Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100675**

ID профиля: **183798**

Вариант 19

Чистовик (лист 1)

1. $\exists\ a_1 = a_1$
$a_2 = a_1 + d$
$\vdots$
$a_{14} = a_1 + 13d$
$a_n = a_1 + (n-1)d$,

$d > 0$, т.к. послед. возрастающая
$\Downarrow$ $d \in \mathbb{Z}$, т.к. прогрессия $\in \mathbb{N}$
$\boxed{d \in \mathbb{N}}$

$$S = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + (a_1 + 13d) = 14a_1 + \frac{13 \cdot 14}{2} d = 14a_1 + 91d$$

$$a_9 a_{17} = (a_1 + 8d)(a_1 + 16d) = a_1^2 + 24da_1 + 128d^2$$
$$a_{11} a_{15} = (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) = a_1^2 + 24da_1 + 140d^2$$

Из условия:

$$\begin{cases} a_1^2 + 24da_1 + 128d^2 > S + 12 \\ S + 47 > a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 \end{cases} \Big\downarrow +$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{a_1^2} + \cancel{24}da_1 + 128d^2 + \cancel{S} + 47 > \cancel{S} + \cancel{a_1^2} + \cancel{24a_1}d + 140d^2 + 12$$

$$\Downarrow$$

$$12d^2 < 35$$

Если $d \geq 2$, то $d^2 \geq 4 \Rightarrow 12d^2 \geq 48 > 35$!!! $\Rightarrow$

$\Rightarrow d = 1$.

система запишется как

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 128 > 14a_1 + 91 + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < 14a_1 + 91 + 47 \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ \left(a_1 - \left(-5 - \sqrt{23}\right)\right)\left(a_1 - \left(-5 + \sqrt{23}\right)\right) < 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} a_1 \neq -5 \\ a_1 \in (-5 - \sqrt{23}; -5 + \sqrt{23}) \end{cases}$$

$\boxed{\sqrt{23} \in (4;5)}$

$$\Downarrow$$

$a_1 \in (-5 - \sqrt{23}; -5) \cup (-5; -5 + \sqrt{23})$, $a_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \Downarrow$

$\Rightarrow a_1 = \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: a_1 может принимать одно из значений

$\{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Чистовик

Лист 2

(Начало)

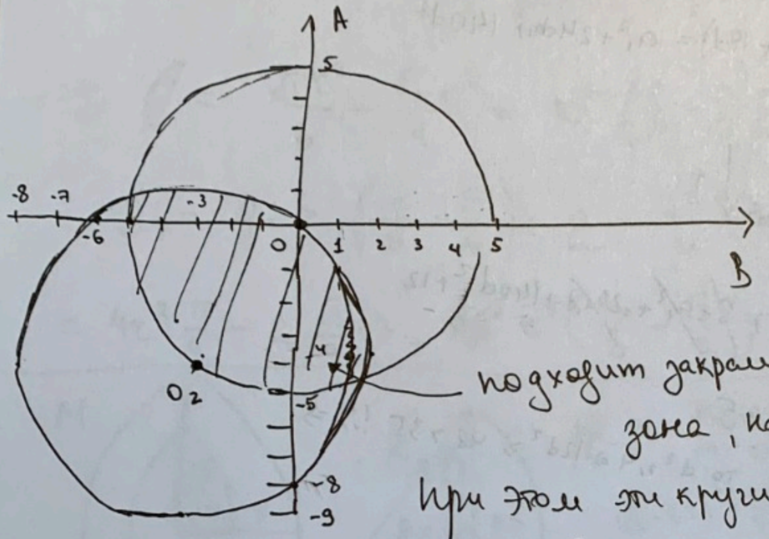
3. Рассмотрим выражение

$$a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25)$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 5^2 \\ a^2+8a+16+b^2+6b+9 \le 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 5^2 \\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 5^2 \end{cases}$$

Начертим в осях BOA: ⟶ круг с центром $O_2(-3;-4)$



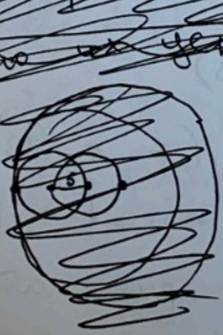
подходит закрашенная (заштрихованная) зона, назовем её P

При этом эти круги содержат центры друг друга таким образом, что центр одного лежит на окружности с max радиусом ($OO_2 = r = r_2 = 5$), т.к. $\sqrt{3^2+4^2} = 5$.

