Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100902**

ID профиля: **838065**

Вариант 19

Чистовик лист 1.

Задача 1.

Пусть $x = a_{13}$, и d - шаг индукции, тогда

$S = 14a_1 + \frac{13 \cdot 14}{2} d = 14a_1 + 91d$, где $a_1 = a_{13} - 12$

$\Rightarrow S = 14x - 77d$

$$\begin{cases} a_9 \cdot a_{17} > S + 12 \\ a_{11} \cdot a_{15} \leq S + 47 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4d)(x+4d) > 14x - 77d + 12 \\ (x-2d)(x+2d) < 14x - 77d + 47 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 16d^2 > 14x - 77d + 12 \\ x^2 - 4d^2 < 14x - 77d + 47 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 14x > 16d^2 - 77d + 12 \\ x^2 - 14x < 4d^2 - 77d + 47 \end{cases}$$

$16d^2 - 77d + 12 < 4d^2 - 77d + 47$

$12d^2 < 35$

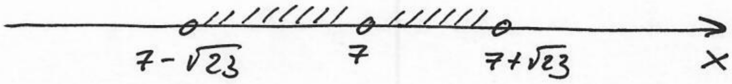
Поскольку последовательность состоит из целых чисел, и она возрастающая, то $d \in \mathbb{Z}$ и $d > 0$

$\Rightarrow d = 1$

$\Rightarrow S = 14x - 77$

$$\begin{cases} a_9 \cdot a_{17} = x^2 - 16 > 14x - 65 \\ a_{11} \cdot a_{15} = x^2 - 4 \leq 14x - 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-7)^2 > 0 \\ (x-7)^2 < 23 \end{cases}$$



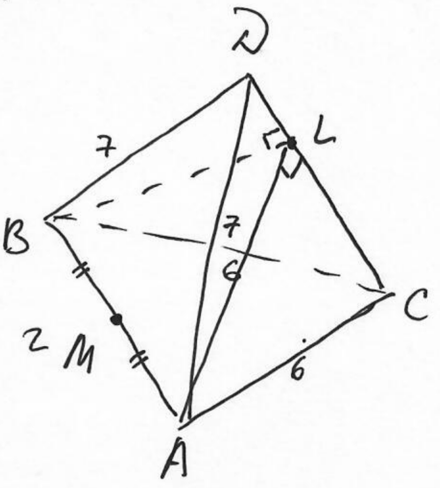
$\Rightarrow x \in \{3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 11\}$, $a_1 = x - 12d = x - 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Чистовик. Лист 2.

Задача №2



1) Пусть M – середина AB, тогда тетраэдр симметричен относительно плоскости CMD (т.к. $CM \perp AB$ (CM – медиана в равнобедренном треугольнике $\triangle ABC$) $DM \perp AB$ (аналогично) и получаем $CDM \perp AB$, а поскольку M - середина, то точки A и B симметричны относительно плоскости CMD)

2) Поскольку CD параллелен оси цилиндра и $CD \perp AB$, то AB принадлежит плоскости его ортогонального сечения
$\Rightarrow$ чтобы радиус был минимален AB – диаметр
$\Rightarrow R = \frac{1}{2} AB = 1$.

3) Отметим на прямой CD точку L так, чтобы $ABL \perp CD$
Тогда $ML = R = 1 \Rightarrow AL = BL = \sqrt{2}$ (т.к. $AM = 1$, $ML = 1$ и $LM \perp AB$)

4) $\Rightarrow$ в $\triangle ACL$ и $\triangle ADL$:

$$CL = \sqrt{AC^2 - AL^2} = \sqrt{36-2} = \sqrt{34}$$

$$DL = \sqrt{AD^2 - AL^2} = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$$

5) Если $L \in CD$, то $CD = \sqrt{34} + \sqrt{47}$
Если же $L \notin CD$, то $CD = \sqrt{47} - \sqrt{34}$
(отрезку CD)

Ответ: $CD = \sqrt{47} \pm \sqrt{34}$

Чистовик. Лист 3.

Задача №3

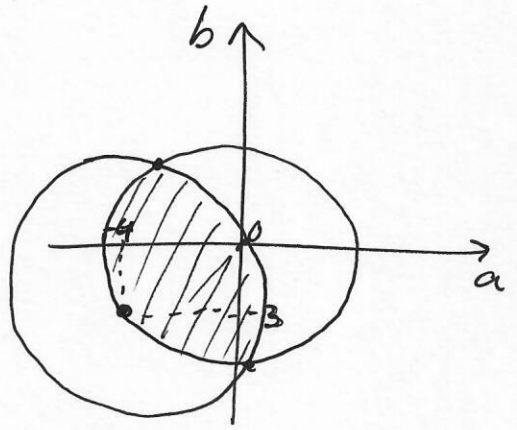
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 & (1)\\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25)\end{cases}$$

Рассмотрим второе неравенство, оно ~~эквивалентно~~ равносильно системе:

$$\begin{cases}a^2+b^2 \le -8a-6b\\ a^2+b^2 \le 25\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25 & (2)\\ a^2+b^2 \le 25 & (3)\end{cases}$$

Отсюда видно, что точка $(a;b)$ находится в замкнутой области ~~всех~~ между дугами двух окружностей (одной с центром в $(-4;-3)$ и радиуса 5, второй с центром в $(0;0)$ и тоже радиуса 5)



Неравенство (1) говорит о том, что точки $(x;y)$ удалены от множества точек $(a;b)$ не более чем на 5.

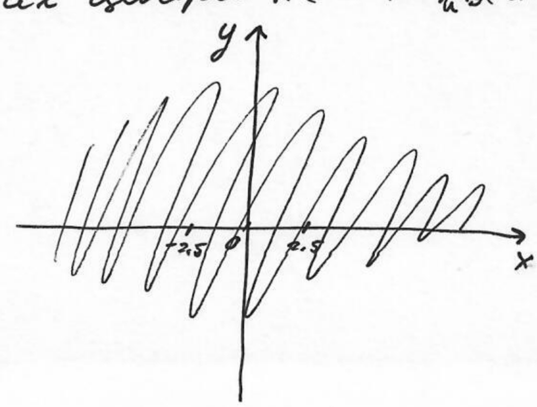
Из (1) и (3) следует, что точка $(x;y)$ может лежать на границе и внутри круга с центром $(0;0)$ и радиуса 10.

