Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101252**

ID профиля: **165644**

Вариант 19

Вариант 19 Чистовик

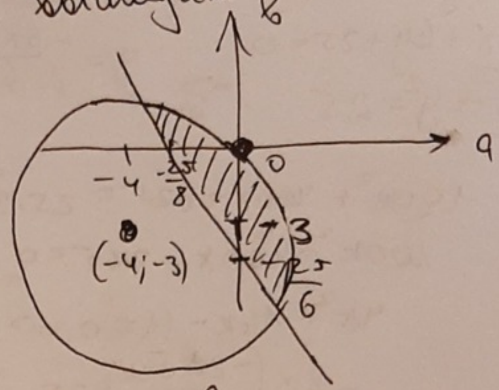
① ③ $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25). \end{cases}$

Рассмотрим 2-ое уравнение, если

• $-8a-6b \le 25$, то

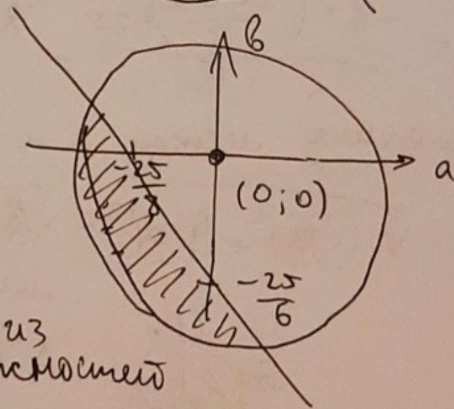
$\begin{cases} b \ge \frac{-8a-25}{6} \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} b \ge \frac{-8a-25}{6} \\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 \end{cases}$ На плоскости a, b это выглядит в

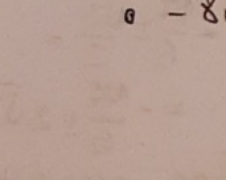


• $-8a-6b > 25$, то

$\begin{cases} b < \frac{-8a-25}{6} \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases}$



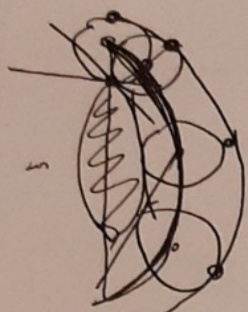
Заметим, что в обоих случаях радиусы окружностей 5 и каждая из окружностей проходит через центр другой $\Rightarrow$ куски симметричны относительно прямой $8a+6b+25=0$. Нам подходят точки x, y, такие что $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$ для какой-то точки (a, b) в нашей области. Расстояние от центров до прямой $8a+6b+25$: $\rho = \frac{|8\cdot 0+6\cdot 0+25|}{\sqrt{100}} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$.



Рассмотрим для каждой точки границы нашей области ~~окружность с центром в этой точке и радиусом 5, тогда рассмотрим точку, которая лежит на этой окружности~~ касательную к этой точке и нарисуем к нашей точке и касательной окружность радиусом 5, которая касается этой окружности и лежит снаружи нашей области.

①

Чистовик



Рассмотрим ~~точку, которая~~ центры окружностей ~~противоположна на окружности лежит граничной~~. Все такие точки образуют нашу область, но раздутую на 5. Тогда найдём площадь M. Она есть две части окружностей радиусами $2\rho+5$, которые симметричны относительно прямой $8a+6b+25=0$.

Найдём точку A и B краёв изначальной области:

$$\begin{cases} 8x+6y+25=0 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Rightarrow y=\frac{-8x-25}{6} \qquad x^2+\frac{64x^2+400x+625}{36}=25$$

$$100x^2+400x+625=25\cdot 36 \Rightarrow$$

$$100x^2+400x-275=0$$

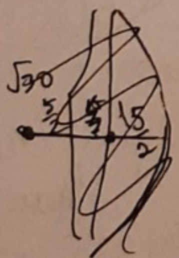
$$4x^2+16x-11=0 \Rightarrow x=\frac{-16\pm\sqrt{432}}{8}=\frac{-2\pm\sqrt{27}}{2}$$

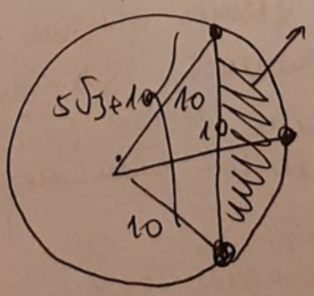
$$y=\frac{-8\cdot\left(\frac{-2\pm\sqrt{27}}{2}\right)-25}{6}=\frac{8\pm4\sqrt{27}-25}{6}=-\frac{17}{6}\pm\frac{4\sqrt{27}}{6}=-\frac{17}{6}\pm\frac{4\sqrt3}{2}=-\frac{17}{6}\pm2\sqrt3$$

