Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101527**

ID профиля: **267486**

Вариант 19

Чистовик Задание 1

Пусть x – первый член арифметической прогрессии, а d – её разность. В таком случае:

$a_9 = x+8d$ $\quad a_{17} = x+16d$ $\quad a_{11} = x+10d$ $\quad a_{15} = x+14d$

$$S = \frac{(a_1+a_{14})\cdot 14}{2} = 7\cdot(x+x+13d) = 14x+91d$$

Также нам даны неравенства:

$$\begin{cases} a_9 a_{17} > S+12 \\ a_{11} a_{15} < S+47 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} S < a_9 a_{17} - 12 \\ S > a_{11} a_{15} - 47 \end{matrix} \quad S \in (a_{11}a_{15} - 47;\ a_9 a_{17} - 12)$$

$a_{11}a_{15} - 47 = (x+10d)(x+14d) - 47 = x^2+24xd+140d^2-47$

$a_9 a_{17} - 12 = x^2+24xd+128d^2-12$

$a_9 a_{17} - 12 > a_{11}a_{15} - 47$

$\cancel{x^2}+\cancel{24xd}+128d^2-12 > \cancel{x^2}+\cancel{24xd}+140d^2-47$

$12d^2 < 35$

$d^2 < \frac{35}{12}$ Исходя из того, что прогрессия полностью состоит из целых чисел, то её разность тоже должна быть целым числом

$d^2 < 2\frac{11}{12}$ $\Rightarrow d = 1$; $d \neq 0$, т.к. это прогрессия и $d \neq -1$ т.к. эта прогрессия возрастающая, а не убывающая

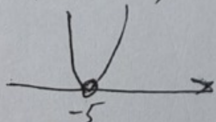
Теперь мы можем подставить найденное значение в неравенства

$$\begin{cases} (x+8\cancel{d})(x+16) > 14x+91+12 \\ (x+10)(x+14) < 14x+91+47 \end{cases}$$

$x^2+24x+128 > 14x+103$ $\qquad x^2+24x+140 < 14x+138$

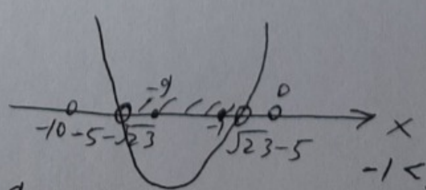
$x^2+10x+25 > 0$ $\qquad x^2+10x+2 < 0$

$(x+5)^2 > 0$ $\qquad D = 100-8 = 92 \quad \sqrt{D} = 2\sqrt{23}$



$x \neq -5$

$x_1 = -5-\sqrt{23}$ $\qquad x_2 = \sqrt{23}-5$



$\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$

$\Downarrow$

$4 < \sqrt{23} < 5$

$-1 < \sqrt{23}-5 < 0$

$-10 < -5-\sqrt{23} < -9$

Итого, a_1 может быть любым целым числом от -9 до -1 не включая -5

Ответ: $a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; \cancel{-5}; -4; -3; -2; -1\}$

Черновик Задание 1

Пусть x - первый член прогрессии, а d - ее разность

$$S=\frac{(a_1+a_{14})14}{2}=\frac{(x+x+13d)14}{2}=(2x+13d)\cdot 7$$

$$a_9\, a_{17}=(x+8d)(x+16d)$$

$$x^2+16dx+8dx+128d^2>14x+91d+12$$

$$x^2+24xd+128d^2>14x+91d+12$$

$$a_{11}\, a_{15}=(x+10d)(x+14d)=x^2+10dx+14dx+140d^2=x^2+24xd+140d^2$$

$$\begin{cases} x^2+24xd+140d^2<14x+91d+47 \\ x^2+24xd+128d^2>\overset{S}{14x+91d}+\cancel{47}\,12 \end{cases}$$

$$S<x^2+24xd+128d^2-12$$

$$S>x^2+24xd+140d^2-47$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{24xd}+128d^2-12>\cancel{x^2}+\cancel{24xd}+140d^2-47$$

