Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101000**

ID профиля: **337687**

Вариант 19

~~Черновик~~ Вариант №19 Чистовик

Часть №1

№1

$$S=\frac{a_1+a_{14}}{2}\cdot 14=\frac{a_1+a_1+13d}{2}\cdot 14=(2a_1+13d)\cdot 7$$

$a_9=a_1+8d$

$a_{17}=a_1+16d$

$a_{11}=a_1+10d$

$a_{15}=a_1+14d$

$$16\cdot 8=128$$

$$\begin{cases}(a_1+8d)(a_1+16d)>(2a_1+13d)\cdot 7+12\\(a_1+10d)(a_1+14d)<(2a_1+13d)\cdot 7+47\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+16a_1d+8a_1d+128d^2>14a_1+91d+12\\a_1^2+14a_1d+10a_1d+140d^2<14a_1+91d+47\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+24a_1d-14a_1-91d>12-128d^2\\a_1^2+24a_1d-14a_1-91d<47-140d^2\end{cases}$$

$\Rightarrow 12-128d^2<47-140d^2$

$140d^2-128d^2<47-12$

$12d^2<35$

$d^2<\frac{35}{12}$

$d\in\left(-\frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{3}};\ \frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{3}}\right)$

Т.к. прогрессия возрастающая, то d - целое, по- ~~ложи~~ ложительное число

$1<\frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{3}}<2=\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{48}{12}}$

$\Rightarrow d=1$

Подставим d в неравенства

$a_1^2+16a_1+8a_1+128>14a_1+91+12$

$a_1^2+10a_1+128-103>0$

$a_1^2+10a_1+25>0$

$(a_1+5)^2>0$

21101000 (U337687 M1302498)

$a_1 \neq -5$

Чистовик

2) $a_1^2 + 14a_1 + 10a_1 + 140 - 14a_1 - 91 - 47 < 0$

$\cancel{a_1^2 + 10a_1 + 27 < 0}$

$\cancel{D = 100 - 4 \cdot 27}$

$a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$

$D = 100 - 8 = 92$

$a_1 = \dfrac{-10 \pm \sqrt{92}}{2} = \dfrac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2} = -5 \pm \sqrt{23}$

$a_1 \in (-5 - \sqrt{23}; -5 + \sqrt{23})$

a_1 - целые числа $\qquad 4 < \sqrt{23} < 5$

$-10 < -5 - \sqrt{23} < -9 \qquad -5 < -\sqrt{23} < -4$

$-1 < -5 + \sqrt{23} < 0$

$a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$ (мы выкидываем $a_1 = -5$ по условию)

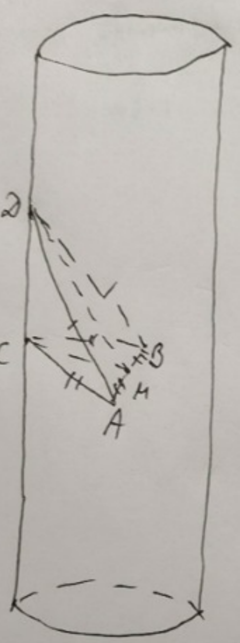
Ответ: $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

№2

Дано: ABCD — тетраэдр, вписанный в цилиндр; AB = 2; AC = CB = 6; AD = DB = 7; CD ∥ оси цилиндра

Найти: CD

Решение:



Т.к. CD ∥ оси цилиндра, то CD лежит на одной из образующих цилиндра.

Строим данный тетраэдр

AB - хорда, лежащее на сечении, параллельном основанию

Пусть H - середина AB

Строим DH ~~ ~~ и CH

$\Rightarrow$ DH ⊥ AB и CH ⊥ AB (по св-ву медианы в равнобедренном треугольнике

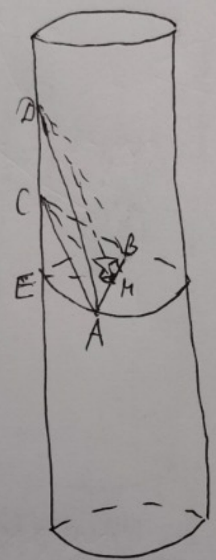
$\Rightarrow$ Плоскость CDH ⊥ AB (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости)

$\Rightarrow$ CD ⊥ AB

Строим сечение, на котором лежит хорда AB, и оно перпендикулярно CD.