Расстояние между A и B равно

$$\sqrt{(\sqrt{27})^2+(4\sqrt3)^2}=\sqrt{27+48}=\sqrt{75}=5\sqrt3$$

Новое расстояние между крайними точками A' и B' равно $5\sqrt3+10$:





M_1 и аналогично ему симметричная M_2, причём $S_{M_1}=S_{M_2}$

2

21101252 (U165644 M1304364)

Чистовик

① Пусть $a_1=a$, а шаг прогрессии d, причем $a\in\mathbb{Z}$, $d\in\mathbb{N}$, тогда $S=a+a+d+\ldots+a+13d=$
$=14a+91d$. $a_9=a+8d$, $a_{17}=a+16d$, $a_{11}=a+10d$,
$a_{15}=a+14d$.

$$\begin{cases} a^2+24ad+128d^2>14a+91d+12 \\ a^2+24ad+140d^2<14a+91d+47. \end{cases}$$

Вычтем из 2-ого 1-ое, тогда $12d^2<35 \Rightarrow$
$d^2<\frac{35}{12}$ и $d\in\mathbb{N} \Rightarrow d^2\le 2 \Rightarrow d=1$.

$$\begin{cases} a^2+24a+128>14a+91+12 \\ a^2+24a+140<14a+91+47 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a^2+10a+25>0 \Leftrightarrow (a+5)^2>0 \\ a^2+10a+2<0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$a^2+10a+2<0 \Leftrightarrow$$

$$\left(a-\frac{-10-\sqrt{92}}{2}\right)\left(a-\frac{-10+\sqrt{92}}{2}\right)<0 \Leftrightarrow$$

$$\left(a-(-5-\sqrt{23})\right)\left(a-(-5+\sqrt{23})\right)<0 \Rightarrow$$

$a\in(-5-\sqrt{23};-5+\sqrt{23})$, но $a\in\mathbb{Z}$, а
$-10<-5-\sqrt{23}<-9$ и $-1<-5+2\sqrt{3}<0 \Rightarrow a\in[-9;-1]$.

$\boxed{\text{Ответ: } a\in[-9;-1]}$

N2

~~Рассмотрим цилиндр и тетраэдр, заметим, что так как $CD\parallel$ оси, то $CD\perp$ основанию цилиндра. Если угол между ABC и основанием α, а радиус описанной окружности ΔABC — R, то радиус основания, так как~~

③

21101252 (U165644 M1304364)

Черновик

Если $\begin{cases} 8a-6b \le 25 \Rightarrow \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases}$ $b \ge \frac{-25-8a}{6}$

$(5\sqrt{3}+10)^2 = 200 - 200\cos\alpha$

$200\cos\alpha =$

$75+100+100\sqrt{3} = 200 - 200\cos\alpha$

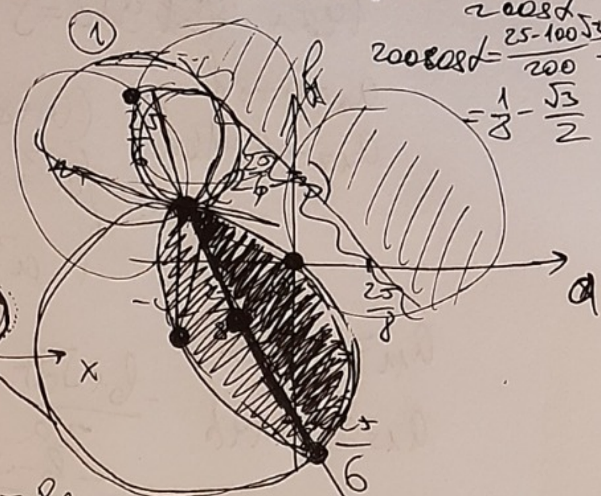
$200\cos\alpha = \frac{25-100\sqrt{3}}{200} = \frac{1}{8} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a^2+8a+b^2+6b \le 0$

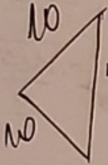
$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$

①



② Если $-8a-6b > 25 \Rightarrow b < \frac{-8a-25}{6}$

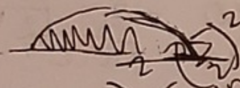


$a^2+b^2 \le 25^2$

$\frac{+256}{176}{432}$

$a^2+b^2=25$

$b = \frac{-8a-25}{6}$



$\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}+5\right)^2$ $\frac{5\sqrt{3}+10}{2}$ $\frac{5\sqrt{3}+10}{10}$ $\sin\alpha$

