

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100792**

ID профиля: **901159**

Вариант 19

a_1, a_2, \dots, a_n

$n \perp a + 6, a + 2b, a + 3b, \dots, a + 14b$

$S = 14a + 85b + 20b$

$a_9 a_{17} = (a + 9b)(a + 17b) > 14a + 85b + 12 + 20b$

$a_{11} a_{15} = (a + 11b)(a + 15b) < 14a + 85b + 47 + 20b$

\Downarrow
 $(a + 11b)(a + 15b) < (a + 9b)(a + 17b) + 35$

$a^2 + 26ab + 165b^2 < a^2 + 26ab + 153b^2 + 35$

$12b^2 < 35$

$b^2 < \frac{35}{12}$

П.к. все числа целые, то a и b - целые.

Т.к. $b^2 < \frac{35}{12} \Rightarrow b^2 < 3$, то $b = 1$ либо 0 .

$b \neq 0$, т.к. иначе всевозможность. $\Rightarrow b = 1$.

1) $(a + 9)(a + 17) > 14a + 97 + 20$

2) $(a + 11)(a + 15) < 14a + 132 + 20$

1): $a^2 + 26a + 153 > 14a + 117 \Rightarrow a^2 + 12a + 36 > 0$

2): $a^2 + 26a + 165 < 14a + 152 \Rightarrow a^2 + 12a + 32 < 0$

1): $(a + 6)^2 - 1 > 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -6) \cup (-6; \infty)$; a - целое; $a \neq -6$

2): $(a + 6)^2 - 21 < 0 \Leftrightarrow (a + 6 - \sqrt{21})(a + 6 + \sqrt{21}) < 0$

$(a - (-6 + \sqrt{21}))(a - (-6 - \sqrt{21})) < 0$

\Downarrow
 $(a - (-6 + \sqrt{21}))(a - (-6 - \sqrt{21})) < 0$

~~$\sqrt{3} > 1 \Rightarrow -6 + \sqrt{3} > -6 + 1 \Leftrightarrow -6 + \sqrt{3} > -5$~~

~~$-\sqrt{3} < -1 \Rightarrow -6 - \sqrt{3} < -7$~~

$a \in \{-5; -7\}$

~~$a \in \{-7; -6; -5\}$~~

Проверка:

$x \pm$ (продолжение)

Числовой

Математика

1-1 кл

1) $a = -7$

$$(-7+9)(-7+17) \vee -98 + 85 + 12 + 20$$

$$20 \vee -1 + 20$$

$$20 > 19$$

$$(-7+11)(-7+15) \vee -98 + 85 + 47 + 20$$

$$32 \vee 54$$

$$32 < 54$$

Проверка пройдена; $a = -7$ - нех.

2) $a = -5$

$$(-5+9)(-5+17) \vee -84 + 85 + 12 + 20$$

$$48 \vee 33$$

$$48 > 13$$

$$(-5+11)(-5+15) \vee -84 + 85 + 47 + 20$$

$$60 < 68$$

$$\Downarrow$$
$$a = -5 - \text{нех.}$$

Ответ: $a = \{-7, -5\}$

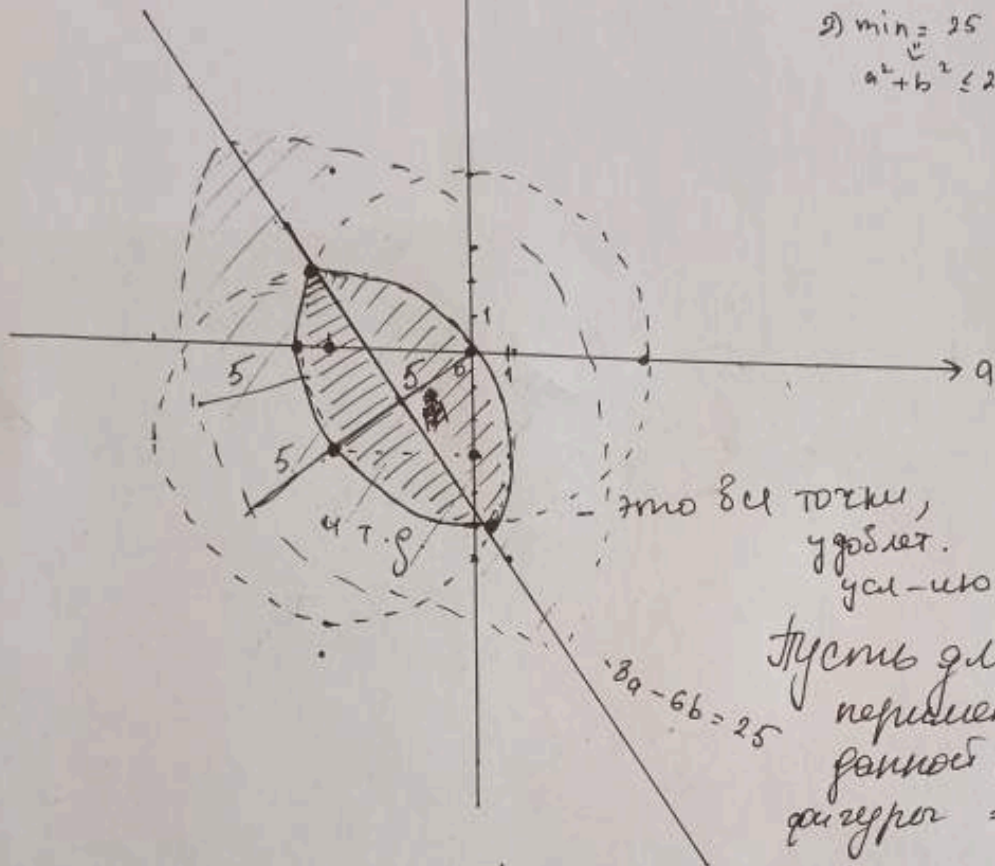
2

№3

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 25 \\ a^2 + b^2 \leq \min(-8a-6b; 25) \end{cases}$$

Рисун. 2. Задача:

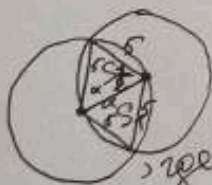
$$\begin{aligned} 1) \min n &= -8a - 6b \\ a^2 + 8a + b^2 + 6b &\leq 0 \\ (a+4)^2 + (b+3)^2 &\leq 25 \\ 2) \min &= 25 \\ a^2 + b^2 &\leq 25 \end{aligned}$$



это две точки, удовлет. условию.

