Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101005**

ID профиля: **287446**

Вариант 19

Чистовик

Задача №1

$a_1, a_2, a_3, \ldots,$ $\quad a_i = a_1 + (i-1)d \in \mathbb{Z}$ $\quad$ (d - разность а.п.)

$\Rightarrow d \in \mathbb{Z}$; возр. $\Rightarrow d > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow d \in \mathbb{N}$

$$S = a_1 + a_1 + d + \ldots + a_1 + 13d = 14a_1 + 91d$$

$$a_9 a_{17} > S + 12 \Leftrightarrow (a_1 + 8d)(a_1 + 16d) > S + 12$$

$$a_{11} a_{15} < S + 47 \Leftrightarrow (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < S + 47$$

$$S + 47 > a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 = a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 + 14d^2 > S + 12 + 14d^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35 > 14d^2 \Rightarrow d^2 < \frac{35}{14} < 4 \Rightarrow d = 1$$ - единственная возможность.

Если $d = 1$: $\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 138 \\ a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 103 \end{cases}$ - наши условие

$a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$

$D = 100 - 8 = 92$

$a_1 = \frac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2} = -5 \pm \sqrt{23}$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$(a_1 + 5)^2 > 0$

$a_1 \neq -5$

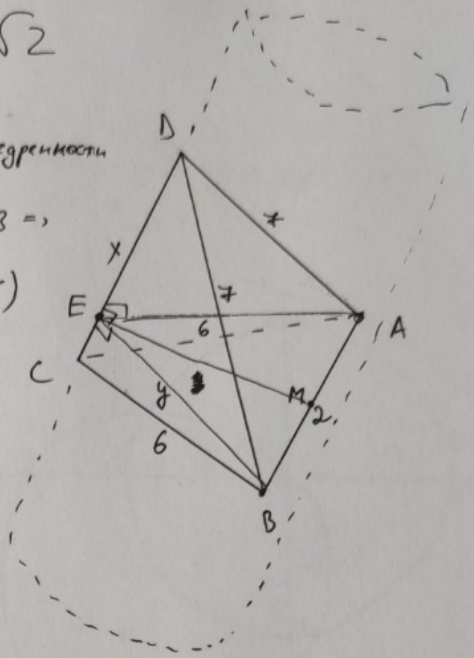
$a_1 \in (-5 - \sqrt{23}; -5 + \sqrt{23}) \Leftrightarrow a \in [-9; -1]$ (т.к. $a \in \mathbb{Z}$)

Итак $a_1 \in [-9; -6] \cup [-4; -1]$, $a \in \mathbb{Z}$, при них и $d = 1$ все условия вып.

Ответ: $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1.$

Чистовик

Задача №2

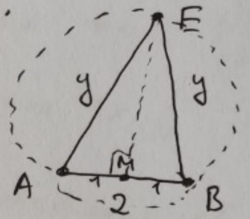


Пусть M – середина AB. Тогда из равнобедренности BDA и BCA следует, что $DM, CM \perp AB \Rightarrow$
$\Rightarrow CM$ – проекция DM на ABC (из т. о трех перп.)

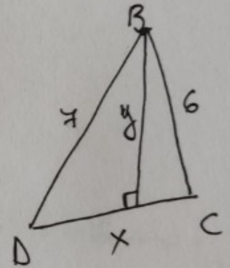
Так как A симм. B относ CDM, весь тетраэдр симметричен относ. CDM.
Тогда радиус цилиндра будет равен радиус опис. окр.
~~плоскости~~ треугольника ABE, где
E – основание перпендикуляра, опущ. из M на CD (то есть $ABE \perp CD$, $BE, AE \perp CD$)

Пусть $AE = y$, $DC = x$, радиус $= R$.

$$S_{AEB} = \frac{2y^2}{4R} = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{y^2-1}$$



$$2R = \frac{y^2}{\sqrt{y^2-1}}$$ – хотим минимизировать



$$f(y) = \frac{y^2}{\sqrt{y^2-1}} \qquad f'(y) = \frac{2y\sqrt{y^2-1} - y^2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}}{y^2-1} = 0$$

$$4(y^2-1) - y = 4y^2 - y - 4 = 0 \qquad D = 1+64 = 65 \qquad y = \frac{1\pm\sqrt{65}}{8} = \frac{1+\sqrt{65}}{8} \;|\; \text{т.к. } y>0$$

