Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101053**

ID профиля: **316436**

Вариант 19

Чистовик

Задача №1

$$\begin{cases} a_9 \cdot a_{17} > S+12 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S+47 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_9 \cdot a_{17} > S+12 \\ ((a_1+8d)+2d)((a_1+16d)-2d) < S+47 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_9 \cdot a_{17} > S+12 \\ (a_9+2d)(a_{17}-2d) < S+47 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_9 \cdot a_{17} > S+12 \quad (1) \\ a_9 \cdot a_{17} - 2d \cdot a_9 + 2d \cdot a_{17} - 4d^2 < S+47 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_9 \cdot a_{17} > S+12 \\ S+12 - 2d(a_9 - a_{17}) - 4d^2 < S+47 \end{cases} \Rightarrow$$

увеличим левую часть (2) при помощи (1)

$$\Rightarrow \begin{cases} a_9 \cdot a_{17} > S+12 \\ 4d^2 + 2d(a_1+8d-a_1-16d) + 35 > 0 \quad (2) \end{cases}$$

Рассмотрим только (2):

$4d^2 + 2d(-8d) + 35 > 0$

$4d^2 - 16d^2 + 35 > 0$

$-12d^2 + 35 > 0$

$35 > 12d^2$

$\frac{35}{12} > d^2 \Rightarrow d \in \left(-\sqrt{\frac{35}{12}}; \sqrt{\frac{35}{12}}\right)$, но т.к. прогрессия возраст., то $d > 0; \in \mathbb{Z}$ (т.к. прогрессия $\in \mathbb{Z}$)

⇓

$d = 1$

Вернемся к (1):

$(a_1+8)(a_1+16) > \frac{a_1+a_{14}}{2} \cdot 14 + 12$

$a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 103$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$(a_1+5)^2 > 0$

$a_1 \neq -5$

Вернемся к (2):

$(a_1+10)(a_1+14) < 14a_1 + 138$

$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 138$

$a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$

$D = 100 - 8 = 92$

$a_{1,2} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2} \Rightarrow a_{1,2} = -5 \pm \sqrt{23}$

$+ \quad (-5-\sqrt{23}) \quad - \quad (-5+\sqrt{23}) \quad + \quad \to a$

т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$, то $a_1 \in [-9; -1]$

Ответ: $a_1 \in [-9; -1] \in \mathbb{Z}$

Чистовик

Задача № 3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25 & \text{— окружность в коорд. } xOy\text{; с центром } (a;b);\ R=5 \quad (1)\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b;\,25) & (2)\end{cases}$$

Рассмотрим (2):

$a^2+b^2\le \min(-8a-6b;25)$

1) Когда $\begin{cases}-8a-6b>25\\ a^2+b^2\le 25\end{cases} \Rightarrow \{-8a-6b>25\ge a^2+b^2 \Rightarrow -8a-6b\ge a^2+b^2$

