Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100924**

ID профиля: **268868**

Вариант 19

Чистовик

1. Пусть $a_{13}=a$, d - разность прогрессии, $d>0$

Тогда $S = a-12d + a-11d + \ldots + a-d + a + a + d = 14a - 77d$

$a_9 a_{17} = (a-4d)(a+4d) > S+12$

$a_{11} a_{15} = (a-2d)(a+2d) < S+47$

$$\begin{cases} a^2 - 16d^2 > 14a - 77d + 12 \quad | \cdot (-1) \\ a^2 - 4d^2 < 14a - 77d + 47 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -a^2 + 16d^2 < -14a + 77d - 12 \\ a^2 - 4d^2 < 14a - 77d + 47 \end{cases}$$

$12d^2 < 35 \Rightarrow d^2 < \frac{35}{12}$. Т.к. прогрессия возрастающая, то $d>0$, т.к. состоит из целых чисел, то $d \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ единственное возможное значение: $d=1$ ($d=-1<0$; $d=2 \Rightarrow 4 < \frac{35}{12}$ - ложь)

Тогда $S = 14a - 77$, $a_9 a_{17} = a^2 - 16$, $a_{11} \cdot a_{15} = a^2 - 4$

$$\begin{cases} a_9 a_{17} > S+12 \\ a_{11} a_{15} < S+47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 16 > 14a - 77 + 12 \\ a^2 - 4 < 14a - 77 + 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 14a + 49 > 0 \\ a^2 - 14a + 26 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-7)^2 > 0 \\ (a-1)(a-13) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \in (-\infty; 7) \cup (7; +\infty) \\ a \in (1; 13) \end{cases}$$

Т.к. прогрессия состоит только из целых чисел, то $a \in \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $a = a_{13} \Rightarrow a_1 = a - 12d = a - 12 \Rightarrow a_1 \in \{-10, -9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1, 0\}$

Ответ: $-10; -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1; 0$.

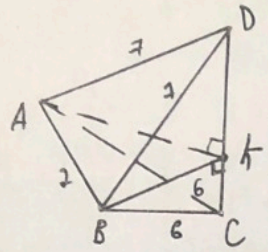
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-7)^2 > 0 \\ (a-7-\sqrt{23})(a-7+\sqrt{23}) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \in (-\infty; 7) \cup (7; +\infty) \\ a \in (7-\sqrt{23}; 7+\sqrt{23}) \end{cases}$$

Тогда a может принимать значения $\{3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11\}$, т.к. $a_{13} \in \mathbb{Z}$ по условию $\Rightarrow a_1 = a_{13} - 12d = a_{13} - 12 \Rightarrow a_1$ принимает значения $\{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

Чистовик.

2.



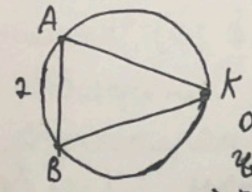
По неравенству треугольника: $DC < DB + BC = 13$

$DC + DB > BC \Rightarrow DC > -1$, $DC + BC > DB \Rightarrow DC > 1$

$\Rightarrow 1 < DC < 13$.

CD - принадл. боковой поверхности цилиндра, т. A и B - равноудалены от CD ($\triangle ADC = \triangle BDC$ по 3-ём сторонам)

Рассмотрим сечение, перпендикулярное оси цилиндра, в котором лежат точки A и B.



Пусть CD пересекает это сечение в т. K.

Т.к. CD ∥ оси цилиндра, а сечение перпендик. оси, то CD ⊥ сечению $\Rightarrow CD \perp (ABK) \Rightarrow BK \perp CD$, $AK \perp CD$

~~чтобы BK-min нужно чтобы BK-min~~ но $BK + AK > AB \Rightarrow$

$\Rightarrow BK > 1$ $\quad R = \frac{AB}{2\sin\angle AKB} = \frac{1}{\sin\angle AKB}$ $\quad$ R - min, если $\sin\angle AKB = 1$

$\Rightarrow \angle AKB = 90° \Rightarrow AK = BK = \sqrt{2}$, $R = 1$

$S = \frac{1}{2} CD \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\left(\frac{13+CD}{2}\right)\left(\frac{1+CD}{2}\right)\left(\frac{CD-1}{2}\right)\left(\frac{13-CD}{2}\right)}$