Чтобы радиус цилиндра был наимень-
шим должна быть наибольшей хорда
(т.е. она должна быть диаметром)
Рассмотрим все возможные случаи расположения точек, отн. плоскости CAB

1) Случай №1



$EH = AH = HB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ — радиусы

По теореме Пифагора:

$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{49 - 1} = \sqrt{48}$

$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{36 - 1} = \sqrt{35}$

$DE = \sqrt{DH^2 - EH^2} = \sqrt{48 - 1} = \sqrt{47}$

$CE = \sqrt{CH^2 - EH^2} = \sqrt{35 - 1} = \sqrt{34}$

$CD = DE - CE = \sqrt{47} - \sqrt{34}$

2) Случай №2

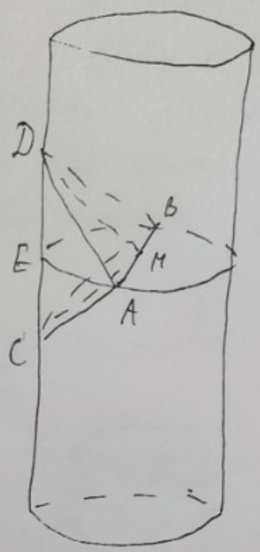
$a_1^2 + 14a_1 + 10a_1 + 140 - 14a_1 - 9_1 - 47 < 0$

$a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$

$D =$

$a_1 =$

Чистовик



Решение аналогичное, но $CD = DE + CE = \sqrt{47} + \sqrt{34}$

Ответ: $CD = \sqrt{47} \pm \sqrt{34}$

$10a_1 + 2 < 0$

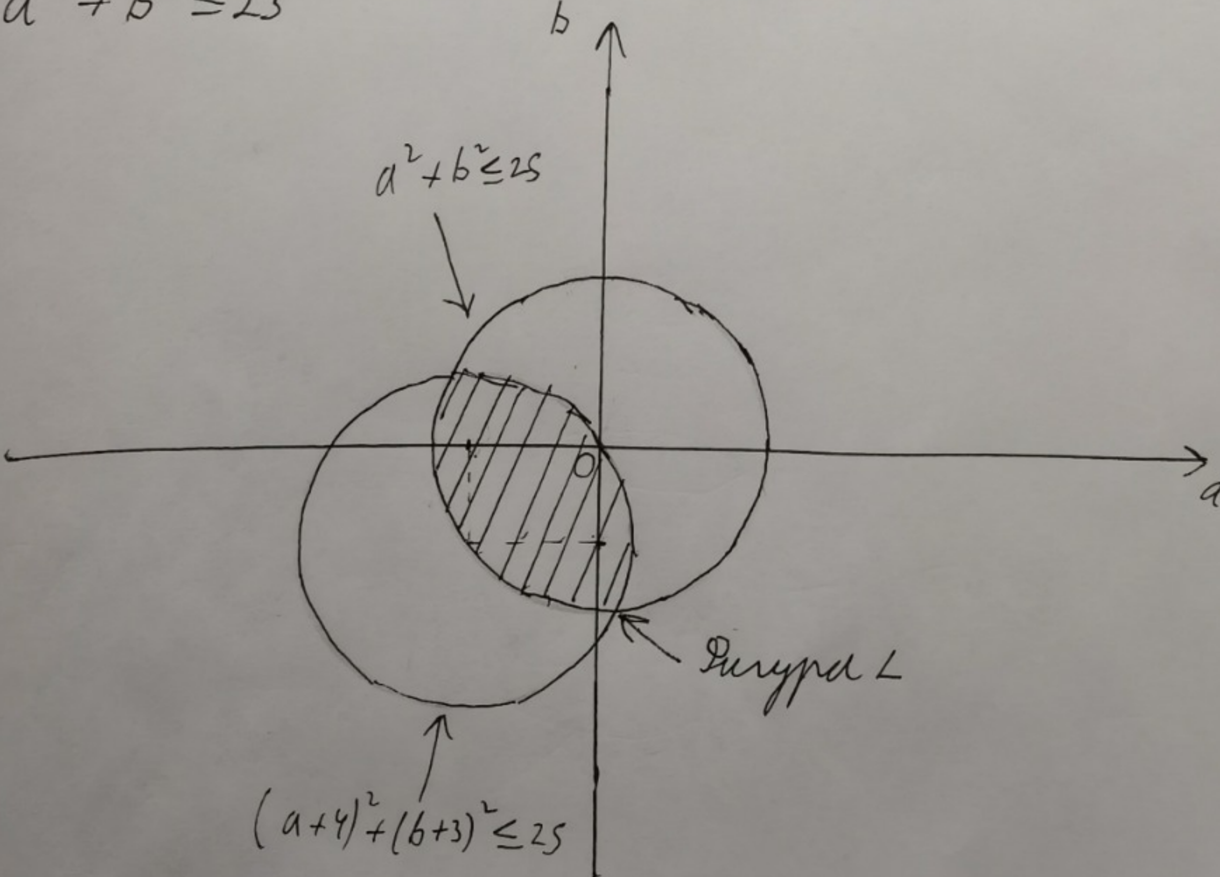
№ 3

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 25 \\ a^2 + b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25) \end{cases}$$

