Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100770**

ID профиля: **323187**

Вариант 19

№1. Чернов

$$S = \frac{a_1+a_{14}}{2}\cdot 14 = 7(a_1+a_1+13d) = 7(2a_1+13d)$$

$$a_9 a_{17} = (a_1+8d)(a_1+16d) > 7(2a_1+13d)+12$$

$$a_{11}a_{15} = (a_1+10d)(a_1+14d) < 7(2a_1+13d)+47$$

$d>0,\quad a, d \in \mathbb{Z}$

$$a_9 a_{17} > S+12$$

$$(a_9+2d)(a_{17}-2d) < S+47$$

$$a_9 a_{17} + 2da_{17} - 2da_9 - 4d^2 < S+47$$

$$2d\cdot a_{17} - 2d\cdot a_9 - 4d^2 < 35$$

$$2d(a_9+8d) - 2d\cdot a_9 - 4d^2 < 35$$

$$16d^2 - 4d^2 < 35$$

$$12d^2 < 35 \qquad 4 > \frac{35}{12}$$

$$d^2 < \frac{35}{12}$$

$$d=1$$

$$S = 14a_1 + 7\cdot 13 \qquad 103$$

$$(a_1+8)(a_1+16) > 14a_1 + 7\cdot 13 + 12$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 8\cdot 16 > 14a_1 + 7\cdot 13 + 12$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 128 - 91 - 12 > 0$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \qquad -16 ; -8$$

$$(a_1+5)^2 > 0 \Rightarrow \boxed{a_1 \neq -5}$$

$$(a_1+10)(a_1+14) < 14a_1 + 91 + 47$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + \cancel{88}\ 138$$

$$\cancel{a_1^2 + 10a_1 + 45 < 0} \qquad a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$$

$$\cancel{D = 100 - 45\cdot 4} \qquad D = 100 - 8 = 92 = 4\cdot 23$$

$$a = \frac{-24 \pm 2\sqrt{23}}{2} = -12 \pm \sqrt{23}$$

$$a \in (-12-\sqrt{23};\ -12+\sqrt{23})$$

21100770 (U323187 M1298389)

Черновик

$$\begin{cases}(a_1+8d)(a_1+16d) > 14a_1+91d+12\\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 14a_1+91d+47\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+24a_1d+128d^2 > 14a_1+91d+12\\ a_1^2+24a_1d+140d^2 < 14a_1+91d+47\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+24a_1d-14a_1 > -128d^2+91d+12\\ a_1^2+24a_1d-14a_1 < -140d^2+91d+47\end{cases}$$

$$-128d^2+\cancel{91}d+12 < -140d^2+\cancel{91d}+47$$

$$12d^2 < 35$$

$$d^2 < \frac{35}{12}$$

$d \in \mathbb{N} = 1 \quad d=1$

$$\begin{array}{r}91\\+47\\\hline 138\end{array}$$

$$\begin{cases}a_1^2+24a_1-14a_1 > \overbrace{-128+91+12}^{-25}\\ a_1^2+24a_1-14a_1 < -140+91+47\end{cases}$$

103

$$\begin{cases}a_1^2+10a_1+25 > 0\\ a_1^2+10a_1+2 < 0 \; *\end{cases}$$

$*\ D = 100-8 = 92 = 4\cdot 23$

$a_{1,2} = \frac{-10\pm 2\sqrt{23}}{2} = -5\pm\sqrt{23}$

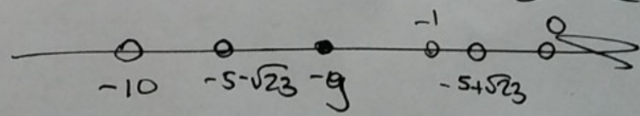
$a \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23})$

$a \neq -5$

$-5-\sqrt{23} \vee -10$

$5 \vee \sqrt{23}$

$-5-\sqrt{23}$



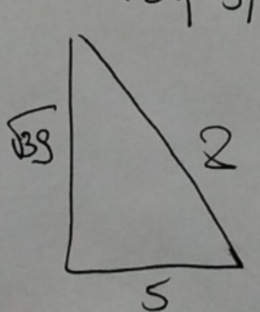
$a \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