$\Downarrow$

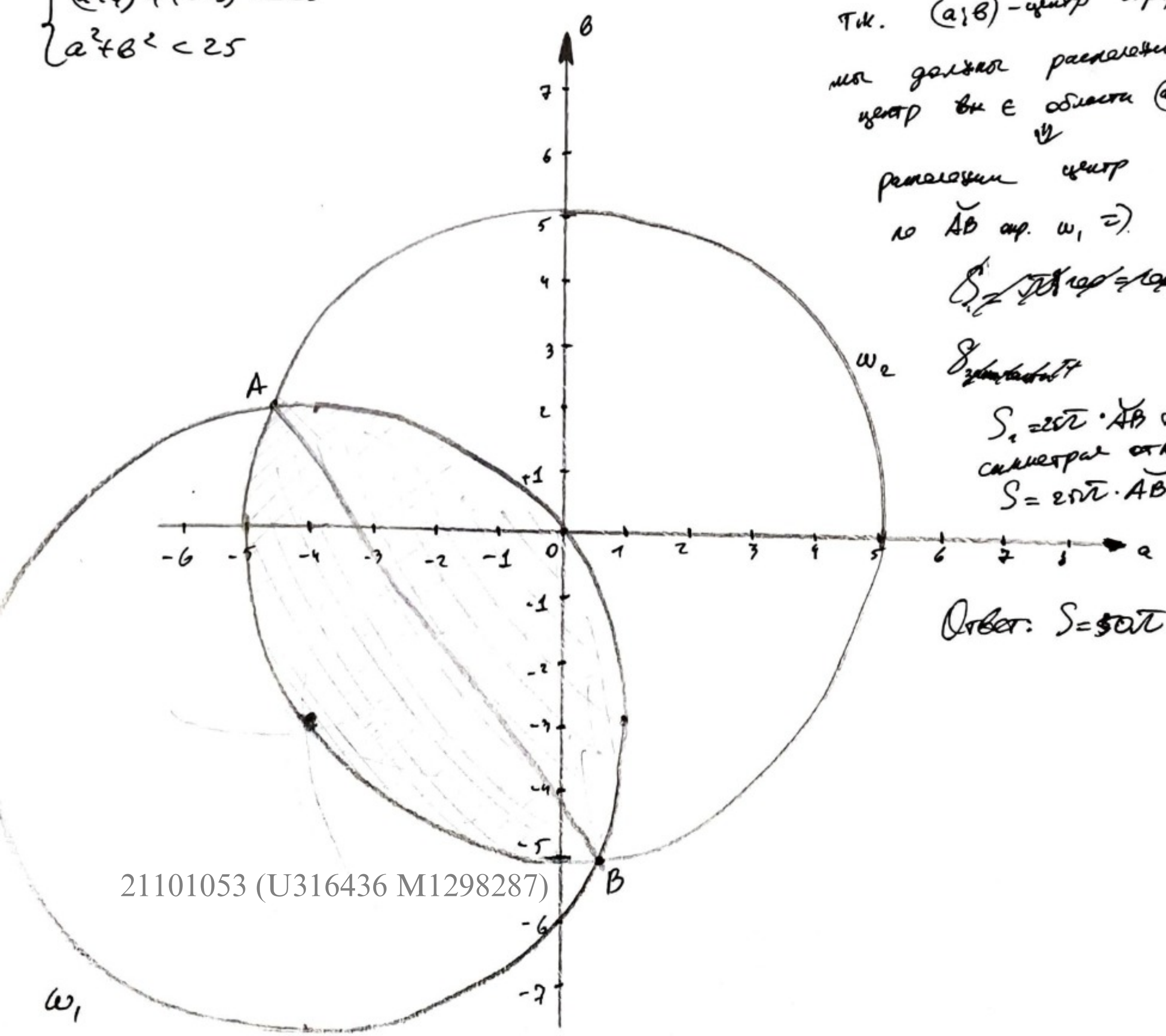
$a^2+8a+b^2+6b<0$

$(a+4)^2+(b+3)^2<25$

2) Когда $\begin{cases}-8a-6b<25\\ a^2+b^2\le -8a-6b\end{cases} \Rightarrow \{a^2+b^2\le -8a-6b<25 \Rightarrow a^2+b^2<25$

Тогда наша область $(a;b)$ выглядит так:

$\begin{cases}(a+4)^2+(b+3)^2<25\\ a^2+b^2<25\end{cases}$



Вернемся к (1) ⇒ т.к. $(a;b)$ − центр окр, то мы должны расположить центр в $\in$ области $(a;b)$

$\Downarrow$

расположим центр окружности по $\breve{AB}$ окр. ω_1 ⇒

~~$S = \pi R^2 = 25\pi$~~ ⇒

$S_{\text{закрашен}}$

$S_1 = 25\pi\cdot\breve{AB}$ т.к. симметрия отн. AB, то

$S = 25\pi\cdot\breve{AB}\cdot 2$

Ответ: $S = 50\pi\cdot\breve{AB} + 2S_{сег. AB}$

$8+12 < a_9 \cdot a_{17} < 8+47+2d(-8d)+4d^2$

Черновик:

Задача №3.

M – фигура состоящая из точек $(x;y)$, таких что выполняется условие на $(a;b)$:

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$ – окр. с центром $(a;b)$; $R=5$. в плоскости $(x;y)$
$R=-5$.

$a^2+b^2 \le \min(\underbrace{-8a-6b}_{x};\ \underbrace{25}_{y})$.

① $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$ – окр. в плоскости xOY с центром $(a;b)$ и $R=5$.
$R=-5$.

② $a^2+b^2 \le \min(-8a-6b;\ 25)$.

⇓

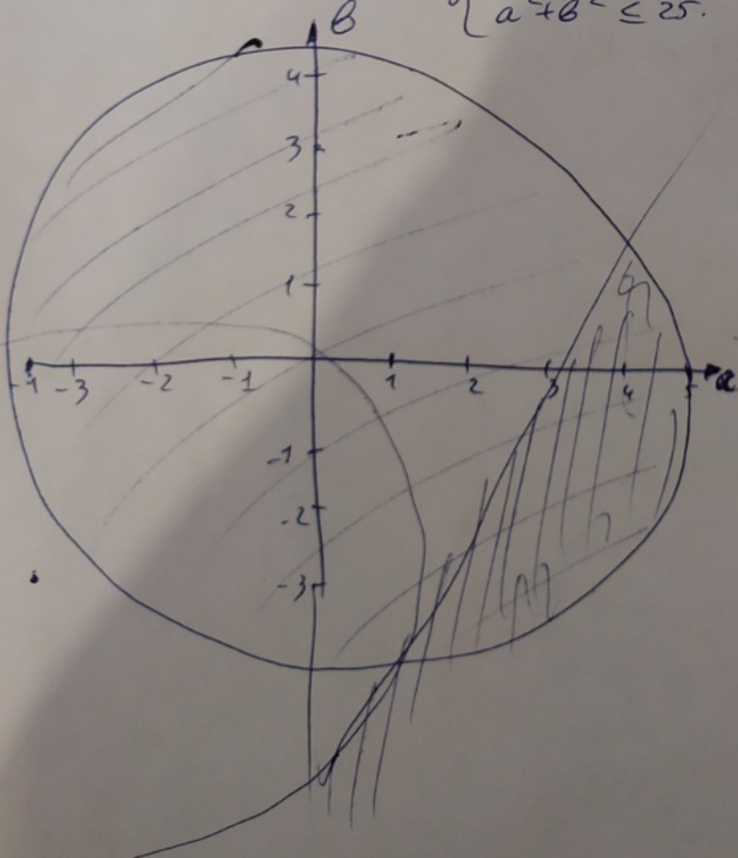
1) Когда $-8a-6b > 25 \Rightarrow a^2+b^2 \le 25$.

$$\begin{cases} -8a-6b > 25 \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases} \Rightarrow -8a-6b > a^2+b^2 \Rightarrow$$

$a^2+8a+b^2+6b<0$

$(a^2+8a+16)-16+(b^2+6b+9)-9<0$

$(a+4)^2+(b+3)^2<25$.