Начертим решение для второго ~~н~~ неравенства на плоскости $(a;b)$. Решением данного неравенства будет пересечение 2-х кругов:

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le -8a-6b \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2+8a+16+b^2+6b+9 \le 25 \text{ – центр в т. } (-4;-3) \\ a^2+b^2 \le 25 \text{ – центр в т. } (0;0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases}$$



$\cancel{D = 100 - 4 \cdot 27}$

$a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$

$D = 100 - \dots$

Чистовик

Чистовик

Чистовик

AO = OC − радиусы круга $(a)^2 + b^2 \le 25$

BA = BC − радиусы круга $(a+4)^2 + (b+3)^2 \le 25$

BO − радиус − круга

$AO = OC = AB = BC = BO = 5$, т.к. круги имеют один радиус

$\Rightarrow \angle BAO = 60^\circ$ − по св-ву равностороннего треугольника

~~Площадь сектора KBE~~

~~$S_{KBE} =$~~ $\Rightarrow ABCO$ − ромб, т.К. $AB = BC = CO = AO = 5$

$\Rightarrow \angle AOC = \angle ABC = 120^\circ$ (по св-ву ромба)

Площадь сектора KBE:

$S = \frac{2\pi(10)^2}{3 \cdot 2} = \frac{100\pi}{3}$

Площадь сектора COF:

$S = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{(10)^2}{2} = \frac{100\pi}{3}$, но надо вычесть площадь ромба, которую мы подсчитали дважды:

$S_{ABCO} = 5 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ = 5 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$

$S_{CAK} = S_{CFE} = \frac{\pi}{3 \cdot 2} \cdot 25 = \frac{25\pi}{6}$, т.к. $\angle BCO = \angle FCE = 60^\circ$ и $\angle BAO = \angle CAK = 60^\circ$, как смежные углы

$S_{общ} = \frac{100\pi}{3} + \frac{100\pi}{3} + \frac{25\pi}{6} + \frac{25\pi}{6} - \frac{25\sqrt{3}}{2} = \frac{225}{3}\pi - \frac{25\sqrt{3}}{2} = 75\pi - \frac{25\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $S_{общ} = 75\pi - \frac{25\sqrt{3}}{2}$