Аналогично, для (1) и (3) будет ~~круг~~ круг с центром $(-4;-3)$ и радиусом 10.

Тем самым получаем систему:

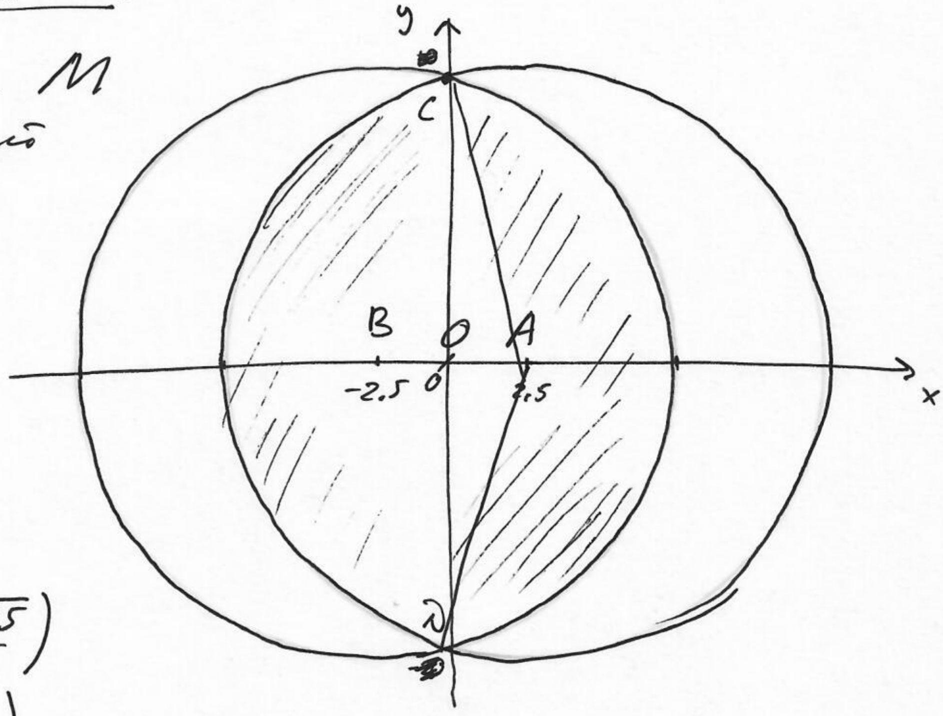
$$\begin{cases}x^2+y^2 \le 100\\ (x+4)^2+(y+3)^2 \le 100\end{cases}$$

Теперь же осталось найти площадь между двумя дугами окружностей радиуса 10, центры которых на расстоянии 5, и расположим эти окружности как нам удобно, например, пусть их центры $A(2,5;0)$ и $B(-2,5;0)$



Чистовик. Лист 4.

Продолжение задачи №3.



Искомая площадь M будет равна удвоенной площади сегмента, образованного дугой окружности с центром в A и прямой $y = 0$

Узлы сегмента расположены в точках $C\left(0; \frac{5\sqrt{15}}{2}\right)$ и $D\left(0; -\frac{5\sqrt{15}}{2}\right)$

$$\cos\angle CAO = \frac{AO}{AC} = \frac{2.5}{10} = 0{,}25$$

$\Rightarrow$ площадь сектора $S(\text{сектор } CAD) = \frac{\pi R^2}{2\pi} \cdot 2 \cdot \arccos\angle CAD =$

$= R^2 \cdot \arccos\left(\frac{1}{4}\right)$

~~$= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 5\sqrt{15} = \frac{25\sqrt{15}}{4}$~~

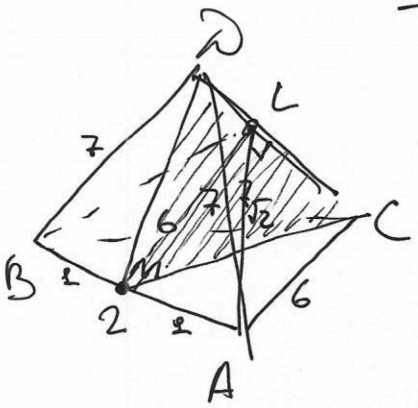
~~$\Rightarrow M = 2S(\text{сектор } CAD) - S(\triangle CAD) = 2 \cdot \frac{25\sqrt{15}}{4}$~~

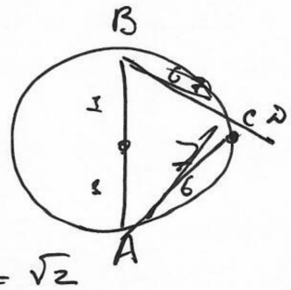
$$S_{\triangle CAD} = \frac{1}{2} AO \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 2.5 \cdot 5\sqrt{15} = \frac{25\sqrt{15}}{4}$$

$$\Rightarrow M = 2\left(S(\text{сектор } CAD) - S_{\triangle CAD}\right) = 2\left(100 \cdot \arccos\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{25\sqrt{15}}{4}\right)$$

Ответ: $M = 200 \arccos\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{25\sqrt{15}}{2}$