$-8a-25 > 6b$

$\frac{-8a-25}{6} > b$

$b < \frac{-8a-25}{6}$

a	0	$\frac{25}{8}$
b	$-\frac{25}{6}$	0

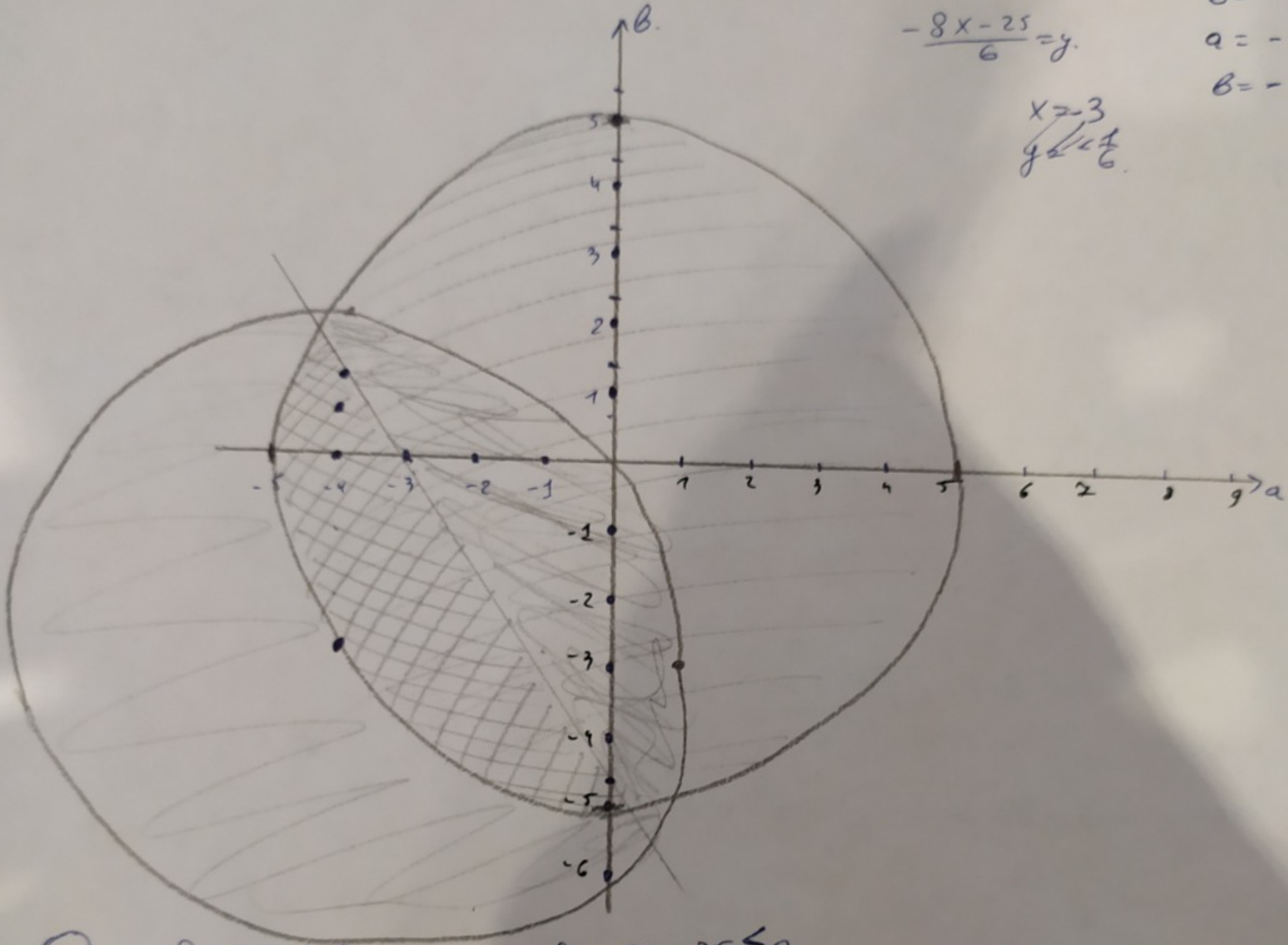
① $\begin{cases} -8a-6b > 25 \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \\ \end{cases}$ $-8a-25 > 6b \Rightarrow$ $\frac{-8a-25}{6} > b \Rightarrow$

при $a=-4$
$b=\frac{7}{6}$
$a=0$
$b=-\frac{25}{6}$
$a=-3$
$b=-\frac{1}{6}$

$\frac{-8x-25}{6}=y$

$-\frac{8x-25}{6}=y$

$x=-3$
$y<\frac{1}{6}$



② $\begin{cases} -8a-6b < 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-8a-25}{6} \le b \\ (a+4)^2+(b+3)^2 < 25 \end{cases}$

21101053 (U316436 M1298287)

Черновик

Задача №1

$\frac{a_1+a_{14}}{2}\cdot 14 = 7(a_1+a_1+13d)$ $14a_1+91d$

S - 14 членов возрастающей прогрессии $\Rightarrow d>0$; $a_1, a_2, a_3 \dots a_{14} \in \mathbb{Z}$

$a_2 = a_1 + d$

$a_9 \cdot a_{17} > S+12 \Rightarrow (a_1+8d)(a_1+18d) > a_1+a_1+d+a_1+2d+\dots+a_1+13d+12$

$a_{11}\cdot a_{15} < S+47 \quad (a_1+10d)(a_1+14d) < a_1+a_1+d+a_1+2d+\dots+a_1+13d+47$

$\begin{cases}(a_1+8d)(a_1+16d) > 14a_1+91d+12 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 14a_1+91d+47\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2+16a_1d+8a_1d+128d^2-14a_1-91d-12>0 \\ a_1^2+24a_1d+140d^2-14a_1-91d-47<0\end{cases} \Rightarrow$