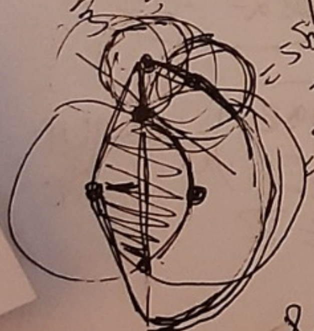
$\frac{64a^2+50\cdot 8a+625}{36} = 25$

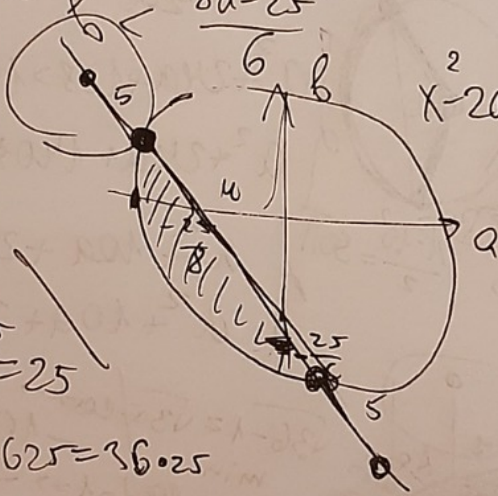
$100a^2+400a+625 = 36\cdot 25$

$100a^2+400a-275=0$

$4a^2+16a-11=0$

$\cos\alpha = \frac{1}{8} - \frac{\sqrt{3}}{2}$





$x^2-2ax+y^2-2by$

$\frac{+36}{25}$ $\frac{+180}{72}$

$\frac{+256}{176}{432}$

$256+176$

$\sqrt{5^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$a=0$

$b = -\frac{25}{6}$

$-\frac{7}{6}$

$\frac{75}{4}+25+25\sqrt{3}-\frac{25}{4}$

$8a+6b+25=0$

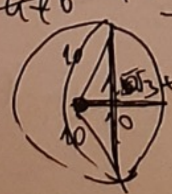
$\frac{5\sqrt{3}+10}{2}$

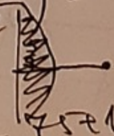
$\rho_1 = \frac{|8\cdot(-4)+6\cdot(-3)+25|}{10} = \frac{|-32-18+25|}{10} = \frac{5}{2}$

$\frac{\frac{5}{2}}{10} = \frac{1}{4}$

$\rho_2 = \frac{|8\cdot 0+6\cdot 0+25|}{10}$ $= 100 - \left(\frac{5\sqrt{3}+10}{2}\right)^2 =$

$\frac{\sqrt{15}}{4}$





$= 100 - \frac{75+100+100\sqrt{3}}{4}$

$\cos\alpha = \frac{1}{8} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{25-100\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{25}{2}-50\sqrt{3}}$

Черновик

$a + a+d + \ldots + a+13d = S$

$14a + \cancel{\ldots} 91d = S$

$1 + \ldots + 13 = \frac{14 \cdot 13}{2} = 7 \cdot 13 = 91$

$a_9 = a+8d$

$a_{17} = a+16d$

$(a+8d)(a+16d) =$

$$\begin{cases} a^2 + 24ad + 128d^2 > 14a + 91d + 12 \\ a^2 + 24ad + 140d^2 < 14a + 91d + 47 \end{cases}$$

A' и B'

$\sqrt{30} + 5$

$(\sqrt{30} + 10)^2 = 10^2 + 10^2 - 200\cos\alpha$

$30 + 20\sqrt{30} = \cancel{200}$

$100 - 200\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{70 - 20\sqrt{30}}{200}$

$a_{11} = a + 10d$

$a_{15} = a + 14d$

$12d^2 < 35$

$\frac{\sqrt{D}}{a}$

$\frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

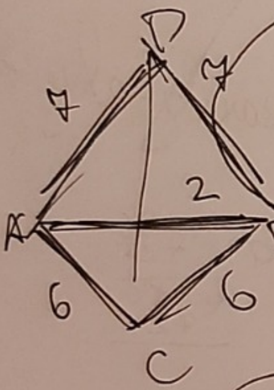
$\frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

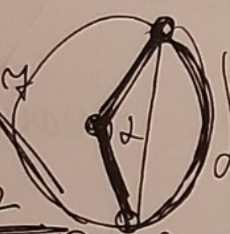
$d^2 < \frac{35}{12}$ и $d \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ и $d > 0$