Посмотрим, какие (x,y) подходят под условие

$$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25.$$

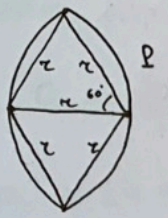
для точки (a,b), подх. под область окр., это окружность радиусом 5 около неё, значит требуемая ~~площадь~~ фигура M – объединение окр-ей, с центром в P и радиусом 5. ~~[illegible], как расстояние до P [illegible]~~ ~~середина равна 5.~~ ~~Заметим, что это пересечение кругов радиусом 5:~~ ~~серед. отрезка соединяющего их центра, совпадает с серед. отрезка~~ ~~[illegible]~~ ~~OO_2~~.



(Продолжение на след. странице)

3. (Продолжение)

Чистовик (лист 3)

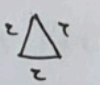


Найдем $S(P)$ для произв. радиуса r

составляет 1/6 от круга с радиусом r

$\Downarrow$

$S = \frac{\pi r^2}{6}$ $\Downarrow$

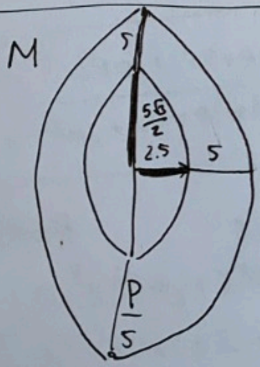


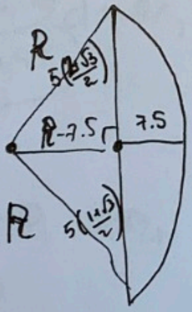
равностор $\Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 \Rightarrow$

S  $= \frac{\pi r^2}{6} - \frac{\sqrt{3} r^2}{4} = r^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \Rightarrow$

$$S_P = 4 \cdot r^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 =$$

$$= 4r^2 \frac{\pi}{6} - 2 \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 = r^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$





R - ? Найдём R окружности:
M - сектор (половина)

$$(R - 7.5)^2 + \left(R - 5\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)\right)^2 = R^2$$

~~$R^2 - R(5(4+\sqrt{3})) + \frac{1}{4}(5^2(13^2+4\cdot 2\sqrt{3}))$~~

~~$D = 5^2(4+\sqrt{3})^2 - 5^2(13+2\sqrt{3}) = 5^2(6+6\sqrt{3})$~~

~~$R = \frac{-5(4+\sqrt{3}) \pm 5\sqrt{6+6\sqrt{3}}}{2} = \frac{-5(4+\sqrt{3}) + 5\sqrt{6+6\sqrt{3}}}{2} =$~~

~~$= \frac{5(\sqrt{6+6\sqrt{3}} - (4+\sqrt{3}))}{2}$~~

$$\cancel{R^2} - 15R + \frac{15^2}{4} + R^2 - R(5(2+\sqrt{3})) + 5^2\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \cancel{R^2}$$

$$R^2 - R(15 + 5(2+\sqrt{3})) + \frac{1}{4}\left(15^2 + 5^2(2+\sqrt{3})^2\right) = 0$$

$$R^2 - R(5(5+\sqrt{3})) + \frac{1}{4}\left(5^2(9+7+4\sqrt{3})\right) = 0$$

$$D = 5^2(5+\sqrt{3})^2 - 5^2(16+4\sqrt{3}) = 5^2(25+10\sqrt{3}+3-16-4\sqrt{3}) = 5^2(12+6\sqrt{3})$$

$$= 5^2 \cdot 6 \cdot (2+\sqrt{3})$$

$$R = \frac{5(5+\sqrt{3}) \pm 5\sqrt{6(2+\sqrt{3})}}{2}$$

$\overset{a_1+0d}{a_1}, \overset{=a_1+d}{a_2} \ldots \overset{=a_1+13d}{a_{14}}$ $\boxed{d>0}$

Черновик

$S = 14a_1 + d(0+1+..+13) = 14a_1 + 13\cdot7d$

$a_9 a_{17} = (a_1+8d)(a_1+16d) > 13\cdot7d + 14a_1 + 12$

$a_{11} a_{15} = (a_1+10d)(a_1+14d) < 13\cdot7d + 14a_1 + 47$

$a_1^2 + 24a_1d + 128d^2 > 91d + 14a_1 + 12$

$a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < 91d + 14a_1 + 47$ $\downarrow +$