$\frac{CD^2}{2} = \frac{13^2 - CD^2}{4} \cdot \frac{CD^2 - 1}{4}$

$8CD^2 = 169CD^2 - CD^4 - 169 + CD^2$

$CD^4 - 162CD^2 + 169 = 0$

$t = CD^2$, $t > 0$

$t^2 - 162t^2 + 169 = 0$

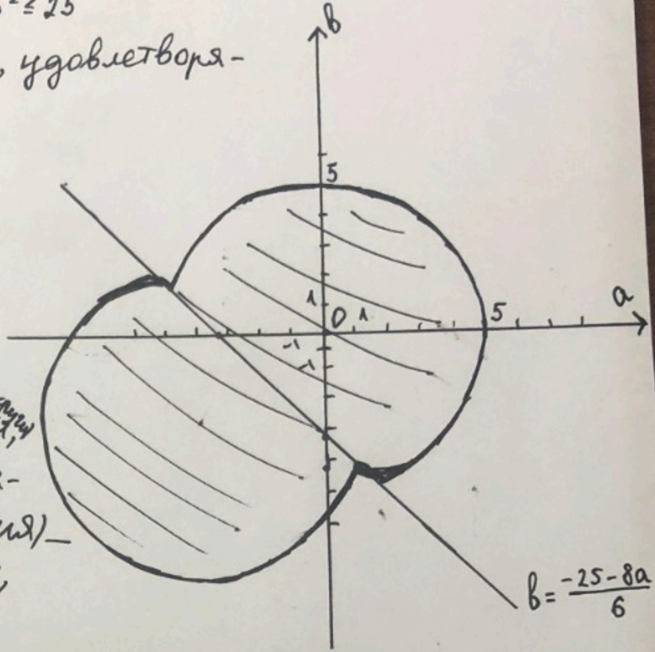
3. $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25 \quad (1)\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,\ 25)\end{cases}$

1. $-8a-6b\le 25$

$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ (a+4)^2+(b+3)^2\le 25\end{cases}$

2. $-8a-6b>25$

$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le 25\end{cases}$



Построим область значений (a, b), удовлетворяющих системе.

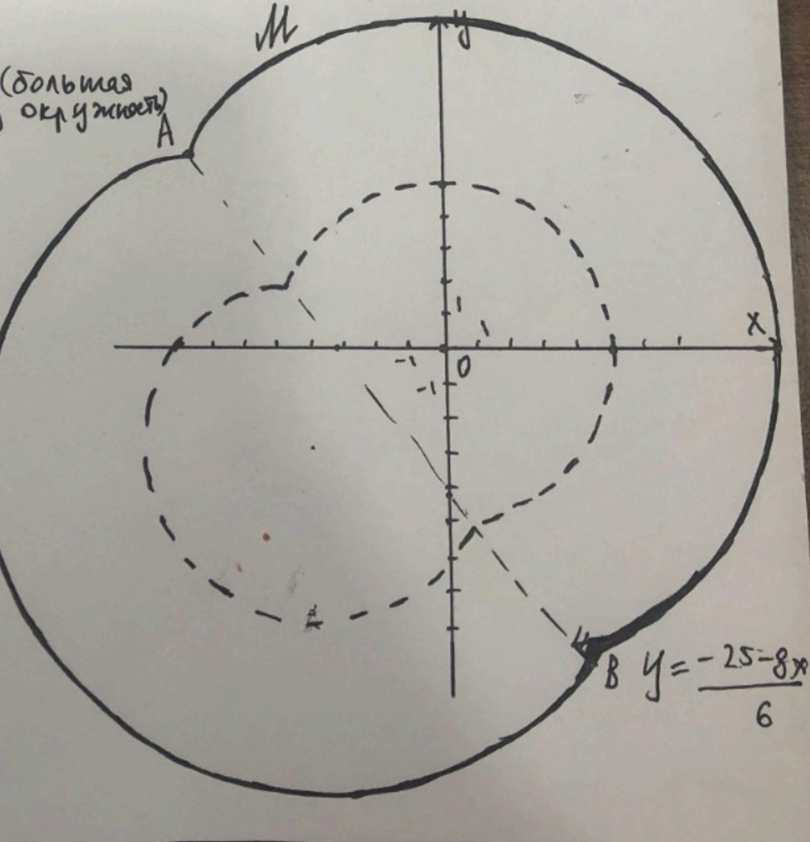
Тогда первое неравенство (1) – семейство кругов ~~в~~ с центре в точке $(a;b)$ радиуса 5

Построим график (1)

Пунктиром (жирным) – граница области центров окружностей. (круг)

Если построить все окружности, то получим фигуру M. (её границы – сплошная жирная линия) – две пересекающиеся окружности, каждая имеет радиус 10.

~~Тогда $S(M)=2\cdot\pi\cdot10^2$~~



Найдём т. A и B.

$y=-\frac{25+8x}{6} \Rightarrow x^2+y^2=100$ (большая окружность)

$x^2+\frac{25^2+64a^2+400a}{36}=100$

$100a^2+400a-11\cdot25=0$

$4a^2+16a-11=0$

$D_1=8+44=52=4\cdot13$

$a=\frac{-8\pm2\sqrt{13}}{4}=\frac{-4\pm\sqrt{13}}{2}$

$x^2+\frac{25^2+64x^2+400x}{36}=100$

$100x^2+400x-25\cdot119=0$

$4x^2+16a-119=0$

$D_1=8+476=484=4\cdot121=22^2$

$x=\frac{-8\pm22}{4}=-2\pm5{,}5$

$y_1=-\frac{53}{6}$ $\quad y_2=-\frac{35}{6}$

$x_1=3{,}5$ $\quad x_2=-7{,}5$

т. B $\quad$ т. A

$\Rightarrow AB=\sqrt{(-7{,}5-3{,}5)^2+\left(-\frac{35}{6}+\frac{53}{6}\right)^2}=\sqrt{121+9}=\sqrt{130}$

3. (продолжение).