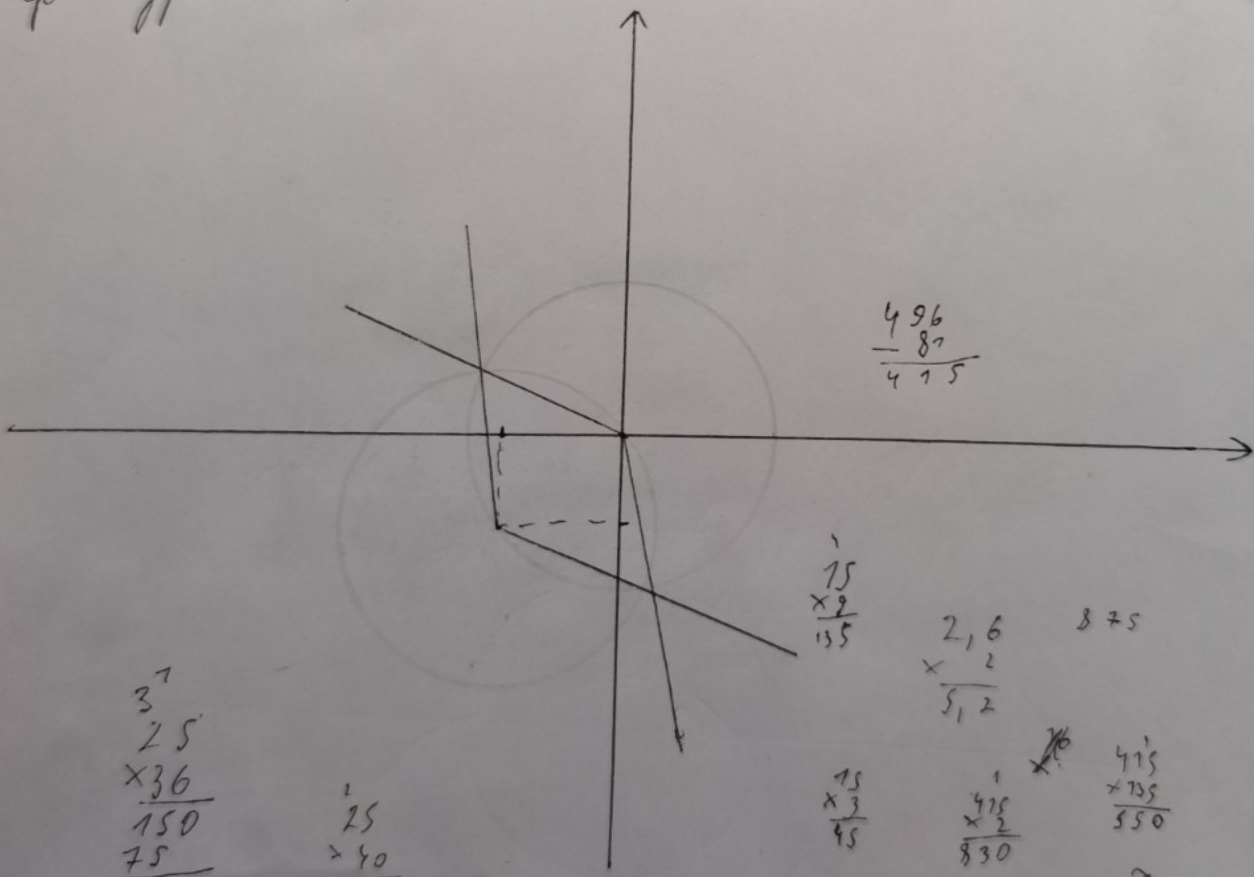
-7-

~~Чистовик~~ Черновик

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 25$

Решением 1-ого неравенства является круг с радиусом $r=\sqrt{25}=5$ в центре с координатами $(x;y)$. 1-е неравенство будет иметь общее решение с ~~первым~~ фигурой $\angle \Leftrightarrow$ 1-е неравенство имеет хотя бы одну общую точку со 2-м неравенством (т.е. с фигурой $\angle$)



$16 \times 8 = 128$

$496 - 81 = 415$

$15 \times 9 = 135$

$2,6 \times 2 = 5,2$

875

25×36: 150, 75, 900

$25 \times 40 = 1000$

$1000 - 625 = 375$

$375 : 25 = 15$

25×16: 150, 25, 400

16×15: 80, 16, 240

$16 \times 20 = 320$

$15 \times 3 = 45$

$415 \times 2 = 830$

$415 \times 135 = 550$

$496 : 16 = 31$

$550 : 2 = 275$

$\frac{\quad}{2} \cdot 14 = \frac{a_1 + a_1 + 13d}{2} \cdot 14 = (2a_1 + 13d) \cdot 7$ №1

$a_1 = a_1 + 0d$

$a_{17} = a$

$a_{11} - d$

a_1

$\begin{array}{r} 16 \\ \times 8 \\ \hline 128 \end{array}$

7.

~~Чистовик~~ Черновик — 8 —

Найдём точки пересечения окружностей, чтобы узнать координаты A и C

$\begin{cases} a^2 + b^2 = 25 \\ 8a + 6b = 25 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 + \left(\frac{25 - 8a}{6}\right)^2 = 25 \\ b = \frac{25 - 8a}{6} \end{cases}$

$a^2 + \frac{625 - 400a + 64a^2}{36} = 25 \;|\cdot 36$

$36a^2 + 625 - 400a + 64a^2 - 900 = 0$

$100a^2 - 400a - 275 = 0$

$4a^2 - 16a - 11 = 0$

$D = 256 + 20 \cdot 11 = 256 + 220 = \cancel{36}\ 476$

$\cancel{a_{1,2} = \frac{16 \pm 6}{8} = \frac{5}{4}; \frac{11}{4}}$

$a_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{476}}{8} = \frac{16 \pm 2\sqrt{119}}{8} = \frac{8 \pm \sqrt{119}}{4}$

$b_{1,2} = \frac{25 - 8\left(\frac{8 \pm \sqrt{119}}{4}\right)}{6} = \frac{25 - 16 \mp 2\sqrt{119}}{6} = \frac{9 \mp 2\sqrt{119}}{6}$

