 - 24a_1d - 140d^2 > -14a_1 - 91d - 47 \end{array}$$

$$-12d^2 > -35$$

$$d^2 < \frac{35}{12} \Rightarrow d < \sqrt{\frac{35}{12}} \lesssim \sqrt{3}$$

$$d = 1$$

$$\cancel{a_1^2 + 24\sqrt{\frac{35}{12}}a_1 + \frac{128\cdot 35}{12} > a_1^2 + 24a_1d + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12}$$

$$\cancel{a_1^2 + a_1(24d-14) + (128d^2 - 91d - 12) \geq 0}$$

$$\cancel{\frac{1}{4}D = (12d-7)^2 - (128d^2 - 91d - 12)}$$

$$\cancel{144d^2 - 168d + 49 - 128d^2 + 91d + 12 = 14d^2 - 77d}$$

$12\cdot 14 = 144 + 24 = 168$

$168 - 91 = 77$

$$a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 91 + \underbrace{12}_{103}$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$$

$$(a_1+5)^2 > 0 \qquad a_1 \in \mathbb{Z} \setminus \{-5\}$$

$-5 \pm \sqrt{25-2}$ $\quad 91 + 12 = 103$

$128 - 103 = 25$

$$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 91 + \underbrace{47}_{138}$$

138

$$a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$$

$$a_1 = -5 \pm \sqrt{25-2} = -5 \pm \sqrt{23}$$

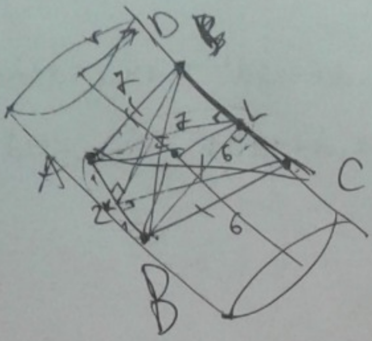
$$\approx -10; 0$$

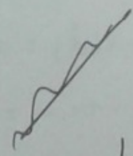
$$a_1 \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23})$$

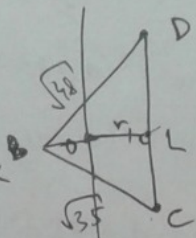
$\underset{-10}{\vee} \qquad \underset{0}{\wedge}$