$$12d^2<35$$

$$d^2<\frac{35}{12} \qquad d\in\mathbb{Z}$$

$$92\,|\,2 \quad 46\,|\,2 \quad 23\,|$$

$$d^2<2\tfrac{11}{12} \Rightarrow d=1$$

$$(x+8)(x+16)>14x+91+12$$

$$x^2+16x+8x+128>14x+103$$

$$x^2+10x+25>0$$

$$(x+5)^2>0 \Rightarrow x\neq-5$$

Рассмотрим следующее неравенство

$$(x+10)(x+14)<14x+91d+47$$

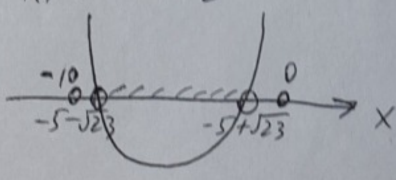
$$x^2+24x+140<14x+138$$

$$x^2+10x+2<0$$

$$D=100-8=92 \qquad \sqrt{D}=2\sqrt{23}$$

$$x_1=\frac{-10-2\sqrt{23}}{2}=-5-\sqrt{23} \qquad x_2=\frac{-10+2\sqrt{23}}{2}=\sqrt{23}-5$$

$$\sqrt{23}<\sqrt{25} \Rightarrow \sqrt{23}\in(4;5)$$

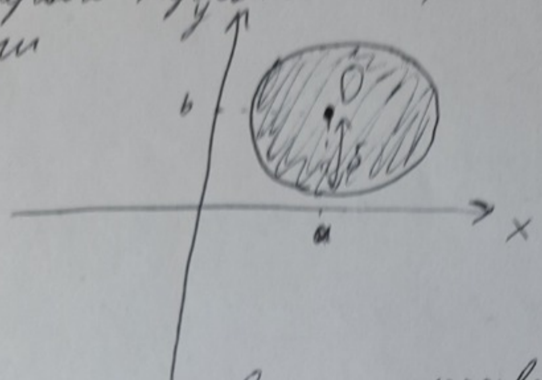


Ответ: $a_1\in\{-9;-8;-7;-6;\cancel{-5};-4;-3;-2;-1\}$

Черновик Задание 3 (1)

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25\\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25)\end{cases}$$

Решения первого неравенства, можно представить в виде окружности



Далее, рассмотрим второе неравенство. Пусть $-8a-6b<25$
Но при этом $-8a-6b \ge 0$, т.к. сумма двух квадратов не может быть отрицательна

$a^2+b^2 \le -8a-6b$

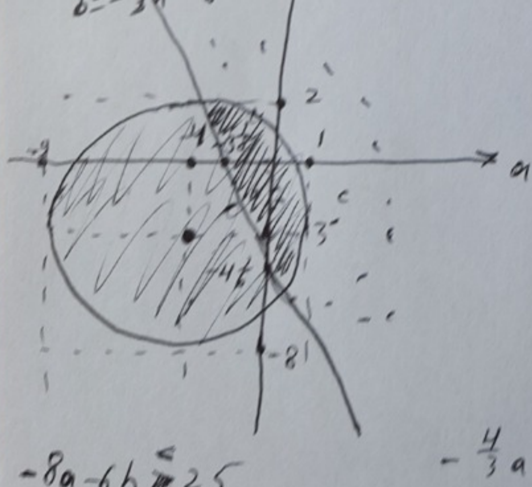
$a^2+8a+b^2+6b \le 0$

$a(a+8)+b(b+6) \le 0$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25$

В таком случае, если представить a и b на системе координат, то множество их значений будет выглядеть, как