$A = \left(\frac{8 - \sqrt{119}}{4}; \frac{9 + 2\sqrt{119}}{6}\right)$

$C = \left(\frac{8 + \sqrt{119}}{4}; \frac{9 - 2\sqrt{119}}{6}\right)$

$\vec{OA} = \left(\frac{8 - \sqrt{119}}{4}; \frac{9 + 2\sqrt{119}}{6}\right)$

$\vec{OC} = \left(\frac{8 + \sqrt{119}}{4}; \frac{9 - 2\sqrt{119}}{6}\right)$

$\vec{OA} \cdot \vec{OC} = \frac{(8 - \sqrt{119})(8 + \sqrt{119})}{16} + \frac{(9 + 2\sqrt{119})(9 - 2\sqrt{119})}{36} =$

$= \frac{64 - 119}{16} + \frac{81 - 476}{36} = -\frac{55}{16} - \frac{395}{36} = \frac{-\cancel{330} - 1580}{\cancel{3}} = -\frac{495 - 1580}{36 \cdot 4} =$

$= \frac{-2075}{36 \cdot 4}$

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 25$

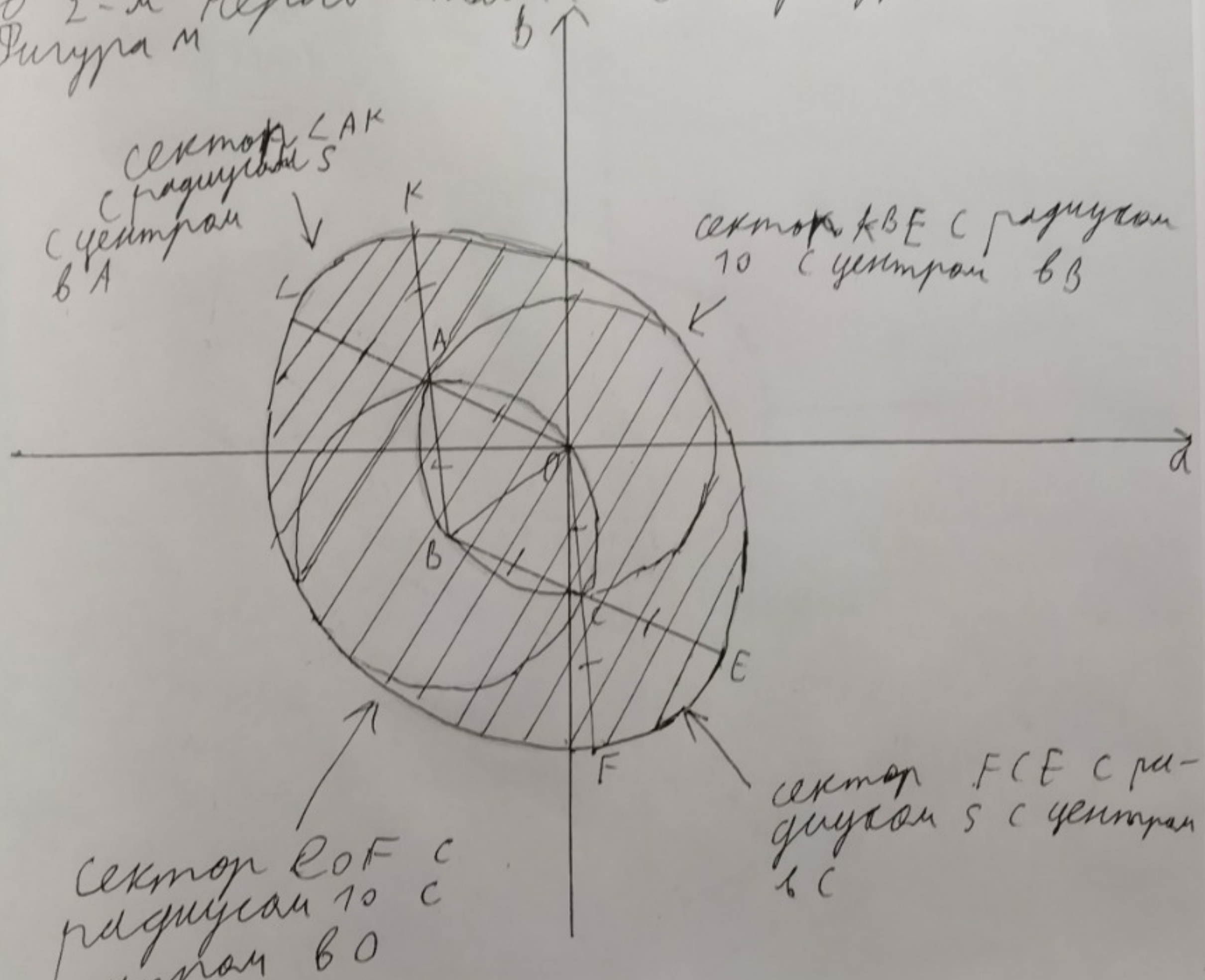
Чистовик

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 25$

$(a-x)^2+(b-y)^2\le 25$

Решением 1-ого неравенства является круг с радиусом $r=\sqrt{25}=5$ в центре с координатами $(x;y)$. 1-ое неравенство будет иметь общее решение с фигурой L $\Leftrightarrow$ 1-ое неравенство имеет хотя бы одну общую точку со 2-м неравенством (т.е. с фигурой L)