Черновик





$CM = 1$

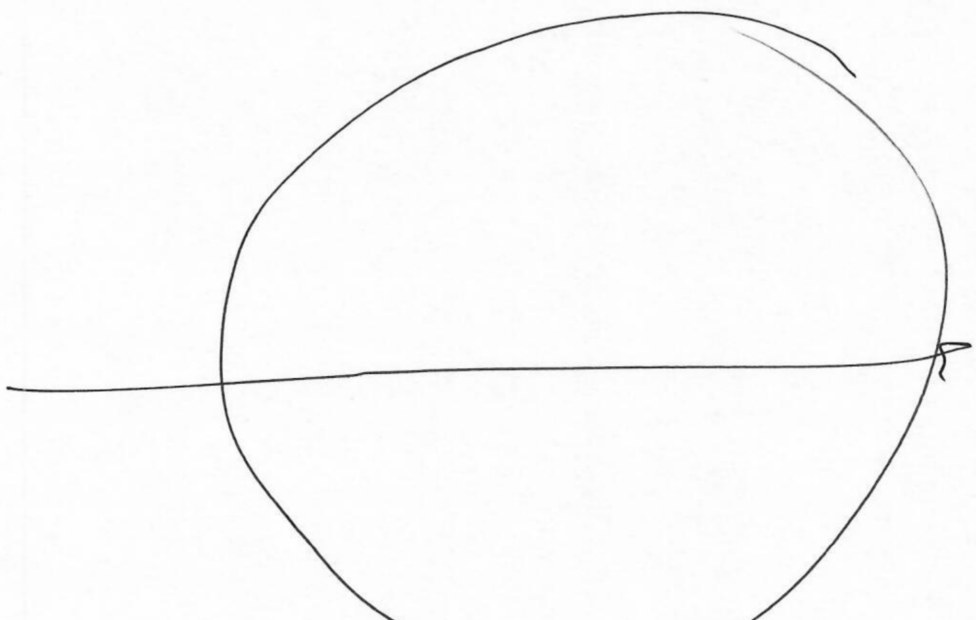
$\Rightarrow AL = \sqrt{2}$

$\Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow AB \in$ плоскости сечения цилиндра

$\Rightarrow AB$ - диаметр $\Rightarrow R = 1$

$LC = \sqrt{36-2} = \sqrt{34}$

$DL = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$



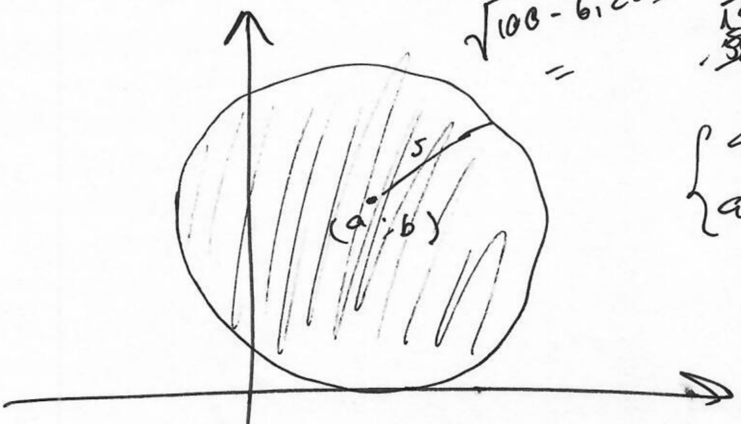
Черновик

$\sqrt{100-6{,}25} =$

$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$

$a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25)$

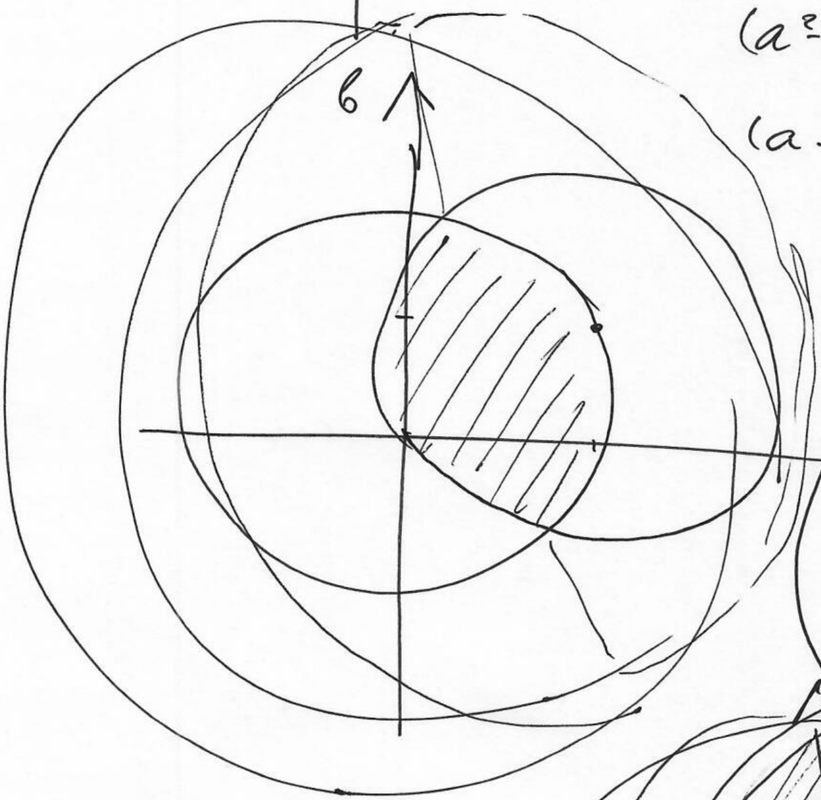
$\begin{cases} a^2+b^2 \le -8a-6b \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases}$