$b=-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}$

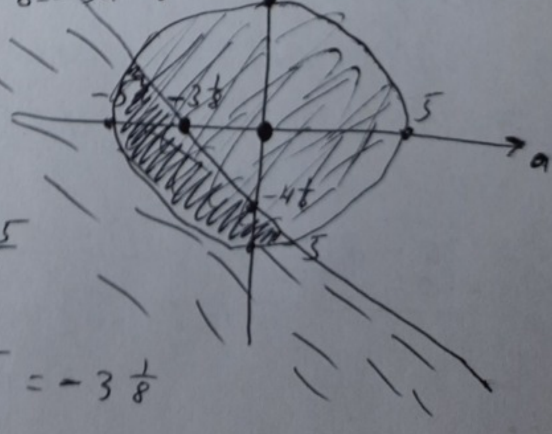


$-8a-6b \le 25$

Но если $25<-8a-6b$ уравнение меняется, ~~т.к.~~ так же как и окружность

$$\begin{cases}a^2+b^2 \le 25\\ -8a-6b > 25\end{cases}$$

$b=-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}$



$6b<-8a-25$

$b<-\frac{4}{3}a-\frac{25}{6}$

$-\frac{4}{3}a=\frac{25}{6}$

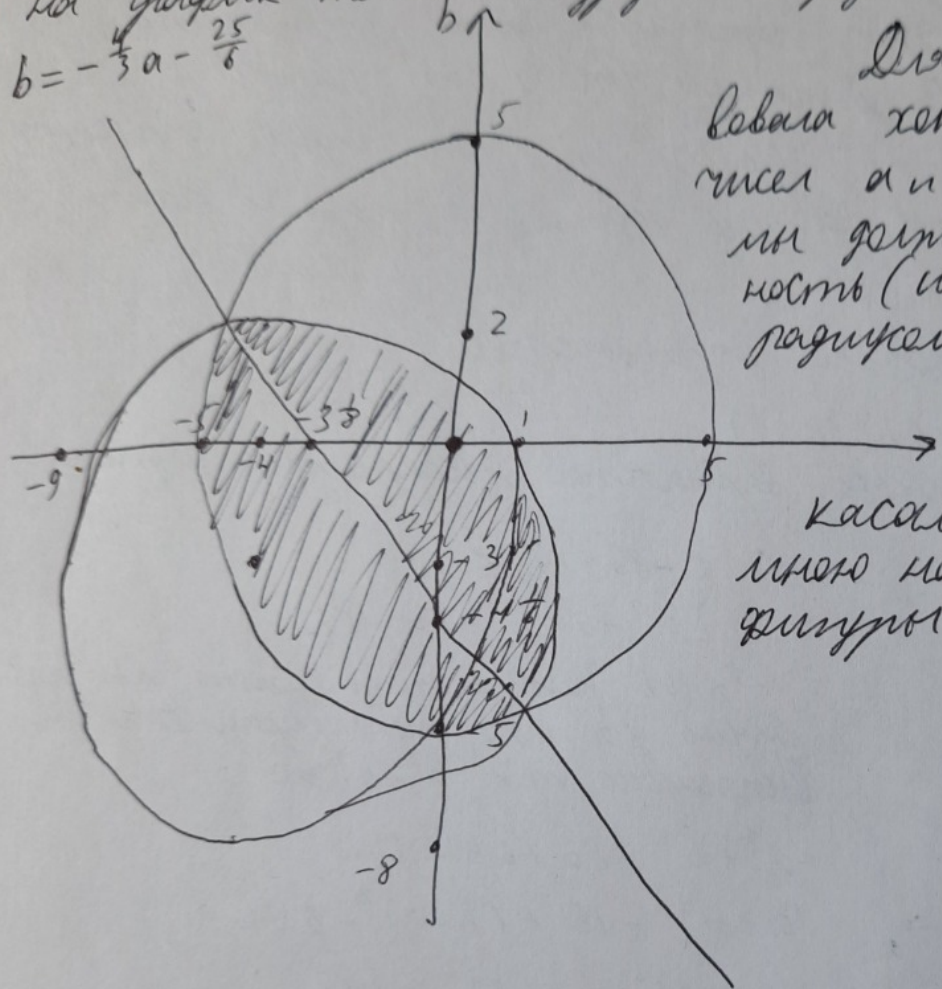
$-4a=\frac{25}{2}$ $\quad a=-\frac{25}{8}=-3\frac{1}{8}$

21101527 (U267486 M1301483)

Черновик Задание 3 (2)

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$

Заметим, что $(x-a)^2=(a-x)^2$ и $(y-b)^2=(b-y)^2$. Это значит, что ничто не мешает нам построить график окружности по осям a и b, вместо x и y. Поместим на график также 2 другие окружности

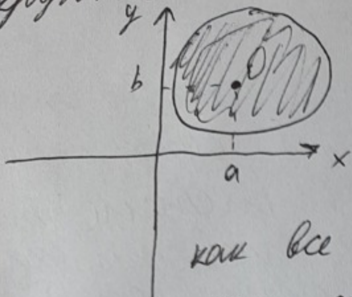


Для того, чтобы существовала хотя бы одна пара чисел a и b в системе, то мы должны провести окружность (или окружности) радиусом 5 в точке $x; y$ так, чтобы она (они) хотя бы касалась показанной мною на графике ~~площади~~ фигуры

Чистовик Задание 3 1

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,25)\end{cases}$$

Решения первого неравенства можно представить в виде окружности с центром в точке $O(a;b)$ и радиусом 5