$-5-\sqrt{23} \vee -9$

$4 \vee \sqrt{23}$

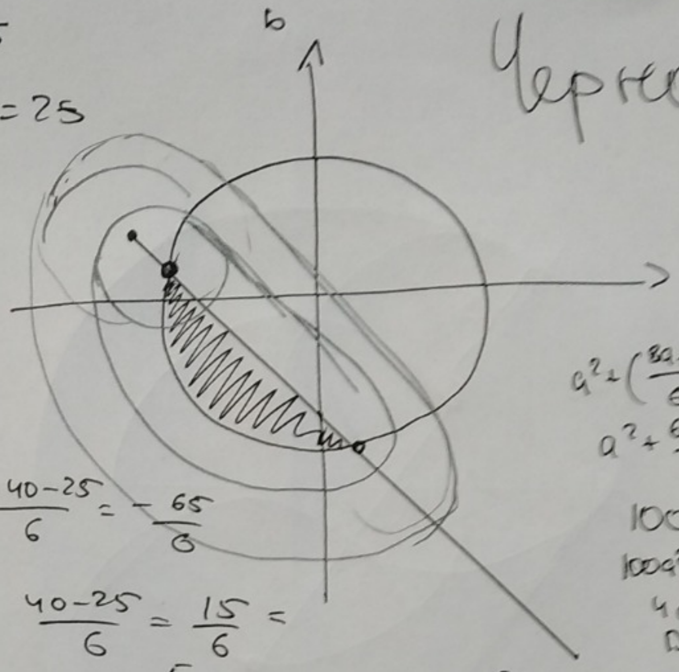
$-5+\sqrt{23} \vee 0$

$-5+\sqrt{23} \vee -1$



Черновик

$$\begin{cases} a^2+b^2=25 \\ -8a-6b=25 \end{cases}$$



$-8a-6b \geq 25$

$6b \leq -8a-25$

$b \leq -\frac{8a-25}{6}$

$a=5, \quad b=\frac{-40-25}{6}=-\frac{65}{6}$

$a=-5, \quad \frac{40-25}{6}=\frac{15}{6}=$

$=\frac{5}{2}$

$a=0, \quad b=-\frac{25}{6}$

$a^2+\left(\frac{8a+25}{6}\right)^2=25$

$a^2+\frac{64a^2+50\cdot 8a+25^2}{36}=25$

$100a^2+50\cdot 8a+25(25-...)$

$100a^2+50\cdot 8a+25\cdot 11=0$

$4a^2+16a-11=0$

$D=16^2+16\cdot 11=$

$=16(27)$

$a=\frac{-16\pm 12\sqrt{3}}{8}=\frac{-4\pm 3\sqrt{3}}{2}$

$\times\frac{36}{25}$ 180 $+72$ 900

$b \geq \frac{-8a-25}{6}$

$a^2+b^2 \leq -8a-6b$

$-8a-6b \leq -25$

$a^2+8a+b^2+6b \leq 0$

$\times\frac{36}{16}$ 216 $+36$ 576

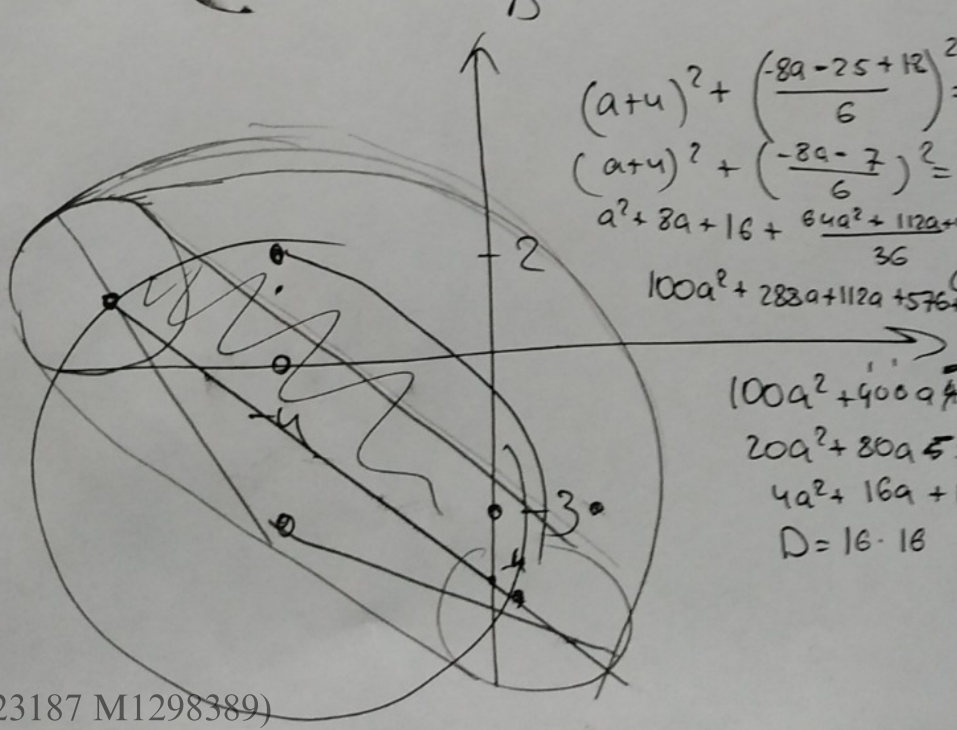
576 $+49$ 625 $\times\frac{36}{8}$ 288

$(a+4)^2-16+(b+3)^2-9 \leq 0$

$56\cdot 2=112$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \leq 25$

900 -625 275



$(a+4)^2+\left(\frac{-8a-25+18}{6}\right)^2=25$

$(a+4)^2+\left(\frac{-8a-7}{6}\right)^2=25$

$a^2+8a+16+\frac{64a^2+112a+49}{36}=25$

$100a^2+288a+112a+576+49=900$

$100a^2+400a-275=0$

$20a^2+80a-55=0$

$4a^2+16a+11=0$

$D=16\cdot 16$

Черновик

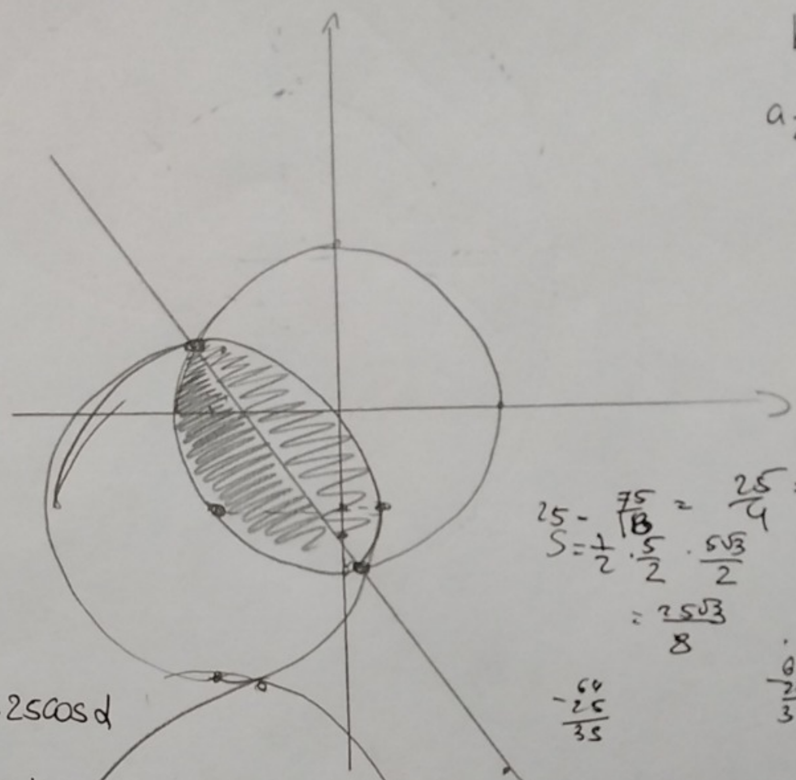
$a_1 = \frac{-4-3\sqrt{3}}{2}$

$b_1 = \frac{-4(-4-3\sqrt{3})-25}{6} = \frac{16+12\sqrt{3}-25}{6} = \frac{-9+12\sqrt{3}}{6} =$

$= -\frac{3+4\sqrt{3}}{2}$