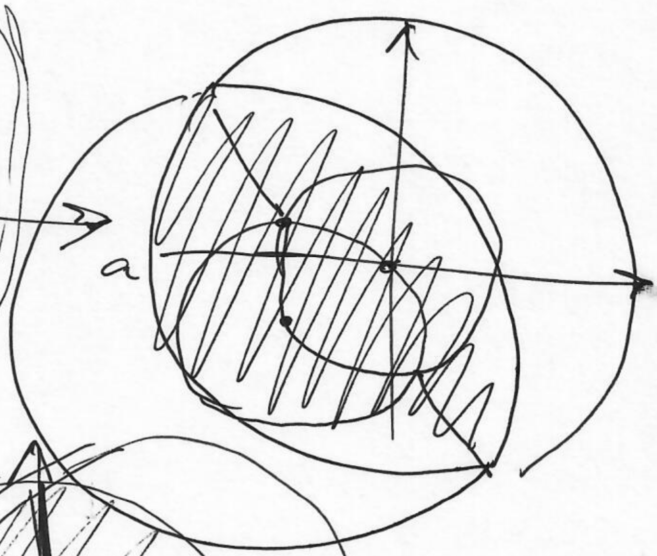


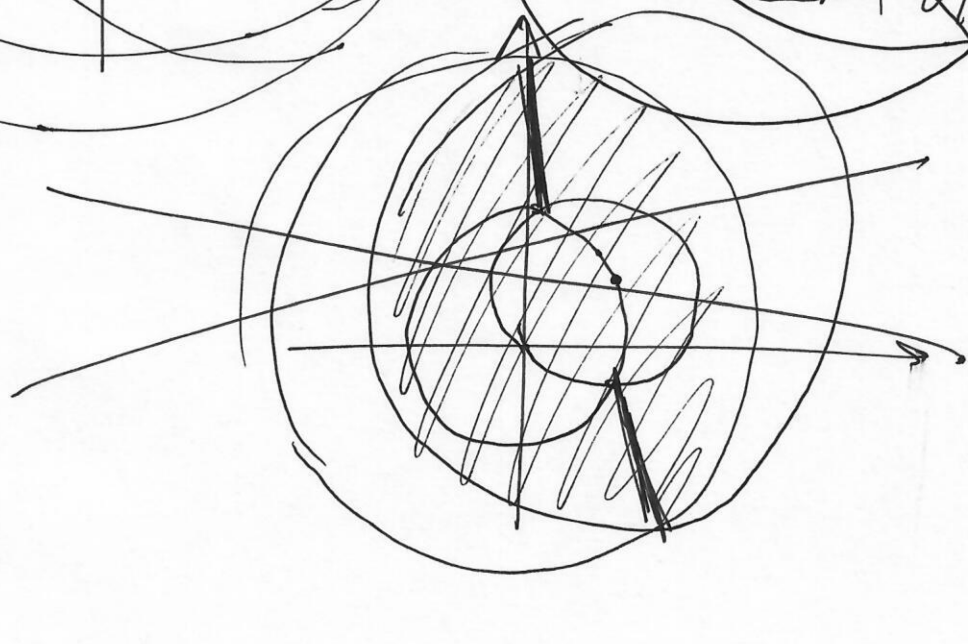
$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le 8a-6b \\ a^2+b^2 \le 25 \end{cases}$

$(a^2-8a-16)+(b^2-6b-9) \le 25$

$(a-4)^2+(b-3)^2 \le 25$







Черновик

$S = 14a_1 + \frac{13\cdot 14}{2}k = 14a + 91k$

$\begin{array}{r} \times\, 14 \\ 12 \\ \hline 168 \end{array}$

~~a_3~~

~~a_{10}~~

$(a+10k)(a+14k) < 14a + 91k + 47$

$\begin{array}{r} \times\, 16 \\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$

$(a-4k)(a+4k) > 14a - 77k + 12$

$a^2 - 16k^2 > 14a - 77k + 12$

$\begin{array}{r} \times\, 77 \\ 4 \\ \hline 308 \end{array}$

$a^2 - 14a + (-16k^2 + 77k - 12) > 0$

$D = \cancel{196 - 64k^2 + 308k - 48} =$

$= \cancel{-64k^2}$

$\begin{array}{r} +\, 196 \\ 48 \\ \hline 254 \end{array}$

$14^2 - 4(-16k^2 + 77k - 12) =$

$= 196 + 64k^2 - 308k + 48 =$

$= 64k^2 - 308k + 254$ — целое — квадрат

$a^2 - 4k^2 < 14a - 77k + 47$

$a^2 < (14a - 77k) + 47 + 4k^2$

$a^2 > (14a - 77k) + 12 + 16k^2$

$a^2 - 14a < 4k^2 - 77k + 47$

$a^2 - 14a > 16k^2 - 77k + 12$

$\begin{array}{r} -\, 47 \\ 12 \\ \hline 35 \end{array}$

$16k^2 - 77k + 12 < 4k^2 - 77k + 47$

$12k^2 < 35 \quad \Rightarrow k = 1$

~~Черновик~~ ~~Чистовик~~

Задача 1.

$x^2 - 14x + 26 =$
$= (x-7)^2 - 23$

и d - шаг прогрессии

Обозначим a_{13} за x, тогда

$S = (x - 12d) + \frac{(x+d)\cdot 14}{2} = 14$

$\begin{array}{r} 65 \\ -16 \\ \hline 49 \end{array}$ $\begin{array}{r} 49 \\ -26 \\ \hline 23 \end{array}$