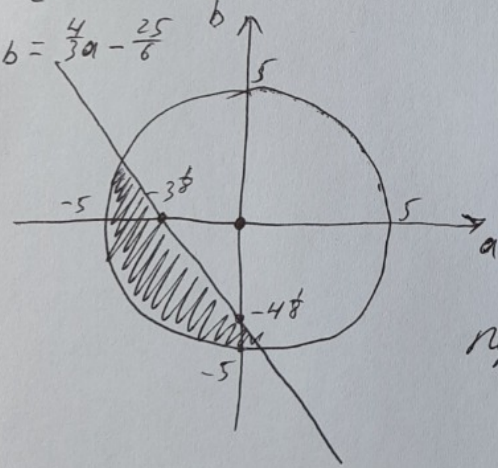
В этом случае все пары подходящих a и b будут лежать в этой окружности.
Но заметим, что $(x-a)^2=(a-x)^2$ и $(b-y)^2=(y-b)^2$ т.е. мы вправе определить как все пары $a;b$ на оси x и y, так и пары $x;y$ на осях a и b

Рассмотрим следующее неравенство

$$a^2+b^2\le\min(-8a-6b,25)$$

У нас есть 2 возможных варианта раскрытия функции min

1) $\begin{cases}25\le -8a-6b\\ a^2+b^2\le 25\end{cases}$



2) $\begin{cases}-8a-6b\le 25\\ a^2+b^2\le -8a-6b\end{cases}$

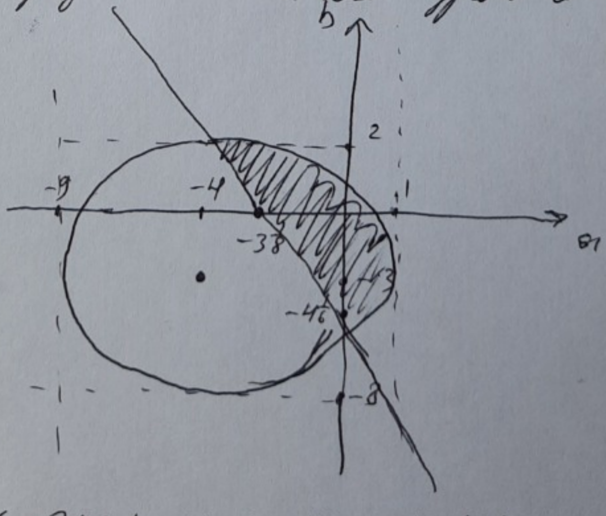
$-8a-6b$ должно быть больше или равно нулю для того, чтобы неравенство было выполнимо, т.к. $a^2+b^2\ge0$

$$a^2+b^2+8a+6b\le0$$

$$(a+4)^2-16+(b+3)^2-9\le0$$

$$(a+4)^2+(b+3)^2\le25$$

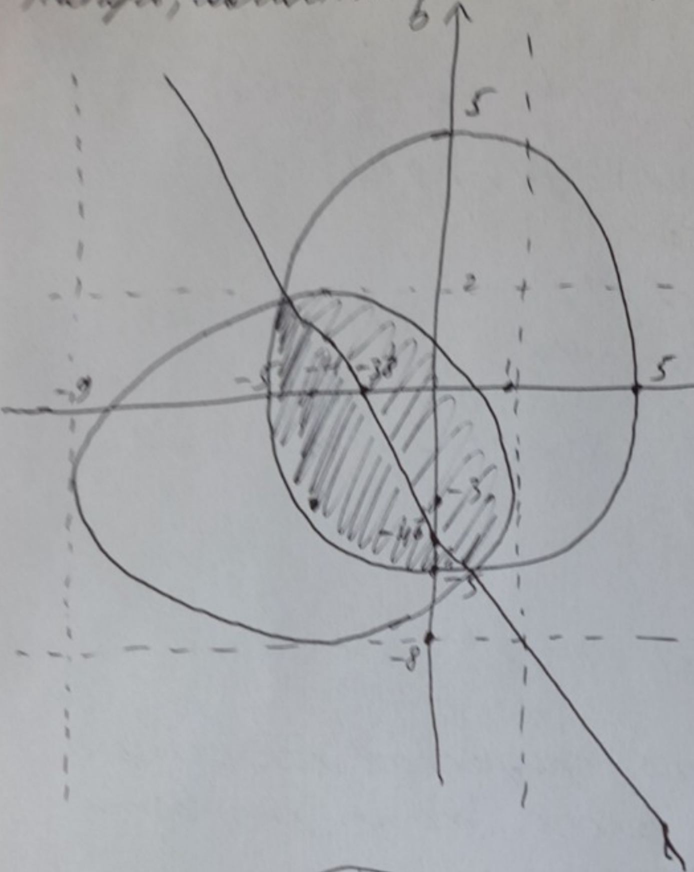
перед нами снова уравнение окружности



На вышеприведенных графиках показаны совокупности всех пар чисел a и b, подходящих под второе неравенство