$91d + 14a_1 + 12 < a_1^2 + 24a_1d + 128d^2$

$\cancel{a_1^2} + 24\cancel{a_1d} + \overset{}{\underset{140d^2}{}} + 9\cancel{1d} + 1\cancel{4a_1} + 12 < \cancel{a_1^2} + \cancel{91d} + 1\cancel{4a_1} + \cancel{24a_1d} + 128d^2 + 47$

$140d^2$

$12d^2 < 35$

$\boxed{a_1^2 + 24a_1 + 128 > 91 + 14a_1 + 12}$ $d = 0, \pm 1$, $d \in \mathbb{Z}$

$\boxed{a_1^2 + 24a_1 + 140 < 91 + 14a_1 + 47}$

$\boxed{d>0}$

$\Downarrow$

$\boxed{d=1}$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 2 < 0 \end{cases}$$

$(a_1+5)^2 > 0$ $\boxed{a_1 \neq 5}$

$D = 100 - \underset{8}{4\cdot2} = \underset{4\cdot23}{92}$

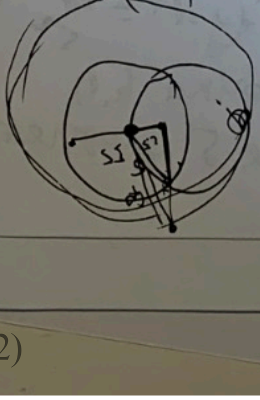
$a_1 = \dfrac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2} = -5 \pm \sqrt{23}$

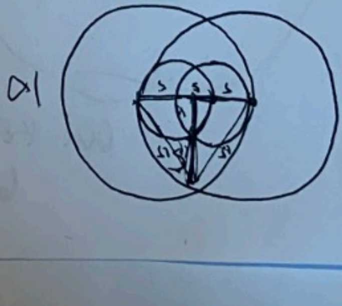
$\Downarrow$

$a_1 \in (-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23})$

$\Downarrow$

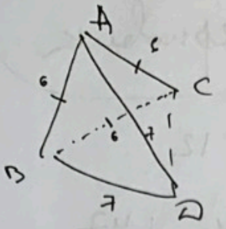
Ответ: $a_1 \in (-5-\sqrt{23}; -5) \cup (-5; -5+\sqrt{23})$

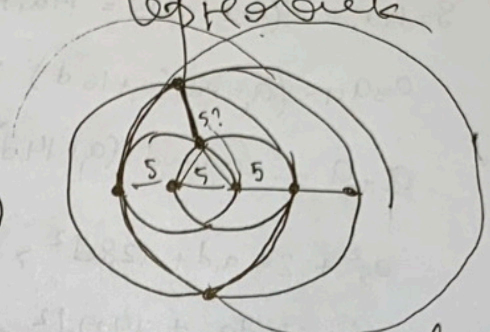


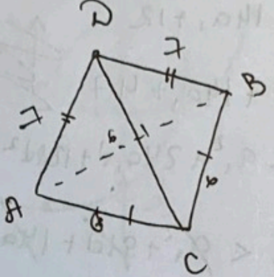


Черновик

2.







Нужно спроец. всё на плоск, перп.

M ↷

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b,\ 25)\end{cases}$$

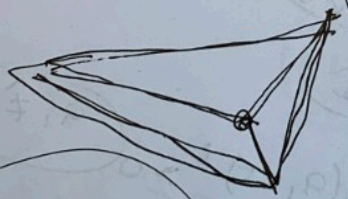
S[M] – ?

$-9 \geq -5-\sqrt{23}$

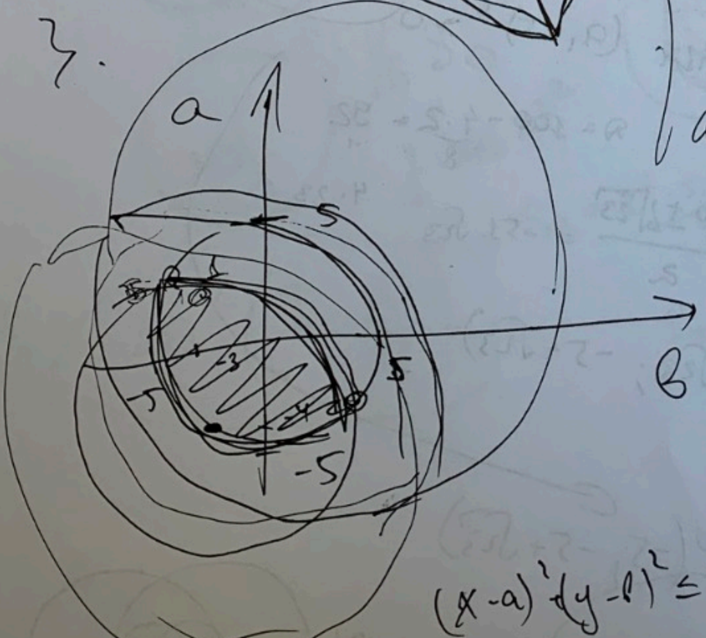
$-4 \geq -\sqrt{23}$

$4 \leq \sqrt{23}$

$16 \leq 23$



3.