$1 \ldots 22$

$\begin{array}{r} 30 \\ -4 \\ \hline 26 \end{array}$

$\begin{array}{r} 77 \\ -12 \\ \hline 65 \end{array}$

$x^2 - 14x + 49 \geq 0$

$\begin{array}{r} 77 \\ -47 \\ \hline 30 \end{array}$

$x^2 - 14x + 26 < 0$

$x^2 - 14x + 49 > 0$

$7-\sqrt{23}$ 7 $7+\sqrt{23}$

$\begin{array}{r} 26 \\ \times 4 \\ \hline 104 \end{array}$

$x^2 - 14x + 26 < 0$

$92 : 4 = 23$

$D = 196 - 104 = 92$

$x = \frac{14 \pm \sqrt{92}}{2} = 7 \pm \sqrt{23}$

$7-4$ $7-3$ $7-2$ $7-1$

3 4 5 6 8 9 10 11

Черновик

$a_1, a_2 \ldots a_{14}$ $S = \sum_{i=1}^{14} a_i$

a_{13}

$a_9 \cdot a_{17} > S + 12$ $a_{11} \cdot a_{15} < S + 47$

Пусть разность – k, тогда

$\frac{13 \cdot 14}{2} =$ $13 \times 7 = 91$, $+12$

$S = a_1 + (a_1 + k) + \ldots + (a_1 + 13k) = 14a_1 + 91k$

$a_9 = a_1 + 8k$ $a_{11} = a_1 + 10k$

$a_{17} = a_1 + 16k$ $a_{15} = a_1 + 14k$

$16 \times 8 = 128$ $91 + 47 = 138$ $103 \times 4 = 412$

$a_{11} = a_7 +$

$a_7 \rightarrow$

$128 \times 4 = 512$ $13 \times 7 = 91$

$(a + 8k)(a + 16k) > 14a + 91k + 12 = \cancel{14a + 103}$

$(a + 10k)(a + 14k) < 14a + 91k + 47 = \cancel{14a + 138}$

$a_{11} = a + 10k$

$a_8 = a + 6k$

$a_{15} = a + 14k$

$a^2 + 24ak + 128k^2 - 14a + 103 > 0$

$24 \times 24 = 576$ $24 \times 14 = 336$ $\frac{15+11}{2} = 13$

$a^2 + a(24k - 14) + (128k^2 - 103) > 0$

$\frac{17+9}{2} = 13$

$D = (24k - 14)^2 - 4(128k^2 - 103)$

$91 \times 4 = 364$ $336 \times 2 = 672$

$576k^2 - 672k + 156 - 512k^2 + 412 =$

$14 \times 14 = 196$

$= 64k^2 - 672k + 568$

$a^2 + 24ak + 128k^2 - 14a - 91k - 12 > 0$

$672 | 2$

$412 + 156 = 568$

$a^2 + a(24k - 14) + (128k^2 - 91k - 12) > 0$

$336 | 8$, 32, 16, 42

$D = (24k - 14)^2 - 4(128k^2 - 91k - 12) =$

$= 576k^2 - 672k + 196 - 512k^2 + 364k + 48 =$

$42 \times 42 = 84 \ldots 168$

$= 64k^2 - 308k + \cancel{204} 254$

$a_{11} = a + 10k$

$a_{13} = a + 12k$

$a_{15} = a + 14k$

$a_9 = a_{13} - 4k$

$a_{17} = a_{13} + 4k$

$672 - 364 = 308$ $156 + 48 = 204$

$196 + 48 = 254$

$\Rightarrow a_{11} = a_{13} - 2k$

$a_{15} = a_{13} + 2k$

$14 \times 12 = 28, 14, 168$

$12 \times 14 = 48, 12, 168$

$S = 14a_1 + 91k =$ $a_{13} = a_1 + 12k$

$= 14a_{13} - 168k + 91k =$ $a_1 = a_{13} - 12k$

$= 14a_{13} - 77k$

$168 - 91 = 77$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100902**

ID профиля: **838065**

Вариант 19

Чистовик. Лист 1.

Задача №4.

НОД $(a; b; c) = 21$

НОК $(a; b; c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$

Отсюда понятно, что каждое из чисел a, b и c представляет собой $3^x \cdot 7^y$, где $1 \le x \le 17$ $1 \le y \le 15$

Среди этих чисел должны быть такие, где множитель 3 равно в 1-ой степени, множитель 3 равно в 17-ой степени, множитель 7 равно в 1-ой и аналогично равно в 15-ой степени.

т.е. мы множители 3^1, 3^{17}, 7^1, 7^{15} распределяем по тройке чисел.

Осталось ещё не определена степень тройки у оставшегося числа, назовем её x, и степень семерки у какого-то также не известно, назовём её y.

$\Rightarrow$ нужно распределить числа 3^1, 3^x, 3^{17} и 7^1, 7^y, 7^{15}

по числам $\{a; b; c\}$ так, чтобы у каждого среди множителей было и 3 и 7.

Разберем несколько случаев, в зависимости от того, какие значения могут принимать x и y:

1) $1 < x < 17$
$1 < y < 15$, другими словами $\begin{cases} x \ne 1 \\ x \ne 17 \end{cases}$ и $\begin{cases} y \ne 1 \\ y \ne 15 \end{cases}$

тогда x может принимат 15 значений, y принимать 13.

распределение троек: $3!$, семёрок: $3!$

Получаем, $\boxed{3! \cdot 3! \cdot 15 \cdot 13}$

2) $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 17 \end{array}\right. \\ 1 < y < 15 \end{cases}$ В этом случае x принимает 2 значения, y – 13

число распределения троек: 3, семерок: $3!$

Получаем, $\boxed{3 \cdot 3! \cdot 2 \cdot 13}$

3) $\begin{cases} 1 < x < 17 \\ \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 15 \end{array}\right. \end{cases}$ аналогично со случаем 2, получаем:

$\boxed{3! \cdot 3 \cdot 15 \cdot 2}$

Чистовик. Лист 2.

Продолжение задачи №4.

4) $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 17 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 15 \end{array}\right. \end{cases}$ в этом случае x принимает 2 значений, и y - 2
число распределения троек: 3 и семерок: 3
$\Rightarrow$ $\boxed{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}$

Суммировав полученные результаты, получаем, что итоговое количество „троек" чисел $(a; b; c)$ равно:

$$S = 3! \cdot 3! \cdot 15 \cdot 13 + 3 \cdot 3! \cdot 2 \cdot 13 + 3 \cdot 3! \cdot 15 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 =$$
$$= 7020 + 468 + 540 + 36 = 8064$$

Ответ: 8064

Чистовик. Лист 3.

Задача №5.

Обозначим данные нам числа: $t = \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$; $u = \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$

$v = \log_{(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$

Пусть $a = \ln\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$, $b = \ln\left(\frac{x}{2}-1\right)$, $c = \ln\left(x-\frac{11}{4}\right)$,

тогда $t = \frac{a}{2b}$, $u = \frac{b}{\frac{1}{2}c} = \frac{2b}{c}$, $v = \frac{2c}{a}$

Заметим, что $tuv = 2$

Пусть w - одно из равных чисел среди t, u и v,

тогда $t \cdot u \cdot v = w^2(w+1) = 2$

$\Rightarrow 0 = w^2(w+1) - 2 = (w-1)\underbrace{(w^2+2w+2)}_{D<0}$

$\Rightarrow \boxed{w = 1}$.

Рассмотрим 3 случая, чему теперь могут равняться t, u и v:

Случай 1: $t = u = 1$,

т.е. $\frac{a}{2b} = \frac{2b}{c} = 1$ $\Rightarrow a = 2b = c$

Из $a = c$, получаем, что $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x - \frac{11}{4}$ $\Rightarrow x = 5$

все выражения под логарифмами при $x = 5$ больше 0 и не равны 5 $\Rightarrow$ решение $\boxed{x=5}$ ~~входит в~~ лежит на ОДЗ.