Чистовик Задание 3 (2)

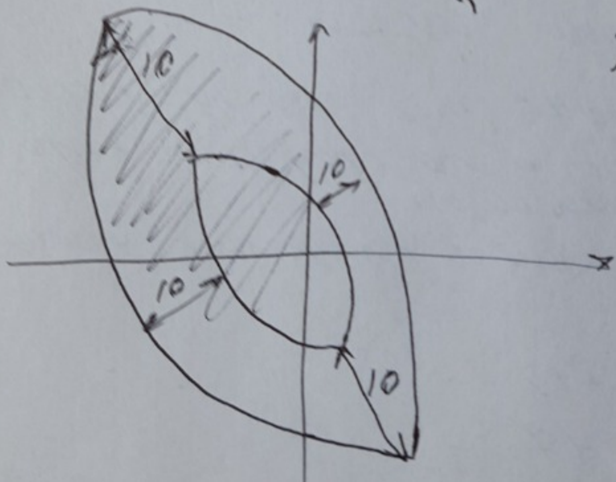
Теперь, совместим эти совокупности на одном графике



Мы получим фигуру

Для того, чтобы существовала хотя бы одна пара чисел a и b, подходящая системе, то мы должны провести окружность ~~в точке~~ с центром в точке $O(x;y)$ и радиусом $R=5$ так, чтобы она хотя бы касалась полученной фигуры

Совокупность этих окружностей будет выглядеть так:



Площадь этой фигуры и будет равна площади M

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101527**

ID профиля: **267486**

Вариант 19

Черновик Задание 4 1

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 21 \\ НОК(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \end{cases}$$

$НОК(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$, из этого можно заключить, что ни на какие другие простые числа кроме "3" и "7" числа a, b и c не делятся

То есть каждое из чисел можно представить в виде $3^x \cdot 7^y$ где $x \in [1;17]$ и $y \in [1;15]$

Одно из чисел обязано быть равно 21, т.к. в противном случае НОД этих чисел будет $3^x \cdot 7^y$, где x или y больше одного

Также можно заметить, что одно из чисел должно равняться их НОК, так как все числа имеют ~~одинаковые~~ одни и те же простые делители (их НОД это $21 = 3 \cdot 7$)

Пусть третье число равно x, которое равно $3^n \cdot 7^m$ где n и $m \in Z$ и $n \in [1;17]$ и $m \in [1;15]$

Всего возможных x может быть $17 \cdot 15 = 255$

$$\begin{array}{r} \times\ 17 \\ 15 \\ \hline +\ 105 \\ 15 \\ \hline 255 \end{array}$$

Но нам нужно найти общее кол-во троек (a;b;c)

То есть нужно учитывать кол-во перестановок чисел $(21; 3^{17} \cdot 7^{15}; x)$ $3! = 6$

$6 \cdot 255 = 1530$

$$\begin{array}{r} \times\ 255 \\ 6 \\ \hline 1530 \end{array}$$

Ответ: 1530 троек

когда $x = 3^{17} \cdot 7^{15}$ $x = 21$ $x = 3^n \cdot 7^m$ где $\begin{cases} n \text{ и } m \neq 1 \\ n \neq 17 \text{ и } m \neq 15 \end{cases}$

3 + 3

$$\begin{array}{r} \times\ 253 \\ 6 \\ \hline 1518 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +\ 1518 \\ 6 \\ \hline 1524 \end{array}$$

Ответ: 1524

21101527 (U267486 M1301484)

~~Чистовик~~ Черновик Задание 4 ②

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 21 = 3^1 \cdot 7^1 \\ НОК(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \end{cases}$$

$НОК(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$, из этого следует, что ни на какие другие простые числа кроме "3" и "7" числа a, b и c не делятся

То есть каждое из чисел можно представить в виде $3^x \cdot 7^y$ где $x \in [1;17]$ и $y \in [1;15]$. Числа как x, так и y не могут быть равны нулю, т.к. все числа обязаны делиться хотя бы на $3 \cdot 7$ (21)

Одно из чисел обязано быть равно 21, т.к. в противном случае НОД этих чисел будет больше $3^1 \cdot 7^1$

Также можно заметить, что одно из чисел должно равняться их НОК, так как все числа имеют одни и те же делители (3 и 7)

Пусть третье число равно x, которое равно $3^n \cdot 7^m$ где $n \in Z$; $m \in Z$; $n \in [1;17]$; $m \in [1;15]$

Всего возможных x может быть $17 \cdot 15 = 255$

Но нам также важно учитывать кол-во перестановок чисел $(21; 3^{17} \cdot 7^{15}; x)$ $3! = 6$