Фигура М



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101000**

ID профиля: **337687**

Вариант 19

60 720 76 -15

Вариант №19 Чистовик

Часть №2

№4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=21=3\cdot7 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot7^{15} \end{cases}$$

Пусть $a=3^{k_1}7^{m_1}$; $b=3^{k_2}7^{m_2}$; $c=3^{k_3}7^{m_3}$

Рассмотрим значения для степени 3.
Чтобы удовлетворять данной системе, нужно, чтобы среди чисел k_1, k_2 и k_3 было хотя бы одна 1 и хотя бы одна 17

Рассмотрим ~~все~~ 3 возможных случая:

1) Только одна 1 и только одна 17:
$3\cdot2\cdot(17-2)=3\cdot2\cdot15=90$ (первые места для 1 и 17, а 3е для остальных чисел от 1 до 17 - не включая)

2) Только одна 1 и ~~только~~ две 17: таких случаев 3

3) Только одна 17 и две 1: таких случаев 3

Всего случаев для степени 3: $3+3+90=96$

Для степени 7 аналогично (только вместо 17 будет 15)

1) Только одна 1 и только одна 15:
$3\cdot2\cdot(15-2)=6\cdot13=78$

2) Только одна 1 и две 15: таких случаев 3

3) Только одна 15 и две 1: таких случаев 3

Всего случаев для степени 7: $78+3+3=84$

Общее количество случаев равно:
$96\cdot84=8064$

Ответ: 8064 троек

15
$\times 48$
120
60
720

$4160 \mid 5$
40 832
16
15
10

Чистовик

№5

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}}\log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right) = 2\log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = 2\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)$$

Перемножим эти три числа:

$$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)\cdot 2\log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right)\cdot 2\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right) =$$

$$2\,\frac{\ln\cancel{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}}{\ln\cancel{\left(\frac{x}{2}-1\right)}}\cdot\frac{\ln\cancel{\left(\frac{x}{2}-1\right)}}{\ln\cancel{\left(x-\frac{11}{4}\right)}}\cdot\frac{\ln\cancel{\left(x-\frac{11}{4}\right)}}{\ln\cancel{\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}} = 2$$

Пусть данные числа u, v, w. Известно, что $u = v,\ w = u+1$

$\Rightarrow u^2(u+1) = 2$

$u^3 + u^2 - 2 = 0$

$u = 1$

$1 + 1 - 2 = 2 - 2 = 0$

$$\begin{array}{l|l} u^3+u^2-2 & u-1 \\ \hline -\,u^3-u^2 & u^2+2u+2 \\ \quad 2u^2-2 & \\ \quad -\,2u^2-2u & \\ \qquad 2u-2 & \\ \qquad -\,2u-2 & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$u^2 + 2u + 2 = 0$

$D = 4 - 4\cdot 2 < 0$

$\Rightarrow$ не имеет корней

Чистовик —4—

Чистовик —3—

Рассмотрим 3 случая и сделаем в конце проверку:

1) $u = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = 1$

$\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = 2$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \left(\frac{x}{2}-1\right)^2$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \frac{x^2}{4}-x+1$

$\frac{x^2}{4}-x-\frac{x}{2}+\frac{5}{4}=0$

$\frac{x^2}{4}-\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}=0 \mid \cdot 4$

$x^2-6x+5=0$

$D=36-20=16$

$x=\frac{6\pm4}{2}=1;5$

2) $u = 2\log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)=1$

$x-\frac{11}{4}=\sqrt{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}$

$x^2-\frac{11}{2}x+\frac{121}{16}=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$