$d^2 \le 2 \Rightarrow d = 1$

$\frac{225}{4} - 30 =$

$= \sqrt{\frac{105}{4}} = \frac{\sqrt{105}}{2}$

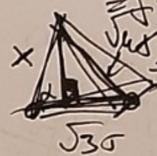




$\frac{\pi \cdot 10^2}{2} = 50\pi$

$$\begin{cases} a^2 + 24a + 128 > 14a + 103 \\ a^2 + 24a + 140 < 14a + 91 + 47 \end{cases}$$

$5 \cdot 39$



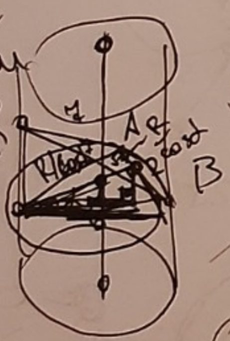
$$\begin{cases} a^2 + 10a + 25 > 0 \\ a^2 + 10a + 2 < 0 \end{cases}$$

$140 - 91 = 49$

$432 : 16 = 27$, -32, 112

$ABC \perp$ оси

$ABC \perp CB$



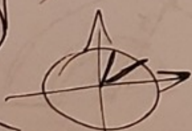
$\sqrt{36 - 1} = \sqrt{35} / \cos\alpha \to$ min

$\cos\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0$

$\frac{-10 \pm \sqrt{92}}{2}$

$48 = 35 + x^2 - 2x \cdot \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{x^2 - 13}{2x}$



$a \in \left(\frac{-10 - \sqrt{92}}{2}; \frac{-10 + \sqrt{92}}{2}\right)$ и $a \in \mathbb{Z}$

$432 | 64$

$\sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - \frac{30}{4}}$

$-1 < \frac{-10 + \sqrt{92}}{2} < 0$

$\frac{-10 - \sqrt{92}}{2}$ $\frac{-10 + \sqrt{92}}{2}$

$\cos 90 - \alpha = \sin\alpha$

$\sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - 13}{2x}\right)^2} =$

$= \sqrt{1 - \frac{x^4 - 26x^2 + 169}{4x^2}}$

$-10 < \frac{-10 - \sqrt{92}}{2} < -9$

$9 < \sqrt{92} < 10$

$-10 - \sqrt{92} \vee -18$

$8 \vee \sqrt{92}$

$a \in [-9; -1]$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101252**

ID профиля: **165644**

Вариант 19

Вариант 19 Чистовик

(4) Из того, что НОК$(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15}$ следует, что в a, b, c входят только тройка в какой-то степени и семёрка. Пусть $a=3^{x_1}\cdot 7^{y_1}$, $b=3^{x_2}\cdot 7^{y_2}$, $c=3^{x_3}\cdot 7^{y_3}$. Из НОД$(a;b;c)=21=3^1\cdot 7^1 \Rightarrow \min(x_1,x_2,x_3)=1$, $\min(y_1,y_2,y_3)=1$,

а из НОК$(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \Leftrightarrow \max(x_1,x_2,x_3)=17$, $\max(y_1,y_2,y_3)=15$.

Если среди чисел x_1, x_2, x_3 встречается только 1 и 17, то таких троек 6: (1,1,17; 1,17,1; 17,1,1; 1,17,17; 17,1,17; 17;17;1), а если 1, 17 и какое-то число от 2 до 16, то таких троек $15\cdot 3!=15\cdot 6=90$. Всего различных троек x_1,x_2,x_3 $6+15\cdot 6=96$.

Аналогично для y_1, y_2, y_3:

1) Если встречается только 1 и 15, то таких троек 6

2) Иначе есть число от 2 до 14, 1 и 15, таких троек $13\cdot 3!=13\cdot 6=78$.

Всего различных троек y_1,y_2,y_3: $78+6=84$.

Тогда всего троек a, b, c: $96\cdot 84=8064$

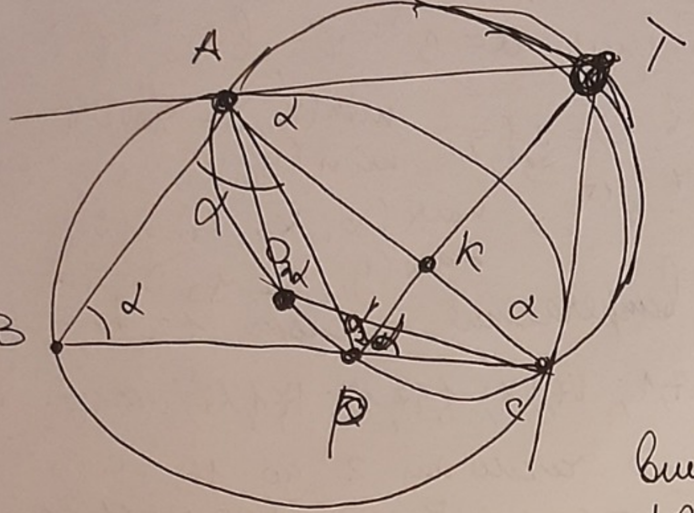
$\boxed{\text{Ответ: } 8064}$

(1)