г) $\triangle AOB$: $\frac{AB}{\sin\angle AOB} = 2R \Rightarrow \sin\angle AOB = \frac{\sqrt{130}}{20} \Rightarrow S(AOB) = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot OB \cdot \sin\angle AOB =$
$= 50 \cdot \frac{\sqrt{130}}{20} = \frac{5\sqrt{130}}{2}$

$$\frac{S(M)}{2} = \pi \cdot 10^2 - \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{\arcsin\frac{\sqrt{130}}{20}}{360^\circ} + \frac{5\sqrt{130}}{2}$$

$$S(M) = 200\pi\left(1 - \frac{\arcsin\frac{\sqrt{130}}{20}}{360^\circ}\right) + 5\sqrt{130}$$

Ответ: $200\pi\left(1 - \frac{\arcsin\frac{\sqrt{130}}{20}}{360^\circ}\right) + 5\sqrt{130}$.

Черновик. ①

1. S - сумма $a_1, a_2, \dots, a_{14}$, возраст. арифм. прогрес: $d>0$, прогрессия сост. из целых чисел.

$a_9 a_{17} > S+12$

$a_{11} a_{15} < S+47$

a_1 - ?

$a^2-16>14a-77+12$

$a^2-14a+49>0$

$(a-7)^2>0$

$a^2-4>14a-77+47$

$a^2-14a+26<0$

$a=13$

$a=1$

$77-28=49$

$13 \cdot 7 = 91$

~~$S=a_1+a_2+a_8$~~ Пусть $a_1=a$, разность — d.

$a_1+a_2+\dots+a_{14}=14a+\frac{d+13d}{2}\cdot 13 = 14a+7d\cdot 13 = 14a+91d$

$7(2a+13d)+12$

$a_9 a_{17} = (a+8d)(a+16d) = a^2+24ad+128d^2 > 14a+91d$

$a_{11} a_{15} = (a+10d)(a+15d) = a^2+25ad+150d^2 < 7(2a+13d)+47$

$=a-4d^2$

$a_{13}=a$ $(a-2d)(a+2d)<S+47$ $a-16d^2>S+12$

$(a-4d)(a+4d)>S+12$ $a-4d^2<S+47$

a^2-16d^2

$\frac{1+13}{2}\cdot 13$, $13\cdot 7 = 91$

$S+47+4d^2>a>S+12+16d^2$

$S=a+a+d+a-d+a-2d+\dots+a-12d=14a-\frac{d-12d}{2}\cdot 12+d=$

$=14a-13\cdot 6d+d=14a-77d=7(2a-11d)$

$a-16d^2>13a-77d+12$ $13a<-16d^2+77d-12$

$13a>-4d^2+77d-47$

12

$8\cdot 16=128-12=116>91$

$a^2-16d^2>S+12$

$a^2>S+12+16d^2>S+12+\frac{35\cdot 4}{3}$

$140-47$ $-a^2+4d^2>-S-47$

$-12d^2>-35$

$d^2<\frac{35}{12}$ d-цел. $\frac{35}{12}<3$ $d=1$ или $d=2$

4, $\frac{48}{12}$

$a^2-14a-77d-4d^2<47$

$(a-7)^2-4d^2-77d-98<0$

$7\cdot 11$ $7\cdot 14$

$\frac{2+12}{2}\cdot 13$

$(a-4)(a+4)>14a-77$

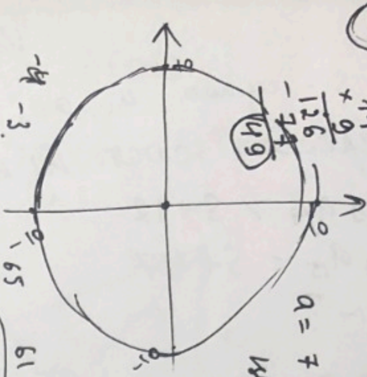
$a^2-16>14a-77+12$

$a^2-14a+61>0$

$a^2-4>14a-77d$

Черновик

3. $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,\ 25)\end{cases}$



$a^2+b^2+8a+6b+16+9\le 25$

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 25$

$a^2+b^2\le 25$ или $(a+4)^2+(b+3)^2\le 25$

min.