$\frac{1+13}{2}\cdot 14 = 91$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2+24a_1d+128d^2-14a_1-91d-12>0 \\ a_1^2+24a_1d+140d^2-14a_1-91d-47<0\end{cases}$

$91-16=75 \quad 91-32=59 \quad 91-47=44$

$a_1^2+24a_1d-14a_1-91d > 12-128d^2$

$a_1^2+24a_1d-14a_1-91d < 47-140d^2$

$(a_1^2-14a_1+49)-49+$

$(a-7)^2$

$\begin{cases}(a_1^2+24a_1d+144d^2)-16d^2-14a_1-91d-12>0 \\ (a_1^2+24a_1d+144d^2)-4d^2-14a_1-91d-47<0\end{cases}$

$(a_1+12d)^2 > 16d^2+14a_1+91d+12 =$ ~~$16d^2+14(a_1+$~~ $16d^2+16d+$

$(a_1+12d)^2 < 4d^2+14a_1+91d+47$

$16d^2+12+14a_1+91d < (a_1+12d)^2 < 4d^2+47+14a_1+91d$

$91+12=103 \quad 128-103=25$

$(a_1+10)(a_1+14) < S+47$, $S = 14a_1+91$

$91+47=138$

$a_1^2+24a_1+128 > 14a_1+91+12$

$a_1^2+24a_1+140 < 14a_1+138$

$a_1^2+10a_1+25>0$

$a_1^2+10a_1+2<0$ $\quad 4<\sqrt{23}<5$

$D = 100-8 = 92 \Rightarrow \sqrt{92} =$

$92/2 = 46 \quad 92/4 = 23$

$a_{1,2} = -10\pm$

$-5-\sqrt{23} \Rightarrow \quad -5-4,\dots = -9\dots$

$\sqrt{23} \approx 4$

$-5+\sqrt{23} = -0\dots$

21101053 (U316436 M1298287)

$a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 - 14a_1 - 91d - 12 > 0$

$a_1^2 + a_1(24d - 14) + 128d^2 - 91d - 12 > 0$

$D = (24d-14)^2 - 4(128d^2 - 91d - 12) =$

$= 576d^2 - 28 \cdot 24d + 196 - 512d^2 + 36d + 48 =$

$= 64d^2 - 672d + 36d + 244 =$

$= 64d^2 - 636d + 244$

$(a_1^2 + 24a_1 d + 144d^2) - 12d^2 > S+12$

$(a_1^2 + 24a_1 d + 144d^2) - 4d^2 < S+47$

$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$

$\begin{cases} (a_1+8d)(a_1+16d) > S+12 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < S+47 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 > S+12 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 < S+47 \end{cases}$

$a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12$

$32 + 18 > 25$

$a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 - 14a_1 - 91d - 12 > 0$

$a_1^2 + a_1(24d - 14) + 128d^2 - 91d - 12 > 0$

$D = (24d-14)^2 - 4(128d^2 - 91d - 12) =$

$= 576d^2 - 28 \cdot 24d + 196 - 512d^2 + 364d + 48 =$

$= 64d^2 - 672d + 364d + 244 = \boxed{64d^2 - 308d + 244}$

$a_9 \cdot a_{17} > S+12$

$a_9 \cdot a_{17} < S+47 + 2d(-8d) + 4d^2$

$\left(\sqrt{\frac{35}{12}} - d\right)\left(\sqrt{\frac{35}{12}} + d\right) > 0$

$a_1 + 8d - a_1 - 16d$

$a_{13} > S + 12 + 12d^2$

$a_{13} < S + 47 + 4d^2$

$S+12+12d^2 \quad S+47+4d^2$

$\frac{35}{12} > d^2$

$S + 47 + 4d^2 - S - 12 - 12d^2 = 35 - 8d^2 > 0$

$a_{13}^2 > S + 12 + 12d^2$

$d \in \left(-\sqrt{\frac{35}{12}}; \sqrt{\frac{35}{12}}\right)$

$S+12 < a_9 \cdot a_{17} < S+47$

$d = 1$

$a_{11} = a_1 + 10d =$

$= (a_1 + 8d) + 2d = (a_9 + 2d)(a_{17} - 2d) = a_9 a_{17} - 2a_9 d + 2a_{17} d - 4d^2 < S+47$

