Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101184**

ID профиля: **837028**

Вариант 19

Чистовик. Вариант №16

(1)

№1 S-сумма первых 14 членов ар. прог. $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} a_9 a_{17} > S+12 \\ a_{11} a_{15} < S+47 \end{cases}$$

$S = \frac{a_1+a_{14}}{2} \cdot 14 = (a_1+a_1+13d)7 =$
$= (2a_1+13d)7$

$a_9 = a_1+8d \quad a_{17} = a_1+16d$

$a_{11} = a_1+10d \quad a_{15} = a_1+14d$

$$\begin{cases} (a_1+8d)(a_1+16d) > (2a_1+13d)7+12 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < (2a_1+13d)7+47 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+24da_1+128d^2 > 14a_1+91d+12 \\ a_1^2+24da_1+140d^2 < 14a_1+91d+47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+24da_1+128d^2 > 14a_1+91d+12 \\ -a_1^2-24da_1-140d^2 > -14a_1-91d-47 \end{cases}$$

Сложим эту систему.

$128d^2-14d^2 > 12-47$

$-12d^2 > -35$

$12d^2 < 35$

$d^2 < \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12} \Rightarrow d=1$ Подставим $d=1$ в систему.

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+128 > 14a_1+91+12 \\ a_1^2+24a_1+140 < 14a_1+91+47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \\ a_1^2+10a_1+2 < 0 \end{cases} \begin{matrix} \Rightarrow a_1 \neq -5 \\ (1) \end{matrix}$$

(1) $a_1^2+10a_1+2<0$

$D = b^2-4ac = 100-8 = 92$

$a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2} = -5 \pm \sqrt{23}$

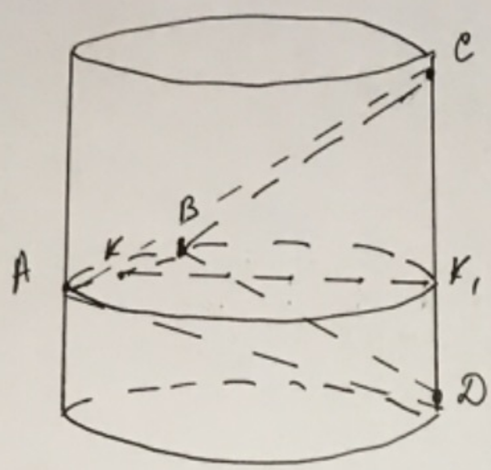
$$\begin{cases} -5-\sqrt{23} < a < -5+\sqrt{23} \\ a \neq -5 \end{cases} \Rightarrow a=-9,\ a=-8,\ a=-7,\ a=-6,\ a=-4,\ a=-3,\ a=-2,\ a=-1.$$

Ответ: $-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$.

Чистовик ②

№2

Решение



1. $\exists$ K - середина AB

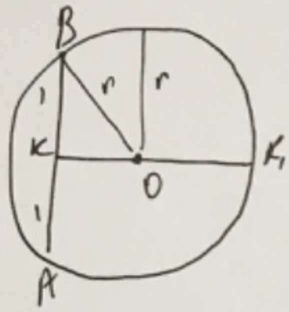
$DK \perp AB$, $CK \perp AB$ $\Rightarrow AB \perp CKD \Rightarrow AB \perp CD$

2) $KK_1 \perp CD$

$AB \cdot K_1 \perp CD$

$KO = \sqrt{r^2-1}$, $OK_1 = r$

$KK_1 = \sqrt{r^2-1} + r$



3) AB - хорда $AB = 2$ d - диаметр

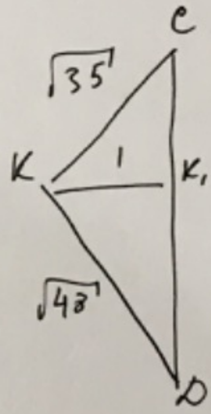
Значит $d \geqslant 2$, причем $d = 2 \Leftrightarrow AB$ - диаметр

$\Rightarrow r$ наим $= 1$

4) $KK_1 = \sqrt{r^2-1} + r$

$CK = \sqrt{36-1} = \sqrt{35}$

$KD = \sqrt{49-1} = \sqrt{48}$



$f(r) = KK_1 = \sqrt{r^2-1} + r$

$f'(r) = \dfrac{2r}{2\sqrt{r^2-1}} + 1 > 0 \Rightarrow$ наим. $r = 1$

Значит, $KK_1 = 1$ $CK_1 = \sqrt{35-1} = \sqrt{34}$

$K_1D = \sqrt{48-1} = \sqrt{47}$

$CD = \sqrt{47} + \sqrt{34}$

Ответ: $CD = \sqrt{47} + \sqrt{34}$

№3 Чистовик. 3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25) \end{cases}$$