$a^2+b^2\le -8a-6b$

$-8a-6b\le 25$

$a^2+b^2\le -8a-6b$

$a^2+8a+b^2+6b\le 0$

$+16 \quad +9$

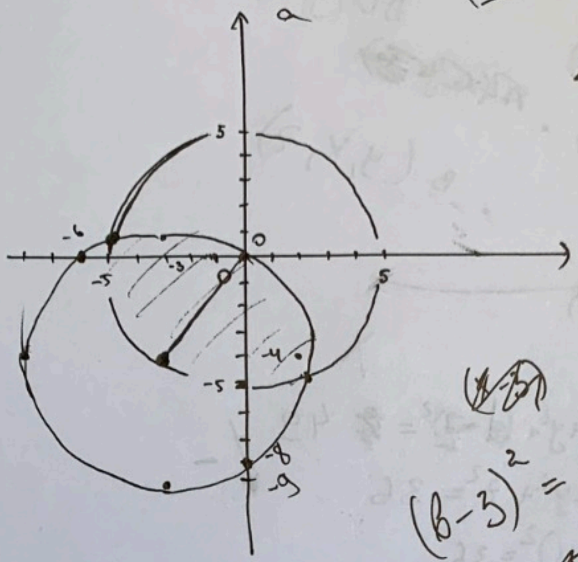
$(a+4)^2+(b+3)^2\le 25$

$(x-a)^2+(y-b)^2\le \cancel{25}\ 5^2$

$-4 \quad -3$

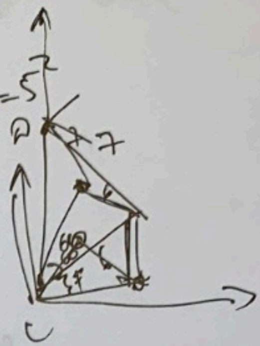
От каждой точки (a,b) в радиусе 5 может быть (x,y)

(В 19) Черновик



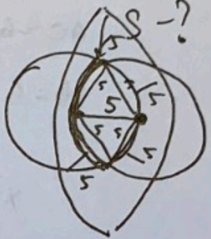
-3, -4

$3^2+4^2=5^2$



$(b-3)^2 = b^2$

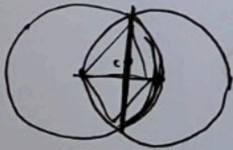
S -?

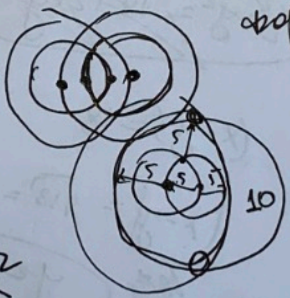


2 окр-ти,
прох. через центры
друг друга

$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 25$

форма не меняется





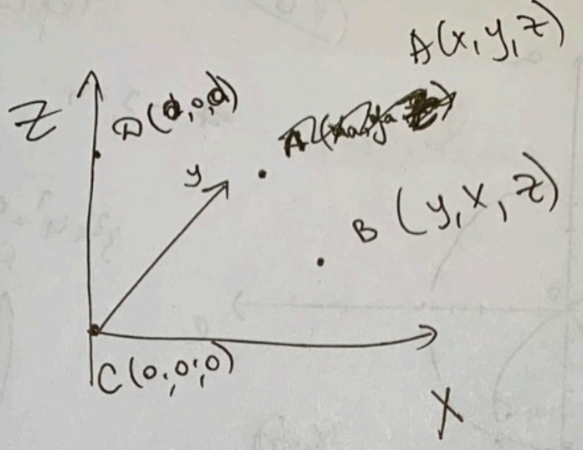
$S_{\smile} = \frac{1}{6} S_{\bigcirc} = \frac{1}{6} \cdot \pi R^2$

$S_{\triangle} = \frac{r^2 \cdot \sin 60°}{2} = \frac{\sqrt{3} R^2}{4}$

$S_{\smile} = \frac{\pi}{6} R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 = R^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