Случай 2: $t = v = 1$

т.е. $\frac{a}{2b} = \frac{2c}{a} = 1$ $\Rightarrow a = 2b = 2c$

Из $b = c$, получаем, что $\frac{x}{2} - 1 = x - \frac{11}{4}$ $\Rightarrow x = \frac{7}{2}$ не подходит, т.к. при $x = \frac{7}{2}$, c не существует. т.к. $b = \ln\left(\frac{x}{2} - \frac{11}{4}\right) = \ln\left(\frac{7}{4} - \frac{11}{4}\right) = \ln\left(-\frac{3}{4}\right)$

Случай 3: $u = v = 1$

$\frac{2b}{c} = \frac{2c}{a} = 1$ $\Rightarrow a = 2c = 4b$

Из $(a = 2c)$ получаем, что $\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$ $\Rightarrow x^2 - 6x + \frac{125}{16} = 0$

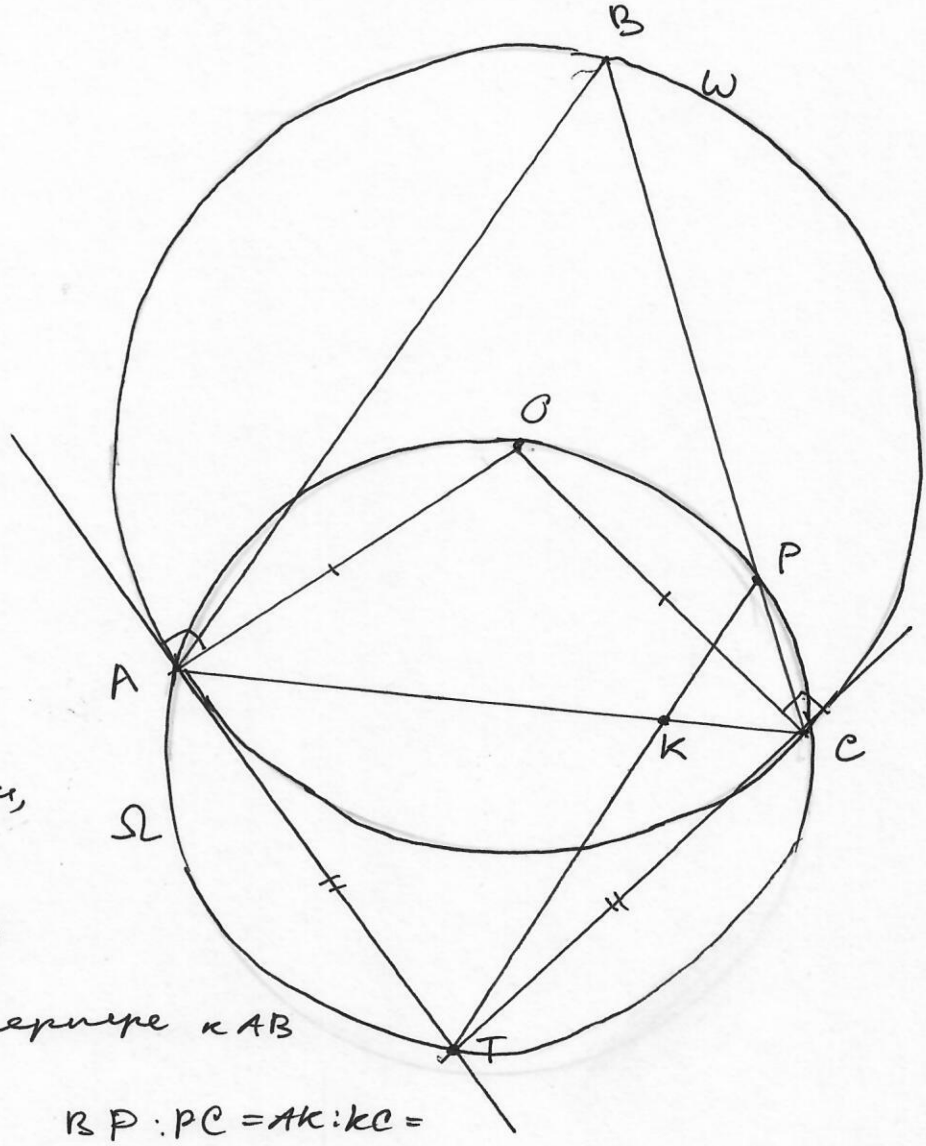
$\Rightarrow x = 3 \pm \frac{\sqrt{19}}{4}$

Из $(c = 2b)$ получаем, что $\left(x - \frac{11}{4}\right) = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$ $\Rightarrow \frac{x^2}{4} - 2x + \frac{15}{4} = 0$

$\Rightarrow x = 3 \pm 1$ $\Rightarrow$ нет общих корней.

Ответ: $x = 5$

Задача №6



а)

1) Заметим, что T лежит на серпере к AC (т.к. T - точка пересечения касательных, проведенных из A и C к ω) т.е. $AT = TC$
$AO = OC$
и $\angle OAT = 90° = \angle OCT$
$\Rightarrow$ T лежит на той же окружности, что точки A, O и C (обозначим эту окружность за Ω)

2) P лежит на серпере к AB

3) $\Rightarrow TP \parallel AB \Rightarrow BP : PC = AK : KC =$
$= S_{APK} : S_{CPK} = 10 : 6 = 5 : 3$
$\Rightarrow S_{ABC} = S_{ABP} + S_{APC} = \left(\frac{5}{3} + 1\right) S_{APC} = 8/3 \cdot (10+6) = \frac{128}{3}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{128}{3}$

б) $\cos B = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin \angle B = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \angle AOC = -\frac{3}{5}$

Дальше будем решать методом координат, пусть A(0;0), C(x;0), $tg(OAC) = tg(\pi - \angle B)$