$a^2+b^2 \le \min(-8a-6b; 25)$

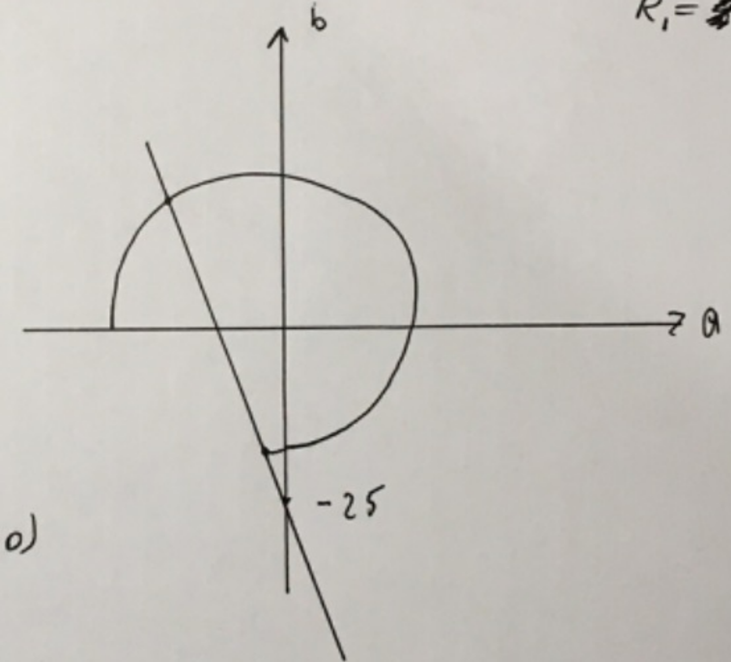
$-8a-6b=25$; ~~[illegible]~~

если $-8a-6b \le 25$, то $a^2+b^2 \le -8a-6b$

$a^2+8a+b^2+6b \le 0$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25$ $\quad O_1(-4;-3)$

$R_1 = 5$



Если $-8a-6b > 25$

то $a^2+b^2=25$ $\quad O_2(0;0)$

$R_2=5$

21101184 (U837028 M1296403)

Черновик (1)

S - сумма первых 14 членов арифм. прогрессии $a_1, a_2, a_3 \ldots \in \mathbb{Z}$

(1) $a_9 a_{17} > S+12$ (2) $a_{11} a_{15} < S+47$. Найти a_1 (всевозможн. знач)

$S = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1+a_{14}}{2} \cdot 14 = (a_1+a_{14}) 7$

(1) $a_9 a_{17} > (a_1+a_{14}) 7 + 12$

$(a_1+8d)(a_1+16d) > (2a_1+13d) 7 + 12$

$a_1^2 + 16da_1 + 8da_1 + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12$

~~$a_1^2 + 10da_1 + 128d^2 - 91d - 12 > 0$~~

$a_1^2 + 2a_1(12d-7) + 128d^2 - 91d - 12 > 0$ ✓

(2) $(a_1+10d)(a_1+14d) < (2a_1+13d) 7 + 47$

$a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47$

~~$a_1^2 + 10d$~~

$a_1^2 + 2a_1(12d-7) + 140d^2 - 91d - 47 < 0$ ✓

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_9 = a_1 + d \cdot 8$

$a_{17} = a_1 + d \cdot 16$

$a_{11} = a_1 + d \cdot 10$ $a_{15} = a_1 + d \cdot 14$

$a_{14} = a_1 + 13 \cdot d$

$a_1 + a_{14} = a_1 + a_1 + 13d = 2a_1 + 13d$

$16 + 8 - 14 = 24 - 14 = 10$

$24da_1 - 14a_1 = 2a_1(12d-7)$

$16 \cdot 8 = 128$; $50 + 47 = 127$; $13 \cdot 7 = 91$; $128 = 2^7$; $12 \cdot 7 = 84$

$24da_1 - 14a_1 = 2a_1(12d-7)$

$p \begin{cases} a_1^2 + 2a_1(12d-7) > 91d + 12 - 128d^2 \\ a_1^2 + 2a_1(12d-7) < 91d + 47 - 140d^2 \end{cases}$

$91d + 12 - 128d^2 < p < 91d + 47 - 140d^2$

Можешь взять

$(12d-7)^2 = 144d^2 - 84d + 49$

$k (a_1^2 + 2a_1(12d-7)) + 128d^2 - 91d - 12 > 0$

$+ 128d^2 + 12d^2 - 91d - 47 + 35$

$a_1 + 2a_1(12d-7) + 128d^2 + 12d^2 - 91d - 12 + 35$

$\begin{cases} k + 12d^2 + 35 < 0 \\ k > 0 \end{cases}$

$0 < k < 35 - 12d^2$

$35 - 12d^2 \geq 1$

$34 \geq 12d^2$

$17 \geq 6d^2$

$d^2 \leq \frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$

$d^2 \leq 2\frac{5}{6}$

$\left[\begin{array}{l} d=2 \\ d=1 \end{array}\right.$ ✓

$d=2$.