$6 \cdot 255 = 1530$ Ответ: 1530 троек

21101527 (U267486 M1301484)

Чистовик Задание 4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 21 = 3^1 \cdot 7^1 \\ НОК(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \end{cases}$$

$НОК(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$, из этого следует, что ни на какие другие простые числа кроме "3" и "7" числа a, b и c не делятся

То есть каждое из чисел можно представить в виде $3^x \cdot 7^y$, где $x \in [1;17]$ и $y \in [1;15]$. Числа как x, так и y не могут быть равны нулю, т.к. все числа обязаны делиться на 21 ($3 \cdot 7$)

Одно из чисел обязано быть равно 21, т.к. в противном случае НОД этих чисел будет больше $3^1 \cdot 7^1$

Также можно заметить, что одно из чисел должно быть равно их НОК, так как все числа имеют одни и те же делители (3 и 7)

Пусть третье число равно x, которое равно $3^n \cdot 7^m$ где $n \in \mathbb{Z}$; $m \in \mathbb{Z}$; $n \in [1;17]$; $m \in [1;15]$

Всего возможных x может быть $17 \cdot 15 = 255$

Осталось только учесть кол-во перестановок чисел $(21; 3^{17} \cdot 7^{15}; x)$

В случае, если $x = 21$ или $x = 3^{17} \cdot 7^{15}$ кол-во перестановок будет равняться ~~двум~~ трем. Во всех остальных случаях их будет $3! = 6$

1518

253

6

$2 \cdot 3 + (255 - 2) \cdot 6 = 1524$

Ответ: 1524

21101527 (U267486 M1301484)

Черновик Задание 5 1

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$; $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$; $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$

1) $\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$

$\frac{1}{\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)^2} = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 \cdot \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = 1$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 = \log_{(x-\frac{11}{4})^2}\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right) \cdot \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right) = \frac{1}{4}$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \frac{\log_{\frac{1}{4}}\frac{x}{2}-1}{\log_{\frac{1}{4}}\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}$

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{\frac{x-2}{2}}\frac{2x-1}{4}$

пусть $a = \frac{x}{2}-1$ $b = \frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ $c = x-\frac{11}{4}$

$\frac{1}{2}\log_a b$; $2\log_c a$; $2\log_b c$

$2\log_c a \cdot 2\log_b c = 4\cdot\frac{\log_c a}{\log_c b} = 4\log_b a$

$4\log_b a \cdot \frac{1}{2}\log_a b = 2$

Пусть 2 из данной тройки чисел равны n

$n^2\cdot(n+1) = 2$

$n^3+n^2 = 2$

$n^3+n^2-2 = 0$

$n_1 = 1$

$(n-1)(n^2+2n) = 0$

$\cancel{n}(n-1)(n+2) = 0$

$\cancel{n_1=0}$ $\cancel{n_2=1}$ $n_3=-2$

$\cancel{n^3+n^2-2 \,|\, n-1}$
$\cancel{-n^3-n^2 \,|\, n^2+2n}$
$\cancel{2n^2-2}$
$\cancel{2n^2-2}$
$\cancel{0}$

$(n^2+2n)(n-1) = n^3+2n^2-n^2-2n$

$(n^2+2n+2)(n-1) = n^3+2n^2+\cancel{2n}-n^2-\cancel{2n}-2 = n^3+n^2-2$

$n^3+n^2-2 \,|\, n-1$
$-\,n^3-n^2 \,|\, n^2+2n+2$
$2n^2-2n$
$2n^2-2n$
$2n-2$
$2n-2$
0

$n(n-1)(n^2+2n+2) = 0$ $n^2+2n+2 = 0$ $D = 4-8 = -4$

Черновик Задание 5 ②

проверим случай, когда $n=0$

пусть $\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})=0$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=1$ $\quad \frac{x}{2}=\frac{1}{4}$ $\quad x=\frac{1}{2}$

проверим

$\log_{\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2}-1)$ это невозможно $x \notin$ ОДЗ

пусть

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\frac{x}{2}-1=0$ $\quad \frac{x}{2}-1=1$ $\quad \frac{x}{2}=2$ $\quad x=4$

$n\neq0$

проверим случай, когда $n=1$

$(\frac{x}{2}-1)^2=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$\frac{x^2}{4}-x+1=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$x^2-4x+4=2x-1$