Черновик

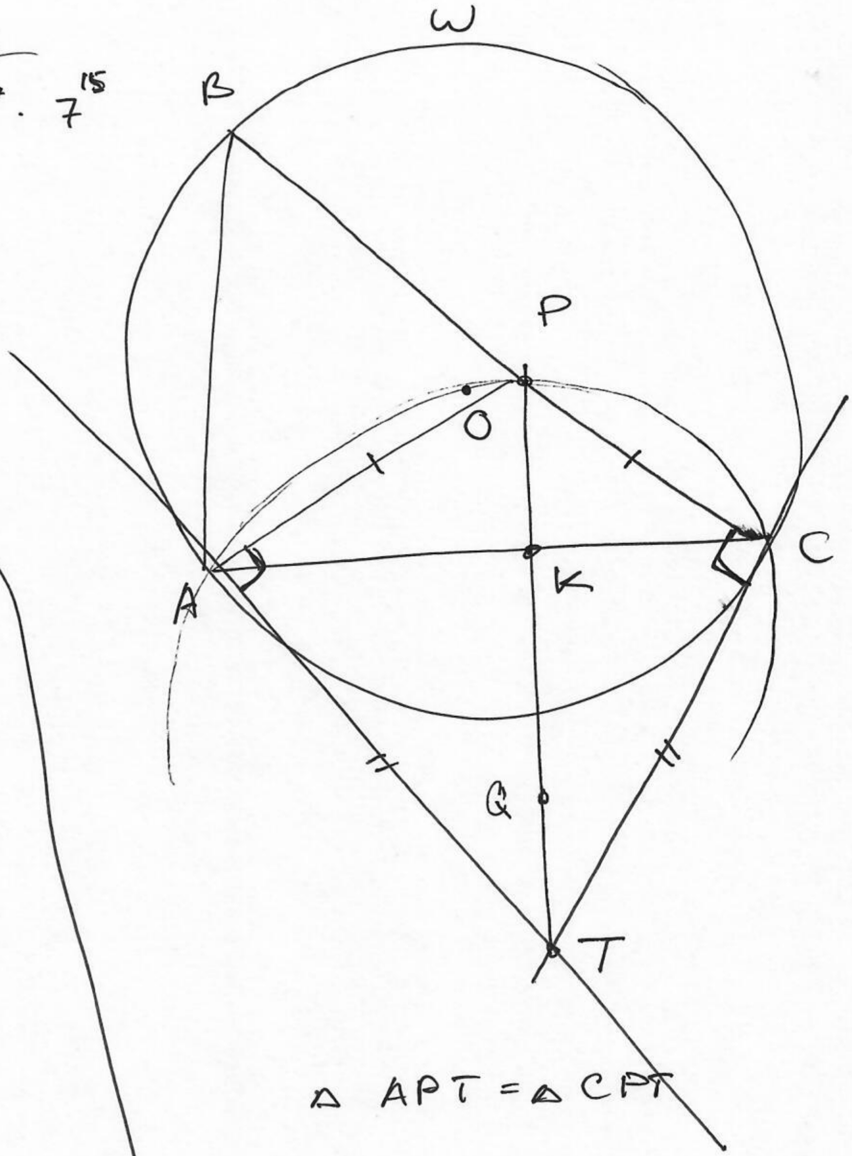
$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 6$

~~НОД $(a;b;c) = 21$~~

~~НОК $(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$~~

$a \not\vdots\, 3$



$t = \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(\frac{x}{2} - \frac{1}{4})$

$u = \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2} - 1)$

$v = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x - \frac{11}{4})^2$

$a = \ln(\frac{x}{2} - \frac{1}{4})$

$b = \ln(\frac{x}{2} - 1)$

$c = \ln(x - \frac{11}{4})$

тогда $t = \frac{a}{2b}$ $\quad u = \frac{b}{\frac{1}{2}c} = \frac{2b}{c}$

$v = \frac{2c}{a}$

~~Зна~~ $tuv = \frac{a}{2b} \cdot \frac{2b}{c} \cdot \frac{2c}{a} = 2$

$\triangle APT = \triangle CPT$

$\Rightarrow AC \perp PT$

$\Rightarrow O, Q \in PT$

$$\begin{array}{r|l} w^3 + w^2 - 2 & w - 1 \\ \underline{w^3 - w^2} & w^2 + 2w \\ \underline{2w^2 - 2} & \\ \underline{2w^2 - 2w} & \\ 2w - 4 & \end{array}$$

Пусть w - одно из равных чисел, тогда

$tuv = w^2(w+1) = 2$ $\quad 0 = w^2(w+1) - 2 = (w-1)(w^2+2w+2)$

$\Rightarrow w = 1$

~~$w = 1$~~ $\Rightarrow w = 1$

$w^3 + w^2 - 2$

$w^3 - w^2 + 2w - 2$

Черновик

НОД $(a; b; c) = 21$

НОК $(a; b; c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$

Пусть $a = 21$, тогда вариантов.

~~либо b либо c содержит 3^{17}~~

~~1) у $b = 3^{17} \cdot 7^{x}$~~

1) $b = 3^{17} \cdot 7^{15}$

тогда $c = 3^{x} \cdot 7^{y}$, где

$17 > x \geq 1 \quad 15 > y \geq 1$

т.е. вариантов ~~$17 \cdot 15$~~ 16×14

2) $c = 3^{17} \cdot 7^{15}$

$+ \; 16 \times 14$

3) $b = 3^{17} \cdot 7^{x}$, $c = 3^{y} \cdot 7^{15}$

$1 \leq x < 15$

$14 \cdot 16$

$+ \; 14 \cdot 16$

$\boxed{3 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16}$ если $\min(a; b; c) = 21$.

~~Пара~~ Тройка $(a; b; c)$

содержит $3^{1}; 7^{1}; 3^{17}; 7^{15}$.

осталось 3^{x}, 7^{y}.

1) $x \neq 1 \quad x \neq 17$ т.е. $1 < x < 17$ 15

$y \neq 1 \quad y \neq 15$ $1 < y < 15$ 13

$2 \cdot 3!$

$\underbrace{\cdot 13 \cdot 15}$

2) $x = 1$

~~$y \neq 1$~~ $1 < y < 15$

распределим 3^1, 3^1 и 3^{17} это можно сделать 3-мя способами

$\underbrace{3 \cdot 3! \cdot 13} \longrightarrow 2 \cdot 3 \cdot 3! \cdot 13$

$x = 17$ аналогично $\underbrace{3 \cdot 3! \cdot 13}$

$1 < y < 15$

3) $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 15 \end{array}\right. \\ 1 < x < 17 \end{cases}$ так же $2 \cdot 3 \cdot 3! \cdot 15$

4) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ $\boxed{3}$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 15 \end{cases}$ $\boxed{3}$