Пусть длина периметра данной окружности = p , а фигура -

Площа $S_M = S_{\text{д.к.}} + S_A$.



$$\Rightarrow 2\alpha = 120^\circ \Rightarrow p = \frac{120}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 \cdot 2 = \frac{20\pi}{3}$$

S_1 - пл. сектора с радиусом 5.

$$S_2 = \pi \cdot 25 \cdot \frac{60}{360} - 4 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin(60^\circ)$$

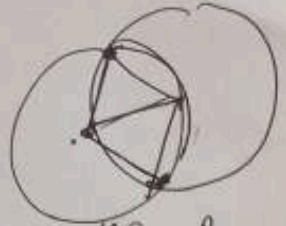
$$= \frac{100\pi}{6} - 12,5\sqrt{3} = (4S_1 - 2S_2)$$

$$S_M = 5 \cdot \frac{20\pi}{3} + \frac{100\pi}{6} - 12,5\sqrt{3} =$$

$$= \frac{300\pi}{6} - 12,5\sqrt{3} = 50\pi - 12,5\sqrt{3}$$

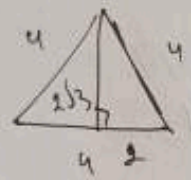
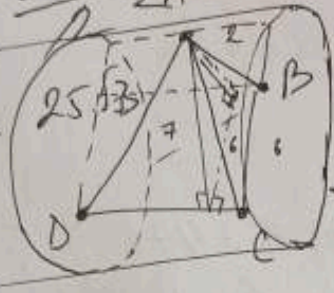
Ответ: $50\pi - 12,5\sqrt{3}$

(2)



$$\pi \cdot 25 \cdot \frac{120}{360} \cdot 2 - 2 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot \sqrt{3}}{2A}$$

$$= \frac{50\pi}{3}$$



$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot 2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} \sqrt{25} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{16}{3} \sqrt{\frac{25}{4}} \geq -8a - 6b$$

$$-25 \leq 8a + 6b$$

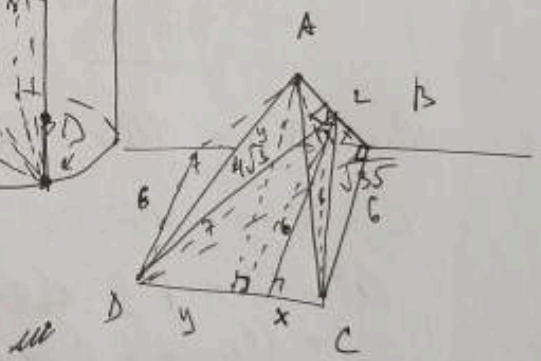
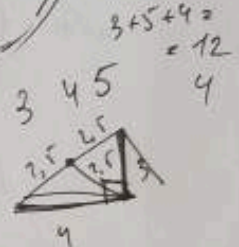
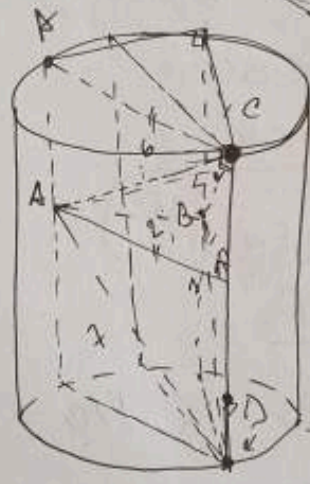
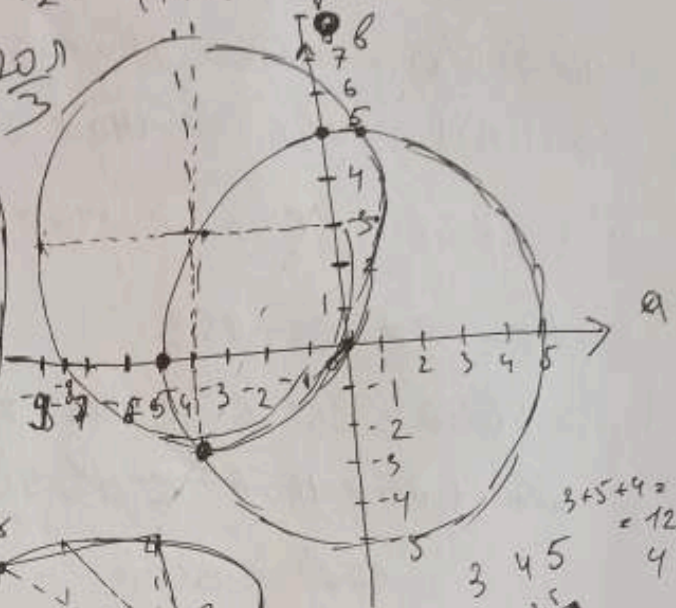
$$-25 - 8a \leq 6b$$