$x^2-\frac{12}{2}x+\frac{125}{16}=0$

$x^2-6x+\frac{125}{16}=0$

$D=36-4\cdot\frac{125}{16}=36-\frac{125}{4}=\frac{144-125}{4}=\frac{19}{4}$

$x=\frac{6\pm\frac{\sqrt{19}}{2}}{2}=3\pm\frac{\sqrt{19}}{4}$

3) $u=2\log_{(x-\frac{11}{4})}\left(\frac{x}{2}-1\right)=1$

$\frac{x}{2}-1=\sqrt{x-\frac{11}{4}}$

$\frac{x^2}{4}-x+1=x-\frac{11}{4}$

Чистовик

$\frac{x^2}{4} - 2x + \frac{15}{4} = 0 \mid \cdot 4$

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$D = 64 - 4 \cdot 15 = 64 - 60 = 4$

$x = \frac{8 \pm 2}{2} = 5; 3$

Сделаем проверку:

$$ОДЗ: \begin{cases} \left(\frac{x}{2} - 1\right) > 0 \\ \frac{x}{2} - 1 \neq 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{4} > 0 \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \neq 1 \\ x - \frac{11}{4} > 0 \\ x - \frac{11}{4} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x \in \left(\frac{11}{4}; \frac{15}{4}\right) \cup \left(\frac{15}{4}; +\infty\right)$$

$x = 1; 3 - \frac{\sqrt{17}}{4}$ — не подходят по ОДЗ

Проверим $x = 5$

$2\log_{(5 - \frac{11}{4})}\left(\frac{5}{2} - 1\right) = 2\log_{\frac{9}{4}} \frac{3}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

$2\log_{(\frac{5}{2} - \frac{1}{4})}\left(5 - \frac{11}{4}\right) = 2\log_{\frac{9}{4}} \frac{9}{4} = 2 \cdot 1 = 2$

$\Rightarrow$ подходит

$x = 3$

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{3}{2} - 1)}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{4} \neq 1; 2$ — не подходит по условию

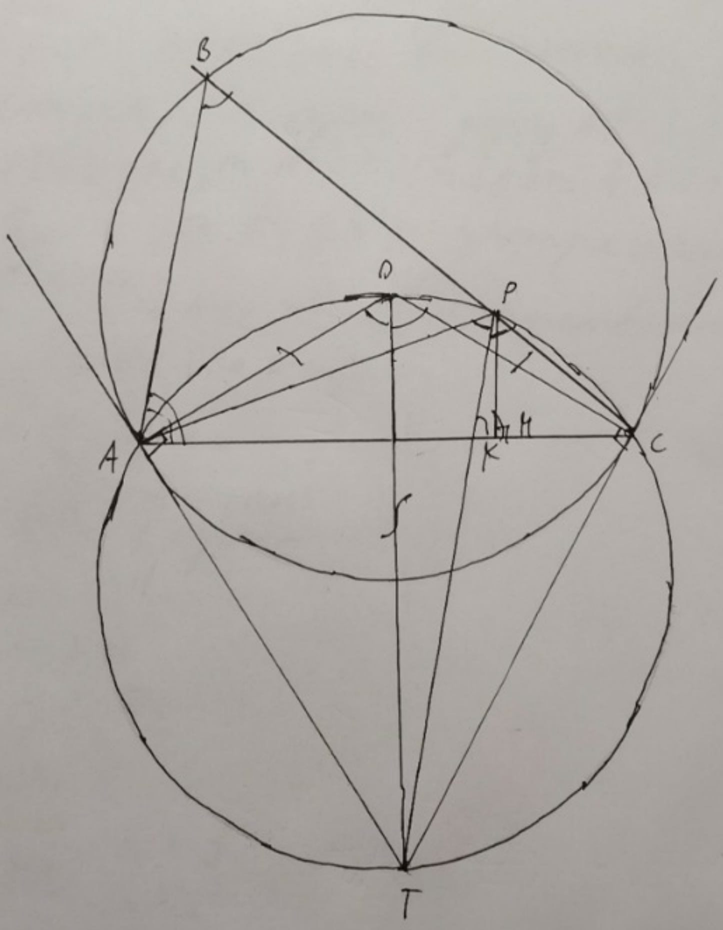
$x = 3 + \frac{\sqrt{17}}{4}$

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{8} - 1)}\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{8} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{8})}\left(\frac{5}{4} + \frac{\sqrt{17}}{8}\right) \neq 1; 2$ — не подходит по условию

Ответ: $x = 5$

№6

Дано: $\triangle ABC$ вписан в окружность ω с центром O. Через A, O, C проходит другая окружность; она пересекает BC в т. P; $TP \cap AC = K$; $S_{\triangle APK} = 10$; $S_{\triangle CPK} = 6$



а) Найти: $S_{\triangle ABC}$

Решение: Т.к. AT и TC – касательные, то $AO \perp AT$ и $OC \perp TC$ – по св-ву касательной и радиуса