$91 \cdot 2 + 12 - 128 \cdot 4 < p < 91 \cdot 2 + 47 - 140 \cdot 4$

$182 + 12 - 512 < p < 182 + 47 - 560$

$-318 < p < -231$

$-318 < a_1^2 + 2a_1(12d-7) < -231$

$24 - 7 = 17$; $17 \cdot 2 = 34$; $128 \cdot 4 = 512$; $140 \cdot 4 = 560$; $182 + 12 = 194$; $512 - 194 = 318$; $182 + 47 = 229$; $560 - 229 = 231$

$\begin{cases} a_1^2 + 34a_1 + 231 < 0 \\ a_1^2 + 34a_1 + 318 > 0 \end{cases}$ $a_1 \in \mathbb{Z}$

$a_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} =$

$= -17 \pm \sqrt{289 - 231} =$

$= -17 \pm \sqrt{59}$

$91 + 12 - 128 < p < 91 + 47 - 140$

$-25 < p < -2$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 < 0$

$a_1^2 + 10a_1 + 4 > 0$

$91 + 12 = 103$; $128 - 103 = 25$; $289 - 231 = 59$; $91 + 47 = 138$; $140 - 138 = 2$

$\begin{cases} (a_1+8d)(a_1+16d) > (2a_1+13d) 7 + 12 & (1) \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < (2a_1+13d) 7 + 47 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 24da_1 + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12 \\ a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47 \Rightarrow -a_1^2 - 24da_1 - 140d^2 > -14a_1 - 91d - 47 \end{cases}$ +

21101184 (U837028 M1296403)

$128d^2 - 140d^2 > 12 - 47$ Черновик ②

$-12d^2 > -35$ ~~задача ошибка~~ $\begin{array}{r} 91 \\ +47 \\ \hline 138 \end{array}$

$12d^2 < 35$

$d^2 < \frac{35}{12}$ $d < 2\frac{11}{12}$ $d = 2, d = 1$

Ставим $d = 1$ в систему

$a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 91d + 12$ (103) $\quad a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 91 + 47$ (138)

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$ (1) $\quad a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$ (2)

$(a+5)^2 > 0$ $\quad D = 6^2 - 4ac = 100 - 8 = 92$

$a \neq 5$ $\quad a_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = -5 \pm \sqrt{25 - 2} =$

$\begin{array}{r} 92 \\ 8 \\ \hline 12 \end{array} \big| \begin{array}{l} 4 \\ \hline 23 \end{array}$ $\quad = -5 \pm \sqrt{23}$ это во 2-ом уравнении системы

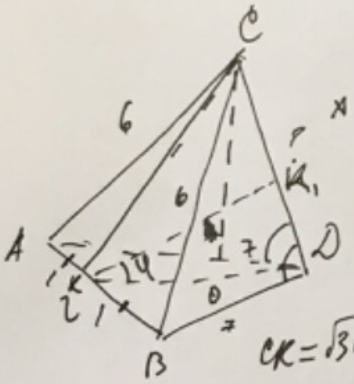
$\begin{array}{r} 5{,}00 \\ -4{,}76 \\ \hline 0{,}24 \end{array}$ $\sqrt{23} = 4{,}76$

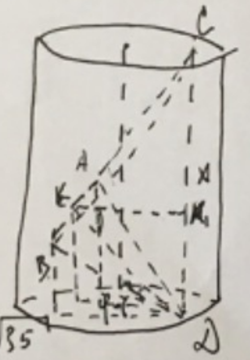
$\begin{array}{r} 4{,}8 \\ \times 4{,}8 \\ \hline 384 \\ 192 \\ \hline 23{,}04 \end{array}$ $\quad -5 - \sqrt{23} < a < -5 + \sqrt{23}$