$a_{15} = (a_1 + 14d) = (a_1 + 16d) - 2d)$

$a_9 a_{17} - 2d(a_9 - a_{17}) - 4d^2 < S+47$

$16 \times 8 = 128$

$a_1 + 10d =$

$= a_1 + 8d + 2d$

$S + 12 - 2d(-8d) - 4d^2 < S + 47$

$(a_1 + a_1 + 13d) \cdot 7 = 14a_1 + 91$

Часть 2

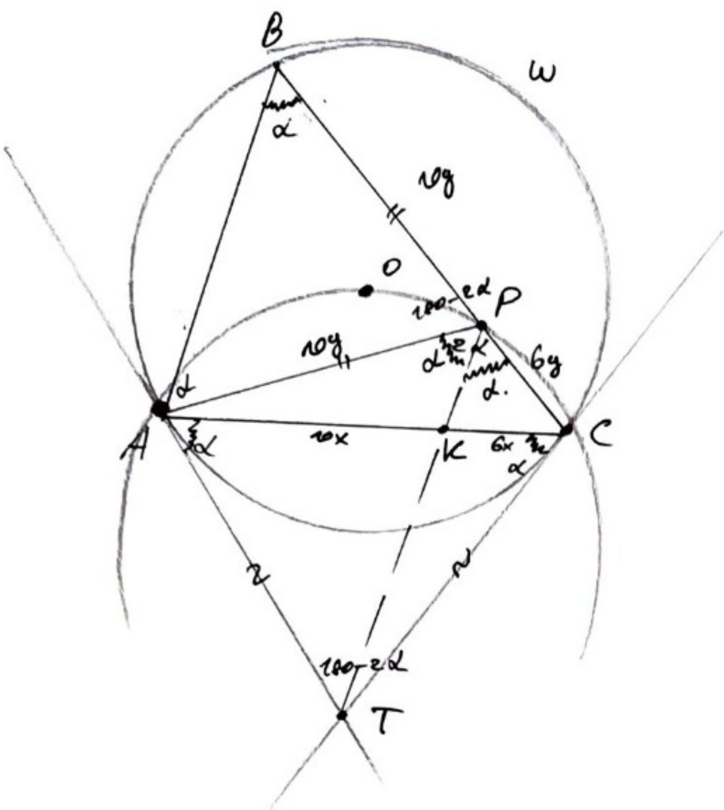
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101053**

ID профиля: **316436**

Вариант 19

Задача №6. Чистовик



$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot AK \Rightarrow$

$S_{CPK} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot CK$

$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{CK} = \frac{10}{6} \Rightarrow$

$AK = 10x$; $CK = 6x$; $\angle CAT = \alpha = \angle CBA$ по свойству хорды и кас.

$\angle ABC = \alpha \Rightarrow$

$\angle APC = 2\alpha$ т.к. $\angle AOC = \angle APC = 2\alpha$.

$\angle PBA = \angle PAB \Rightarrow \triangle ABP$ − р/б.

т.к. $\angle ATC = 180 - 2\alpha \Rightarrow$

$APCT$ − вписанный $\Rightarrow$

TP − биссектриса.

$S_{APC} = \frac{1}{2} \cdot 10y \cdot 6y \cdot \sin 2\alpha = 16.$

$\Downarrow$

$y^2 \cdot \sin 2\alpha = \frac{32}{60} = \frac{8}{15}$

$S_{BAP} = \frac{1}{2} \cdot 10y \cdot 10y \cdot \sin(180 - 2\alpha) = 50y^2 \cdot \sin 2\alpha = 50 \cdot \frac{8}{15} = \frac{80}{3}.$

$S_{ABC} = \frac{80}{3} + \frac{16}{1} = \boxed{\frac{128}{3}}$

(4)

Ответ: $\boxed{S_{ABC} = \frac{128}{3}}$

2) $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$; AC − ?

$y^2 \cdot \sin 2\alpha = \frac{8}{15}$

$y^2 = \frac{8}{15 \sin 2\alpha}$;

$y^2 = \frac{8}{15 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$

$y = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{100y^2 + 36y^2 - 256x^2}{2 \cdot 10y \cdot 6y} =$

$= \frac{3}{5} = \frac{100 \cdot \frac{2}{3} + 36 \cdot \frac{2}{3} - 256x^2}{2 \cdot 60 \cdot \frac{2}{3}} \Rightarrow$

$48 = \frac{200}{3} + 24 - 256x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{6}}.$

$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2\alpha} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$

$\Downarrow$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}.$

$\Downarrow$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$

Ответ: $AC = \sqrt{16}$

Чистовик

Задача №5

$\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow$ Ограничение: $x\neq 2;\ x\neq 4;\ x>\frac{1}{2}$ ①

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) \Rightarrow$ Ограничение: $x>\frac{11}{4};\ x\neq\frac{15}{4}$ ②

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 \Rightarrow$ Ограничение: $x>\frac{1}{2};\ x\neq\frac{5}{2};\ x\neq\frac{11}{4}$ ③

Рассмотрим случаи:

1) ① = ② = ③ − 1

~~тогда~~ Пусть $\frac{x}{2}-1=a$, $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b$, $x-\frac{11}{4}=c$ $\quad \log_a b=4\log_c a=4\log_b c-2$

$$\begin{cases}2\log_c a=2\log_b c-1\\ \log_a b=4\log_b c-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\cdot\frac{\log_b a}{\log_b c}=2\log_b c-1\\ \log_a b=4\log_b c-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{2\cdot\frac{1}{4\log_b c-2}}{}=\log_b c(2\log_b c-1)\\ \log_a b=4\log_b c-2\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}1=\log_b c\,(2\log_b c-1)^2\\ \log_a b=4\log_b c-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1=\log_b c(4\log_b^2 c-4\log_b c+1)\\ \log_a b=4\log_b c-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4\log_b^3 c-4\log_b^2 c+\log_b c-1\\ \log_a b=4\log_b c-2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}(4\log_b^2 c+1)(\log_b c-1)=0\\ \log_a b=4\log_b c-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_b c=1\\ \log_a b=2\\ \log_c a=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$4\log_b^2 c+1\neq 0$.

~~противоречие ⇒ случай невозможен~~

① = ② = 1

③ = 2

2) ① = ② − 1 = ③

$$\begin{cases}4\log_c a-2=4\log_b c\\ \log_a b=4\log_b c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\log_c a-1=2\log_b c\\ \log_a b=4\log_b c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\cdot\frac{\log_b a}{\log_b c}-1=2\log_b c\\ \log_b a=\frac{1}{4\log_b c}\end{cases}\Rightarrow$$

1101054 (U316436 M1298288)

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{2\log_b^2 c}-1=2\log_b c\\ \log_b a=\frac{1}{4\log_b c}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_b c=\frac{1}{2}\\ \text{~~}\log_b a=\log\text{~~}\end{cases}\Rightarrow \log_a b=2,\ \log_c a=\frac{3}{4}\Rightarrow$$