Проверим, что это минимум: $f\left(\frac{1+\sqrt{65}}{8}\right) < f(2) \Leftrightarrow \dfrac{\left(\frac{1+\sqrt{65}}{8}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{65}}{8}\right)^2-1}} < \dfrac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{66+2\sqrt{65}}{8}}{\sqrt{65+2\sqrt{65}}} < \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow (33+\sqrt{65})\sqrt{3} < 16\sqrt{65+2\sqrt{65}}$$

$$(33+\sqrt{65})\sqrt{3} < (33+9)\cdot 2 = 42\cdot 2 < 16\cdot 8 < 16\sqrt{65+2\sqrt{65}}$$ – очевидно.

Итак, $y = \frac{1+\sqrt{65}}{8}$ (Заметим, что нерав-во треуг. выполнено: $y > 1$)

$$\text{Тогда } x = \sqrt{7^2-y^2} \pm \sqrt{6^2-y^2} = \sqrt{49 - \frac{33+\sqrt{65}}{4}} \pm \sqrt{36 - \frac{33+\sqrt{65}}{4}} =$$

$$= \frac{\sqrt{163+\sqrt{65}} \pm \sqrt{111+\sqrt{65}}}{2}$$

Ответ: $x = \dfrac{\sqrt{163+\sqrt{65}} \pm \sqrt{111+\sqrt{65}}}{2}$

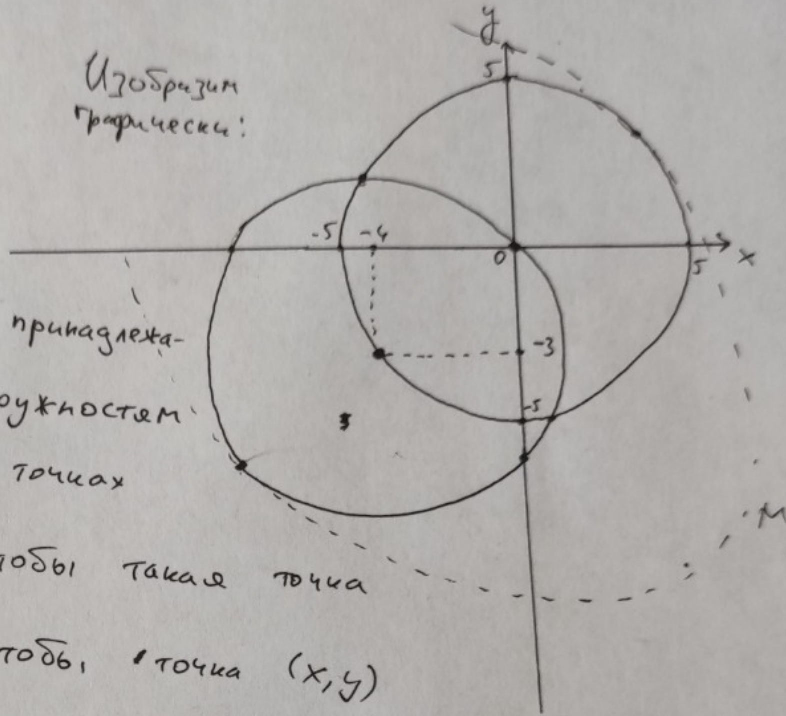
Чистовик

Задача №3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,25)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5^2\\ a^2+b^2+8a+6b+16+9\le 25\\ a^2+b^2\le 25\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 5^2\\ (a+4)^2+(b+3)^2\le 5^2\\ a^2+b^2\le 25=5^2\end{cases}$$

Изобразим графически:



Итак, ~~так~~ должна найтись точка (с координатами $(a;b)$), принадлежащая одновременно трём окружностям радиусов 5 с центрами в точках $(0;0)$, $(-4;-3)$, $(x;y)$. Чтобы такая точка существовала, необходимо, чтобы точка (x,y) была не дальше чем в 5 от пересечения двух фиксированных окружностей. То есть ~~такая~~ фигура M – фигура, образующаяся при „раздутии" нашего пересечения на 5 во все стороны.