1) $-5\le a\le 5$
$-5\le b\le 5$
$-10\le x\le 10$
$-10\le y\le 10$

2) $-9\le a\le 1$
$-8\le b\le 2$

$\cancel{(x-a)^2+(y-b)^2}$

$-8a-6b\le 25$

$-8a-6b\le 25$

$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ (a+4)^2+(b+3)^2\le 25\end{cases}$

$8a+6b\ge -25$

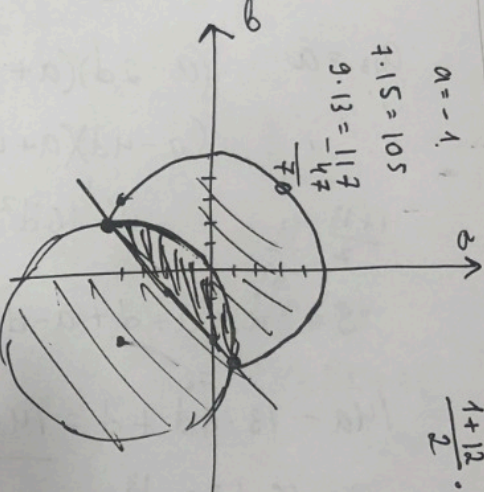
$b\ge \frac{-25-8a}{6}$

$-8a-6b>25$

$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le 25\end{cases}$

$-9\le a\le 1$

$-8\le b\le 2$



$b\ge \frac{-25-8a}{6}$

$a=0 \quad b=-\frac{25}{6}$

$a=-2$
$b=-9$

$(a+4)^2+\left(\frac{-25-8a}{6}+3\right)^2=25$

$a^2+8a+16+\frac{49+112a+64a^2}{36}=25$

$100a^2+36\cdot 8a+112a+16\cdot 36+24=0$

$100a^2+400a+600=0$

$a^2+4a+6=0$

$a=\frac{-25-6b}{8}$

$a=\frac{-25-6b}{8}$

$36\cdot 8=288$, $288+112=400$

$36\cdot 16=576$, $576+24$

$a^2-14a+26=0$

$D_1=49-26=23$

$a=7\pm\sqrt{23}$

цел: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

S=49

$a_{13}=9$

$81-16>49+12$

$81-4<49+47$

$14\cdot 9=126$

$7\cdot 15=105$

$9\cdot 13=117$

$a=-1$

$\frac{1+12}{2}\cdot 12=6\cdot 13=78$

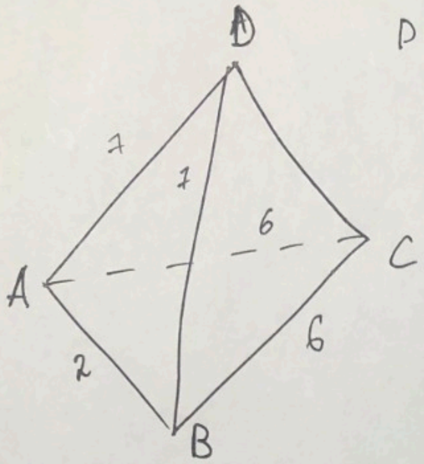
Черновик

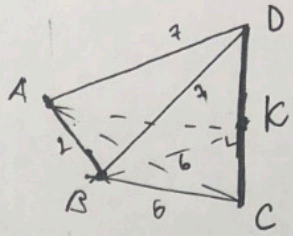
③

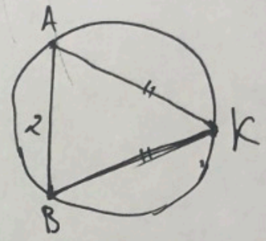
$DC < DB + BC = 13 \qquad DC < 13$

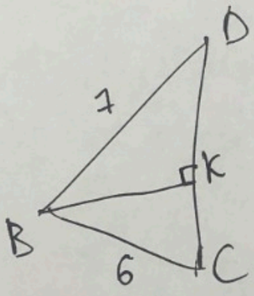
$DC + 7 > 6$

$DC + 6 > 7 \Rightarrow DC > 1 \qquad 13 > DC > 1$









$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$

~~KD < BD + BK~~

$1 < BK < DK + BD$

$-25 + 28$

$3/6$

$3,5 + 1,8 = 28,0$

$25 - 28 = -53$

$25(25 - 36 \cdot 4)$

$144 - 25 = 119$

$R = 10$

$7,5 + 1,8 = 60,0$

$25^2 - 25 \cdot 36$

$25(25-36)$

$b = \frac{-25 - 8a}{6}$

$-35/6$

$a^2 + \frac{25^2 + 64a^2 + 400a}{36}$

≤ 25

$100a^2 + 400a - 11 \cdot 25 = 0$

$4a^2 + 16a - 11 = 0$

$D_1 = 8 + 44 = 52 = 4 \cdot 13$

$a = -8 \pm 2\sqrt{13}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100924**

ID профиля: **268868**

Вариант 19

Чистовик

4. $\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$

$НОД(a;b;c)\cdot НОК(a;b;c)=a\cdot b\cdot c \Rightarrow a\cdot b\cdot c=3^{18}\cdot 7^{16}$

Т.к. $НОД(a;b;c)=21$, то $a=21\cdot a_1$, $b=21\cdot b_1$, $c=21\cdot c_1$, причём $НОД(a_1, b_1, c_1)=1$.