случай невозможен т.к. ① = ② = ③

2

Чистовик

3) ① − 1 = ② = ③

$\log_a b - 2 = 4\log_c a = 4\log_b c$

$$\begin{cases} \log_a b - 2 = 4 \cdot \dfrac{\log_a c}{\log_a b} \\ \log_a c = \dfrac{4}{\log_a b - 2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a b - 2 = \dfrac{16}{\log_a b(\log_a b - 2)} \\ \log_a c = \dfrac{4}{\log_a b - 2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a b = 4 \\ \log_a c = 2 \Rightarrow \log_c a = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$\log_b c = \frac{1}{2}$

случай возможен

Решение для 1 случая:

Вернемся к замене:

$$\begin{cases} \log_{(\frac{x}{2} - \frac{1}{4})} (x - \frac{11}{4}) = 1 \\ \log_{(\frac{x}{2} - 1)} (\frac{x}{2} - \frac{1}{4}) = 2 \Rightarrow \boxed{x = 5} \\ \log_{x - \frac{11}{4}} (\frac{x}{2} - 1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\boxed{x = 5}$

Решение для 3 случая:

Вернемся к замене:

$$\begin{cases} \log_{\frac{x}{2} - 1} (\frac{x}{2} - \frac{1}{4}) = 4 \\ \log_{x - \frac{11}{4}} (\frac{x}{2} - 1) = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \varnothing \\ \log_{(\frac{x}{2} - \frac{1}{4})} (x - \frac{11}{4}) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

решений нет.

③

21101053 (U316436 M1298288)

Задача 4 Чистовик.

$НОД(a;b;c) \cdot НОК(a;b;c) = abc \Rightarrow$

$НОД(a;b;c) \cdot НОК(a;b;c) = 3^{18} \cdot 7^{16} = abc.$

$a = 3^k \cdot 7^p$

$b = 3^m \cdot 7^f \Rightarrow 3^{18} \cdot 7^{16} = 3^{k+m+l} \cdot 7^{p+f+g}$

$c = 3^l \cdot 7^g;$

$k, m, l, f, p, g \in N$ и 0

$\begin{cases} 18 = k+m+l \\ 16 = p+f+g. \end{cases} \Rightarrow \{$

$k = 0; \dots 18.$

$m = 0; \dots 18. \Rightarrow$

$l = 0; \dots 18.$

$k = 18; m = 0; l = 0.$

$k = (17; m = 1; l = 0;) (17; m = 0; l = 1)$

$k = 16; m = 1; l = 1; k = 16; m = 2; l = 1; k = 16; m = 1; l = 2.$

...

$\frac{0 + 18}{2} \cdot 19 = 171$ вариант.

+

Аналогично с $p; f; g \Rightarrow \frac{0+16}{2} \cdot 17 = 136$ вариантов.

307.

Ответ: 307 вариантов

(1)

21101053 (U316436 M1298288)

Задача № 4.

$a; b; c \in \mathbb{N}$

$НОД(a; b; c) = 21 = 3 \cdot 7 \Rightarrow$

$НОК(a; b; c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$

$НОД(5; 2) = 10.$

$НОД($ ~~…~~ $;$

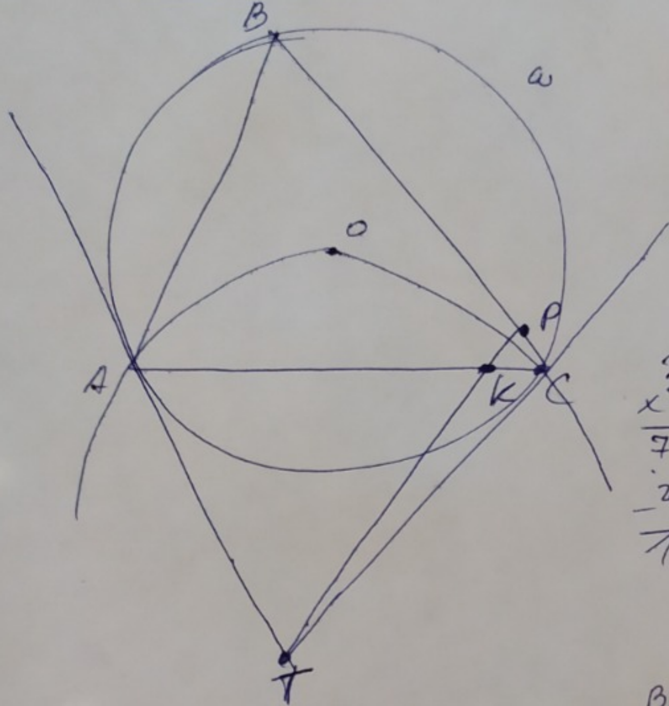
$\Rightarrow \quad a = 3^{k} \cdot 7^{p}$

$b = 3$

$НОД(a; b; c) \cdot НОК(a; b; c) =$

$= abc \Rightarrow$

$abc = 3^{18} \cdot 7^{16}$



$$\frac{24}{1} - \frac{200}{3} = -256x^2$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 3 \\ \hline 72 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \\ -\ 72 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$-\frac{128}{3} = -256x^2$$