$$6b \geq \frac{-25 - 8a}{6}$$

$$a^2 + b^2 \leq \min(-8a - 6b, 25)$$

$$a^2 + b^2 + 8a + 6b \leq 0$$

$$(a+4)^2 + (b+3)^2 \leq 25$$

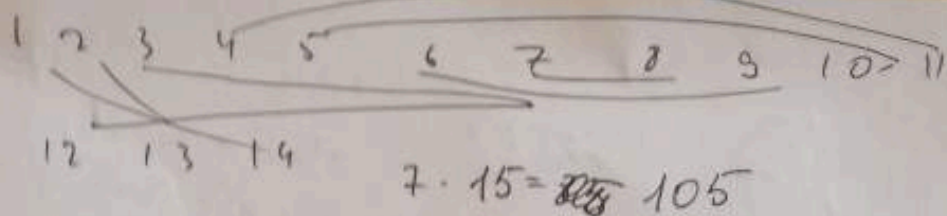


$$\sqrt{36 - x^2} + \sqrt{4 - x^2} + 6$$

~~$$36 - x^2 \geq 4 - x^2$$~~

$$\sqrt{4 - x^2} = 6$$

$$4 - x^2 = 36$$



$$(a+9b)(a+17b) > 14a+85b+12$$

$$(a+11b)(a+15b) < 14a+85b+47$$

$$a^2 + 26ab + 153b^2 > 14a + 85b + 12$$

$$9 \cdot 17 = 9 \cdot 10 + 63 = 153$$

$$a^2 + 26ab + 165b^2 < 14a + 85b + 47$$

$$a^2 + 26ab + 165b^2 < a^2 + 26ab + 153b^2 + 35$$

$$12b^2 < 35$$

$$b^2 < \frac{35}{12} < 3$$

$$b \in [0; \sqrt{\frac{35}{12}})$$

$$b = 1$$

$$85 + 47 =$$

$$= 132$$

$$12 \cdot 11 =$$

$$= 132$$

$$a^2 + 26a + 165 < 14a + 132$$

$$a^2 + 26a + 153 > 14a + 97$$

$$a^2 + 12a + 83 < 0$$

$$a^2 + 12a + 56 > 0$$

$$\frac{45}{55} \rightarrow 10 \frac{45}{56}$$

$$98 - 85 =$$

$$= 13$$

$$- 13 + 47 =$$

$$= 34$$

$$D = 144 - 4 \cdot 33 = 144 - 132 = 12$$

$$a = \frac{-12 \pm \sqrt{12}}{2} = -6 \pm \sqrt{3}$$

$$a^2 + 12a + 36 + 20 > 0$$

$$(a+6)^2 + 20 > 0$$

$$a - \text{носьор}$$

$$a \in (-6 - \sqrt{3}, -6 + \sqrt{3})$$

$$\downarrow \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$

$$a \in \mathbb{Z}$$

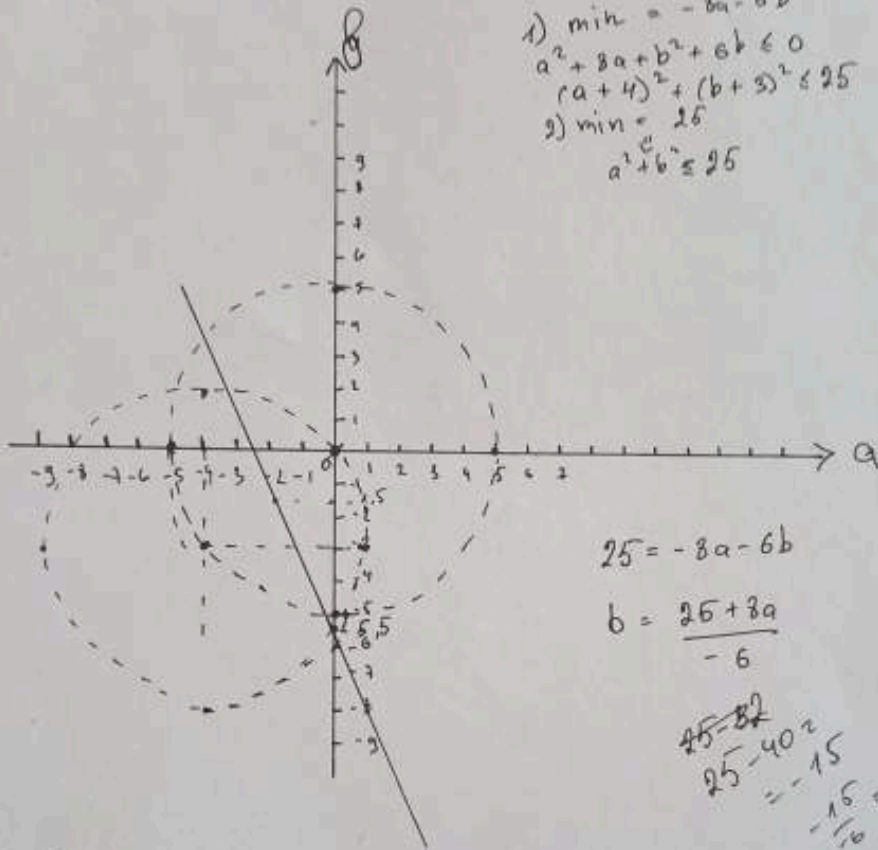
$$a = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

№3

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 25 \\ (a^2 + b^2) \leq \min(-3a - 6b; 25) \end{cases}$$

Рассмотрим второе условие:

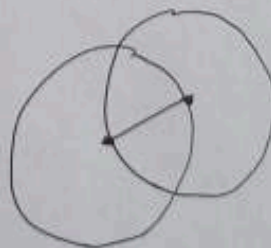
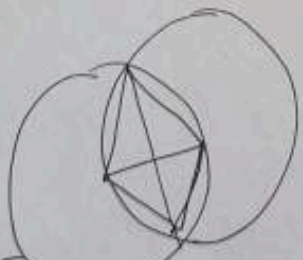
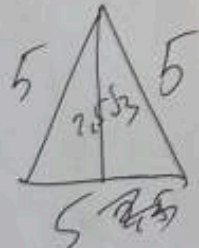
$$\begin{aligned} 1) \min &= -3a - 6b \\ a^2 + 3a + b^2 + 6b &\leq 0 \\ (a + 1.5)^2 + (b + 3)^2 &\leq 2.25 \\ 2) \min &= 25 \\ a^2 + b^2 &\leq 25 \end{aligned}$$



$$25 = -3a - 6b$$

$$b = \frac{25 + 3a}{-6}$$

$$\begin{aligned} 45 - 8a \\ 25 - 40a \\ \dots - 15 \\ \dots - 16 = 25 \end{aligned}$$



$$\frac{2.5\sqrt{3} \cdot 5}{2} \cdot 2 = 12.5\sqrt{3}$$

$$8a + 6b \leq -25$$

$$6b \leq -25 - 8a$$

$$b \leq \frac{-25 - 8a}{6}$$

$$\frac{25}{6} \quad \frac{14}{9}$$

$$\frac{41}{9}$$

$$\frac{49}{9}$$

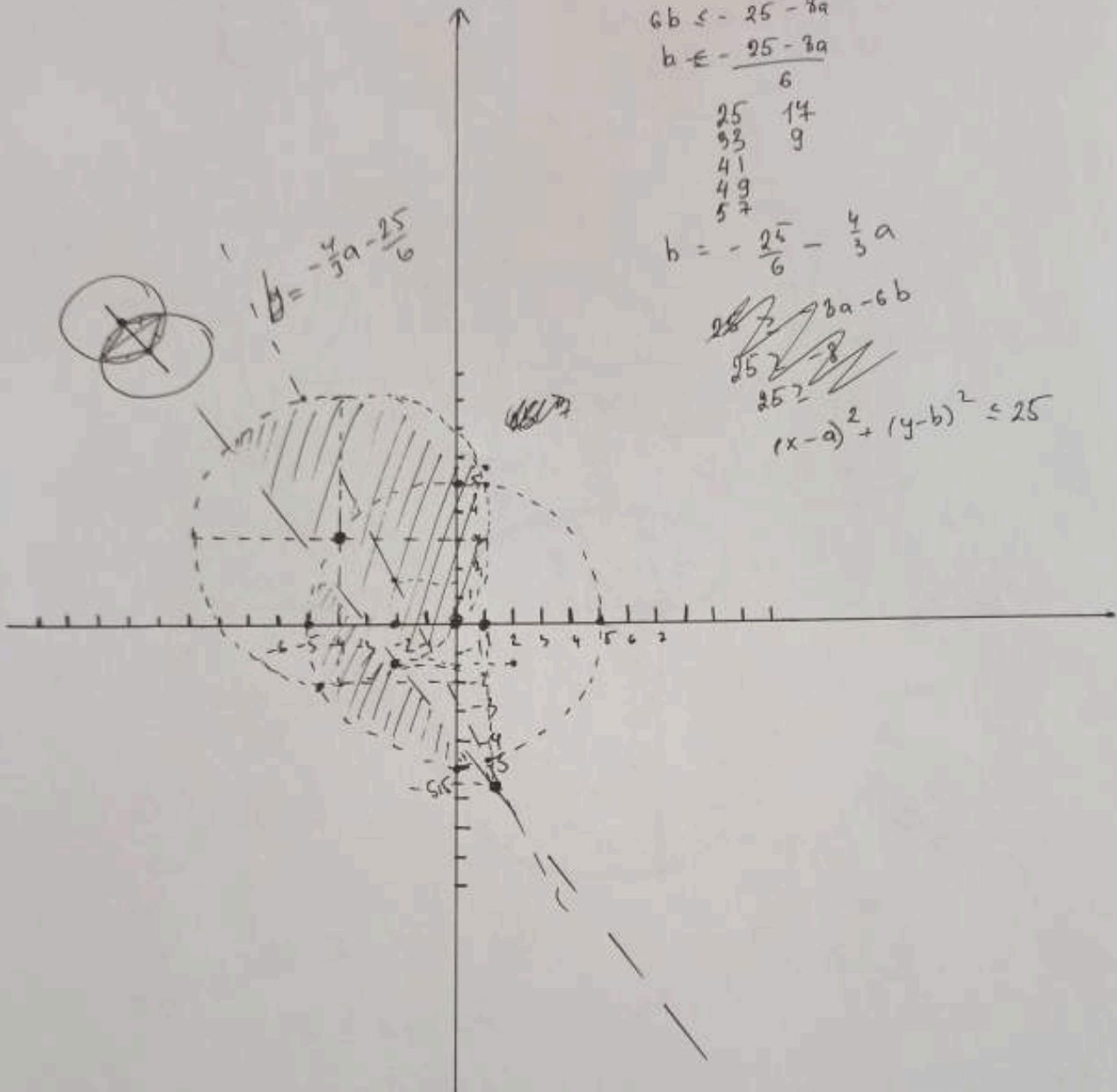
$$\frac{57}{9}$$

$$b = -\frac{25}{6} - \frac{4}{3}a$$

$$25 \leq 8a - 6b$$

$$25 \leq 8a - 6b$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 25$$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100792**

ID профиля: **901159**

Вариант 19

15

Числован

Математика
11 кл

$$\log \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = \log a^2 b = 0,5 \log a b$$

$$\log \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) \left(x - \frac{11}{4}\right)^2 = 2y \log b c^2 = 2 \log b c$$

$$\log \sqrt{\frac{x-11}{4}} \left(\frac{x}{2} - 1\right) = \log \sqrt{c} a = 2 \log c a$$