$a_1=3^{a_3}\cdot 7^{a_7}$, $b_1=3^{b_3}\cdot 7^{b_7}$, $c_1=3^{c_3}\cdot 7^{c_7}$

$a_3+b_3+c_3=15$

$a_7+b_7+c_7=13$

При этом хотя одно из чисел a_3, b_3, c_3 равно нулю, также хотя бы одно из чисел a_7, b_7, c_7 равно нулю (иначе $НОД(a_1, b_1, c_1)\neq 1$)

Посчитаем варианты: количество способов распределить „3": $3\cdot 16$ (тремя способами выбираем число, равное нулю, затем считаем возможные ~~суммы~~ варианты для двух других $0\ldots 15 \rightarrow 16$ вариантов), но также вычитаем повторяющиеся: 3 суммы (когда два нуля и число 15 в a_3, b_3 и c_3). Всего: 45 вариантов.

Аналогично для „7": $3\cdot 14-3=3\cdot 13=39$

Тогда всего вариантов: ~~$36\cdot 45=$ [illegible] троек чисел~~ $39\cdot 45=1755$

Ответ: 1755.

Чистовик

(2)

2. $\begin{cases} \frac{x}{2}-1>0 & \Rightarrow x>2 \\ \left(\frac{x}{2}-1\right)^2\neq 1 & \Rightarrow x\neq 4,\ x\neq 0 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 & \Rightarrow x>0,5 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 & \Rightarrow x\neq 2,5 \\ x-\frac{11}{4}>0 & \Rightarrow x>\frac{11}{4}=2,75 \\ x-\frac{11}{4}\neq 1 & \Rightarrow x\neq\frac{15}{4}\neq 3,75 \end{cases}$ $\Rightarrow x\in(2,75;3,75)\cup(3,75;4)\cup(4;+\infty)$

Пусть $\frac{x}{2}-1=a$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b$

$x-\frac{11}{4}=c$

$$\log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\log_{a^2}b=\frac{1}{2}\log_a b=\frac{1}{2}\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{1}{2\log_b a}$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)={}^{4}\log_{\sqrt{c}}a=2\log_c a=\frac{2\log_b a}{\log_b c}=\frac{2}{\log_a c}$$

$$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=\log_b c^2=2\log_b c=\frac{2\log_a c}{\log_a b}=\frac{2}{\log_c b}$$

1) $\frac{1}{2}\log_a b=\frac{2}{\log_a c}\Rightarrow\log_a b\cdot\log_a c=4$

2) $2\log_c a=2\log_b c\Leftrightarrow\log_c a=\log_b c$

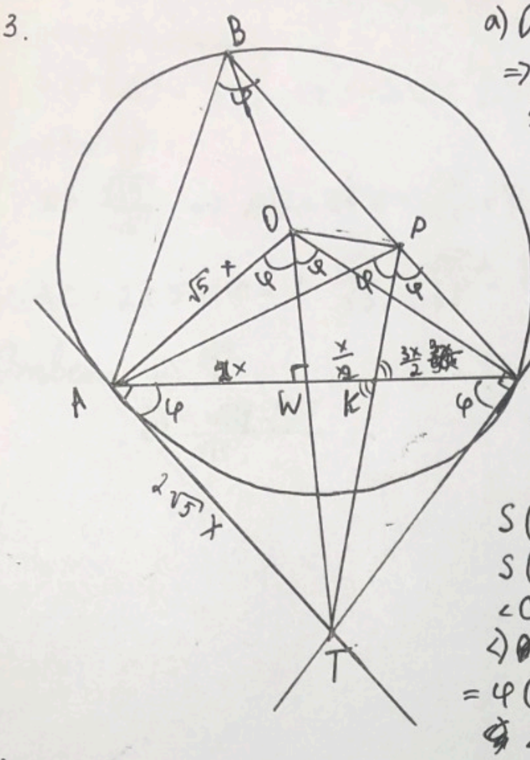
$\log_c a=\frac{1}{\log_c b}\Rightarrow\log_c a\cdot\log_c b=1$

3) $\frac{1}{2}\log_a b=2\log_b c\Leftrightarrow\frac{1}{2}\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{2}{\log_c b}$

~~logab·loga~~ $\log_b c\cdot\log_b a=\frac{1}{4}$

Чистовик

3.



а) O – центр опис. окружности ⇒
⇒ $AO = BO = CO$.