$b_2 = \frac{-3-4\sqrt{3}}{2}$

$a_2 = \frac{-4+3\sqrt{3}}{2}$



$\frac{400-75}{10} = \frac{325}{10} = \frac{5}{2}$

$= \frac{5 \cdot 65}{10} =$

$25 - \frac{75}{\cancel{13}} = \frac{25}{4} =$

$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{25\sqrt{3}}{8}$

$75 = 5 \cdot 15 = 25 \cdot 3$

$\begin{array}{r} 64 \\ -25 \\ \hline 39 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 64 \\ -25 \\ \hline 39 \end{array}$

$\frac{75}{4} = 25 + 25 - 2 \cdot 25\cos\alpha$

$\frac{75}{4} = 50 - 50\cos\alpha$

$75 = 200 - 200\cos\alpha$

$200\cos\alpha = 125$

$\cos\alpha = \frac{125}{200} = \frac{5}{8}$

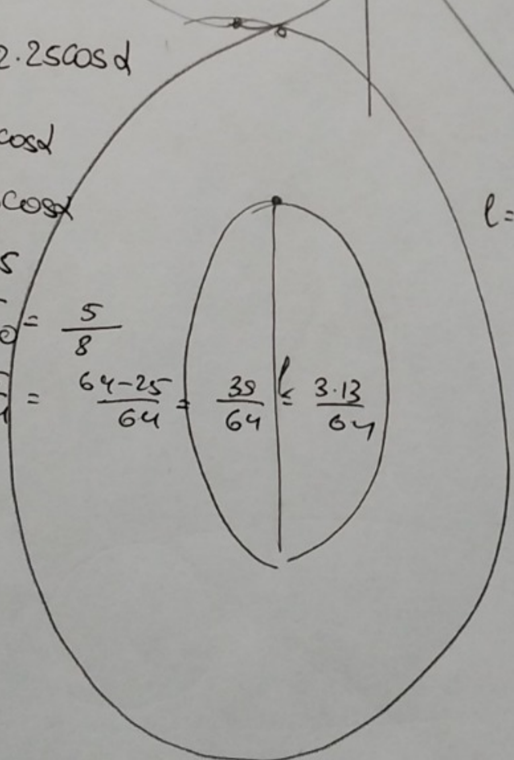
$1 - \frac{25}{64} = \frac{64-25}{64} = \frac{39}{64} = \frac{3 \cdot 13}{64}$

$l = \sqrt{\left(\frac{-4+3\sqrt{3}+4+3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3-4\sqrt{3}+3-4\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{48}{4}} =$

$= \sqrt{\frac{75}{4}} =$

$= 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$



$l + 10$

$\frac{S_M}{S} = \left(\frac{5\frac{\sqrt{3}}{2} + 10}{5\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2$

$\begin{array}{r} 48 \\ +27 \\ \hline 75 \end{array}$

$75 = 5 \cdot 15$
$= 25 \cdot 3$

$\frac{75}{4} = 50 - 50\cos\alpha$

$75 = 200 - 200\cos\alpha$

$200\cos\alpha = 125$

$40\cos\alpha = 25$

$8\cos\alpha = $

М-фигура

Щргсовиц

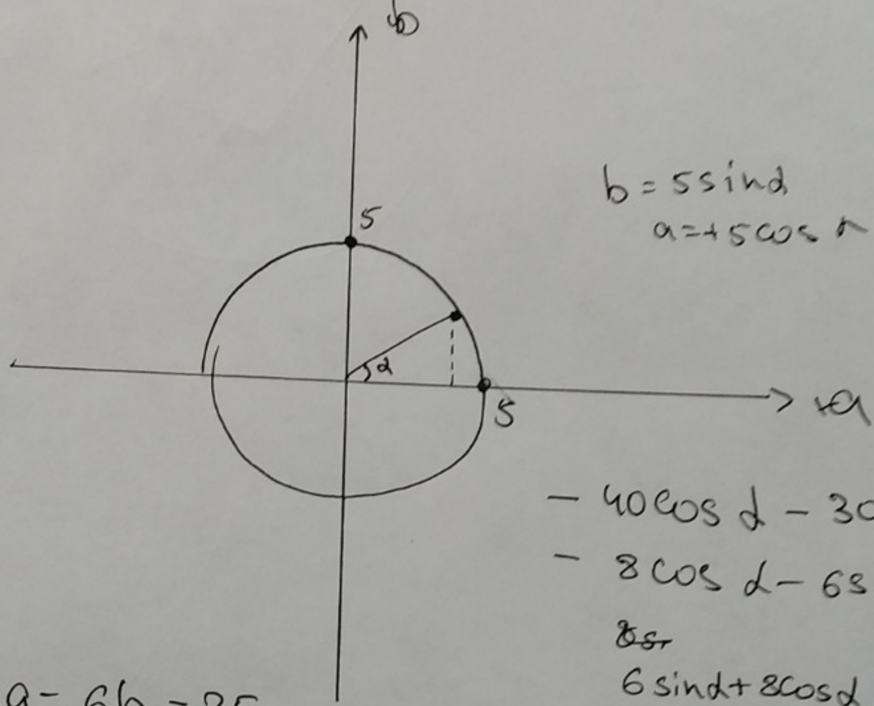
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,\,25)\end{cases}$$