OD3:

$$x > \frac{11}{4}; x \neq \frac{1}{2}; x \neq 2; x \neq 4; x \neq 2,5; x \neq \frac{15}{4}$$

~~Итого $2 \log a b = 2x$~~

Итого $2 \log c a = 2x$

$2 \log b c = 2y$

$$\frac{2}{4} \log a b = \frac{\log c a}{\log c b} = \frac{\log c b}{\log c a} \cdot 0,5 =$$

$$= \frac{0,5}{xy}$$

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad 2x &= 2y \\ \frac{0,5}{xy} &= 1+2x \\ x &= y \end{aligned} \right\}$$

$\frac{0,5}{x^2} = 1+2x$ $x \neq 0$, т.к. если $x=0$, то один из ~~лог~~ лог-
ов $= 0 \Rightarrow$ один из лог, как
из лог. прит. с обеих частей
 $\log = 1$, а равно там
не лог.

$$0,5 = x^2 + 2x^3$$

$$0 = 4x^3 + 2x^2 - 1$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 + 2x^2 - 1 \\ 4x^3 - 2x^2 \\ \hline 4x^2 - 2x - 1 \\ 4x^2 - 2x \\ \hline -1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x-1 \\ 2x^2 + 2x + 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0 = (2x-1)(2x^2+2x+1)$$

①

x5 (vnpog - ue)

микробуки
математика 11кл

1) $x = 0,5$

$y = 0,5$

$$1 = 2 \log_8 C \Rightarrow 1 = \log\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$$

$$1 = \log\sqrt{y - \frac{11}{4}} \left(\frac{x}{2} - 1\right)$$

$x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{121}{16} = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

$x - \frac{11}{4} = \frac{x^2}{4} - x + 1$

$16x^2 - 88x + 121 = 8x - 4$

$4x - 11 = x^2 - 4x + 4$

$16x^2 - 96x + 125 = 0$

$$0 = x^2 - 8x + 15$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$D = 96 \cdot 96 - 64 \cdot 125 =$

$(x-3)(x-5) = 0$

$= 16 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 24 - 64 \cdot 125 =$

1) $x = 3$
2) $x = 5$

$= 64(6 \cdot 24 - 125) = 64 \cdot (144 -$

$- 125) = 64 \cdot (-19)$

$x = \frac{96 \pm 8\sqrt{19}}{32}$

ослушать
корней нет

-> 3 решения

2) $2x = \frac{0,5}{xy}$

$2y = 2x + 1$

$4x^2y = 1$

$y = \frac{1}{4x^2}$

$\frac{1}{2x^2} = 2x + 1$

$0 = 4x^3 + 2x^2 + 1$

$0 = (2x-1)(2x^2+2x+1)$

$x = 0,5; y = 1$

$$1 = \log\sqrt{\frac{x}{2} - \frac{11}{4}} \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$$

$$2 = \log\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$$

2

№5 (ариф - ме)

Умножение

Математика

11 кл

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x - \frac{11}{4}} &= \frac{x}{2} - 1 \\ \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)^2 &= \left(x - \frac{11}{4}\right)^2 \end{aligned} \right\}$$

$$x^2 - \frac{11}{4} = \frac{x^2}{4} - x + 1$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$1) (x-3)(x-5) = 0$$

$$3) \left. \begin{aligned} 2y &= \frac{0,5}{xy} \\ 2x &= 2y + 1 \end{aligned} \right\}$$

$$0 = (2y - 1)(2y^2 + 2y + 1)$$

$$y = 0,5 \Rightarrow x = 1$$

$$2 = \log \left(\sqrt{x - \frac{11}{4}} \right) \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \left. \vphantom{\log} \right\}$$

$$1 = \log \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \right) \left(x - \frac{11}{4} \right)^2 \left. \vphantom{\log} \right\}$$

$$1) \left. \begin{aligned} x - \frac{11}{4} &= \frac{x}{2} - 1 \\ 4x - 11 &= 2x - 4 \\ 2x &= 7 \\ x &= 3,5 \end{aligned} \right\} (4)$$

$$2) \left. \begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{1}{4} &= x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{121}{16} \\ 8x - 4 &= x^2 - 88x + 121 \\ 0 &= x^2 - 96x + 125 \\ x &= \frac{96 \pm 8\sqrt{19}}{2} \end{aligned} \right\}$$

осл. корн. нет.

$$x = 5$$

Ответ: 5

(2)

14

Числовик

Математика

т.к. НОД = 21, то хотя бы 1 из чисел имеет степень ~~по отношению~~ 3 и 7 не больше 1, но при этом каждое из них делится и на 3 и на 7.

т.к. НОК = $3^{17} \cdot 7^{15}$, то любое из чисел можно представить в виде $3^t \cdot 7^k$, где t, k - целые числа, больше или равные 1. т.к. НОК = $3^{17} \cdot 7^{15}$, то хотя бы одно из чисел делится на 7^{15} и эта степень 7 не дел. максимальной. Аналогично для 3.

одно из чисел = $7^{15} \cdot 3^n$
 одно из чисел = $3^{17} \cdot 7^m$
 одно из чисел = $3^t \cdot 7^p$
 одно из чисел = $7^1 \cdot 3^k$
 где n, m, p, k - натур. числа;

~~$a = 7^{15} \cdot 3^{17}$
 $b = 7 \cdot 3^{17}$, $n \in [1, 17]$
 $c = 3 \cdot 7^m$, $m \in [1, 15]$
 15, 17 вариантов,
 а т.к.~~

записав 3 числа в таком виде:

$7^{m_1} \cdot 3^{n_1}$
 $7^{m_2} \cdot 3^{n_2}$
 $7^{m_3} \cdot 3^{n_3}$

Выбрать 1-ую так чтобы она = 15 можно 3 способами.