21101252 (U165644 M1304365)

Чистовик

(6)



~~Так как~~ Пусть $\angle ABC=\alpha$, тогда $\angle AOC = 2\alpha$ (центральный угол)

$\angle CAT=\angle ACT=\alpha$ (угол между хордой AC и касательными AT и CT). Тогда $\angle ATC = 180-\angle CAT-\angle ACT = 180-2\alpha$. Т.к. AOPC - вписанный, то $\angle APC=\angle AOC=2\alpha = 180-\angle ATC \Rightarrow$ APCT - вписанный.

А так как у APCT и AOCT общий $\triangle ATC$, то A, O, P, C, T - лежат на одной окружности $\Rightarrow \angle ACT=\angle APT=\alpha$ и $\angle CPT=\angle CAT=\alpha \Rightarrow$ PK - биссектриса в $\triangle APC \Rightarrow$

$\frac{AK}{KC}=\frac{AP}{PC}=\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}$. $\angle BAP=\angle APC-\angle ABC=2\alpha-\alpha=\alpha$, как внешний $\Rightarrow$

$\triangle APB$ - равнобедр. $\Rightarrow AP=BP \Rightarrow \frac{S_{ABP}}{S_{APC}}=\frac{BP}{PC}=\frac{AP}{PC}=\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}\Rightarrow$

$S_{ABP}=\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}\cdot S_{APC}=\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}\cdot(S_{APK}+S_{CPK})=\frac{10}{6}\cdot 16=\frac{160}{6}=\frac{80}{3}$. $S_{ABC}=S_{ABP}+S_{APC}=S_{ABP}+S_{APK}+S_{CPK}=$

$=\frac{80}{3}+10+6=\frac{80+30+18}{3}=\frac{128}{3}$.

б) Пусть $AK=a$, тогда $KC=\frac{AK\cdot S_{CPK}}{S_{APK}}=\frac{a\cdot 6}{10}=\frac{3}{5}a$. По условию $tg\,\alpha=2 \Rightarrow tg^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow \cos^2\alpha=\frac{1}{tg^2+1}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt5}\Rightarrow \sin\alpha = tg\,\alpha\cdot\cos\alpha =$

$=\frac{1}{\sqrt5}\cdot 2=\frac{2}{\sqrt5}$. $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac45$. Пусть $PC=b$, тогда

$\cos2\alpha=\sqrt{1-\sin^2 2\alpha}=\frac35$

$AP=BP=\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}\cdot PC=\frac{10}{6}b=\frac53 b$. По теореме косинусов для $\triangle APC$:

$AP^2+PC^2-2AP\cdot PC\cdot\cos2\alpha=\left(\frac85 a\right)^2\Rightarrow$

$\frac{25}{9}b^2+b^2-2\cdot\frac53 b\cdot b\cdot\frac35=\frac{64}{25}a^2 \Rightarrow \frac{16}{9}b^2=\frac{64}{25}a^2\Rightarrow\frac43 b=\frac85 a\Rightarrow$

(2) $b=\frac34\cdot\frac85 a=\frac65 a\Rightarrow BC=BP+PC=\frac83 b=\frac{16}{5}a$.

черновик

$S_{APC} = S_{APK} + S_{CPK} = 16 = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{5} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{16}{5} a \cdot \frac{16}{5} a^2 = \frac{512 a^2}{75} \Rightarrow$

$$a^2 = \frac{16 \cdot 75}{512} = \frac{75}{32} \Rightarrow a = \frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$

$AC = AK + KC = \frac{8}{5} a = \frac{8}{5} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \sqrt{6}$

$\boxed{\text{Ответ: а) } S_{ABC} = \frac{128}{3}; \text{ б) } AC = \sqrt{6}}$

② ~~Пусть~~ $\log_{(\frac{x}{2}-1)^2} \left|\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right| = \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{2}-1} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)$, $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}} \left(\frac{x}{2} - 1\right) =$
$= 2 \log_{x-\frac{11}{4}} \left(\frac{x}{2} - 1\right)$, $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \left(x - \frac{11}{4}\right)^2 = 2 \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} \left(x - \frac{11}{4}\right)$. Пусть
$a = \frac{x}{2} - 1$, $b = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$, $c = x - \frac{11}{4}$