Запишем это алгебраически:

$a_i \in \mathbb{Z}$ Черновик

$a_1, a_2, a_3, \ldots$

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{14} =$

$= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \ldots + a_1 + 13d = 14a_1 + \frac{13 \cdot 14}{2} d = 14a_1 + 91d$

$a_9 a_{17} > S + 12$ $(a_1 + 8d)(a_1 + 16d) > S + 2$

$a_{11} a_{15} < S + 47$ $(a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < S + 47$

$a_1^2 + 24da_1 + 128d^2 > \cancel{14a_1 + 91d + 2}$ $S + 2$ $a = -8$

$S + 2 + 12d^2 < a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < \cancel{14a_1 + 91d + 47}$ $S + 47$ $d - 1$

$\cancel{12d^2}.$ $47 > 2 + 12d^2$ $S = -112 + 91 = -21$

$45 > 12d^2$

$d \in \mathbb{Z}$ $d \neq 0$

$d = -1; 1$

$a_1^2 + 24da_1 + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 2$ $a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47$

1.) $d = 1$ $a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 93$. $a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 138$

$a_1^2 + 10a_1 + 35 > 0$ $a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$

$(a_1 + 5)^2 < 23$ $\sqrt{M}$

$\cancel{a_1^2 + 24da}$

$a_1 = -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1$

2) $d = -1$ $a_1^2 - 24a_1 + 128 > 14a_1 - 89$

-44

$a_1^2 - 38a_1 + 217 > 0$

$a_1^2 - 24a_1 + 140 < 14a_1 - 91 + 47$

$(a_1 - 19)^2 > 144 = 12^2$ $a_1^2 - 38a_1 + 184 < 0$

$\cancel{a_1 \in (17.}$ $(a_1 - 19)^2 < 177$

$a \in (-\infty; 7] \cup [31; +\infty)$

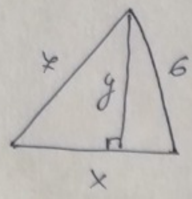
$-\frac{361}{\frac{184}{177}}$

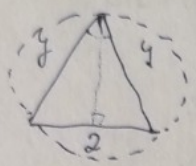
$144 < (a_1 - 19)^2 < 177$

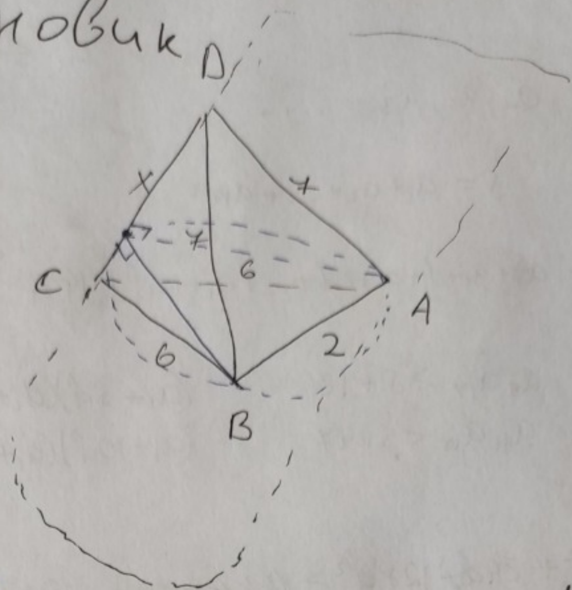
$(a_1 - 19)^2 = 13^2$

$a_1 = 6; 32$

Черновик







$\cancel{S = \frac{1}{2} ab \sin\gamma} = \frac{abc}{4R}$, $\quad \sin\gamma = \frac{c}{2R}$

$S = \frac{abc}{4R}$

$2R = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$

$R = \frac{1}{\sin\alpha}$

$160 + 36 =$

$196 - 33 =$

$= 163$

$S = \frac{\sqrt{y^2-1}\cdot 2}{2} = \sqrt{y^2-1} = \frac{2y^2}{4R} = \frac{y^2}{2R}$

$\cancel{R = \frac{2\sqrt{y^2-1}}{y^2}} \quad R = \frac{y^2}{2\sqrt{y^2-1}}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{y}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{y^2-1}}{y}$