$$\frac{1}{3} = 2x^2 \Rightarrow$$

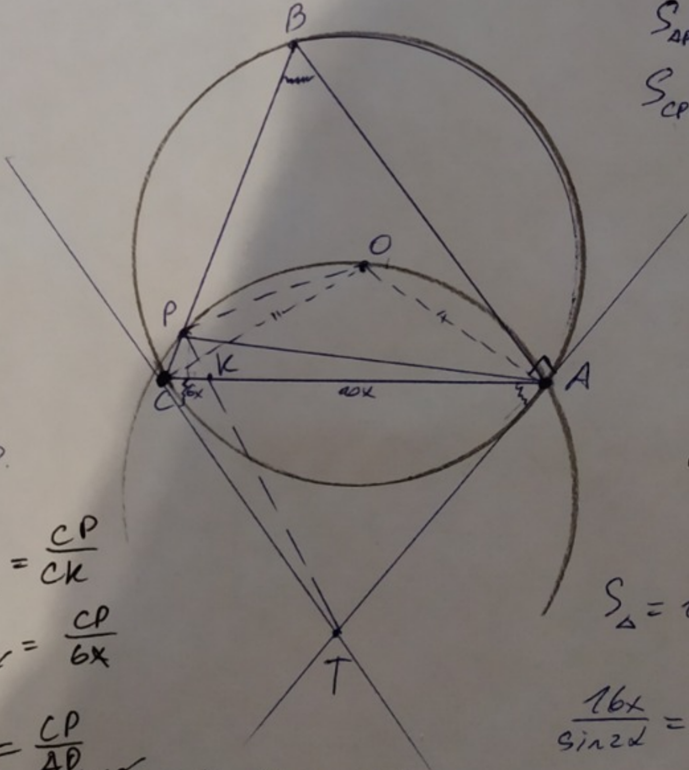
$$\Rightarrow x^2 =$$

AOCP – вписанный.

$S_{APK} = 10.$

$S_{CPK} = 6.$ $\Rightarrow S_{CPA} = 16.$

S_{ABC} – ?



$S_{CPK} = \frac{1}{2} \cdot CK \cdot h.$

$\div$

$S_{APK} = \frac{1}{2} AK \cdot h$ $\Rightarrow$

$$\frac{S_{CPK}}{S_{APK}} = \frac{CK}{AK} = \frac{6}{10} \Rightarrow$$

$\Rightarrow CK = 6x$

$AK = 10x$

$$\frac{AP}{AK} = \frac{CP}{CK}$$

$$\frac{AP}{10x} = \frac{CP}{6x}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{CP}{AP}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times\ 9 \\ \hline 171 \end{array} + \begin{array}{r} 17 \\ \times\ 8 \\ \hline 136 \end{array} = 2$$

$$\begin{array}{r} 171 \\ +\ 136 \\ \hline 307 \end{array}$$

$180 - 2\alpha + \alpha + x = 180$

$x = \alpha.$

$$\begin{array}{r} 80 \\ +\ 48 \\ \hline 128 \end{array}$$

$\frac{1}{2} \cdot 10y \cdot 6y \cdot \sin 2\alpha = 16.$

$60y^2 \cdot \sin 2\alpha = 32.$

$15y^2 \cdot \sin 2\alpha =$

$S_\Delta = 16. = \frac{1}{2} ab \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} a \cdot h$

$$\frac{16x}{\sin 2\alpha} = 2R.$$

$\frac{1}{2} \cdot AP \cdot PK \cdot \sin\alpha = 10.$

$\div$

$\frac{1}{2} \cdot CP \cdot PK \cdot \sin\alpha = 6.$

21101053 (U316436 M1298288)

$2\log_c a = 2\log_b c - 1$ $\quad$ $\log_b a = 4\log_b c - 2$.

$2\frac{\log_b a}{\log_b c} = 2\log_b c - 1$

$\frac{2(4\log_b c - 2)}{\log_b c} = 2\log_b c - 1$

$4(2\log_b c - 1) = \log_b c(2\log_b c - 1)$

$2\log_b c - 1)($

$4\log_b^3 c - 4\log_b^2 c + \log_b c - 1 = 0$.

$4\log_b^2 c(\log_b c - 1) + (\log_b c - 1) = 0$.

$t = 2\log_c a$ $\quad$ log

$\frac{1}{2} = \log_c a$

$\frac{1}{2t^2} - 1 = 2t \,/\cdot 2t^2$

$1 - 2t^2 = 4t^3 \Rightarrow$

$4t^3 + 2t^2 - 1 = 0 \,/ : t^2 \Rightarrow$ ~~$4t + 2 - \frac{1}{t^2} = 0$~~

при $t = -1 \Rightarrow -4 + 2 - 1 = 0$

$t = -2 \Rightarrow -8 \cdot 4 + 4 - 1$

$t = \frac{1}{4} \Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{4^{32}} + 2 \cdot \frac{1}{4^2} - 1 = 0$

$\frac{3}{4^2} - 1 = 0$

$t = -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4^{32}} \cdot 4$ ~~$+ 2 - 1$~~

$1 - 2t^2 = 4t^3$

$4t^3 + 2t^2 - 1 = 0$

~~$(t - \frac{1}{2})$~~

$$\begin{array}{l} 4t^3 + 2t^2 - 1 \;|\; 2t - 1 \\ 4t^3 - 2t^2 \quad\;\; 2t^2 + 2t + 1 \\ \hline 4t^2 - 1 \\ 4t^2 - 2t \\ \hline 2t - 1 \end{array}$$

$4t - 2 = 0$. $\quad$ $4\log_c a = \log_a b - 2$.

$t = \frac{1}{2}$ $\quad$ ~~$\frac{4}{\log_a b - 2} = \log_a c$~~

$\log_a b - 2 = 4\frac{\log_a c}{\log_a b}$.

$\frac{4}{\log_a c} = \log_a b - 2$

$\frac{4}{\log_a b - 2} = \log_a c$.

$t = -\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow -4 \cdot \frac{1}{8^2} + 2 \cdot \frac{1}{4^2} - 1 = 0$.

$t = \frac{1}{2} \Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{8^2} + 1$

Черновик

№5.