Выбрать 1-ую так чтобы она = 1 можно оставшимися 2 спос.

3-я так равн. k , где $k \in [1, 15]$.

Аналогично для НОК 2)

⇒ всего $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 17$ вариантов.

(4)

14 (продолжение)

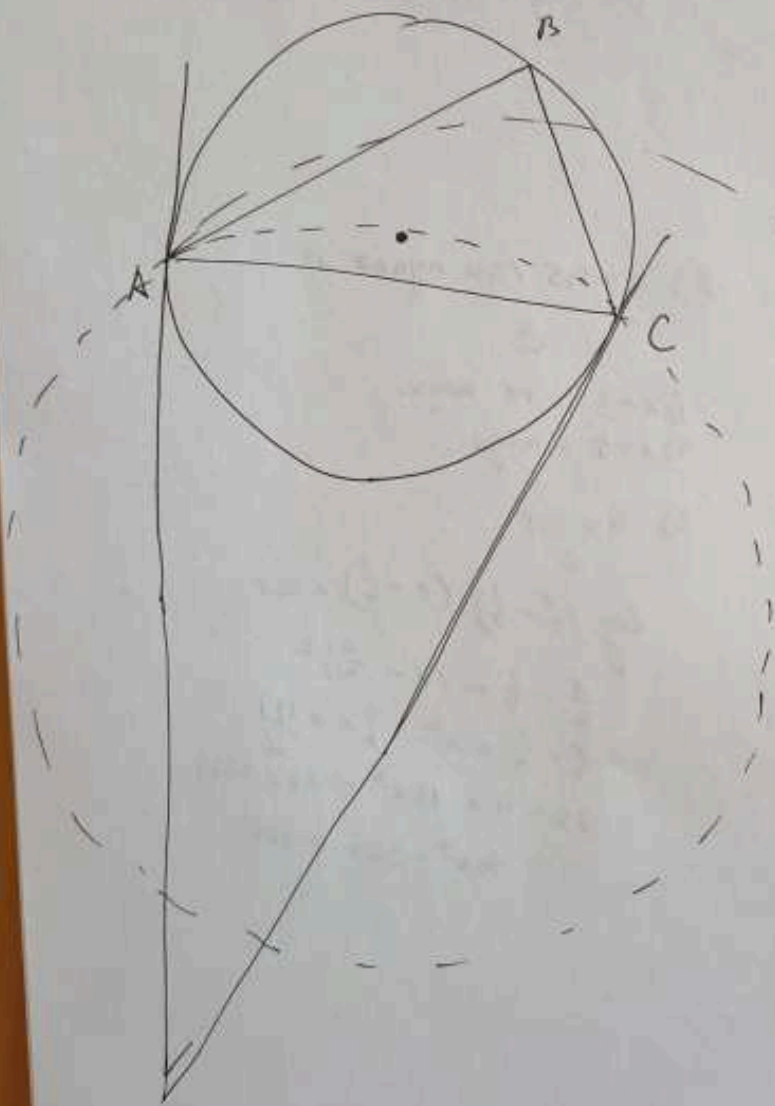
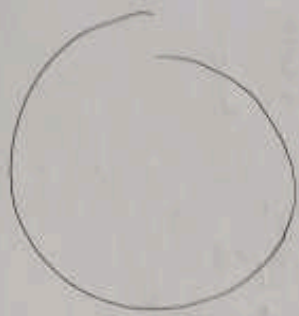
Числовик Материалов
17кл

$$= 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 17 =$$

$$= 90 \cdot 6 \cdot 17 = 540 \cdot 17 = 9180 \text{ вариантов.}$$

Ответ: 9180

5



уб (нрор-не)

$$2) \left. \begin{aligned} 2x &= \frac{0,5}{xy} \\ 2y &= 2x+1 \end{aligned} \right\}$$

$$4x^2y = 1$$

$$y = \frac{1}{4x^2}$$

$$\frac{1}{4x^2} = 2x+1$$

$$\frac{1}{2x^2} = 2x+1$$

$$1 = 4x^3 + 2x^2$$

$$0 = 4x^3 + 2x^2 - 1$$

$$0 = (2x-1)(2x^2+2x+1)$$

$$1) (2x-1)(2x^2+2x+1) = 0$$

$$2x^2+2x+1 \text{ всегда } \geq 0$$

$$x = 0,5 \Rightarrow y = 0,5$$

~~$\log\left(\frac{x}{2}-1\right) = \log\left(\frac{4x-11}{4}\right)$~~

$$\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 = \left(\frac{4x-11}{4}\right)^2$$

$$\frac{x^2}{4} - x + 1 = \frac{4x-11}{4}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4x - 11$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$1) \underline{x=3}, x=3 - \text{не}$$

$$2) \underline{x=5}, \text{ногх.}$$

~~$x=5$~~
 $x=5 - \text{не}$
 ногх.