$\cancel{R'(y) = 2y\, 2\sqrt{y^2-1} - \frac{2}{\sqrt{y^2-1}}\cdot}$

$R = \frac{y^2}{2\sqrt{y^2-1}}$

$2R = \frac{y^2}{\sqrt{y^2-1}}$

$\frac{x\cdot y}{2}$

$2R'(y) = \frac{2y\sqrt{y^2-1} - y^2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}}{y^2-1} = 0$

$144 - 32$

$2y(y^2-1) - \frac{y^2}{2} = 0$

$4(y^2-1) - y = 0$

$4y^2 - y - 4 = 0$

$D = 1 + 64$

$y = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{8}$

$2\cdot 4^2$

$16\cdot 8$

$y = \frac{1+\sqrt{65}}{8}$

$2y > 2$

$2R = \frac{y^2}{\sqrt{y^2-1}} =$

$= \frac{\left(\frac{1+\sqrt{65}}{8}\right)^2}{\sqrt{\frac{66+2\sqrt{65}}{64} - 1}} =$

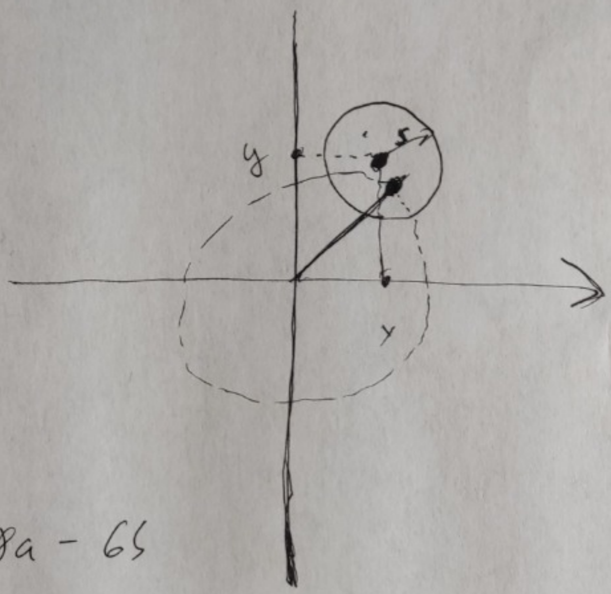
$= \frac{\frac{66+2\sqrt{65}}{64}}{\sqrt{\frac{2+2\sqrt{65}}{64}}} = \frac{66+2\sqrt{65}}{8\sqrt{2+2\sqrt{65}}} =$

$\cancel{2R = }$

$= \frac{33+\sqrt{65}}{4\sqrt{2+2\sqrt{65}}}$

M (x,y)

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25) \end{cases}$$



~~$-8a-6b$~~

$a^2+b^2 \le -8a-6b$

$a^2+8a+b^2+6b \le 0$

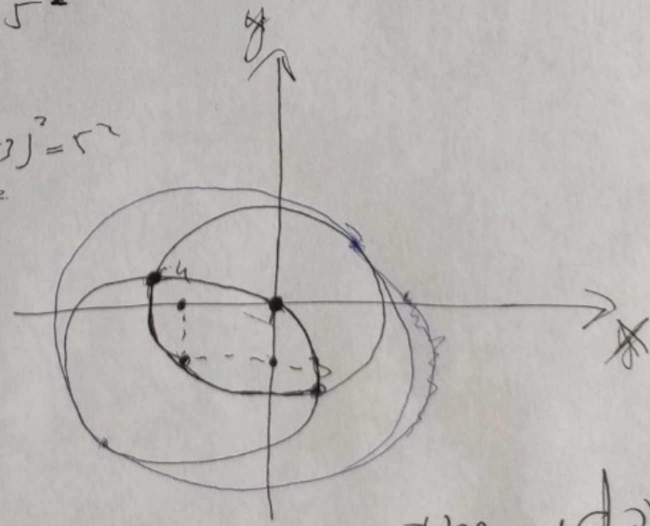
$a^2+8a+16+b^2+6b+9 \le 25$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 5^2$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 5^2$

$a^2+b^2 \le 5^2$

$$\begin{cases} (a+4)^2+(b+3)^2=5^2 \\ a^2+b^2=5^2 \end{cases}$$



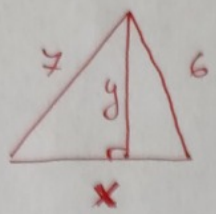
$4a+16+6b+9=0$

$a=\dfrac{-6b-25}{4}$

$\left(\dfrac{-6b-25}{4}\right)^2+b^2=25$ ...