$S_M - ?$

$$\begin{cases}-8a-6b\le 25\\ a^2+b^2\le -8a-6b\end{cases}$$

Граница: $\begin{cases}-8a-6b=25\end{cases}$

$-8a-6b\le 25$



$b=5\sin\alpha$

$a=+5\cos\alpha$

$-40\cos\alpha-30\sin\alpha \vee 25$

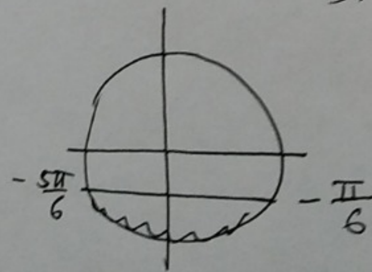
$-8\cos\alpha-6\sin\alpha \vee 5$

$6\sin\alpha+8\cos\alpha \,\Lambda\, -5$

$10\sin\left(\alpha+\arcsin\frac{8}{10}\right) \Lambda -5$

$\sin\left(\alpha+\arcsin\frac{4}{5}\right) \Lambda -\frac{1}{2}$

$<$



$$\begin{cases}-8a-6b=25\\ a^2+b^2=25\end{cases}$$

$b=-\frac{8a-25}{6}$

$a^2+\left(\frac{8a+25}{6}\right)^2=25$

$a^2+\frac{64a^2+400a+625}{36}=25$

$36a^2+64a^2+400a+25(\overset{-11}{25-36})=0$ $\quad -\frac{5\pi}{6}<\alpha+\arcsin\frac{4}{5}<-\frac{\pi}{6}$

$100a^2+400a-25\cdot 11=0$

$4a^2+16a-11=0$

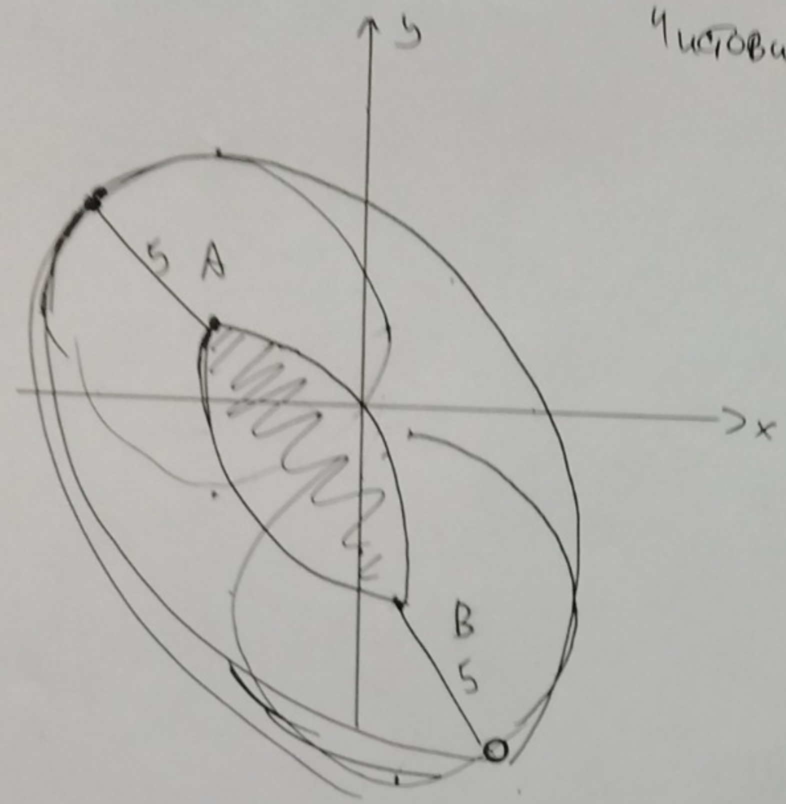
$D=16\cdot 16+4\cdot 4\cdot 11=16(16+11)=16\cdot 27$

$a=\frac{-16\pm 4\cdot 3\sqrt{3}}{8}=\frac{-4\pm 3\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $$\frac{(15+8\sqrt{3})\cdot 25\cdot\left(\arccos\frac{5}{8}+\frac{\sqrt{39}}{8}\right)}{3}$$ Чистовик

6)