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}) \Rightarrow$ Ограничения: $x\neq 2$

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2}-1)$

$\frac{x}{2}-1\neq 1$

$(\frac{x}{2}-1)^2>0 \Rightarrow x\neq 2$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})^2$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \,/\cdot 4$ $\quad x>\frac{11}{4}$

$2x-1>0$ $\quad x-\frac{11}{4}\neq 1$

$x>\frac{1}{2}$ $\quad x\neq\frac{15}{4}$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 \,/\cdot 4$ $\quad \frac{x}{2}-1>0 \,/\cdot 2$

$x>2$

$2x-1\neq 4$

$x\neq\frac{5}{2}$

I = II ;

I = II = III = 1

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \,/\cdot 4$

$\log_a b\neq 0$

1) I = II

$2x-1>0$ $\quad b\neq 1$

2) II = III

$x>\frac{1}{2}$

3) I = III

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}) = 2\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2}-1) = 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})-1$

Пусть $a=\frac{x}{2}-1$, $b=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$, $c=x-\frac{11}{4}$ $\Leftrightarrow$ $\frac{1}{2}\log_a b = 2\log_c(a) = 2\log_b c - 1 \,/\cdot 2$

$\log_a b = 4\log_c a = 4\log_b c - 2 \Rightarrow$ $\quad \log_a b = 4\log_c a$

$\log_a b = 4\frac{\log_a c}{\log_a b}-2$ $\quad 16\cdot 4 = 84$ $\quad \log_a b\cdot\log_a c = 4.$

$16\cdot 4+4=$

$=4(16+1)=$

$\log_{\frac{x}{2}-1}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}) = (\frac{x}{2}-\frac{1}{4})^{\frac{x}{2}-1}\log$

$\log(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}) = (\frac{x}{2}-\frac{1}{4})^{\frac{x}{2}-1}\log$

$t-2=\frac{16}{t(t-2)} \;/(t-2)t$

$t(t-2)^2=16.$

$t(t^2-4t+4)=16.$

$t^3-4t^2+4t-16=0$

$t^2(t-4)+4(t-4)=0.$

$(t^2+4)(t-4)=0.$

$\log_a b=4\log_c a=2$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\log_a b=4\log_c a-1=4\log_b c=2.$

1) $\frac{1}{2}\log_a b=1$

$2\log_c a=1$

$2\log_b c=2$

2) $\frac{1}{2}\log_a b=1$

$2\log_c a=1$

$2\log_b c=1$

3) $2=4\log_c a=4\log_b c$

$\Downarrow$

$\log_c a=\log_b c=\frac{1}{2}$

$\Downarrow$

$\frac{1}{2}\log_a b=2$

$2\log_c a=1$

$2\log_b c=1.$

$\log_{(\frac{x}{2}-1)}(x-\frac{11}{4})=1 \Rightarrow$

$x-\frac{11}{4}=\frac{x}{2}-\frac{1}{4} \;/\cdot 4$

$4x-11=2x-1$

$2x=10$

$\boxed{x=5}$

$\log_{(\frac{x}{2}-1)}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})=2$

$(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})=\frac{x^2}{4}-x+1 \;/\cdot 4.$

$2x-1=x^2-4x+4.$

$x^2-6x+5=0.$

$x=5.$

$x=1$

$\log_c a=\frac{1}{2}$

$\log_{x-\frac{11}{4}}\frac{x}{2}-1=\frac{1}{2}.$

$(\frac{x}{2}-1)^2=(\sqrt{x-\frac{11}{4}})^2$

$\frac{x^2}{4}-x+1=x-\frac{11}{4} \;/\cdot 4$

$x^2-4x+4=4x-11$

$x^2-8x+15=0.$

~~$(x-4)^2=0$~~ $D=64-60=4.$

~~$\boxed{x=4}$~~ $x_{1,2}=\frac{8\pm 2}{2}=\left[\begin{array}{l}5\\3\end{array}\right.$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^4$

$\frac{x}{2} - 1 = 1$

$\boxed{x = 4}$

$\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \frac{3}{4} = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^4$

$t^4 - t - \frac{3}{4} = 0 \ / \cdot 4$

$4t^4 - t - 3 = 0$

$\boxed{t = 1} \Rightarrow$

$4t^4 - t - 3 : (t - 1) = 4t^3 + 4t^2 + 4t + 3 \Rightarrow$

$-4t^4 - 4t^3$

$4t^3 - t$

$-4t^3 - 4t^2$

$4t^2 - t$

$-4t^2 - 4t$

$3t - 3$

$-3t - 3$

0

$4t^3 + 4t^2 + 4t + 3 = 0$

~~$4t(t^2$~~

$4t^3 + 4t^2 + 4t + 1 + 2 = 0$

$2(2t^3 + 1) + (t + 1)^2 = 0$

2) $\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = x - \frac{11}{4}$

$x = 5$
$x = 3$

3) $\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

$x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{121}{16} = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \ / \cdot 16$

~~$4x^2 - 22x +$~~

$16x^2 - 88x + 121 = 8x - 4$

$16x^2 - 96x + 125 = 0$

$D = 96^2 - 16 \cdot \underbrace{4 \cdot 125}_{500} = 1216 =$

$x_{1,2} =$

500×16: 3000 + 500 = 8000

96×96: 576 + 864 = 9216

$1216 : 4 = 304$; $304 : 2 = 152$; $152 : 2 = 76$; $76 : 2 = 38$; $38 : 2 = 19$

$8 \cdot 152 =$

$= 16 \cdot 76 =$

$= 32 \cdot 38$

$64 \cdot 19$

21101053 (U316436 M1298288)