$a_1 = -9 \ldots -1$

$a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

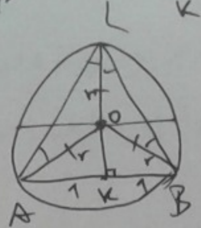






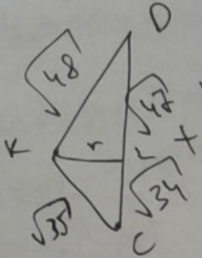
$25 \cdot 2 \cdot 6 = {}^{=2\cdot3}$

$64 = 16 \cdot 4$ $= 300$

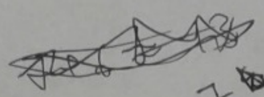


$K \geq 0$ при $r = \min$

$$\frac{36b^2 + 625 + 300b}{4 \cdot 16} + b^2 = 25$$



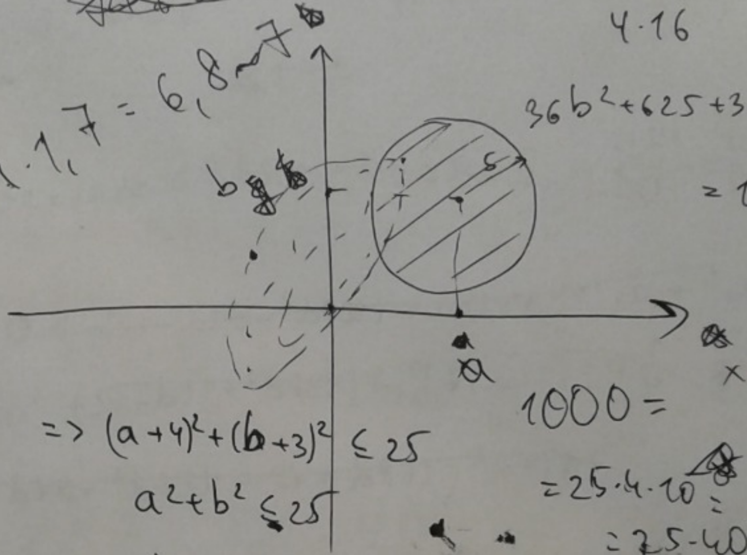
$r = 1$



$4 \cdot 1{,}7 = 6{,}8 \sim 7$

$36b^2 + 625 + 300b + 64b^2 =$

$= 1600$



$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq -8a - 6b \\ a^2 + b^2 \leq 25 \end{cases} \Rightarrow (a+4)^2 + (b+3)^2 \leq 25$$

$a^2 + b^2 \leq 25$

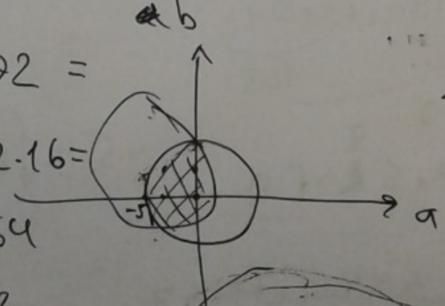
$1000 =$
$= 25 \cdot 4 \cdot 10 =$
$= 25 \cdot 40$

$1600 - 625 = 975$

$\frac{1}{4} D = 36 + \underbrace{4 \cdot 39}_{156} = 192 =$

$= 12 \cdot 16 =$

$= 3 \cdot 64$

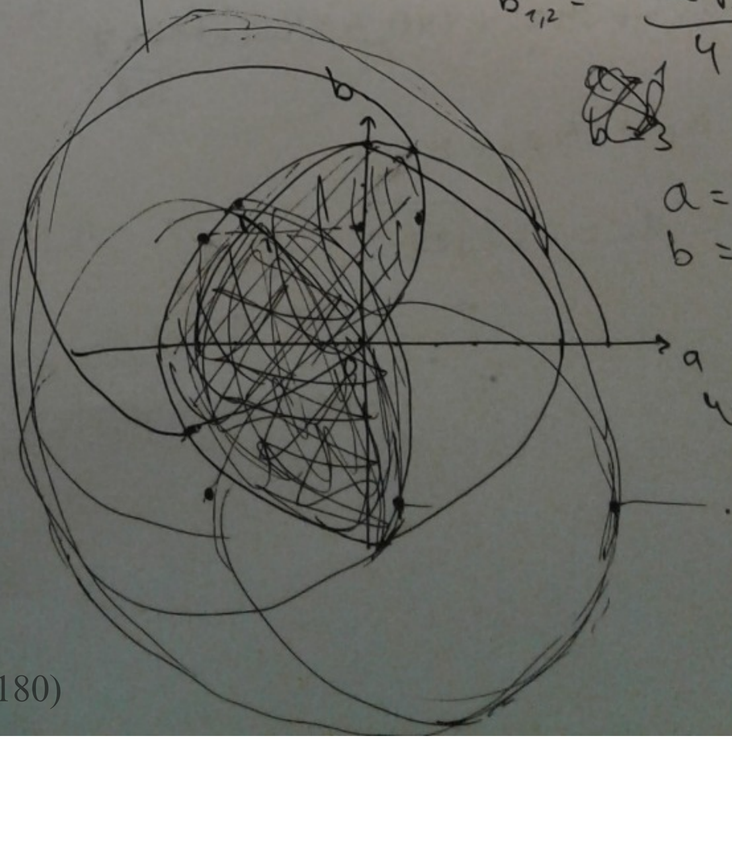


$192 \mid 4$ ... 48 ... 32

$100b^2 + 300b - 975 = 0$

$4b^2 + 12b - 39 = 0$

$b_{1,2} = \frac{-6 \pm 8\sqrt{3}}{4} = \frac{-3 \pm 4\sqrt{3}}{2}$



$16 \cdot 3 = 48$

$a = 1$

$b = -3$

$x = 6$?