Чистовик



Фигура M – множество кругов с центром в точке (a, b), радиусом 5, тогда

$$\frac{S_M}{S_1+S_2} = \left(\frac{AB+10}{AB}\right)^2$$

$$S_M = \left(1+\frac{10}{AB}\right)^2 \cdot 2S_1 =$$

$$= \left(1+\frac{10\cdot 2}{8\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{25}{2}\arccos\frac{5}{8} + \frac{25}{2}\cdot\frac{\sqrt{39}}{8}\right)$$

$$= \left(1+\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 25\left(\arccos\frac{5}{8} + \frac{\sqrt{39}}{8}\right) =$$

$$= \left(1+\frac{16}{3}+\frac{8}{\sqrt{3}}\right)\cdot 25\left(\arccos\frac{5}{8}+\frac{\sqrt{39}}{8}\right) =$$

$$= \left(\frac{19+8\sqrt{3}}{3}\right)\cdot 25\left(\arccos\frac{5}{8}+\frac{\sqrt{39}}{8}\right)$$

Отв. 4

21100770 (U323187 M1298389)

3) 1. Найдем точки $A(a_1; b_1)$ и $B(a_2; b_2)$ Условие

$$b = \frac{-8a-25}{6}$$

$$a^2 + \left(\frac{8a+25}{6}\right)^2 = 25$$

$$100a^2 + 400a - 25\cdot 11 = 0$$

$$4a^2 + 16a - 11 = 0$$

$$D = 16\cdot 16 + 16\cdot 11 = 16\cdot 27 = 4^2\cdot 3^2\cdot 3$$

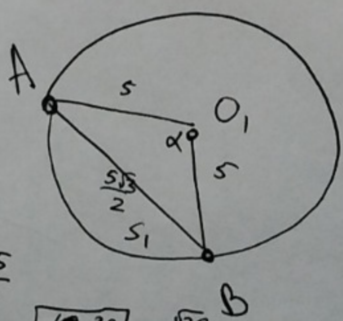
$$a = \frac{-16 \pm 12\sqrt{3}}{8} = \frac{-4 \pm 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1 = \frac{-4-3\sqrt{3}}{2} \\ b_1 = \frac{-4(-4-3\sqrt{3})-25}{6} \end{cases} \\ \begin{cases} a_2 = \frac{-4+3\sqrt{3}}{2} \\ b_2 = \frac{-4(-4+3\sqrt{3})-25}{6} \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1 = \frac{-4-3\sqrt{3}}{2} \\ b_1 = \frac{-3+4\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a_2 = \frac{-4+3\sqrt{3}}{2} \\ b_2 = \frac{\cancel{-4+3}\ -3-4\sqrt{3}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

4) $$AB = \sqrt{\left(\frac{-4-3\sqrt{3}}{2} - \frac{-4+3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3+4\sqrt{3}}{2} - \frac{-3-4\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{48}{4}} = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

5) ΔAO_1B: $\frac{75}{4} = 25 + 25 - 2\cdot 25\cos\alpha$



$$\cos\alpha = \frac{200-75}{4\cdot 2\cdot 25} = \frac{125}{4\cdot 2\cdot 25} = \frac{5}{8}$$

$\alpha = \arccos\frac{5}{8}$ $\quad \sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{64}} = \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8}$

$$S_1 = \frac{\alpha}{2\pi}\cdot\pi R^2 - \frac{1}{2}R^2\sin\alpha =$$

$$= \frac{25}{2}\arccos\frac{5}{8} + \frac{25}{2}\cdot\frac{\sqrt{39}}{8}$$

стр. 3

Аналогично $S_2 = \frac{25}{2}\arccos\frac{5}{8} + \frac{25}{2}\cdot\frac{\sqrt{39}}{8}$

Чистовик

$\sqrt{3}$

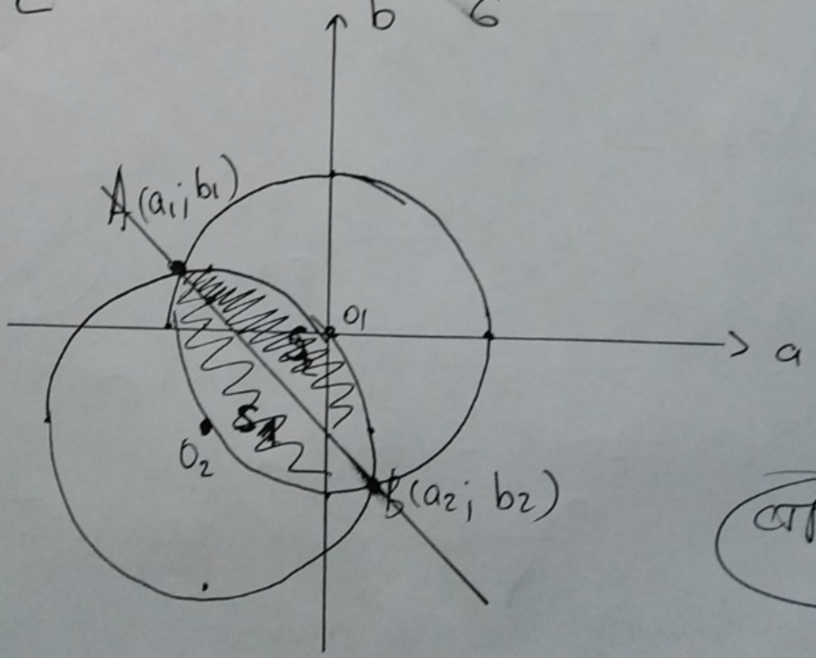
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25) & (2) \end{cases}$$

1). График (1) - множество кругов с центром в точке $(a;b)$, радиусом 5.

2). (2)

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ -8a-6b \ge 25 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \ge -8a-6b \\ -8a-6b \le 25 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ b \le \dfrac{-8a-25}{6} \end{cases} \\ \begin{cases} (a+4)^2+(b+3)^2 \ge 25 \\ b \ge \dfrac{-8a-25}{6} \end{cases} \end{array}\right.$$



стр. 2

Чистовик Вариант 19

№1.