Черновик

Черновик



$x = \sqrt{7^2 - y^2} \pm \sqrt{6^2 - y^2} =$

$= \; . \; . \; . \; .$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101005**

ID профиля: **287446**

Вариант 19

Чистовик

Задача №4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases} \qquad a,b,c\in\mathbb{N}$$

Так как НОК содержит лишь множители 3 и 7, только из них состоят a, b, c. Пусть $a=3^{x_1}\cdot 7^{x_2}$, $b=3^{y_1}\cdot 7^{y_2}$, $c=3^{z_1}\cdot 7^{z_2}$

Тогда условие можно переформулировать:

$$\begin{cases} \min(x_1,y_1,z_1)=1 \\ \max(x_1,y_1,z_1)=17 \\ \min(x_2,y_2,z_2)=1 \\ \max(x_2,y_2,z_2)=15 \end{cases}$$

Кол-во троек (a,b,c), очевидно, равно кол-ву шестерок (x_1,x_2,y_1,y_2,z,z_2).

Способов выбрать x_1, y_1, z_1: $\overbrace{\underbrace{2}_{\text{можно поменять местами 1 и 17}}\cdot\underbrace{C_3^2}_{\text{способов выбрать, у каких 2-х будут 1 и 17}}\cdot\underbrace{15}_{\text{вариантов для третьего числа между 1 и 17 невкл.}}}^{\text{способов, где } x_1\neq y_1\neq z_1} + \underbrace{6}_{\text{способов, где какие-то 2 равны}}$

Аналогично, способов выбрать x_2, y_2, z_2: $2\cdot C_3^2\cdot 13+6$

Перемножив, получим общее число способов:

$$(2\cdot 3\cdot 15+6)\cdot(2\cdot 3\cdot 13+6)=6(15+1)\cdot 6(13+1)=96\cdot 84=8064$$

Ответ: 8064

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times\ 84 \\ \hline 384 \\ +\ 768 \\ \hline 8064 \end{array}$$

Чистовик

Задача №5

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right),\ \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right),\ \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2.$$

Обозначим $a=\frac{x}{2}-1$, $b=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$, $c=\sqrt{x-\frac{11}{4}}$. Тогда наши числа:

$\log_{a^2} b,\ \log_c a,\ \log_b c^4$ ОДЗ: $a,b,c\neq 1$; $a,b,c>0$

~~[illegible]~~ Пусть $\log_{a^2} b=\frac{1}{2}\log_a b = n$

$\log_c a = m$

Тогда $\log_b c^4 = 4\log_b c = 4\frac{\log_a c}{\log_a b}=\frac{2}{nm}$

Итак, среди чисел $n, m, \frac{2}{nm}$ два равны, а третье на 1 больше. Переберем случаи:

1) $n=m$, $\frac{2}{nm}=n+1 \Rightarrow 2=n^3+n^2 \Leftrightarrow n^3+n^2-2=(n-1)((n+1)^2+1)=0 \Rightarrow n=m=1$

2) $n=\frac{2}{nm}$, $m=n+1 \Rightarrow 2=n^2(n+1) \Leftrightarrow n=1$ (см выше) $\Rightarrow m=2$

3) Симметрично 2, $n=2$, $m=1$

Тогда:

1) $\frac{1}{2}\log_a b=\log_c a=1 \Rightarrow a=c;\ b=a^2 \Leftrightarrow \frac{x}{2}-1=\sqrt{x-\frac{11}{4}};\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2$

2) $\frac{1}{2}\log_a b=1;\ \log_c a=2 \Rightarrow b=a^2;\ a=c^2 \Leftrightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2;\ \frac{x}{2}-1=x-\frac{11}{4}$

3) $\frac{1}{2}\log_a b=2;\ \log_c a=1 \Rightarrow a=c;\ b=a^4 \Leftrightarrow \frac{x}{2}-1=\sqrt{\left(\frac{x}{2}-\frac{11}{4}\right)^2};\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(\frac{x}{2}-\frac{4}{4}\right)^4$

---

1) $2x-1=(x-2)^2=x^2-4x+4 \Leftrightarrow x^2-6x+5=(x-1)(x-5)=0 \Leftrightarrow x=1;5$

$x\geq\frac{11}{4};\ (x-2)^2=4x-11 \Leftrightarrow x^2-8x+15=(x-3)(x-5)=0 \Leftrightarrow x=3;5$ $\rightarrow$ $x=5$

ОДЗ удовл.