① ОДЗ:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 \neq 1 \\ x - \frac{11}{4} \neq 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \neq 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{4} > 0 \\ \frac{x}{2} - 1 > 0 \\ x - \frac{11}{4} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{11}{4} \\ x \neq 4 \\ x \neq \frac{15}{4} \end{cases}$$

Наши числа $\frac{1}{2} \log_a b$, $2 \log_c a$, $2 \log_b c$. Пусть
$\log_a b = p$, $\log_c a = q$, тогда $\log_b c = \log_c a \cdot \log_a b = pq$.
Тогда наши числа $\frac{1}{2} p$, $2q$, $2pq$.

1) Если $\begin{cases} 2pq = 2q \\ \frac{1}{2} p = 2q + 1 \end{cases}$, то $\begin{cases} p = 1 \\ \frac{1}{2} p = 2q + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow$

$\log_{\frac{x}{2}-1} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x}{2} - 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \varnothing$

2) Если $\begin{cases} \frac{1}{2} p = 2q \\ 2pq = 2q + 1 \end{cases} \Rightarrow p = 4q$, $8q^2 = 2q + 1 \Rightarrow 8q^2 - 2q - 1 = 0 \Rightarrow$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{16} = \frac{2 \pm 6}{16} = \frac{1 \pm 3}{8}$$

③

Чистовик

1. Если $q=\frac{1}{2}$, то $p=2$:

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{x}{2}-1\right)^{2} \\ \left(\frac{x}{2}-1\right)=\left(x-\frac{11}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=x-\frac{11}{4} \Rightarrow \frac{5}{2}=\frac{x}{2} \Rightarrow x=5$$

2. Если $q=-\frac{1}{4}$, то $p=-1$ =>

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{x}{2}-1\right)^{-1} \\ \left(\frac{x}{2}-1\right)=\left(x-\frac{11}{4}\right)^{-\frac{1}{4}} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(x-\frac{11}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow$$

~~$x=\varnothing$~~

Слева линейная функция, справа монотонно возр., но слева растёт быстрее, а при $x \geq \frac{11}{4}$ левая часть больше => $x=\varnothing$

3) Если

$$\begin{cases} 2pq=\frac{1}{2}p \\ 2q=\frac{1}{2}p+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q=\frac{1}{4} \\ p=-1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)^{q}=\left(\frac{x}{2}-1\right)^{-1} \\ \left(\frac{x}{2}-1\right)=\left(x-\frac{11}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(x-\frac{11}{4}\right)^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow$$

~~$x=\varnothing$~~

левая часть линейная, правая монотонно убывающая, но правая часть при $x \geq \frac{11}{4}$ меньше левой => $x=\varnothing$

$\boxed{\text{Ответ: } x=5}$

Черновик

$a = 3^{x_1} \cdot 7^{y_1}$ $\quad \max(x_1, x_2, x_3) = 17$

$b = 3^{x_2} \cdot 7^{y_2}$ $\quad \max(y_1, y_2, y_3) = 15$

$c = 3^{x_3} \cdot 7^{y_3}$ $\quad \min(x_1, x_2, x_3) = 1$

$\min(y_1, y_2, y_3) = 1$

$a = b$: $x_1 = x_2$ $\quad \max(x_1, x_3) = 17$

$y_1 = y_2$ $\quad \max(y_1, y_3) = 15$

$\min(x_1, x_2, x_3) = 1$

1 2 3 ... 17

1 4 17

$x_1 \le x_2 \le x_3$ $\quad$ $(\cancel{1 + 17 + 15})$

$y_1 \le y_2 \le y_3$

1 1 17

1 17 1

17 1 1

$(6 + 15 \cdot 6) \cdot$

$\cdot (6 + 13 \cdot 6) =$

$= 96 \cdot 84$

1 1 17

1 1 15

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times\ 84 \\ \hline 384 \\ +\ 768\ \ \\ \hline 8064 \end{array}$$