$x = 17$
$y = 1$ 3

$x = 17$
$y = 15$ 3

$$\sum = 2 \cdot 3! \cdot 13 \cdot 15 + 2 \cdot 3 \cdot 3! \cdot 13 + 2 \cdot 3 \cdot 3! \cdot 15 + 4 \cdot 3$$

$$12 \cdot 13 \cdot 15 + 36 \cdot 13 + 36 \cdot 15 + 12 =$$

$$= 2340 + 468 + 540 + 12$$

13×15: 65, 13 → 195; 195×12: 390, 195 → 2340

36×13: 108, 36 → 468

36×15: 180, 36 → 540

7020 + 468 + 540 + 36 = 8064

2340 + 480 + 540 = $\boxed{3360}$

468 + 12 = 480

$3 \cdot 6$

36×15: 180, 36 → 540

36×13: 108, 36 → 468

15×13: 45, 15 → 195; 195×36: 1170, 585 → 7020

Черновик

$$\begin{array}{l} -\;\; w^3+w^2-2 \;\Big|\; \underline{w-1} \\ \quad \underline{w^3-w^2} \qquad\quad w^2+2w+2 \\ \qquad -\;\; 2w^2-2 \\ \qquad\quad \underline{2w^2-2w} \\ \qquad\qquad\quad 2w-2 \end{array}$$

$D = 4-8$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x - \frac{11}{4}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{11}{4} - \frac{1}{4} = \frac{10}{4}$$

$$x = \frac{10 \cdot 2}{4} = 5$$

$$a = 2b$$

$$\frac{x}{2} = \frac{11}{4} - 1 = \frac{7}{4}$$

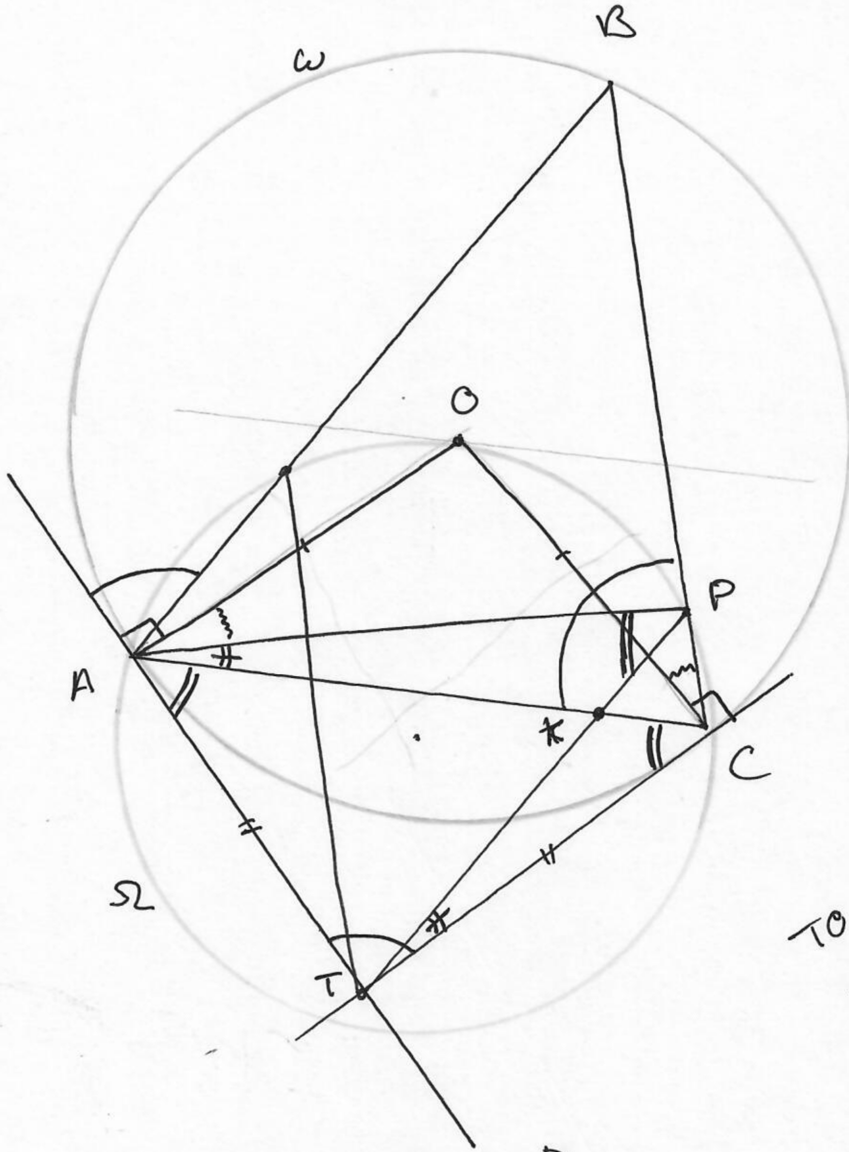
$$\frac{7}{\cdot}$$

Черновик

$S_{APC} = 16$

$\Rightarrow \frac{1}{2} h \cdot AC = 16$

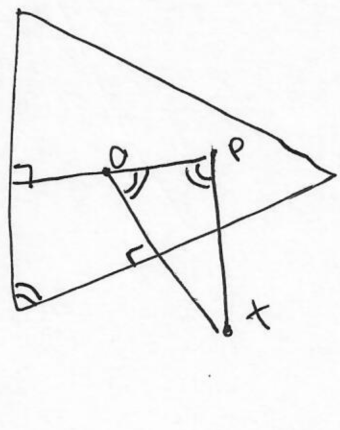
$h \cdot AC = 32$



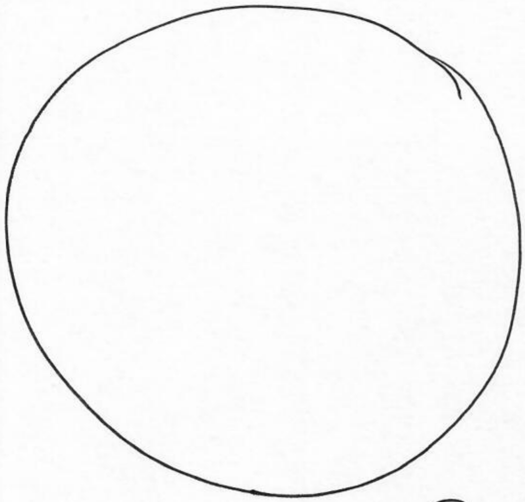
$TO \perp AC$

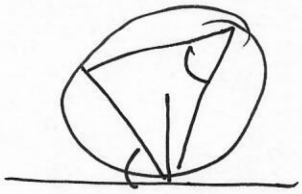
$PO \perp AB$

$\angle TOP = \angle BAC$



Черновик





$\alpha + \beta = 90^\circ$