2) $2x-4=4x-11 \Leftrightarrow 2x=$ ~~[illegible]~~ $7 \Leftrightarrow x=3,5$ $\rightarrow$ совп. нет

см 1. $\Leftrightarrow x=1;5$

3) см. 1 $\Leftrightarrow x=3;5$

$256\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=(2x-1)^4 \Leftrightarrow 128x-64=16x^4-4\cdot 8x^3+6\cdot 4x^2-4\cdot 2x+1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 16x^4-32x^3+24x^2-136x+65=0$

3 не подойдет, т.к. $65\not\vdots\, 3$. Подст. $x=5$: $16\cdot 625-32\cdot 125+24\cdot 25-136\cdot 5+65=$

$=10000-4000+600-680+65\neq 0$ $\rightarrow$ совп. нет

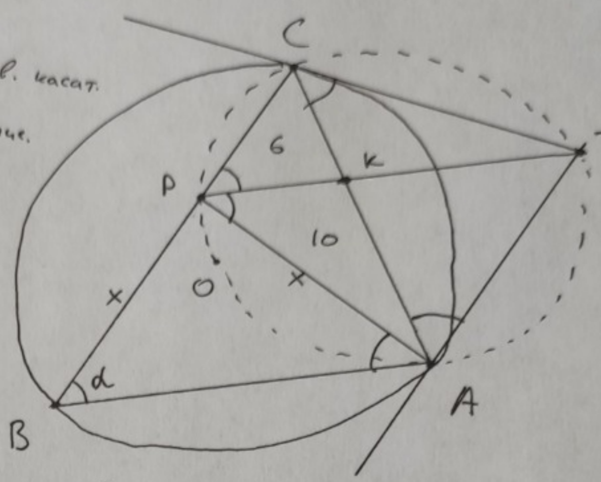
Ответ: $x=5$

Чистовик

Задача №6

Обозначим $\angle ABC = \alpha$. Тогда:

1) $\angle OCT = \angle OAT = 90°$ | из свойств. касат.
2) $T \in$ окр. $AOPC$ | т.к. из 1) $AOCT$ - впис.
3) $\angle ACT = \angle CAT = \alpha$ | углы при кас.
4) $\angle APT = \angle CPT = \alpha$ | из вписанности $APCT$
5) $\frac{AK}{CK} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ | общая высота PH на AC
6) $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ | т.к. $AB \parallel PK$ из 4); $\angle ACB$ совп.



7) $\frac{S_{ABC}}{S_{KPC}} = \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 = \left(\frac{KC+AK}{KC}\right)^2 = \left(1 + \frac{AK}{KC}\right)^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{64}{9} \cdot 6 = \frac{128}{3}$

а) Ответ: $\frac{128}{3}$

8) $\angle PAB = \angle APC - \angle ABP = 2\alpha - \alpha = \alpha \Rightarrow ABP$ - равнобед, $AP = BP = x$

9) $\alpha = \operatorname{arctg} 2 \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha + 1 = 5 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ | т.к. ABC - остроуг.