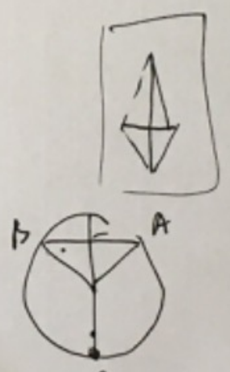
$-9{,}76$ $\quad a = -9, a = -8, a = -7, a = -6, a = -5, a = -4, a = -3, a = -2, a = -1.$

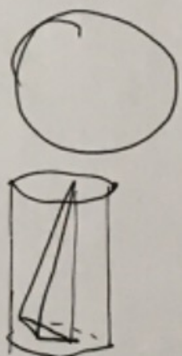
Ответ: $a: -9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1.$

$a_1^2 + 10a_1 + 25$

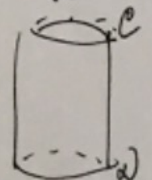






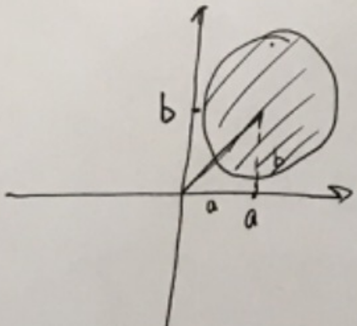


$\begin{array}{r} 92 \\ 8 \\ \hline 12 \end{array} \big| \begin{array}{l} 4 \\ \hline 23 \end{array}$



$CK = \sqrt{36 - 1} = \sqrt{35}$

$a^2 + b^2 \le \min(-8a - 6b, 25)$ $\quad -5 - \sqrt{23} \vee -10$



Если ребро CD параллельно оси, а C, D ∈ бок поверх-ности, то CD лежит на образующей $\quad -\sqrt{23} \vee -5$!

$\sqrt{23} < 5$

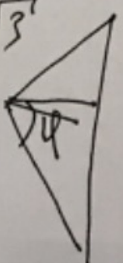
$\angle CDB < 90^0$

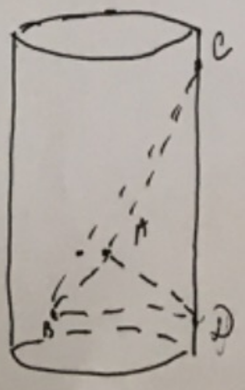
$O \in DK$, DK, мс. и высота.

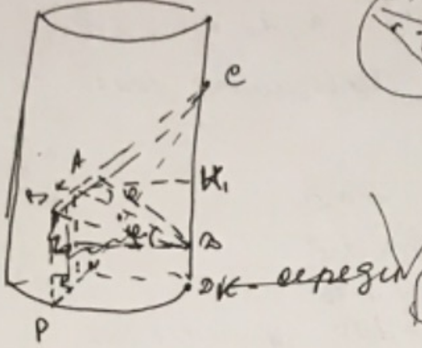
$\angle K_1KD = \varphi$ – от него всё зависит

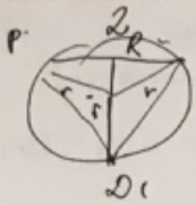
$DK = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$CK = \sqrt{35}$



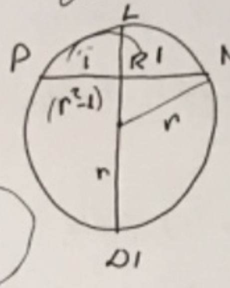






PN = AB.

~~PD = KD cos φ~~



$R'D_1 = \sqrt{r^2-1}+r$

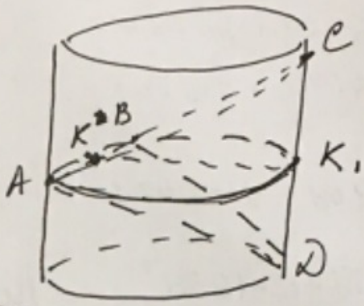
Черновик 3

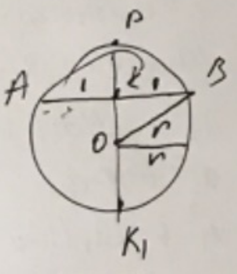
1) К - середина AB

$\left.\begin{array}{l} DK \perp AB \\ CK \perp AB \end{array}\right| \Rightarrow AB \perp CKD \Rightarrow AB \perp CD$