$$3) \left. \begin{aligned} 2y &= \frac{0,5}{xy} \\ 2x &= 2y+1 \end{aligned} \right\}$$

$$4xy^2 = 1$$

$$x = \frac{1}{4y^2}$$

$$\frac{1}{2y^2} = 2y+1$$

$$1 = 4y^3 + 2y^2$$

$$0 = (2y-1)(2y^2+2y+1)$$

$$2) x = 0,5 \text{ (см. пункт 1)}$$

||

$$1) x=3 - \text{не ногх.}$$

$$2) x=5 - \text{ногх.}$$

$$3) y = 0,5$$

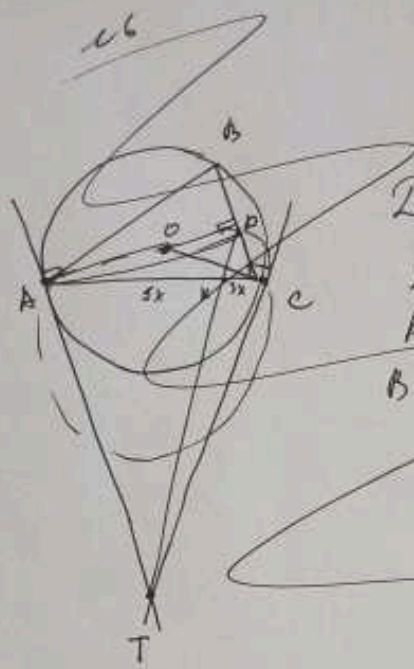
$$\log\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \left(x-\frac{11}{4}\right) = 0,5$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{121}{16}$$