1). $S = \frac{a_1 + a_{14}}{2} \cdot \cancel{17} 14 = 7(a_1 + 13d + a_1) = 14a_1 + 91d$,

где d - шаг арифметической прогрессии

2). $a_9 \cdot a_{17} = (a_1 + 8d)(a_1 + 16d) = a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2$

$a_{11} \cdot a_{15} = (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) = a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2$

3). $\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 47 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d - 14a_1 > -128d^2 + 91d + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 d - 14a_1 < -140d^2 + 91d + 47 \end{cases}$

4). Из (п. 3) $\quad -128d^2 + \cancel{91d} + 12 < -140d^2 \cancel{+91d} + 47$

$d^2 < \frac{35}{12}$

По условию прогрессия возрастает и все ее члены - целые числа, тогда $d \in \mathbb{N}$, тогда единственное возможное значение $d = 1$

5). $\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 - 14a_1 > -128 + 91 + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 - 14a_1 < -140 + 91 + 47 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \; * \end{cases}$

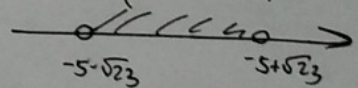
$\begin{cases} a \neq -5 \\ a \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23}) \end{cases}$

$*\; a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0$

$D = 100 - 8 = 92 = 4 \cdot 23$

$a_{1,2} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2} = -5 \pm \sqrt{23}$

$a \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23})$



$-10 < -5-\sqrt{23} < -9$

$-1 < -5+\sqrt{23} < 0$

По условию, $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$\Rightarrow a \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $a \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

стр. 1

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100770**

ID профиля: **323187**

Вариант 19

Чистовик

(3) $\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-1\right)^4 = \frac{x}{2}-\frac{1}{4} \\ x-\frac{11}{4} = \left(\frac{x}{2}-1\right)^2 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \left(x-\frac{11}{4}\right)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-1\right)^4 = \frac{x}{2}-\frac{1}{4} \\ x-\frac{11}{4} = \frac{x^2}{4} - x + 1 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4} = x^2 - \frac{11x}{2} + \frac{121}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-1\right)^4 = \frac{x}{2}-\frac{1}{4} \\ x^2 - 8x + 15 = 0 \\ x^2 - \frac{11x}{2} + \frac{121}{4} = \frac{x}{2}-\frac{1}{4} \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 5 \\ \left(\frac{5}{2}-1\right)^4 = \frac{5}{2}-\frac{1}{4} \\ 25 - \frac{55}{2} + \frac{121}{4} = \frac{5}{2} - \frac{1}{4} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ \left(\frac{3}{2}-1\right)^4 = \frac{3}{2}-\frac{1}{4} \\ 9 - \frac{33}{2} + \frac{121}{4} = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 5 \\ \frac{81}{16} = \frac{9}{4} \\ \vdots \end{cases} \quad \varnothing \\ \begin{cases} x = 3 \\ \frac{1}{16} = \frac{5}{4} \\ \vdots \end{cases} \quad \varnothing \end{array}\right.$

Ответ: 5

стр. 5

Чистовик [redacted]

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1\\ 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=1\\ 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)=2\end{cases} \quad (1)\\ \begin{cases}\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1\\ 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=2\\ 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)=1\end{cases} \quad (2)\\ \begin{cases}\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=2\\ 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=1\\ 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)=1\end{cases} \quad (3)\end{array}\right.$$

(1)
$$\begin{cases}\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2\\ \left(\frac{x}{2}-1\right)^2=x-\frac{11}{4}\\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=x-\frac{11}{4}\end{cases} \qquad \begin{cases}\frac{x}{2}-\frac{\cancel{1}1}{4}=\frac{x^2}{4}-x+1\\ \frac{x^2}{4}-x+1=x-\frac{11}{4}\\ \frac{x}{2}=\frac{10}{4}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2-6x+5=0\\ x^2-8x+15=0\\ x=5\end{cases} \qquad x=5$$

(2)
$$\begin{cases}\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1\\ x-\frac{11}{4}=\frac{x}{2}-1\\ 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)=1\end{cases} \qquad \begin{cases}x=\cancel{\tfrac{2}{4}}\ \frac{7}{2}\\ \cancel{\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{4}}\left(\frac{3}{2}\right)}=1\\ \cancel{2\log_{\frac{3}{2}}}\end{cases} \vdots$$

$$\begin{cases}x=\frac{7}{2}\\ \frac{1}{2}\log_{\frac{3}{4}}\left(\frac{3}{2}\right)=1\\ 2\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{3}{4}\right)=1\end{cases} \qquad \varnothing$$

стр. 4

Чистовик

1) $a = \log_{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$

$b = \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$

$c = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$

2) $a \cdot b \cdot c =$

$= b \cdot \frac{1}{2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)} \cdot 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\cancel{\frac{x}{2}}-\frac{11}{4}\right)$

$= b \cdot \log_{\frac{x}{2}-1}\left(\cancel{\ } x-\frac{11}{4}\right) =$

$= 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right) \cdot \frac{1}{\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)} =$

$= 2$

$abc = 2$

3) Пусть 2 из чисел a, b, c равны d, тогда третье $= d+1$

$d^2(d+1) = 2$

$d^3 + d^2 - 2 = 0$

$(d-1)(d^2+2d+2) = 0$ $\quad D<0$

$d = 1$

Значит 2 числа равны 1, третье равно 2

Ограничения:

$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}-1\right)^2 > 0 \\ \frac{x}{2}-1 \neq 1 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4} > 0 \\ x-\frac{11}{4} > 0 \\ x-\frac{11}{4} \neq 1 \\ \frac{x}{2}-1 > 0 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4} > 0 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4} \neq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{x}{2} \neq 0 \\ x \neq \frac{15}{4} \\ \frac{x}{2} \neq \frac{5}{4} \\ \frac{x}{2} > \frac{1}{4} \\ x > \frac{11}{4} \\ \frac{x}{2} > 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x > \frac{11}{4} \\ x \neq \frac{15}{4} \end{cases}$

$\sqrt{5}$

стр. 3

Всего возможных троек степеней ~~84~~ числа 3 (чистовик):

$n_3 = 3 + 3 + 15 \cdot 6 = 16 \cdot 6$

4). Пусть $\alpha_2 \le \beta_2 \le \gamma_2$, тогда $\alpha_2 = 1$, $\gamma_2 = 15$, $\beta_2 \in [1;15]$

Аналогично п. 3 всех возможных троек степеней 7: $n_7 = 3 + 3 + 13 \cdot 6 = 14 \cdot 6$

5). Всего различных троек, удовлетворяющих системе: $16 \cdot 6 \cdot 14 \cdot 6 = 2^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^{\cancel{8}7} \cdot 3^2 \cdot 7$

Ответ: $2^7 \cdot 3^2 \cdot 7$

стр. 2

21100770 (U323187 M1298390)

Чистовик

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$$

1) $НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad a=3^{\alpha_1}\cdot 7^{\alpha_2}, \quad b=3^{\beta_1}\cdot 7^{\beta_2}, \quad c=3^{\gamma_1}\cdot 7^{\gamma_2},$

~~$\alpha_1 + \beta_1$~~ $\max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)=17,$

$\max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)=15$

2) $НОД(a;b;c)=3\cdot 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)=1$

$\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)=1$

3) Пусть $\alpha_1 \le \beta_1 \le \gamma_1$, тогда $\alpha_1 = 1$ (п.2), $\gamma_1 = 17$ (п.1), $\beta_1 \in [1;17]$

Если $\beta_1 \ne \gamma_1$ и $\beta_1 \ne \alpha_1$, то системе удовлетворяют ~~восемь~~ шесть троек:

$\alpha_1 \; \beta_1 \; \gamma_1$
$\alpha_1 \; \gamma_1 \; \beta_1$
$\beta_1 \; \alpha_1 \; \gamma_1$
$\beta_1 \; \gamma_1 \; \alpha_1$
$\gamma_1 \; \alpha_1 \; \beta_1$
$\gamma_1 \; \beta_1 \; \alpha_1$

Если $\beta_1 = \gamma_1$, то 3 тройки: $\alpha_1 \; \beta_1 \; \beta_1$
$\beta_1 \; \alpha_1 \; \beta_1$
$\beta_1 \; \beta_1 \; \alpha_1$

Если $\beta_1 = \alpha_1$, то 3 тройки: $\beta_1 \; \beta_1 \; \gamma_1$
$\beta_1 \; \gamma_1 \; \beta_1$
$\gamma_1 \; \beta_1 \; \beta_1$

стр 1

21100770 (U323187 M1298390)

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 21 \\ НОК(a;b;c) = 3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$$

Черновик

$a = x \cdot 21$

$b = y \cdot 21$

$c = z \cdot 21$

$x, y, z - 8$

$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 16$

$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 14$

$x = 3^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2}$

$y = 3^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2}$

$z = 3^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2}$

Если $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 > 0$, то НОД $\neq 21 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ хотя бы 1 из $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 = 0$

хотя бы 1 из $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 = 0$

0 0 16 — 3

0 1 15 — 6

0 2 14 — 6

3 13 — 6

4 12 — 6

5 11 — 6

6 10 — 6

7 9 — 6

0 8 8 — 3

0 8 8

8 0 8

8 8 0

0 0 16

0 16 0

0 1 15

0 15 1

1 0 15

1 15 0

15 0 1

15 1 0

$6 \cdot 7 + 6 = 48$

0 0 14 — 3

0 1 13 — 6

0 2 12 — 6

0 3 11 — 6

0 4 10 — 6

0 5 9 — 6

0 6 8 — 6

0 7 7 — 3

$6 \cdot 6$

$6 \cdot 6 + 6 = 42$

$48 \cdot 42$

21100770 (U323187 M1298390)

Черновик

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)\cdot$$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = \cancel{\frac{1}{4}}2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)\cdot$$

$$2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)} =$$

$$= \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$$

1 2 1

1 1 2

2 1 1

$\frac{7}{2} \vee \frac{11}{4}$

$$\cancel{2\frac{1}{\log_{\frac{x}{2}-\frac{11}{4}}(}}$$

$$\cancel{2\log}, \quad 2\cdot\frac{1}{\log_{\frac{x}{2}-1}\cancel{\left(x-\frac{11}{4}\right)}}\cdot\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\cancel{\left(x-\frac{11}{4}\right)}$$

$$= 2$$

$a=1, \quad c=2$

$$a = \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$$

$$b = \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$c = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$$

$$\begin{cases} \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1 \\ \log_{(\sqrt{x-\frac{11}{4}})}\left(\frac{x}{2}-1\right)=1 \\ \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=2 \end{cases}$$