$y = -3$

$4 \cdot 39 =$
$= 36 + 120 =$
$= 156$
$+ 36$
192

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101585**

ID профиля: **162782**

Вариант 19

Чистовик. Вариант 19.

Задача 4.

$НОД(a,b,c) = 21 = 3\cdot 7$
$НОК(a,b,c) = 3^{17}\cdot 7^{15}$ $\Big|$ $\Rightarrow$ a, b, c имеют вид $3^{\alpha}7^{\beta}$

$a = 3^{\alpha_1}7^{\beta_1}$
$b = 3^{\alpha_2}7^{\beta_2}$
$c = 3^{\alpha_3}7^{\beta_3}$

По условию:
$$\left.\begin{matrix}\min(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=1\\ \min(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=1\end{matrix}\right\} НОД$$
$$\left.\begin{matrix}\max(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=17\\ \max(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=15\end{matrix}\right\} НОК$$

Значит, α_1, α_2 и α_3 могут быть равны 1, 17 и число от 1 до 17 (в любом порядке)

Аналогично с $\beta_1, \beta_2, \beta_3$: 1, 15 и число от 1 до 15

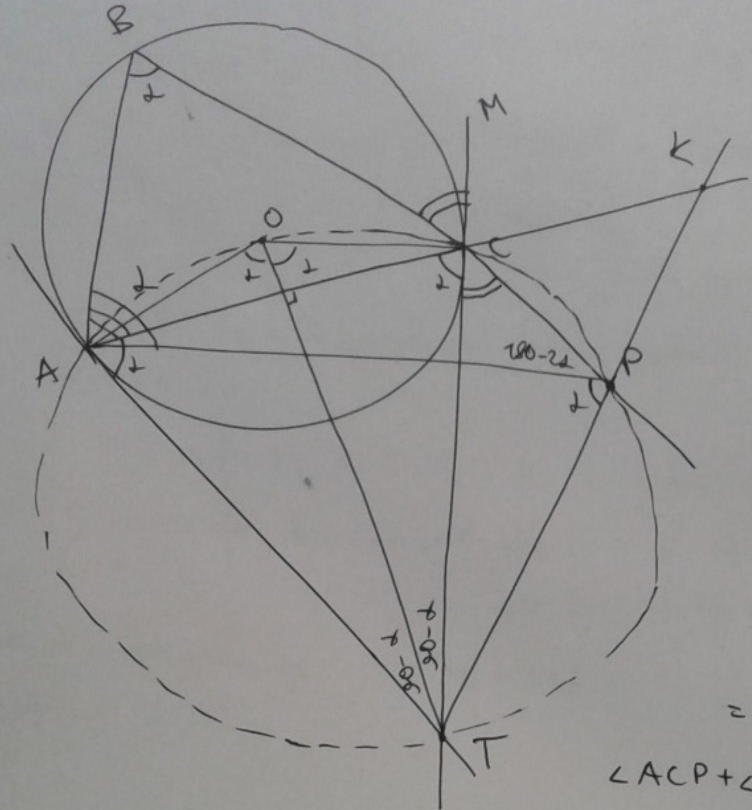
Значит, кол-во вариантов для α : $3!\cdot 17 = 6\cdot 17 = 102$

для β : $3!\cdot 15 = 6\cdot 15 = 90$

В целом получается: $102\cdot 90 = 9180$

Ответ: 9180

Задача 6. Чистовик



а) $S_{APK} = 10$, $S_{CPK} = 6$ =>

=> $S_{ACP} = 4$

$$\frac{AC}{CK} = \frac{S_{ACP}}{S_{CPK}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$AT = TC$ (отрез. касат.) =>

=> $\angle CAT = \angle ACT$

$\angle TCP = \angle BCM$ (вертик.)

$\angle BAC = \angle BCM$ (угол между хордой и касат.)