2) $KK_1 \perp CD$

$AB\ K_1 \perp CD$





$KK' = \sqrt{r^2-1}+r$

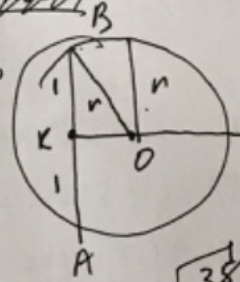
$K_1O = \sqrt{r^2-1}$

$KK_1 = \sqrt{r^2-1}+r$

3) AB - хорда $\quad AB = 2$

Значит $d \geq 2$, причем $d = 2 \Leftrightarrow AB$ - диаметр, где d - диаметр

~~дальше~~

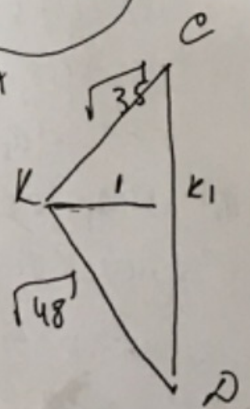


4) $\Rightarrow$ радиус наим $= 1$

$KK_1 = \sqrt{r^2-1}+r$

$CK = \sqrt{36-1} = \sqrt{35}$

$KD = \sqrt{49-1} = \sqrt{48}$



$f'(r) = \frac{2r}{2\sqrt{r^2-1}} + 1$

$f(r) = KK_1 = \sqrt{r^2-1}+r$

$f'(r) = \frac{2r}{2\sqrt{r^2-1}} + 1 > 0$ наим. $r = 1$

$\Rightarrow KK_1' = 1 \qquad CK_1 = \sqrt{35-1} = \sqrt{34}$

$K_1D = \sqrt{48-1} = \sqrt{47} \qquad CD = \sqrt{47} + \sqrt{34}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101184**

ID профиля: **837028**

Вариант 19

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$, $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$, $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$ № 5

$\frac{x}{2}-1>0$

$x-\frac{11}{4}>0$

2 числа равны; а третье больше их на 1

$\exists \left(\frac{x}{2}-1\right)=a$, $x-\frac{11}{4}=c$, $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b$

1) $\log_{a^2} b=\frac{1}{2}\log_a b$ 2) $\log_{\sqrt{c}} a=2\log_c a$ 3) $\log_b c^2=2\log_b c$

$\frac{1}{2}\log_a b\cdot 2\log_c a\cdot 2\log_b c=2$

Чистовик (1)

Пусть одно из чисел равно x, тогда

$x^2(x+1)=2$ $x^3+x^2-2=0$

$x_1=x_2=1$ $x_3=2$

1 сл: Если $\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1$, тогда

$\left(\frac{x}{2}-1\right)^2=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$\frac{x^2}{4}-x+1=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

$\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}+\frac{5}{4}=0$ $|\cdot 4$

$x^2-6x+5=0$

$x=1$ $x=5$

$x=1$ - не подходит, не определяет логарифм

$\boxed{x=5}$ $\log_{(\frac{3}{2})^2}\frac{9}{4}=1$ $\log_{\frac{9}{4}}\left(\frac{9}{4}\right)^2=2$

$\log_{\sqrt{\frac{9}{4}}}\frac{3}{2}=1$

2 сл:

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=1$

$\left(\frac{x}{2}-1\right)^2=x-\frac{11}{4}$

$\frac{x^2}{4}-x+1=x-\frac{11}{4}$

$\frac{x^2}{4}-2x+\frac{15}{4}=0$ $|\cdot 4$

$x^2-8x+15=0 \Rightarrow x=5$ $x=3$

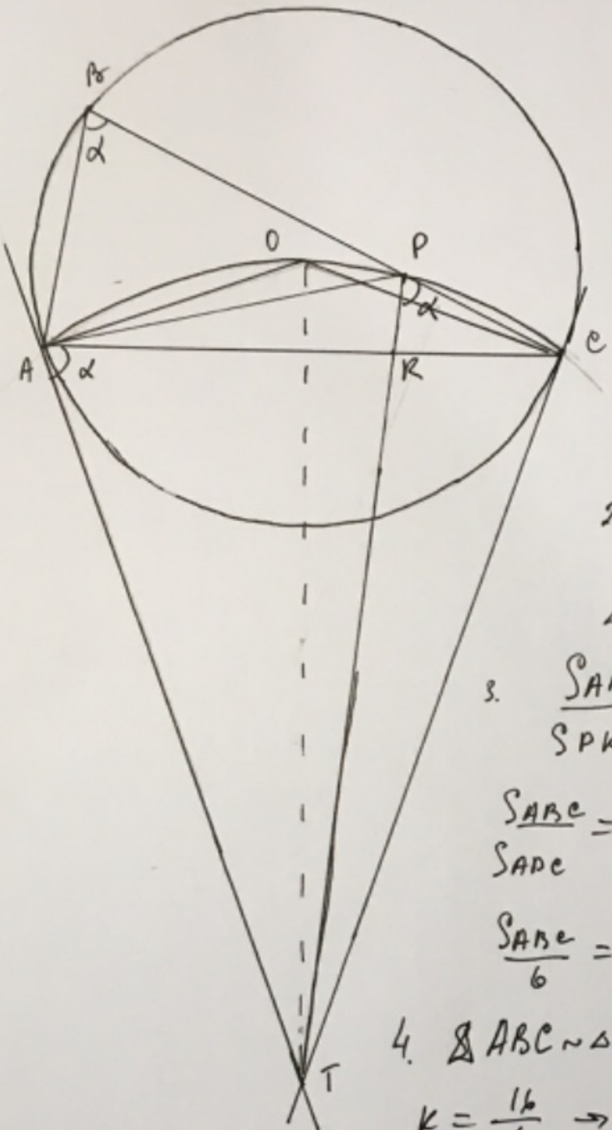
не подходит, не определяет логарифм

$x=3$ $\log_{\sqrt{\frac{1}{4}}}\frac{1}{2}=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=1$ $\log_{(\frac{1}{2})^2}\frac{5}{4}\neq 1 \neq 2$ $x=3$ - не подходит

3 сл: $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=1$ Если этот логарифм равен 1, то он должен равняться 1 при $x=5$ тогда все три числа равны 1 Значит это не подходит.

Ответ: $x=5$

№6 чистовик (2)



Найти: а) S_{ABC}

б) AC.

Решение

а) 1. $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ$ (касательные)

$]\angle CAT = \alpha \Rightarrow \angle ACT = \alpha$

$\angle OAC = 90^\circ - \alpha = \angle OCA$

$\angle ATC = 180^\circ - 2\alpha$

$\angle AOC = 2\alpha$, $\angle ABC = \alpha$ (вписанный)

2. $\angle AOC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow$ т. T лежит на 2-ой окружности

$\angle TPC = \angle TAC = \alpha$ (опираются на TC)

3. $$\frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = \frac{S_{ABC}}{6} = \frac{\frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2} PK \cdot PC \cdot \sin\alpha} = \frac{AB \cdot BC}{PK \cdot PC}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{APC}} = \frac{S_{ABC}}{16} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin\angle BCA}{\frac{1}{2} AC \cdot PC \cdot \sin\angle BCA} = \frac{BC}{PC}$$

$$\frac{S_{ABC}}{6} = \frac{AB}{PK} \cdot \frac{S_{ABC}}{16} \Rightarrow \frac{AB}{PK} = \frac{16}{6}$$

4. $\triangle ABC \sim \triangle PKC$ (по 2-ум углам)

$k = \frac{16}{6} \rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = k^2 \rightarrow S_{ABC} = k^2 \cdot S_{PKC}$

$$S_{ABC} = \frac{256}{36} \cdot 6 = \frac{256}{6} = \frac{128}{3}$$

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{128}{3}}$$

б) 1) $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2 \rightarrow \operatorname{tg}\angle ABC = 2$.

$$1 + \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$1 + 4 = \frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{5} \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\alpha = 2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

2). $R = \frac{4 S_{APC}}{AP \cdot PC \cdot AC}$; $AC = 2R \rightarrow R = \frac{AC}{\sin\alpha}$ $\quad AP \cdot PC = \frac{2S}{\sin\alpha}$

$$\frac{4S}{AP \cdot PC \cdot AC} = \frac{AC}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{2\sin\alpha}{AC} = \frac{AC}{\sin\alpha} \Rightarrow AC^2 = \sqrt{2}\sin\alpha = \sqrt{2} \cdot \frac{4}{5}$$

Ответ: а) $S_{ABC} = \frac{128}{3}$; б) $AC = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{5}$

$a = 3^{x} \cdot 7^{y_1}$ №7 чистовик 5

$b = 3^{x_2} \cdot 7^{y_2}$ $x_i \geq 1$

$y_i \geq 1$ $i = 1, 2, 3$

$c = 3^{x_3} \cdot 7^{y_3}$

1) одно ~~из~~ из чисел $x_i = 1$ другое 17, третье от 1 до 17

2) одно из чисел $y_i = 1$, другое 15 третье от 1 до 15

Разберемся с тройкой чисел x_i

Если $x_j = 1$
$x_k = 1$ таких троек 3.
$x_m = 17$

Если $x_j = 17$
$x_k = 17$ таких троек 3
$x_m = 1$

Если $x_j = 1$
$x_k = 17$ $1 < z < 17$
$x_m = z$ Таких троек $15 \cdot 6 = 90$ (с учетом перестановок)
$90 + 6 = 96$

3) одно из чисел $y_i = 1$, другое 15, третье от 1 до 15.