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4} = \left(\frac{x}{2}-1\right)^2$$

$$\frac{x}{2} = \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$abc = 2$ Пусть $a=b$, $c=a+1$

$$\frac{7}{2}-\frac{11}{4} = \frac{3}{4}$$

$$a^2(a+1)=2$$

$$a^3+a^2-2=0$$

$$(a-1)(a^2+2a+2)=0$$

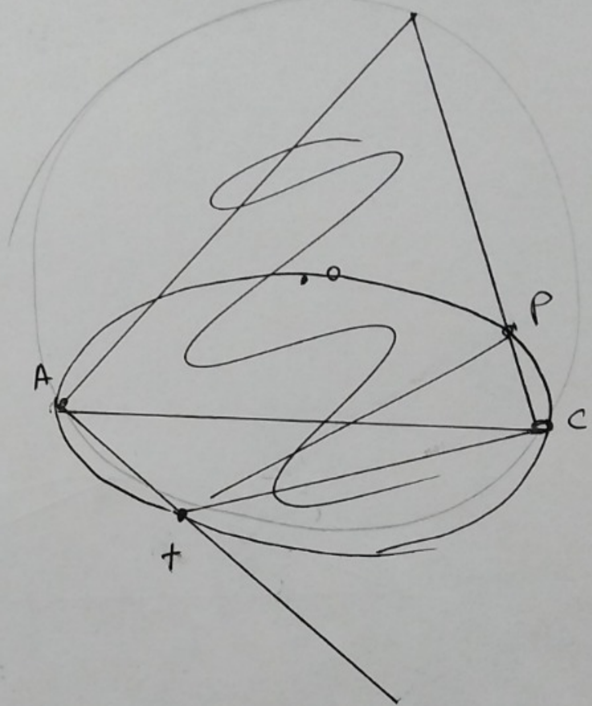
$$\begin{array}{r|l} a^3+a^2-2 & a-1 \\ \underline{a^3-a^2} & a^2+2a+2 \\ 2a^2-2 & \\ \underline{2a^2-2a} & \\ 2a-2 & \end{array}$$

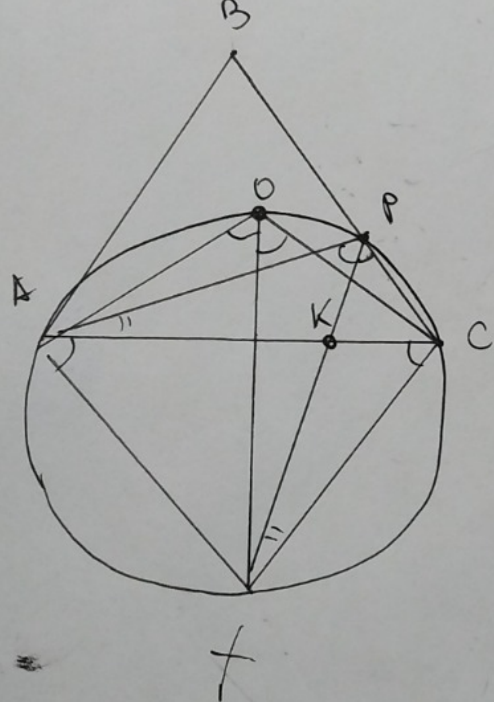
$$\frac{7}{4}-1=\frac{3}{4}$$

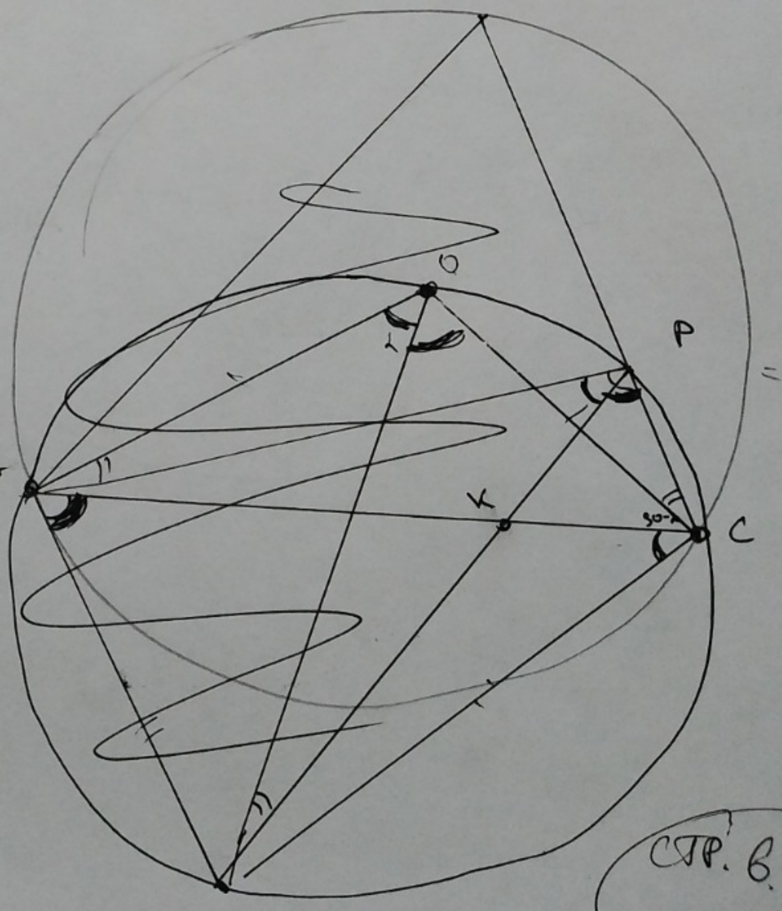
21100770 (U323187 M1298390)

Чистовик

1). $\angle TAO = \angle TCO = 90^\circ$,
опир на ∘OT =>
=> около AOCT
можно описать окружность =>
=> $T \in$ окружности,
проходящей через
точки A, O, C,







стр. 6.