10) $S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot x\sin\alpha \cdot 2x\cos\alpha = x^2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2}{5}x^2 = S_{ABC} - S_{APC} = \frac{128}{3} - 16 = \frac{80}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{80}{3} = \frac{400}{6} \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{6}}$

11) $\frac{CP}{x} = \frac{CK}{AK} = \frac{3}{5}$ (из св-в биссектр) $\Rightarrow BC = CP + x = \frac{8}{5}x = \frac{8}{5} \cdot \frac{20}{\sqrt{6}} = \frac{32}{\sqrt{6}}$

12) $AB = 2x\cos\alpha = 2 \cdot \frac{20}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{40}{\sqrt{30}}$

13) Т. кос.: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos\alpha = \left(\frac{40}{\sqrt{30}}\right)^2 + \left(\frac{32}{\sqrt{6}}\right)^2 - 2 \cdot \frac{40}{\sqrt{30}} \cdot \frac{32}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} =$

$= \frac{1600}{30} + \frac{32^2}{6} - \frac{2 \cdot 32 \cdot 40}{30} = \frac{160}{3} + 32\left(\frac{32}{6} - \frac{8}{3}\right) = \frac{160}{3} + \frac{32 \cdot 8}{3} = \frac{160 + 256}{3} = \frac{416}{3} = \frac{16 \cdot 26}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = \sqrt{\frac{16 \cdot 26}{3}} = 4\sqrt{\frac{26}{3}}$

Ответ: $4\sqrt{\frac{26}{3}}$

21101005 (U287446 M1299696)

Черновик

$\log_{\cancel{(\frac{x}{2}-1)^2}}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$

$k = 4l$ $l = \frac{k}{4}$

$\frac{l}{k} = k+1$

$\frac{1}{4} = k+1 \Rightarrow k = -\frac{3}{4}$

$l = -\frac{3}{16}$

$k = \frac{l}{k}$ $k^2 = l$

$4l = k+1$

$4k^2 - k - 1 = 0$

$D = 1+16$

$k = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{8}$

$l = k^2 = \left(\frac{1 \pm \sqrt{17}}{8}\right)^2 = \left(\frac{18 \pm 2\sqrt{17}}{8}\right)^2 = \left(\frac{9 \pm \sqrt{17}}{4}\right)^2$

$k = 4l \cancel{+} 1$

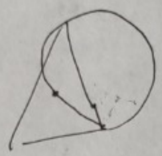
$\frac{l}{k} = 4l$ $\left[\begin{array}{l} l = 0 \to k = 1 \\ k = \frac{1}{4} \quad l = -\frac{3}{16} \end{array}\right.$

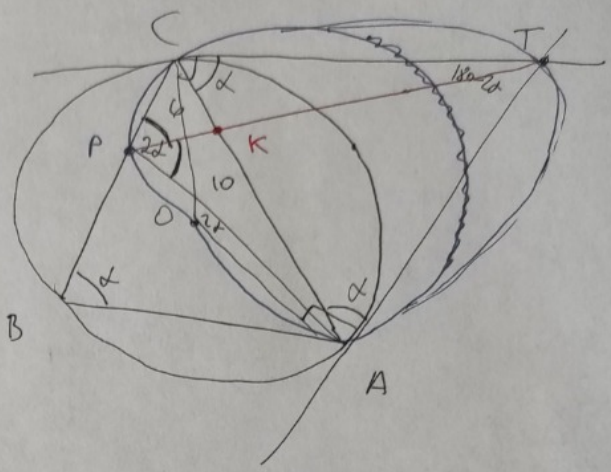
$(n-1)(n^2+2n+2)$

$16 + 24 + 65 =$

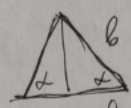
21101005 (U287446 M1299696)

Черновик





$\frac{128}{3}-16=\frac{80}{3}=b^2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2}{5}b^2$



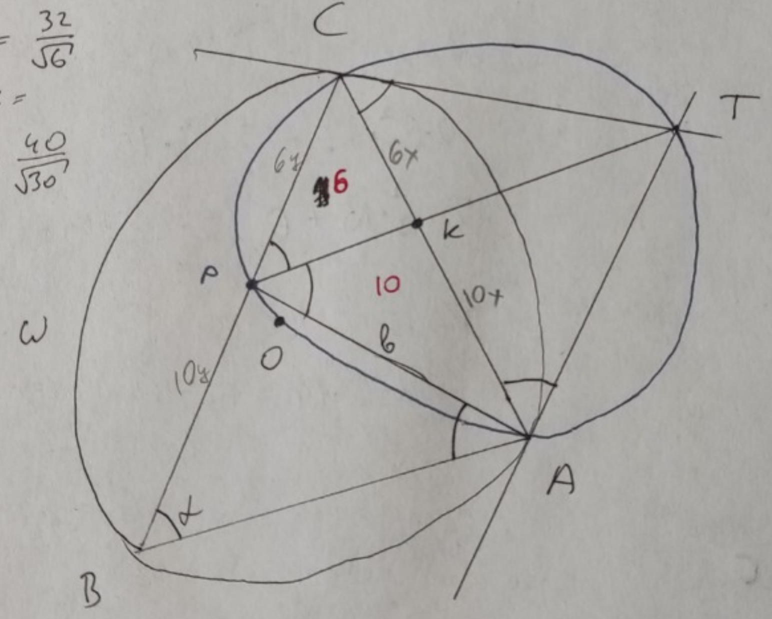
$S=b\sin\alpha\cdot b\cos\alpha=$
$=b^2\sin\alpha\cos\alpha$