$x^2-6x+5=0$

$(x-5)(x-1)$

$x_1=1$ $x_2=5$

$x\neq1$ $\quad n\neq1$

$\sqrt{x-\frac{11}{4}}=\frac{x}{2}-1$

$x-\frac{11}{4}=\frac{x^2}{4}-x+1$

$4x-11=x^2-4x+4$

$x^2-8x-7=0$

$D=64+28=92$

$92|2$
$46|2$
$23|$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=x^2-\frac{11}{2}\cdot x+\frac{121}{16}$

$x^2-6x+\frac{125}{16}=0$

$D=36-\frac{125}{4}=\frac{144-125}{4}=$

$=\frac{19}{4}$

проверим случай, когда $n=2$

~~$(\frac{x}{2}-1)^4=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$~~

$(\frac{x}{2}-1)^4(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})=1$

пусть $n=0$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=1$

$\frac{x}{2}=\frac{5}{4}$ $\quad x=\frac{5}{2}$

$\frac{x}{2}-1=1$

$\frac{x}{2}=2$

$x=4$

$x-\frac{11}{4}=1$

$x=\frac{15}{4}$

$n=1$

$\left(\frac{x}{2}-1\right)^2=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$\frac{x^2}{4}-x+1=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}+\frac{5}{4}=0$ $\quad D=\frac{9}{4}-\frac{5}{4}=1$

$x_1=\frac{(\frac{3}{2}-1)\cdot4}{2}=1$ $\quad x_2=$

21101527 (U267486 M1301484)

Черновик Задание 5 (3)

$\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 = \frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$\frac{x^2}{4} - x + 1 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

$x^2 - 4x + 4 = 2x - 1$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$(x-1)(x-5) = 0$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 5$

$\sqrt{x-\frac{11}{4}} = \frac{x}{2} - 1$

$x - \frac{11}{4} = \frac{x^2}{4} - x + 1$

$4x - 11 = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$(x-5)(x-3) = 0$

$x_1 = 5 \quad x_2 = 3$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x^2 - \frac{11x}{2} + \frac{121}{16}$

$8x - 4 = 16x^2 - 88x + 121$

$16x^2 - 96x + 125 = 0$

$\cancel{D = 9216 - 8000 = 1216}$

$x^2 - 6x + \frac{125}{16} = 0$

$D = 36 - \frac{125}{4} = \frac{144-125}{4} = \frac{19}{4} \quad \sqrt{D} = \frac{\sqrt{19}}{2}$

$x_1 = \frac{6 - \frac{\sqrt{19}}{2}}{2} = 3 - \frac{\sqrt{19}}{4}$

$x_2 = 3 + \frac{\sqrt{19}}{4}$

$$\begin{array}{r} \times\ 96 \\ 96 \\ \hline +\ 576 \\ 864\ \ \\ \hline 9216 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 125 \\ 4 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1216 & 2 \\ 608 & 2 \\ 304 & 2 \\ 152 & 2 \\ 76 & 2 \\ 38 & 2 \\ 19 & \end{array}$$

$\log_{(\underbrace{\frac{5}{2}-1}_{\frac{3}{2}})^2}\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{4}\right) = \log_{\frac{9}{4}}\frac{9}{4} = 1$

$\log_{\sqrt{\underbrace{5-\frac{11}{4}}_{\frac{9}{4}}}} \overbrace{\frac{5}{2}-1}^{\frac{3}{2}} = \log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{2} = 1$

$\log_{\underbrace{\frac{5}{2}-\frac{1}{4}}_{\frac{9}{4}}}\left(\overbrace{5-\frac{11}{4}}^{\frac{9}{4}}\right)^2 = 2$

Ответ: $x = 5$

Чистовик задание 5

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$; $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2}-1)$; $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})^2$

пусть $a=\frac{x}{2}-1$ $b=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ $c=x-\frac{11}{4}$

тогда числа приобретают следующий вид

$\frac{1}{2}\log_a b$; $2\log_c a$; $2\log_b c$

Попробуем их перемножить между собой

$2\log_c a\cdot 2\log_b c=\frac{4\log_c a}{\log_c b}=4\log_b a$

$4\log_b a\cdot\frac{1}{2}\log_a b=\frac{4\log_b a}{2\log_b a}=2$

Произведение всех трех чисел постоянно и равно 2

Пусть 2 числа из этой тройки, равные друг другу равны n. Составим уравнение

$n\cdot n\cdot(n+1)=2$

$n^3+n^2-2=0$

$(n-1)(n^2+2n+2)=0$

$n^2+2n+2\neq 0$ т.к. $D=4-8=-4$ $D<0$!