Т.к. окружность, проходящая через точки A, O, C пересекает BC в т. P, то точки A, O, P и C лежат на одной окружности (AOPC – вписанный)

TA и TC – касательные ⇒ $OA \perp TA$, $OC \perp TC$ ⇒ т. A, O, C, T лежат на одной окружности ($\angle OAT + \angle OCT = 180°$) ⇒ т. A, O, P, C и T лежат на одной окружности

$\angle TCA = \angle TAC = \frac{1}{2} \cup CA = \angle ABC = \varphi$ (AT = TC как отр. касател.)

$$\left.\begin{aligned} &S(APK) = \tfrac{1}{2} AK \cdot PK \cdot \sin\angle AKP \\ &S(CPK) = \tfrac{1}{2} CK \cdot PK \cdot \sin\angle CKP \\ &\angle CKP + \angle AKP = 180° \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{AK}{CK} = \frac{S(APK)}{S(CPK)} = \frac{5}{3}.$$

∢ APCT: т.к. APCT – вписанный, то $\angle APT = \angle ACT = \varphi$ (опираются на одну дугу)

$\angle TAC = \angle TPC = \varphi$ (опираются на одну дугу)

∢ ΔABC и ΔKPC: $\angle BCA$ – общий, $\angle KPC = \angle ABC = \varphi$ ⇒ $\Delta ABC \sim \Delta KPC$ ⇒

$$\Rightarrow \frac{S(ABC)}{S(KPC)} = \frac{AC^2}{KC^2} = \frac{(KC+AK)^2}{KC^2} = \frac{64}{9} \Rightarrow S(ABC) = \frac{64}{9} \cdot S(KPC) = \frac{128}{3}.$$

б) $\angle ABC = \varphi = \operatorname{arctg} 2$

∢ AOCT: $AO = OC = R$, $AT = TC$ (как отрезки касат., провед. из одной точки) ⇒ AOCT – дельтоид ⇒ $AC \perp OT$. Пусть $OT \cap AC = W$ ⇒ $AW = WC$ (ΔAOC – равноб., OW – выс., ⇒ OW – мед. и бисс.)

$\angle AOC = 2\angle ABC = 2\operatorname{arctg}2$ (центральный, $\angle ABC$ – вписанный)

$\Rightarrow \angle AOW = \angle COW = \frac{\angle AOC}{2} = \operatorname{arctg} 2$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{AW}{OW} = 2$, $AW = \frac{AC}{2} \Rightarrow AC = 4OW$

$OW = x \Rightarrow AW = 2x \Rightarrow AC = 4x$; $AK : KC = 5 : 3 \Rightarrow AK = \frac{5}{2}x$, $CK = \frac{3}{2}x$

в ΔATW: $\angle WAT = \varphi = \operatorname{arctg} 2 \Rightarrow WT = 2AW = 4x$

$AO = \sqrt{5}x$ (из ΔAOW по т. Пифагора), $AT = 2\sqrt{5}x$

$KT = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + (4x)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}x$ (из ΔWKT по т. Пифагора)

∢ ΔTAK и ΔCPK: $\Delta TAK \sim \Delta CPK$ ($\angle AKT = \angle PKC$ как вертикальные, $\angle TAK = \angle CPK = \varphi$) ⇒ $\frac{TK}{KC} = \frac{AT}{PC} \Rightarrow PC = \frac{KC \cdot AT}{TK} = \frac{3}{2}x \cdot 2\sqrt{5}x \cdot \frac{2}{\sqrt{17}x} = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{17}}x$ ⇒

$BC = \frac{16\sqrt{5}}{\sqrt{17}}x$; $\frac{PK}{AK} = \frac{PC}{AT} \Rightarrow PK = \frac{AK \cdot PC}{AT} = \frac{\frac{5x}{2} \cdot \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{17}}}{2\sqrt{5}} = \frac{15x}{2\sqrt{17}}$

По т. синусов в ΔABC: $\frac{AC}{\sin\varphi} = 2R \Rightarrow \sin\varphi = \frac{AC}{2R} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Чистовик

4

3. (продолжение)

$S(KPC) = \frac{1}{2} CP \cdot PK \cdot \sin\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{17}} x \cdot \frac{15x}{2\sqrt{17}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 6$

$x^2 = \frac{34}{15}$

$x = \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{15}} \Rightarrow AO = \sqrt{5}x = \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{3}} = R \Rightarrow$ по т. синусов в $\triangle ABC$: $\frac{AC}{\sin\varphi} = 2R \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = 2R\sin\varphi = 2 \cdot \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{34}}{\sqrt{15}}$

Ответ: а) $\frac{128}{3}$

б) $\frac{4\sqrt{34}}{\sqrt{15}}$.