$$8x - 4 = 16x^2 - 88x + 121$$

$$0 = 16x^2 - 96x + 125$$

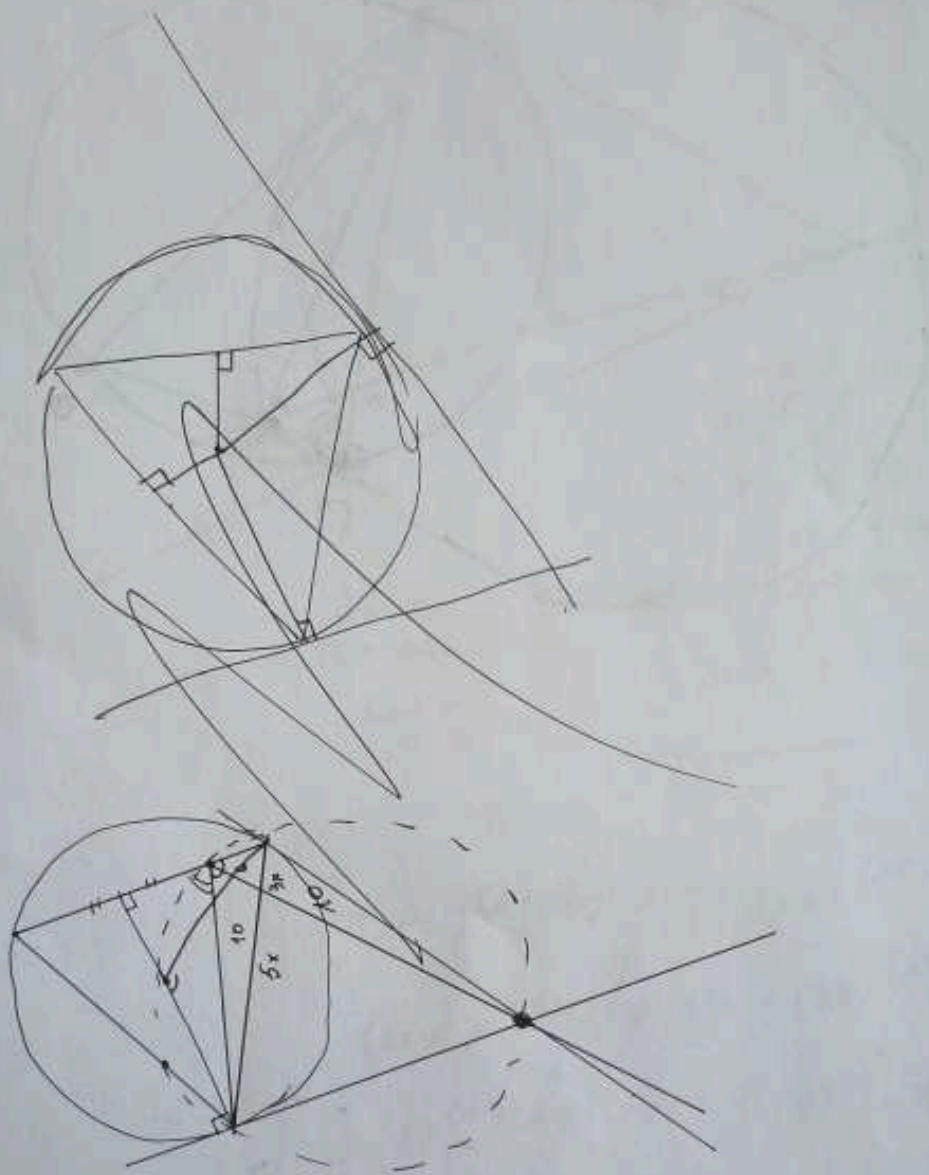


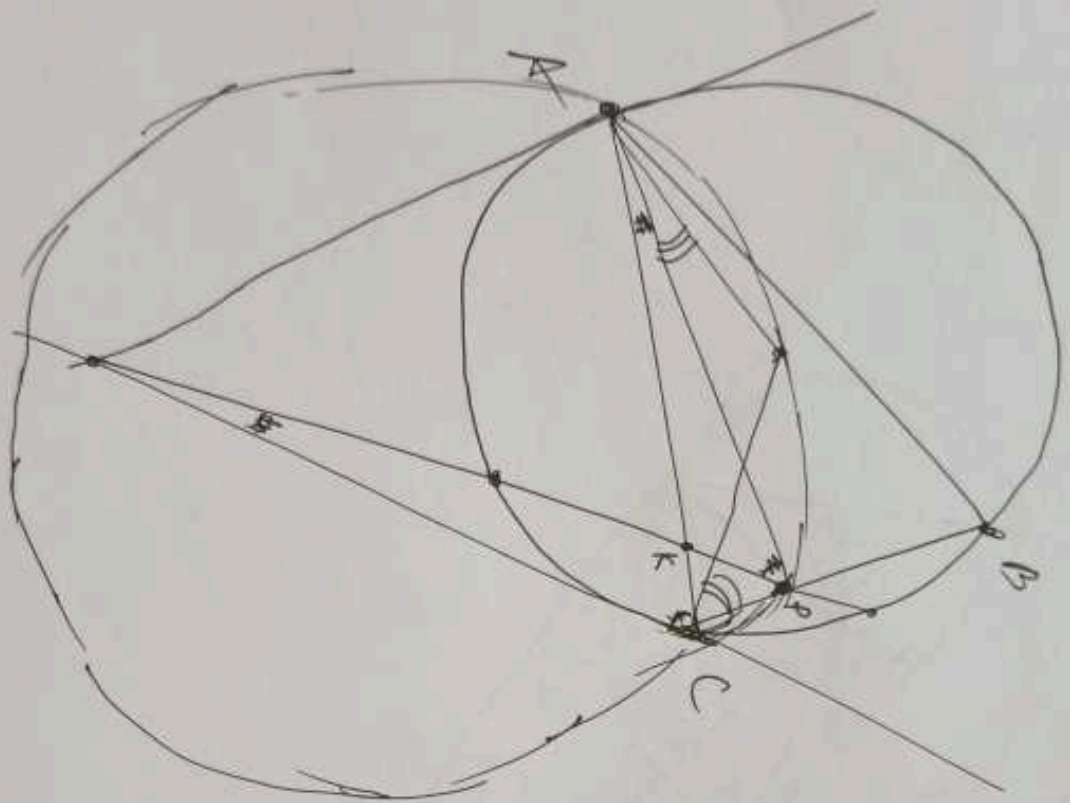
Дано: $SADK = 90^\circ$
 $SBC = 90^\circ$

Найти: $SABC$

Решение:

$BC \perp AT$, т.к. $OA \perp AT$, AO — радиус на сф.





$$\log_6 a = \log_6 c$$

$$\log \frac{4x-11}{4} \left(\frac{x}{2}-1\right) = \log \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \left(x-\frac{1}{4}\right)$$

$$\log_{0,25} (0,5) = \log (1,25) (0,25)$$

$$2 \log \left(\frac{4x-11}{4}\right) \left(\frac{x}{2}-1\right) = 0,5 \log \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \left(x-\frac{1}{4}\right)$$

$$2 \log (0,25) (0,5) = 0,5 \log (0,5) (1,25)$$

$$2 \log (2,25) (1,5) = 0,5 \log (1,5) (2,25)$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$96 \cdot 96 - 64 \cdot 125 =$$

$$= 16 \cdot 64 (6 \cdot 24 - 125)$$

$$16 \cdot 6 \cdot 16 \cdot 6 =$$

$$= 16 \cdot 4 (36 \cdot 4)$$

$$\sqrt[3]{19}$$

$$6 \cdot 24 =$$

$$= 144$$

$$144 - 125 =$$

$$= 19$$

$$0,5 \log_a b = \frac{0,5}{xy}$$

$$2 \log_b c = 2x$$

$$3 \log_c a = 2y$$

$$x=y$$

$$\frac{0,5}{xy} = 2x+1$$

$$\frac{0,5}{x^2} = 2x+1$$

$$0,5 = 2x^3 + x^2$$

$$0 = 4x^3 + 2x^2 - 1$$

$$1) x = 0,5$$

$$y = 0,5$$

$$2x = \frac{0,5}{xy}$$

$$4x^2y = 1$$

$$y = \frac{1}{4x^2}$$

$$\frac{1}{2x^2} = 2x+1$$

$$1 = 4x^3 + 2x^2$$

$$0 = 4x^3 + 2x^2 - 1$$

$$1) x = 0,5$$

$$y = \frac{1}{4 \cdot 0,5 \cdot 0,5}$$

①

~~3x7y~~
5

$$1) 3^{m_1} \cdot 7^{n_1}$$

$$2) 3^{m_2} \cdot 7^{n_2}$$

$$3) 3^{m_3} \cdot 7^{n_3}$$

$$3^{17} \cdot 7^{15}$$

$$3 \cdot 7^n$$

$$7 \cdot 3^m$$

$$3 \cdot 15 \cdot 17$$

$$7^{15} \cdot 3^2$$

$$3^{17} \cdot 7^{15}$$

$$3 \cdot 7$$

$$7^{15} \cdot 3$$

$$3^{17} \cdot 7$$

$$7 \cdot 3$$

~~$$17 \cdot 15 \cdot 247 \cdot 15 \cdot 6$$~~

$$6 \cdot 15 \cdot 17$$

$$6 \cdot 3^{17} \cdot 7^2$$

$$3 \cdot 7^{15}$$

$$3^{12} \cdot 7$$

$$3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$$



$$\log(1,5)^2 (2,25) = 1$$

$$2,5 - 0,1^2 \log(2,25) (2,25) = 1$$

$$3 - \frac{1}{4} = 0,25$$

$$5 - 2,75 \log(\sqrt{1,5}) (1,5) = 2$$

$$\begin{aligned} \log(0,5)^2 (1,25) &= \log(0,5)^{2 \cdot \frac{(0,125 \cdot 10)}{10}} \\ &= \log 3 + \log(0,125)(10) \end{aligned}$$

$$\log(1,25) (0,25)^2 = \log(1,25) (2^{-4})$$

$$= \frac{1}{\log(2^{-4}) \log(2^{-3} \cdot 10)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{4} + \log(0,125) \cdot 10}$$

$$\log(0,15) (0,15) = \textcircled{1}$$