Итак, мы нашли что $n=1$. Теперь, зная, что логарифм равен единице только тогда, когда его основание равно аргументу мы можем вычислить x для всех логарифмов, вычленить такие решения, которые встречаются сразу в двух логарифмах в качестве решения, а потом проверить их

$(\frac{x}{2}-1)^2=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$\frac{x^2}{4}-x+1=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$x^2-4x+4=2x-1$

$x^2-6x+5=0$

$(x-1)(x-5)=0$

$\sqrt{x-\frac{11}{4}}=\frac{x}{2}-1$

$x-\frac{11}{4}=\frac{x^2}{4}-x+1$

$4x-11=x^2-4x+4$

$x^2-8x+15=0$

$(x-3)(x-5)=0$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=x^2-\frac{11x}{2}+\frac{121}{16}$

$x^2-6x+\frac{125}{16}=0$

$D=36-\frac{125}{4}=\frac{19}{4}$ $\sqrt{D}=\frac{\sqrt{19}}{2}$

$x_{1,2}=3\pm\frac{\sqrt{19}}{2}$

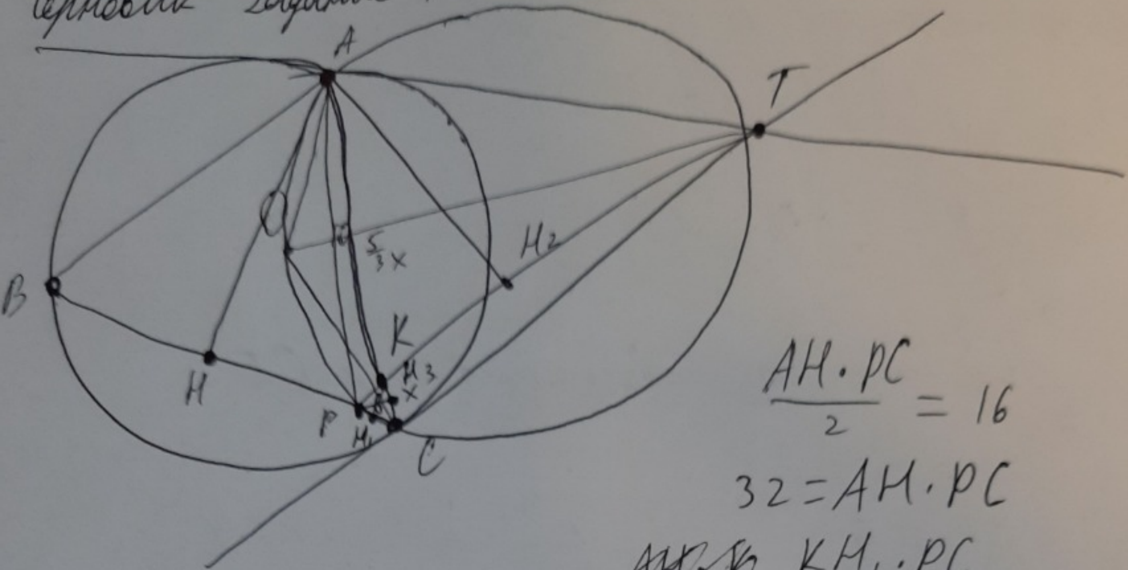
Мы нашли только $\underline{x=5}$ который делает два числа равными друг другу. Проверим его на третьем

$\log_{\frac{5}{2}-\frac{1}{4}}(5-\frac{11}{4})^2=\log_{\frac{9}{4}}(\frac{9}{4})^2=2$ x подходит

Ответ: $x=5$

21101527 (U267486 M1301484)

Черновик Задание 7



$$\frac{AH\cdot PC}{2}=16$$

$$32=AH\cdot PC$$

$$\cancel{AH\cdot K}\quad \frac{KH_1\cdot PC}{2}=6$$

$$12=KH_1\cdot PC$$

$$\frac{AH}{KH_1}=\frac{32}{12}=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$$

$KC=x$ $\quad AK=AC-KC=\frac{8}{3}x-x=\frac{5}{3}x$

$\triangle AHC\sim\triangle KH_1C$

$$\cancel{\frac{\frac{5}{3}x\cdot AH_2}{2}=10}\quad \cancel{20=\frac{5}{3}x\cdot AH_2}\quad \cancel{x\cdot AH_2=12}$$

$PH_3\perp AC$ $\quad \frac{PH_3\cdot\frac{5}{3}x}{2}=10$ $\quad x\cdot PH_3=12$ $\quad PH_3=\frac{12}{x}$

$\cancel{PH_3^2 A}$