$S = 10^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

0.5 $\frac{1.7}{4}$



$$AD = 7 \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2+(d-z)^2 = 49 \\ AC = 6 \to x^2+y^2+z^2 = 36 \\ AB = 6 \to 2(x-y)^2 = 36 \end{cases}$$

$x^2+y^2+z^2=36$

$d^2-2d=13$

$\cancel{2}(x^2+y^2-2xy)=\cancel{36}$ 18

~~$x^2+y^2=18+2xy$~~

$(x-y)^2=18$ $y > x$

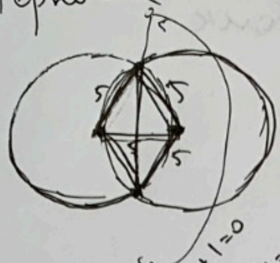
$|x-y| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

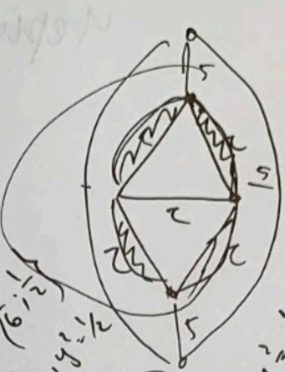
$y = x + 3\sqrt{2}$

$x^2 + 6\sqrt{2}x + x^2 + 18 + z^2 = 36$

$2x^2 + 6\sqrt{2}x + z^2 = 18$

Черновик





$y=-\frac{1}{\sqrt2}$

$2.5\sqrt3+5=$

$=2.5(2+\sqrt3)$

$y=\sqrt2/2$

$12m^2-8m+1=0$

$\frac{D}{4}=4^2-12=4=2$

$m=\frac{4\pm2}{12}=\frac16;\frac12$

$y^2=\frac16$, $y^2=\frac12$

$y^2=1/2$

$y=-1/\sqrt2$

$x=-1$

$2.5(2+\sqrt3)$

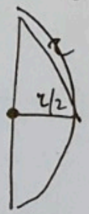
$2.5(3)$

$x^2+3y^2=2$

$2xy=1$

$xy=1/2$

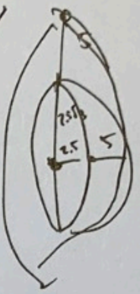
$x=\frac{1}{2y}$ $|\cdot4y^2$



$\sqrt{r^2-(r/2)^2}=$

$=\sqrt{r^2-\frac{r^2}{4}}=\sqrt{\frac{3r^2}{4}}=$

$=r\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\frac{5\sqrt3}{2}$



$12y^4-8y^2+1=0$

$x=-1/2y$

$\frac{1}{4y^2}+3y^2=2$

$1+12y^4=8y^2$

$(r-7.5)^2+r$

$6+6\sqrt3$ $x^2+y^2=6$

$2xy=6\sqrt3$

$\cancel{R^2}-15R+\frac{15^2}{4}+R^2-5(\cancel{1}2+\sqrt3)R+\frac{25(\cancel{1}2+\sqrt3)^2}{4}=\cancel{R^2}$

$R^2-R(15+5(\cancel{1}2+\sqrt3))+\frac14(15^2+25(1+\sqrt3)^2)=0$

$R^2-R(5(\cancel{\ }4+\sqrt3))+\frac14(5^2(3^2+4+2\sqrt3))=0$

$R^2-R(5(4+\sqrt3))+\frac14(5^2(13+2\sqrt3))=0$

$(2-\sqrt3)^2=$

$=7-4\sqrt3$

$D=5^2(4+\sqrt3)^2-5^2(13+2\sqrt3)=$

$=5^2(\cancel{\ }19+8\sqrt3-13-2\sqrt3)=5^2(6+6\sqrt3)=$

$\boxed{5^2\cdot6(1+\sqrt3)}$

$(x+y\sqrt3)^2=$ $x^2+3y^2=2$
$2xy=1$

$2+\sqrt3=$

$2\cdot(\frac12\cdot\sqrt3)$

$\frac34+1=\cancel{\frac{\sqrt3}{4}}$

$\cancel{\sqrt3}$ $\frac{\sqrt3}{2}$ 1

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100675**

ID профиля: **183798**

Вариант 19

4. Чистовик. Лист 1

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 21 = 3^1 \cdot 7^1 \\ НОК(a,b,c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \end{cases}$$