Значит, $\angle BAC + \angle CAT =$

$= \angle TCP + \angle ACT$ =>

=> $\angle BAT = \angle ACP$

$\angle ACP + \angle ATP = 180°$ (впис. четырехуг.) =>

=> $\angle BAT + \angle ATP = 180°$ => $AB \parallel TK$ (одност. $\angle$)

$AB \parallel TK$ => $\triangle BAC \sim \triangle CKP$ => $\frac{S_{BAC}}{S_{CKP}} = \left(\frac{AC}{CK}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$$S_{BAC} = \frac{4}{9} S_{CKP} = \frac{4}{9} \cdot 6 = \frac{8}{3}$$

б) $\angle ABC = \angle CAT = \angle ACT$ (угол между хордой и касат.) $\overset{\text{об.}}{=} \alpha$

Тогда $\angle AOC = 2\alpha$ (центральный $\angle$) => $\angle ATC = 180° - \angle AOC = 180° - 2\alpha$

TO – бис. $\angle ATC$ => $\angle ATO = \angle OTC = 90 - \alpha$ => $\angle AOT = \angle TOC = \alpha$

$TK \parallel AB$ => $\angle BAP = \angle APT$ (накр. леж.) => $AP = BP$

$\angle ATC = \angle APC$ (впис. $\angle$), $= 180° - 2\alpha$

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot BP \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} AP^2 \sin 2\alpha = \frac{8}{3} + 4 = \frac{20}{3} \Rightarrow AP^2 = \frac{40}{3\sin 2\alpha}$$

$$S_{APC} = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot CP \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{40}{3\sin 2\alpha}} \cdot CP \cdot \sin 2\alpha = \sqrt{\frac{10\sin 2\alpha}{3}}\, CP = 4$$

$$CP = 4\sqrt{\frac{3}{10\sin 2\alpha}}$$

$AC^2 = AP^2 + CP^2 - 2 \cdot AP \cdot CP \cdot \cos 2\alpha$ (т. косинусов $\triangle ACP$)

Чистовик.

$$AC^2 = \frac{40}{3\sin 2\alpha} + \cancel{16}^{8}\cdot\frac{3}{\cancel{10}_{5}\sin 2\alpha} - 2\cdot\sqrt{\frac{4\cancel{0}}{\cancel{3}\sin 2\alpha}\cdot\frac{\cancel{3}}{1\cancel{0}\sin 2\alpha}}\cdot 4\cdot\cos 2\alpha =$$

$$= \frac{40\cdot 5 + 24\cdot 3}{15\sin 2\alpha} - 2\cdot\frac{2}{\sin 2\alpha}\cdot 4\cos 2\alpha = \frac{272}{15\sin 2\alpha} - \frac{16\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}, \quad \cos 2\alpha = \frac{1-\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2\cdot 2}{1+2^2} = \frac{4}{5}, \quad \cos 2\alpha = \frac{1-2^2}{1+2^2} = -\frac{3}{5}$$

$$AC^2 = \frac{\cancel{272}^{68}}{\cancel{15}_{3}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} + \frac{\cancel{16}^{4}\cdot 3\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot\cancel{4}} = \frac{68}{3} + 12 = \frac{104}{3}$$

Ответ: $AC = \sqrt{\frac{104}{3}}$, $S_{ABC} = \frac{8}{3}$

Чистовик.

4

Задача 5.

$$\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right),\quad \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right),\quad \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$$

Запишем ОДЗ:

$\frac{x}{2}-1\neq 0 \Rightarrow x\neq 2$

$\frac{x}{2}-1\neq 1 \Rightarrow x\neq 4$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \Rightarrow x>\frac{1}{2}$

$x-\frac{11}{4}\neq 1 \Rightarrow x\neq \frac{15}{4}$

$x-\frac{11}{4}>0 \Rightarrow x>\frac{11}{4}$

$\frac{x}{2}-1>0 \Rightarrow x>2$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 \Rightarrow x\neq \frac{5}{2}$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \Rightarrow x>\frac{1}{2}$