4) Разберемся с тройкой чисел y_i

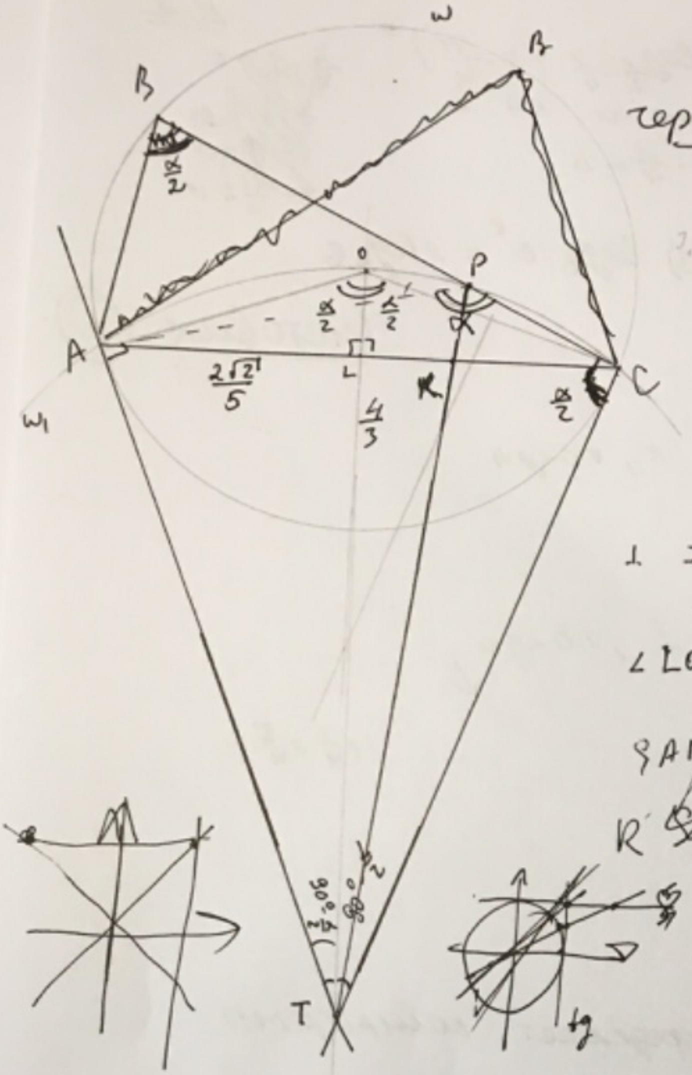
Если $y_i = 1$
$y_k = 1$ таких троек - 3 (с учетом перестановок)
$y_m = 15$

Если $y_i = 15$ таких троек - 3 (с уч. перестановок)
$y_k = 15$
$y_m = 1$

Если $y_i = 15$
$y_k = 1$ $1 < t < 15$
$y_m = t$ таких троек $13 \cdot 6 = 78$ с уч. перестановок
$78 + 6 = 84$

Итого: $96 \cdot 84 = 8064$

Ответ: 8064



$-\frac{6}{16}$ 7,6 | 2 38

черновик ①

Черновик ①

Дано:

$\omega_1 \cap BC = D$

AT, CT - кас.

$AT \cap TC = T$

$TP \cap AC = K$

$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 6$

г) $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$

Найти: а) S_{ABC} $\frac{128}{3}$

✓ б) AC $= \frac{4\sqrt{2}}{5}$

Решение:

1. $\exists \angle AOC = \alpha$, $\angle APC = \alpha$

$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{\alpha}{2}$

$\angle LOC = \frac{\alpha}{2}$, $\angle OCL = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ $\angle ACT = \frac{\alpha}{2}$

$\times 96$ 84 384 768 8064

$S_{APC} = 16 = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot AP \cdot PC \Rightarrow AP \cdot PC = \frac{2S}{\sin\alpha}$

R $S_{ABC} = \frac{4S}{abc}$ $\frac{AC}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2\sin\alpha}$

$\frac{4S}{AP \cdot PC \cdot AC} = \frac{AC}{\sin\alpha}$

$\frac{4S}{\frac{2S \cdot AC}{\sin\alpha}} = \frac{AC}{\sin\alpha}$

$tg\,30^\circ = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tg \frac{\pi}{6} = \frac{1 \cdot 2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$ctg \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 1} 2 = \sqrt{3}$