$$8064 : 84 = 96$$

$- 756$

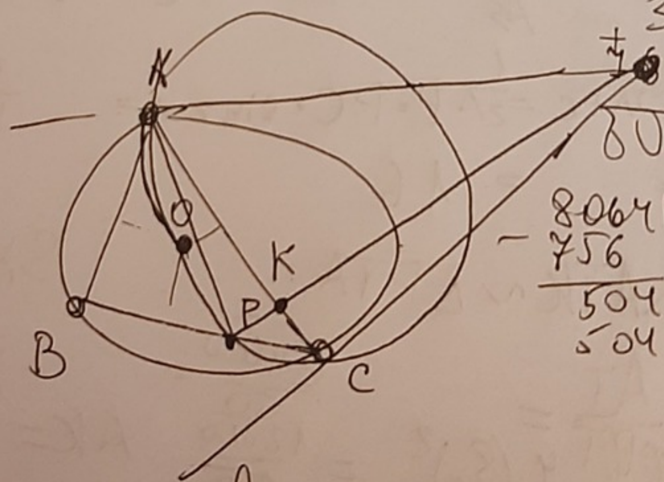
504

504

$\frac{x}{2} - 1$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

$c = \sqrt{x - \frac{11}{4}}$



$\frac{1}{2} \log_{a^3} b, \ \log_c a, \ 4 \log_b c$

$\frac{1}{2} \frac{\ln b}{\ln a}$ $\quad \frac{\ln a}{\ln c}$ $\quad a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ $\quad 4 \frac{\ln c}{\ln b}$

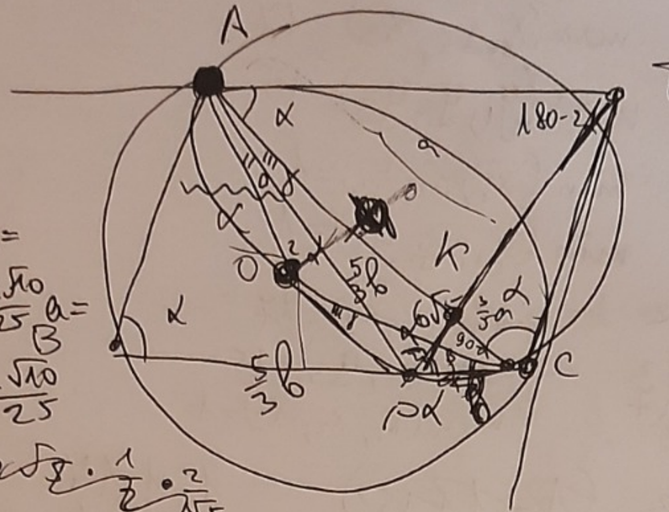
$a \ne 1$

$c \ne 1$

$b \ne 1$

21101252 (U165644 M1304365)

Черновик



$\sqrt{5}/6 = PK$

10

$S_{APK} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\cancel{A}b}{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot PK$

arctg 2

$tg\,\alpha = 2$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$BP : PC = AP : PC = \frac{5}{3}$

$\sin\alpha = tg\,\alpha\cdot\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{8}{3}b = \frac{8}{3}\cdot\frac{12\sqrt{10}}{25}a = \frac{32\sqrt{10}}{25}$

$6\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{80}{3} + 16 = \frac{128}{3}$

$S_{APK} = \frac{1}{2}AP\cdot PK\cdot\sin\alpha$

$S_{PKC} = \frac{1}{2}\cdot PK\cdot PC\cdot\sin\alpha$

$\frac{S_{ABP}}{S_{APC}} = \frac{5}{3} \Rightarrow$

$S_{ABP} = \frac{5}{3}\cdot 16 = \frac{80}{3}$

$\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{x}{a-x} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$S_{APC} = \frac{1}{2}AP\cdot PC\cdot\sin 2\alpha = 16$

$\frac{AP}{PC} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 2\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$

$3x = 5a - 5x$

$64\cdot 9 = 576$

$\Delta ATK \sim \Delta PTA:$

$\frac{AT}{PT} = \frac{24\sqrt{10}}{50} = \frac{12\sqrt{10}}{25}$

$x = \frac{5}{8}a$

$AK = \frac{5}{8}AC$

$KC = \frac{3}{8}AC$

$256 - 64 = 192$

$\left(\frac{5}{3}b\right)^2 + b^2 - 2\cdot\frac{5}{3}b\cdot b\cdot\frac{4}{5} = \left(\frac{8}{5}a\right)^2$

$\frac{25}{9}b^2 + b^2 - \frac{8}{3}b^2 = \frac{64}{25}a^2$

$S_{APC} = 16 = \frac{R}{AOC}$

$\frac{10b^2}{9} = \frac{64}{25}a^2$

$125\cdot 25 = 625 + 250 = 3125$

$AC = \frac{2R}{\sin\alpha}$

$R^2 + R^2 - 2R^2\cos 2\alpha = AC^2$

$8000 : 64 = 125$

$8000 - 64 = 160 - 128 = 320$

$8000\cdot 25$

$b^2 = \frac{64\cdot 9}{25\cdot 10}a^2 \Rightarrow$

$b = \frac{8\cdot 3}{5\sqrt{10}}a = \frac{8\cdot 3\cdot\sqrt{10}}{50}a =$

$AC^2 = 2R^2(1-\cos 2\alpha)$

21101252 (U165644 M1504363)