$x-\frac{11}{4}\neq 0 \Rightarrow x\neq \frac{11}{4}$

Получаем: $x>\frac{11}{4}$, $x\neq \frac{15}{4};4$

Преобразуем выражения:

$$\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right),\ 2\log_{\left(x-\frac{11}{4}\right)}\left(\frac{x}{2}-1\right),\ 2\log_{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}\left(x-\frac{11}{4}\right)$$

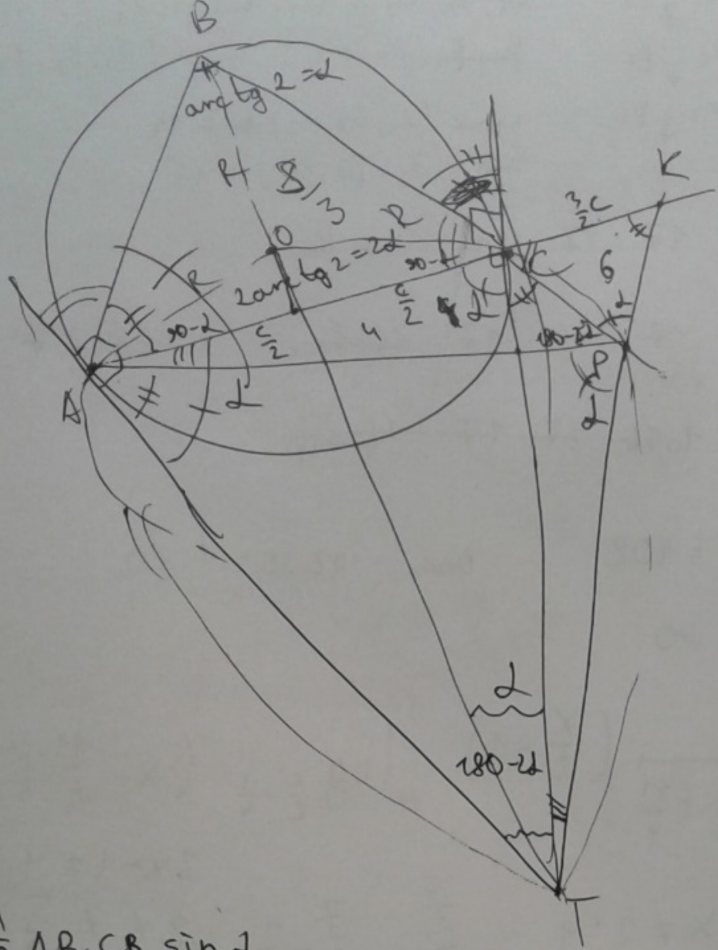
1-й вариант:

$$\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=2\log_{\left(x-\frac{11}{4}\right)}\left(\frac{x}{2}-1\right) \Rightarrow \log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)\cdot\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(x-\frac{11}{4}\right)=4$$

$$\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)+1=2\log_{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}\left(x-\frac{11}{4}\right)$$

$$\underbrace{\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}_{y}\cdot\left(\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)+1\right)=8$$

$$y^2+2y=\cancel{4}\ 16 \Rightarrow y=-1\pm\sqrt{1+\cancel{4}\ 16}=-1\pm\sqrt{\cancel{5}\ 17}$$



$AB \parallel KT \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CKP$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CKP}} = \left(\frac{AC}{CK}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$S_{ABC} = \overset{2}{\cancel{6}} \cdot \frac{4}{\cancel{9}_3} = \frac{8}{3}$$

$\cancel{S = \frac{abc}{4R}}$ $\quad 2R = \frac{c}{\sin\alpha}$

$\cancel{S = \frac{1}{2} ab \sin 2\alpha}$

$\cancel{R = \frac{c}{2} 2R\cos\alpha}$

$\cancel{2R = \frac{2R\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow tg\alpha = 1}$

$$\frac{8}{3} = \frac{1}{2} AB \cdot CB \sin\alpha$$

$$AB \cdot CB = \frac{16}{3\sin\alpha}$$

$\cancel{6 = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot PK \cdot \sin\alpha}$