Черновик. (1)

4. Кол-во (a, b, c) удовл:

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$$

$$НОД(a;b;c)\cdot НОК(a;b;c) = a\cdot b\cdot c = 3^{18}\cdot 7^{16}$$

$a \vdots (3\cdot 7)$ $\quad a = 3\cdot 7\cdot a_1$

$b \vdots (3\cdot 7)$ $\quad b = 3\cdot 7\cdot b_1$

$c \vdots (3\cdot 7)$ $\quad c = 3\cdot 7\cdot c_1$

3	7
•	•
0	0
•	•

$a_1\cdot b_1\cdot c_1 = 3^{15}\cdot 7^{13}$

$a = 21\cdot$

$b = 21\cdot$

$c = 21$

3	7
0	
15 ... 0	1
0 ... 15	

1
2
3
4

$3\cdot 16$ в. $\quad 14$ в. $\cdot 3$

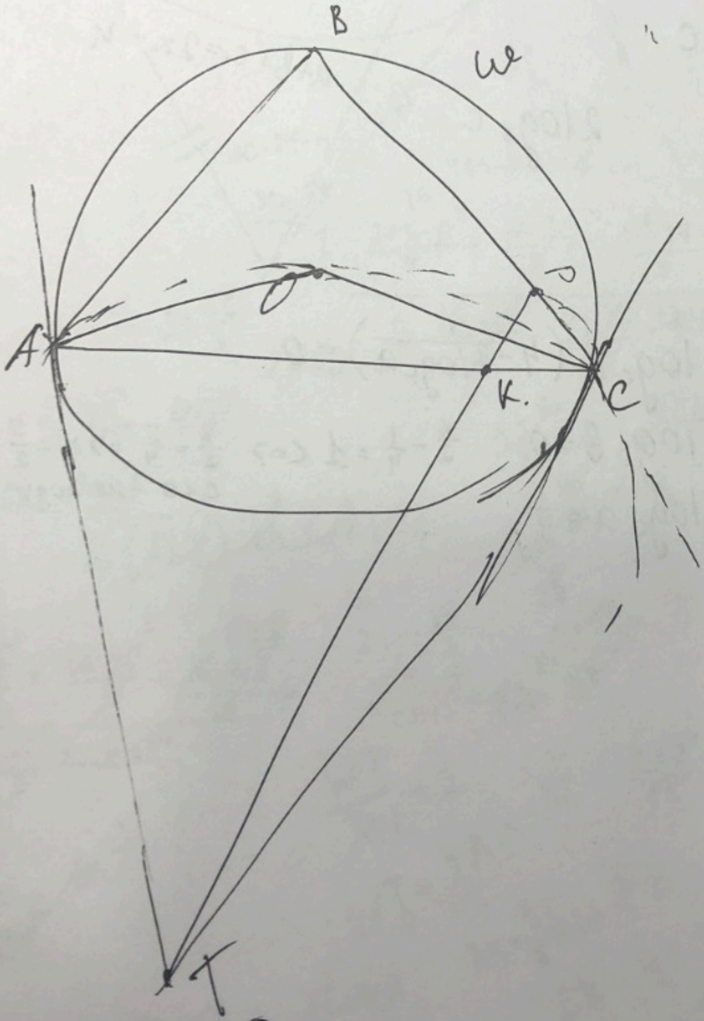
$3\cdot 16\cdot 14\cdot 3.$

0
0

$3\cdot 14 + 3 = 3\cdot 15$

45
+39
405
135
1755
51

9 5
9 4
20



0 14

$3\cdot 14 + 3 = 3\cdot 15.$

$3\cdot 12 + 3 = 3\cdot$

0
...
13

$14\cdot 3 - 3$

0
15
0

Черновик.

②

5. $\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\cancel{\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}=\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}$

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=2\cancel{\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)}$

т.к. $\sqrt{x-\frac{11}{4}}$ =>

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 \quad \cancel{\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2}=2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$

Два числа равны, третье больше на 1.

$x-\frac{11}{4}>0$

$\frac{x}{2}-1=a \qquad \frac{x}{2}-1=a$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b \qquad \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b$

$\sqrt{x-\frac{11}{4}}=c \qquad x-\frac{11}{4}=c$

$a+b+c=2x-4$

$\frac{1}{2}\log_a b \qquad 2\log_c a \qquad 2\log_b c$

1) $\frac{1}{2}\log_a b=2\log_c b$

$\frac{1}{2}\frac{\log_c b}{\log_c a}=2\log_c b$ => $\log_c b\left(4-\frac{1}{\log_c a}\right)=0$