$\Rightarrow \angle OAT + \angle OCT = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow AOCT$ – вписан в окружность, т.к. сумма противолежащих углов равна 180°

$\Delta AOT = \Delta OCT$ — по катетам ($AO = OC$ — радиусы) и гипотенузе (OT — общая)

$\Rightarrow \angle AOT = \angle TOC$

$\angle AOC = \angle APC$, т.к. они вписанные углы и опираются на одну дугу $\overset{\frown}{AC}$

$\angle AOT = \angle APT$, т.к. они вписанные углы и опираются на одну дугу $\overset{\frown}{AT}$

$\Rightarrow \angle APT = \angle TPC$, т.к. $\angle APT = \angle AOT = \frac{1}{2}\angle AOC$

$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$, т.к. $\angle AOC$ — центральный угол; $\angle ABC$ — вписанный

$\Rightarrow AB \parallel PK$, т.к. $\angle B = \angle TPC$ — соответственные углы

$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta PKC$ (по 2-м углам)

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = k^2 S_{\Delta PKC}$

коэффициент подобия

Найдём k.

Строим $PH \perp AC$

$\Rightarrow S_{\Delta KPC} = \frac{1}{2} PH \cdot KC$

$S_{\Delta APK} = \frac{1}{2} PH \cdot AK$

$\Rightarrow \frac{KC}{AK} = \frac{S_{\Delta KPC}}{S_{\Delta APK}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$KC = AK \cdot \frac{3}{5}$

$AK = KC \cdot \frac{5}{3}$

$AC = AK + KC = KC + \frac{5}{3}KC = \frac{8}{3}KC$

$k = \frac{AC}{KC} = \frac{\frac{8}{3}KC}{KC} = \frac{8}{3}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{64}{9} \cdot 6 = \frac{64}{3} \cdot 2 = \frac{128}{3}$

б) Найти: AC, если $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$

Решение: Т.к. PK — биссектриса $\angle APC$, то

$\frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC} \Rightarrow AP = PC \cdot \frac{AK}{KC} = \frac{5}{3}PC$

Площадь $\triangle APC$ можно вычислить:

$$S_{\triangle APC} = \frac{AP \cdot PC}{2} \sin\angle APC = \frac{AP \cdot PC}{2} \cdot 2\cos\angle B \sin\angle B = AP \cdot PC \cdot \sin\angle B \cos\angle B$$

$$\angle APC = 2 \cdot \angle B$$

$$S_{\triangle APC} = S_{\triangle APK} + S_{PCK} = 10 + 6 = 16$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{5}{3} PC^2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{5}{3} PC^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{3} PC^2$$

$$\cos\angle B = \frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin\angle B = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$PC = \sqrt{\frac{3 \cdot 16}{2}} = 4\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$AP = \frac{5}{3} \cdot 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{20}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Найдём AC по теореме косинусов:

$$AC = \sqrt{AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC(2\cos^2\angle B - 1)} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{2} + \frac{400}{9} \cdot \frac{3}{2} - \frac{2 \cdot 4 \cdot 20}{3} \cdot \frac{3}{2}\left(2 \cdot \frac{1}{5} - 1\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{2} + \frac{200}{3} - 80\left(\frac{2}{5} - \frac{5}{5}\right)} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{2} + \frac{200}{3} + \frac{80 \cdot 3}{5}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3 \cdot 15 + 200 \cdot 10 + 80 \cdot 3 \cdot 6}{30}} =$$

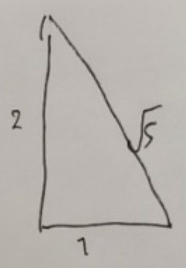
$$= \sqrt{\frac{720 + 2000 + 1440}{30}} = \sqrt{\frac{4160}{30}} = \sqrt{\frac{832}{6}} = \sqrt{\frac{416}{3}} = 4\sqrt{\frac{26}{3}}$$

Ответ: а) $S_{\triangle ABC} = \frac{128}{3}$; б) $AC = 4\sqrt{\frac{26}{3}}$

Черновик

96
×84
384
768
8064

36
×4
144



48
×15
240
48
720

48
×80
1140

96
×84
384
768
8064

3440
+720
4160

4160 | 5
-40 | 832
16
-15
10

832 | 2
-8 | 416
3
-2
12

416 | 4
-4 | 104
16

416 | 16
-32 | 26
96

15
×48
120
60
720

4160 | 5
-40 | 832
16
-15
10

21101000 (U[illegible] M1102499)