$\cancel{CP \cdot PK = \frac{12}{\sin\alpha}}$

$\cancel{AB \cdot BC =}$

$$\frac{AC}{\sin 2\alpha} = 2R_0$$

$68 + 36 =$

$= 104$

$BP = AP$

$$\frac{AC}{\sin} \qquad \frac{R}{\frac{\cancel{\sin}\,\alpha}{\cos}} = 2R_0$$

$$\frac{1}{2} AP^2 \cdot \sin 2\alpha = 4 + \frac{8}{3}$$

$\sin 2\alpha =$

$\cancel{\frac{AC}{\sin 2\alpha} = \frac{R}{\sin\alpha} = \frac{AC}{2\sin^2\alpha}}$

$= 2\sin\alpha\cos\alpha =$

$= 2\, tg\alpha \cdot \cos^2\alpha =$

$= \frac{2 tg\alpha}{1 + tg^2\alpha}$

$tg = \frac{\sin}{\cos}$

72 | 4
-4 | 18
32

$68 \cdot 4 =$

$= 32 + 240 =$

$= 272$

$(a,b,c)=21$ $\quad a=3^{\alpha_1}7^{\beta_1}$ $\quad \cancel{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3 \geq 1}$ $\quad \min(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=1$

$[a,b,c]=3^{17}\cdot 7^{15}$ $\quad b=3^{\alpha_2}7^{\beta_2}$ $\quad \cancel{\beta_1,\beta_2,\beta_3 \geq 1}$ $\quad \min(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=1$

$c=3^{\alpha_3}7^{\beta_3}$ $\quad \max(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=17$

$\max(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=15$

~~17 α_2 α_3 16^2 вар.~~
~~1..16 1..16~~

~~17 17 1..16 16 вар.~~

~~α_1 17 α_3 16^2 вар.~~
~~1..16 1..16~~

+

~~17 1..16 17 16 вар.~~

~~1..16 17 17 16 вар.~~

~~α_1 α_2 17 16^2 вар.~~

1, 17, x $\quad$ 6 сп. $\quad$ $6\cdot17=102$ $\quad$ Общ. $=102\cdot90=9180$

1, 15, x $\quad$ 6 сп. $\quad$ $6\cdot15=90$

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \qquad \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) \qquad \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$$

ОДЗ:

$\frac{x}{2}-1 \neq 0,1 \Rightarrow x\neq 2;4$

$2\frac{x}{4}-\frac{1}{4}>0 \Rightarrow x>\frac{1}{2}$

$x-\frac{11}{4}>0 \Rightarrow x>\frac{11}{4}$ $\quad x-\frac{11}{4}\neq 1 \Rightarrow x\neq\frac{15}{4}$

$\frac{x}{2}-1>0 \Rightarrow x>2$

$2x-1\neq 4$

$2x\neq 5$

$\frac{7}{2}$ $\quad \frac{7}{4}-\frac{1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$\frac{7}{4}-1=\frac{3}{4}$

$\frac{7}{4}-1=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow$ $x>\frac{11}{4}$, $x\neq\frac{15}{4}$, $x\neq 4$

$$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \qquad 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right) \qquad 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$$

$\frac{14}{4}-\frac{11}{4}=\frac{3}{4}>\frac{2}{8}$

$$\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)=\frac{1}{\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}$$

$$\cancel{\frac{\ln(\frac{x}{2}-1)}{\ln(x-\frac{11}{4})}=\frac{\ln(x-\frac{11}{4})}{\ln(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}}$$

$$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)+1$$

$\frac{11}{8}-1=\frac{3}{8}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{7}{4}-\frac{1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$\frac{11}{8}-\frac{2}{8}=\frac{9}{8}$

$\frac{9}{8}$ $\quad \frac{15}{8}$ $\quad \frac{3}{8}$ $\quad \frac{2}{8}$ $\quad \frac{11}{8}-1=\frac{3}{8}$

21101585 (U162782 M1304181)