$\frac{2\sin\alpha}{AC} = \frac{AC}{\sin\alpha}$

$1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$

$2\sin^2\alpha = AC^2$

$\frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$

$AC = \sqrt{2}\sin\alpha$

$tg\,\angle ABC = 2$ $\angle ABC = \frac{\alpha}{2}$

$\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = 2$ $tg\frac{\alpha}{2} = 2$

$\cancel{\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1}$

$\cos 2\alpha + 1 = 2\cos^2\alpha$

$\sin\frac{\alpha}{2} = 2\cos\frac{\alpha}{2}$

$\cancel{\cos\alpha = \sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}}}$ 1

$\cancel{\sin\frac{\alpha}{2} = }$ $tg\frac{\alpha}{2} = 2$

$\sin\alpha$

$\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} =$ $\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

$\cancel{\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1}$

$1 + tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}$ $1 + 1 = \frac{4}{\sqrt{2}}\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$

$\cancel{\cos\alpha = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}}$

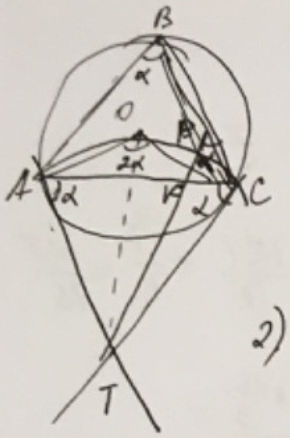
$\cancel{\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}}$

$1 + 4 = \frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{5}$ $\cancel{\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \cos^2\frac{\alpha}{2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$\sin\alpha = 2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{5} = \frac{4}{5}$

$\cancel{AC = \sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3}}$ $\boxed{AC = \frac{\sqrt{2}\,4}{5}}$ $\boxed{AC = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{5}}$



1) $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ$ $\cancel{OA}\perp AT$ кас.

$] \angle CAT = \alpha \Rightarrow \angle ACT = \alpha$

$\angle OAC = 90^\circ - \alpha = \angle OCA$

$\angle ATC = 180^\circ - 2\alpha$

$\angle AOC = 2\alpha$ $(\triangle AOC) \Rightarrow \angle ABC = \alpha$

2) $\angle AOC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow$ т. Т лежит на 2-ой окр-ти

$\angle TPC = \angle TAC = \alpha$ (на одну дугу опираются

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = \frac{S_{ABC}}{6} = \frac{\frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2} PK \cdot PC \cdot \sin\alpha} = \frac{AB \cdot BC}{PK \cdot PC}.$$

3) $$\frac{S_{ABC}}{S_{APC}} = \frac{S_{ABC}}{16} = \frac{\frac{1}{2} \cancel{AC} \cdot BC \cdot \cancel{\sin\angle ACB}}{\frac{1}{2} \cancel{AC} \cdot PC \cdot \cancel{\sin\angle ACB}} = \frac{BC}{PC}$$

$\times\frac{16}{16}$ 3
6

$$\frac{S_{ABC}}{6} = \frac{AB}{PK} \cdot \frac{S_{ABC}}{16} \Rightarrow \frac{AB}{PK} = \frac{16}{6}$$

$\triangle ABC \sim \triangle PKC$

$k = \frac{16}{6} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = k^2 \Rightarrow S_{ABC} = k^2 \cdot S_{PKC}$

$S_{ABC} = \frac{256}{36} \cdot 6 = \frac{256}{6} = \frac{128}{3}$ $S = \frac{128}{3}$

Черновик ②

$\overset{4}{3} - \frac{11}{4} = \frac{12-11}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ $\quad\quad$ $\frac{3}{2} - 1 = \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$

$\log_{\sqrt{\frac{1}{4}}} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\quad\quad$ $\frac{\overset{2}{3}}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6-1}{4} = \frac{5}{4}$

$\log_{\left(\frac{3}{2}-1\right)^2}\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \frac{5}{4}$ $+1$ $\cancel{x}2$ $\quad\quad$ $\frac{121}{16} + \frac{\overset{4}{1}}{4} = \frac{125}{16}$

$\cancel{\log}$ $\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$ $\cancel{4}$

$\frac{11}{4} \cdot x \cdot 2$ $\quad$ $x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{121}{16} = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$ $\quad\quad$ $\times 16 \cdot 9$ 5, 144, -125, 19

$\frac{11}{2} + \frac{1}{2} = \frac{12}{2} = 6$ $\quad$ $x^2 - 6x + \frac{125}{16} = 0$ $\cancel{16}$

$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 ac}}{a} = 3 \pm \sqrt{9 - \frac{125}{16}} = 3 \pm \frac{19}{16} = 3 \pm \frac{\sqrt{19}}{4}$

Черновик 3

21101184 (U837028 M1296404)