Заметим, что т.к. НОК(a, b, c) не делится на другие простые, кроме 3 и 7, то a, b, c – произв. степеней 3 и 7, причем, т.к. НОД(a, b, c) ⋮ 3 и ⋮ 7, то a, b, c ⋮ 3, ⋮ 7 ⇒

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2} \\ b = 3^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2} \\ c = 3^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2} \end{cases} \quad НОД(a,b,c) = 3^1 \cdot 7^1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1 \\ \min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 1 \end{cases}$$

$$НОК(a,b,c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \Rightarrow \begin{cases} \max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 17 \\ \max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 15. \end{cases}$$

Делимость на 3 не зависит от делимости на 7 и наоборот.

$$\Downarrow$$

количество троек (a, b, c) = $\underbrace{\text{количество троек } (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)}_{P} \cdot \underbrace{\text{колич. троек } (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)}_{Q} = P \cdot Q$

Посчитаем P

Рассм. случай, когда $\begin{cases} \alpha_1 \neq \beta_1 \\ \beta_1 \neq \gamma_1 \\ \alpha_1 \neq \gamma_1. \end{cases}$ Тогда

Способов выбрать max и min = 3·2 = 6, способ выбрать среднее число = 17 - 2 (1 и 17 запрещены, м/у ними 15 чисел). В других случаях среднее число = max или min ⇒ если max, то вариантов выбрать min = 3, если min, то вар-в выбрать max = 3 ⇒

⇒ всего способов $6 \cdot (17-2) + 3 + 3 = 6 \cdot (17-1) = 6 \cdot 16 = P$

Аналогично $Q = 6 \cdot (15-2) + 3 + 3 = 6 \cdot (15-1) = 6 \cdot 14 = Q \Rightarrow$

⇒ всего способов $P \cdot Q = 6^2 \cdot 14 \cdot 16 = 8064$

Ответ: 8064 варианта.

(начало)

5. О.Д.З. $x > \frac{11}{4}$ Чистовик. лист 2

$\exists \begin{cases} \frac{x}{2} - 1 = a \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = b \\ x - \frac{11}{4} = c \end{cases}$ Условие перепишется, как

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{2}\log_a b = 2\log_c a + 1 = 2\log_b c + 1 \quad (1) \\ 2\log_c a = \frac{1}{2}\log_a b + 1 = 2\log_b c + 1 \quad (2) \\ 2\log_b c = \frac{1}{2}\log_a b + 1 = 2\log_c a + 1 \quad (3) \end{array}\right.$$

---

(1) $\frac{1}{2}\log_a b = \frac{1}{2}\log_a c \cdot \log_c b = \cancel{\frac{1}{2}\log} \ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\log_c a} \cdot \frac{1}{\log_b c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\log_a b - 2} \cdot \frac{4}{\log_a b - 2} =$

$= \frac{8}{(\log_a b - 2)^2} \Rightarrow \log_a b = \frac{16}{(\log_a b - 2)^2} \Rightarrow$ ~~$(x-4)(x^2+4)=0$~~ $(\log_a b - 4)((\log_a b)^2 + 4) = 0 \Rightarrow$

$\log_a b \neq 2$

$\Rightarrow \log_a b = 4$, $\log_c a = \frac{1}{2}$, $\log_b c = \frac{1}{2}$

$\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = 4$, $\log_{x-\frac{11}{4}} \frac{x}{2} - 1 = 1/2$, $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}} x - \frac{11}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{x}{2} - 1\right)^4 = \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)$, $\underbrace{\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = \left(x - \frac{11}{4}\right)}$, $\underbrace{\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 = \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)}$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$(x-3)(x-5) = 0$ $x = 3 \pm \frac{\sqrt{19}}{4} \Rightarrow$ решений нет

$\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 5 \end{array}\right.$

---

(2) $2 \cdot \log_c a = 2 \cdot \log_c b \cdot \log_b a = 2 \cdot \frac{1}{\log_b c} \cdot \frac{1}{\log_a b} = 2 \cdot \frac{1}{\log_c a - \frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{4\log_c a - 2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \log_c a = \frac{1}{(\log_c a - \frac{1}{2})(4\log_c a - 2)} = \frac{1}{(2\log_c a - 1)(2\log_c a - 1)} = \frac{1}{(2\log_c a - 1)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$(x-1)(4x^2+1) = 0 \Rightarrow$~~ ~~$\boxed{x = \frac{1}{2}}$~~ $(\log_c a - 1)((\log_c a)^2 + 1) = 0 \Rightarrow$