$b^2=\frac{400}{6}$

$b=\frac{20}{\sqrt6}$

$BC=\frac{16}{10}b=\frac{32}{\sqrt6}$

$AB=2b\cos\alpha=$
$=\frac{40}{\sqrt6}\cdot\frac{1}{\sqrt5}=\frac{40}{\sqrt{30}}$



$\alpha=\operatorname{arctg}2$

$\operatorname{tg}\alpha=2$

$\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\operatorname{tg}^2\alpha+1=5$

$\cos^2\alpha=\frac{1}{5}\quad\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin^2\alpha=\frac{4}{5}\quad\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt5}$

$AC^2=AB^2+BC^2-2\cos\alpha\, AB\, BC=$

$=\frac{1600}{30}+\frac{32^2}{6}-\frac{2}{\sqrt5}\cdot\frac{40}{\sqrt{30}}\cdot\frac{32}{\sqrt6}=$

$=\frac{160}{3}+\frac{32^2}{6}-\frac{80\cdot32}{30}=$

$=\frac{160}{3}+32\left(\frac{16}{3}-\frac{8}{3}\right)=\frac{160}{3}+\frac{32\cdot8}{3}=\frac{160+256}{3}=\frac{416}{3}=\frac{4\cdot104}{3}=\frac{16\cdot26}{3}=$

$\frac{S_{ABC}}{S_{KPC}}=\left(\frac{AC}{KC}\right)^2=\left(\frac{AK+KC}{KC}\right)^2=\left(\frac{10}{6}+1\right)^2=\left(\frac{8}{3}\right)^2=\frac{64}{9}$

$S_{ABC}=\frac{64}{9}\cdot6=\frac{2\cdot64}{3}=\frac{128}{3}$

$AC=4\sqrt{\frac{26}{3}}$

Черновик

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2}-1)$

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})^2$

ОДЗ:

$a=\frac{x}{2}-1$

$b=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$c=\sqrt{x-\frac{11}{4}}$

$\log_a b$

$\log_c a$

$\log_b c^4 = 4\log_b c$

$\log_a b = \log_c a = \frac{1}{\log_a c}$

$\log_a b - \log_c a = 0$

$\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$

$a=3^{x_1}\cdot 7^{x_2}$

$b=3^{y_1}\cdot 7^{y_2}$

$c=3^{z_1}\cdot 7^{z_2}$

$\begin{cases} \min(x_1,y_1,z_1)=1 \\ \min(x_2,y_2,z_2)=1 \\ \max(x_1,y_1,z_1)=17 \\ \max(x_2,y_2,z_2)=15 \end{cases}$

$\min(x_1,y_1,z_1)=1$

$\max(x_1,y_1,z_1)=17$

$\min(x_2,y_2,z_2)=1$

$\max(x_2,y_2,z_2)=15$

$\cancel{2\cdot C_3^2\cdot 17\cdot 2C_3^2\cdot 15}$

$(2\cdot C_3^2\cdot 15+6)(2\cdot C_3^2\cdot 13+6)=$

$=(6\cdot 15+6)(6\cdot 13+6)=$

$36\cdot 16\cdot 14 = 72\cdot 112$

$\log_a b\cdot \log_c a$

$=$

$\frac{\log_a b}{\log_a c}=\log_c b$

$k \quad \frac{1}{k}$

$k \quad \frac{l}{k} \quad 4l$

21101005 (U287446 M1299696)