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$, черновик $2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$, $2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$

$\frac{x}{2}-1\neq 1 \Rightarrow x\neq 4$, $x-\frac{11}{4}\neq 1 \Rightarrow x\neq\frac{15}{4}$,

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 \Rightarrow \frac{x}{2}\neq\frac{5}{4} \Rightarrow x\neq\frac{5}{2}$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \Rightarrow x>\frac{1}{2}$,

$\frac{x}{2}-1>0 \Rightarrow \cancel{x>2}$ $x>2$

$x-\frac{11}{4}>0 \rightarrow x>\frac{11}{4}$

$\frac{1}{2}\log_a b$, $2\log_c a$, $2\log_b c$

$$\begin{cases}\log_c a=\log_b c\\ \frac{1}{2}\log_a b=2\log_b c+1\end{cases}$$

$\log_a b=\cancel{p}=\frac{\ln b}{\ln a}$ $\log_b c=\frac{\ln b}{\ln c}=pq$

$\log_c a=q=\frac{\ln a}{\ln c}$

$\cancel{\log}$ $\log_a b=1$

$\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1$

$\frac{1}{2}p$, $2q$, $2pq$

$$\begin{cases}2pq=2q\\ \frac{1}{2}p=2q+1\end{cases} \Leftrightarrow$$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x}{2}-1$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$$\begin{cases}p=1\\ \frac{1}{2}=2q+1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}p=1\\ q=-\frac{1}{4}\end{cases}$$

$\left(\frac{2x-1}{4}\right)^4\cdot\left(\frac{4x-11}{4}\right)=1$

$\frac{2x-1}{4}=\left(\frac{4x-11}{4}\right)$

$2pq=\frac{1}{2}p \Rightarrow q=\frac{1}{4}$

$\frac{(2x-1)^4}{64}=\frac{4x-11}{4}$ $2q=\frac{1}{2}p+1 \Rightarrow p=\frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=-1$

$(2x-1)^4=16(4x-11)$

~~Чистовик~~ Черновик

~~По теореме косинусов для ΔABC:~~

$$\cancel{AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\alpha=AC^2} \Rightarrow$$

$$\cancel{AB^2-AB\cdot\frac{32}{5\sqrt5}a=\frac{64}{25}a^2-\frac{256}{25}a^2} \Rightarrow$$

$$\cancel{AB^2-AB\cdot\frac{32}{5\sqrt5}a+\frac{192}{25}a^2=0}$$

$$S_{\Delta BC}=\frac{128}{3}=\frac12 AB\cdot BC\cdot\sin\alpha \Rightarrow AB=\frac{256}{3BC\cdot\sin\alpha}=\frac{256}{3\cdot\frac{16}{5}a\cdot\frac{2}{\sqrt5}}=$$

$$=\frac{8\cdot5\sqrt5}{3a}=\frac{40\sqrt5}{3a}.$$ По теореме косинусов для

ΔABC: $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\alpha \Rightarrow$

$$\cancel{\frac{64}{25}a^2=\frac{1600\cdot5}{9a^2}+\frac{256}{25}a^2-2\cdot\frac{40\sqrt5}{3a}\cdot\frac{16}{8}a\cdot\frac{1}{\sqrt5}} \Rightarrow$$

$$\cancel{\frac{64}{25}a^2=\frac{8000}{9a^2}+\frac{256}{25}a^2-\frac{256}{3}} \cdot 25a^2$$

$$\cancel{a^4\cdot 25\cdot 762}=\cancel{\frac{1}{25}a^2=\frac{125}{9a^2}+\frac{4}{25}a^2-\frac{4}{3}}\cdot 9\cdot 25a^2$$

$$\cancel{9a^4=3125+36a^4-300a^2} \Rightarrow$$

$$\cancel{27a^4-300a^2+3125=0}$$

$$S_{APC}=16=\frac12\cdot AP\cdot PC\cdot\sin2\alpha \Rightarrow$$

$$AP\cdot PC=\frac53\cdot\frac{16}{5}a\cdot\frac{16}{5}a=\frac{32}{\sin2\alpha}$$

$$\frac{256}{15}a=40 \Rightarrow$$

$$AC=\frac85a=\frac85\cdot\frac{75}{32}=$$

$$a=\frac{40\cdot15}{256}=\frac{15\cdot5}{32}=\frac{75}{32}$$

$$=\frac{15}{4}$$