$\boxed{\log_c a = 1} \Rightarrow c = a \Rightarrow \frac{x}{2} - 1 = x - \frac{11}{4} =$

$\Rightarrow x = 3.5$

(Продолжение на след. листах)

5 (Продолжение) Чистовик (лист 3)

~~$2\log_c a = \dots = \frac{1}{2}\log_a b + 1 \Rightarrow \log_a b = 2$~~

~~$b = a \Rightarrow \frac{3x}{2} - \frac{1}{4} = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 \quad | \cdot 4$~~

$\log_c a = 1 \Rightarrow$

~~$7 - 1 = (3x - 2)^2$~~

$2\log_c a = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\log_a b = 1 \Rightarrow \log_a b = 2, \log_b c = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \log_a b = 2, \log_b a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = a^2 = c^2 \Rightarrow$

$\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 \quad | \cdot 4$ $a = c \Rightarrow$

$2x - 1 = (x - 2)^2 \Rightarrow$ $\frac{x}{2} - 1 = x - \frac{11}{4}$

$2x - 1 = x^2 - 4x + 4$ $\frac{x}{2} = \frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 5 \end{array}\right.$ $\Rightarrow \varnothing$

п. ③

$2\log_b c = 1 \cdot \log_b a \cdot \log_a c = 2 \cdot \frac{1}{\log_a b} \cdot \frac{1}{\log_c a} \Rightarrow$

$\Rightarrow \log_b c = \frac{1}{(2\log_b c - 1)^2} \Rightarrow \log_b c = 1 \Rightarrow b = c \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = x - \frac{11}{4} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{10}{4} \Rightarrow x = \frac{10}{2} = \boxed{5}$

$2\log_b c = 2 \Rightarrow \log_a b = 2, \log_c a = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow b = c, b = a^2, a^2 = c$

$\boxed{x = 5 \text{ - корень}}$

$\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \quad | \cdot 4$

$(x - 2)^2 = 2x - 1$

$x^2 - 4x + 4 = 2x - 1$

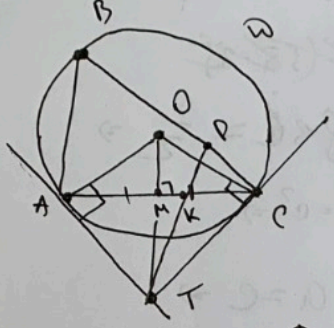
$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x = 1$

$\boxed{x = 5}$

$\boxed{\text{Ответ: } x = 5}$

№6.



Решение:

O равноуд. от A и C $\Rightarrow$ $OM \perp AC$, $MA = MC$, при этом $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ$, т.к. AT и CT – кас. к ω $\Rightarrow$ O, M и T принадлежат одной прямой (OT - ось симметрии для четырех уг (дельтоида) AOCT). $\exists\ TP \cap AC = K$. $\frac{[APK]}{[SPK]} = \frac{5}{3}$ $\Rightarrow$ [S]-площадь

$\Rightarrow \frac{AK}{CK} = \frac{5}{3}$ (т.к. опир. на общую прямую AC) $\Rightarrow \frac{MK}{KC} = \frac{1}{3}$.

$(a, b, c) - ?$ Черновик

$(a, b, c) = 21 \Rightarrow$ $a = \cancel{3 \cdot 7} \cdot a_1$ $(a_1, b_1, c_1) = 1$

$b = \cancel{3 \cdot 7} \cdot b_1$

$[a, b, c] = 3^{17} \cdot 7^{15}$ $c = \cancel{3 \cdot 7} \cdot c_1$

нод

~~$(a,b,c) \cdot [a,b,c] =$~~

$a = 3^{\alpha_1} 7^{\alpha_2}$

$b = 3^{\beta_1} 7^{\beta_2}$

$c = 3^{\gamma_1} 7^{\gamma_2}$

$\min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1$

$\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 1$

$\max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 17$

$\max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 15$

~~[illegible]~~

отдельно ~~α~~1, ~~отд~~ельно $\alpha_2 .. \gamma_2$

выберем min и max, ∃ среднее м/у строго

выбрать 2 (min и max) = ~~3 способа~~ 6 способов

среднее может принимать а) $\overset{1..17}{\underset{2..16}{}}$ 15 значений ⇒

б) 13 значений

⇒ ~~6(15 + 13) + если есть равные~~

2 min или 2 max

$\boxed{1, 1, 17}$ 3 способа 3 способа

$\boxed{1, 1, 15}$ 3 способа 3 способа

$6 \cdot 15 + 6 = 6 \cdot 16$

$6 \cdot 13 + 6 = 6 \cdot 14$

$6 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 14$ способ.