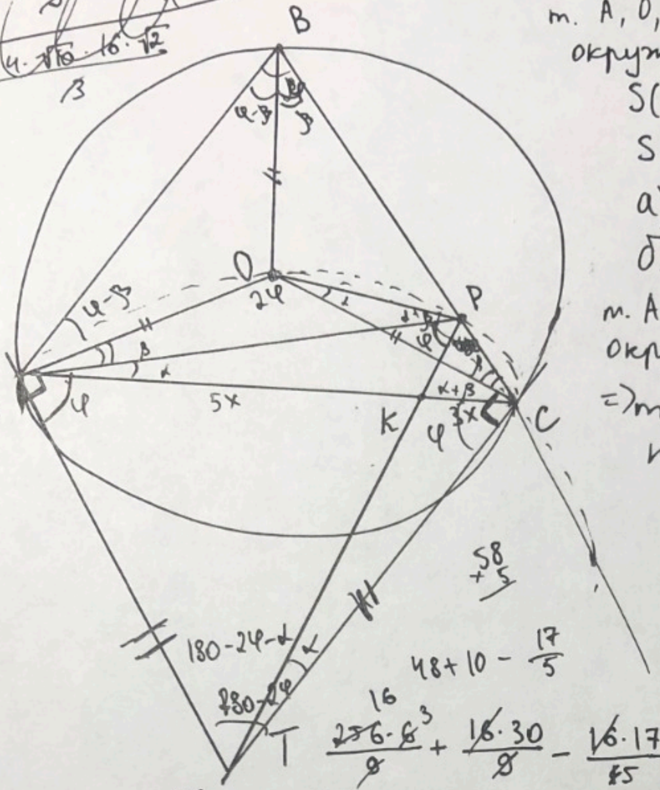
$\left[\begin{array}{l}\log_c b=0\\ \log_c a=\frac{1}{4}\end{array}\right.$ $\quad \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=1$ <=> $\frac{x}{2}=\frac{5}{4}$ => $x=\frac{5}{2}$

$c<0$ – не подх.

Черновик

(3)

$$\cancel{\frac{\frac{160}{3}+\frac{512}{3}-\frac{256\cdot 34}{15}}{\frac{2\cdot 4\cdot\sqrt{10}\cdot 16\cdot\sqrt{2}}{3}}}$$



т. A, O, P, C лежат на одной окружности

$S(APK)=10$

$S(CPK)=6$

а) $S(ABC)$ – ?

б) AC – ?, $\angle ABC=\operatorname{arctg}2$.

т. A, O, C, T – лежат на одной окружн. ($\angle OAT=\angle OCT=90^\circ$, $\Sigma=180^\circ$)

$\Rightarrow$ т. A, O, P, C, T лежат на одной окружности.

$\varphi+\varphi+\alpha+\alpha+2\beta=180^\circ$

$\varphi+\alpha+\beta=90^\circ$

$S(APK)=\frac{1}{2}AK\cdot PK\cdot\sin\angle AKP$

$S(CPK)=\frac{1}{2}CK\cdot PK\cdot\sin\angle CKP$

$\angle AKP+\angle CKP=180^\circ$ – смежные $\Rightarrow \sin\angle AKP=$
$=\sin\angle CKP$

$\Downarrow$

$$\frac{S(APK)}{S(CPK)}=\frac{AK}{CK}=\frac{5}{3}.$$

$\Delta AKT\sim\Delta CKP$ по 2-ум углам

$\Downarrow$

$$\frac{S(CPK)}{S(ATK)}=\left(\frac{3}{5}\right)^2\Rightarrow S(AKT)=$$
$$=6\cdot\frac{25}{9}=\frac{50}{3}$$

$BC=\frac{2\sqrt{6}\cdot 8}{3}=\frac{16\sqrt{6}}{3}$

$AB=\frac{8}{3}\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{30}}{3}$

$AC=\frac{4\sqrt{17}}{\sqrt{15}}$

$\cancel{S(AKT)\ \&\ S(ABC)}$

$48+10-\frac{17}{5}$ $\quad 58+5$

$$\frac{\frac{256\cdot 8}{9}+\frac{16\cdot 30}{9}-\frac{16\cdot 17\cdot 3}{15}}{2\,\frac{16\sqrt{6}}{3}\cdot\frac{4\sqrt{30}}{3}}\quad 2\cdot 8\sqrt{5}$$

$2\beta+\alpha$ $\quad 10\sqrt{5}$

$\frac{1+16}{21}$ $\quad 15$ $\quad \frac{45}{17}$

$105-17=88$

$$\frac{\frac{256\cdot 8}{9}+\frac{16\cdot 30}{9}-\frac{16\cdot 34\cdot 8}{15}}{2\cdot\frac{16\cdot 4\cdot 8\sqrt{5}}{9}}$$

$16+1$

$21-\frac{17}{5}$

$\frac{105-17}{40\sqrt{5}}=\frac{11}{5\sqrt{5}}$

$WT=4x$ $\quad AK=5x$

$\frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}$

$AB=\frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{15}}=\frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

$\frac{WT}{AW}=2$

$\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6}$

$WT=2AW=AC$

$AK=\frac{5}{8}AC=\frac{5}{2}x$

$CK=\frac{3}{2}x$

$\frac{4x}{\sin\varphi}=2\sqrt{5}$

$OW=x$ $\quad AC=4x$

$AW=2x$

$AO=\sqrt{5}x$

$\frac{AC}{\sin\varphi}=2R$

$WT=4x$

$AT=2\sqrt{5}x$

$\sin\varphi=\sqrt{\frac{4}{5}}$

$\cos 2\varphi=\frac{10x^2-16x^2}{10x^2}=-0{,}6$

$\sin 2\varphi=0{,}8$

$1-2\sin^2\varphi=-0{,}6$

$2\sin^2\varphi=1{,}6$

$\sin^2\varphi=0{,}8$