$$\boxed{6^2 \cdot 16 \cdot 14}$$

Черновик

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$,

$\times\,224$
36
$13\,4\,4$
$67\,2$
$80\,64$

x – ? 2 равна, одно > 2 уходит к 1

$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$,

$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$

$\frac{x}{2}-1>0$

О.Д.З

$\alpha_1, \beta_2, \gamma$:

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b$$
$$\frac{x}{2}-1=a$$
$$x-\frac{11}{4}=c$$

$\frac{x}{2}-1>0$

$x\neq\frac{11}{4}$

$\frac{x}{2}-1\neq1$

$\boxed{x>\frac{11}{4}}=$

$\boxed{x>2.75}$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0$

$2x-1>0$

$\boxed{x>\frac{1}{2}}$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq1 \quad |\cdot4$

$\frac{x}{2}-1=a+3/4$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=a$

$\frac{1}{2}\log_a b$

$2\log_c a$

$2\log_b c$

1..17

2..16

⑮

$2x-1\neq4$

$\boxed{2x\neq5 \quad x\neq2.5}$

$x-\frac{11}{4}$ $\quad 1/2-\frac{11}{4}$ $\quad x-\frac{11}{4}=$

$2a=x-\frac{1}{2}$

$\frac{11}{4}-\frac{1}{2}=\boxed{-\frac{9}{4}}$

$\boxed{2a-\frac{9}{4}}$

$\times\,16$
14
$6\,4$
16
224

①

$\exists$ $2\log_c a=2\log_b c$

$\boxed{\log_c a=\log_b c}$

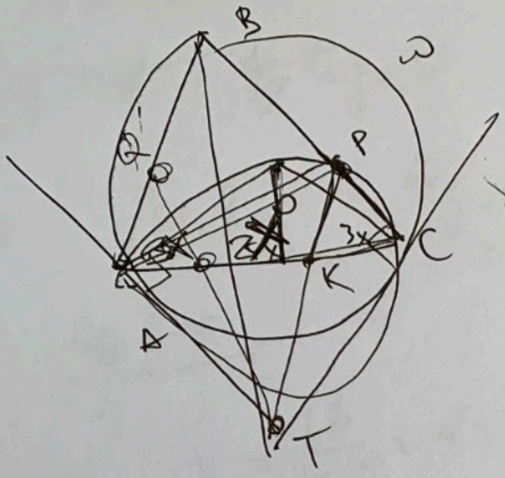
$\log_b c\cdot \cancel{\log_c a}=\log_b a$

$\log_b c\cdot\log_c a=\log_b a$

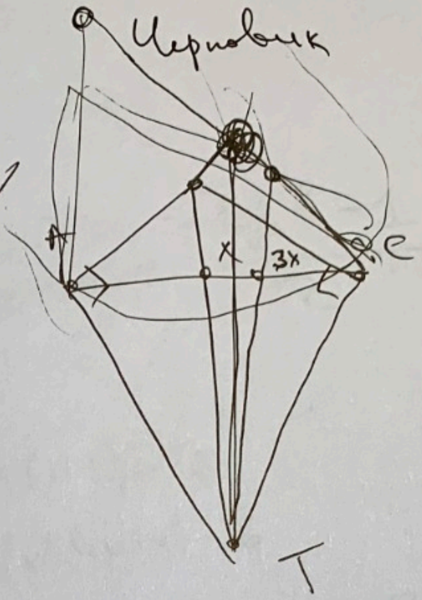
$\cancel{\log_b c\cdot\log_c a}=$

$\cancel{\frac{\log_a b}{\log_a c}}=\log_c b\Rightarrow\log_c b\cdot\log_a c=\log_a b$

$\cancel{\log_a c\cdot\log_c b=\log_a b}$



Черновик



Черновик

~~$2\log_c a + 2 = \frac{1}{2}\log_a b$~~ $| \cdot 2$

$\frac{1}{2}\log_a b =$

$\log_c a = \frac{\frac{1}{2}\log_a b - 1}{2} = \frac{1}{4}\log_a b - \frac{1}{2} =$

$= \frac{\log_a b - 2}{4}$

$x = \frac{16}{(x-2)^2} \Rightarrow x(x-2)^2 = 16$

$x(x^2-4x+4) = 16$

$x^3 - 4x^2 + 4x - 16 = 0$ $\Big|\frac{x-4}{x^2+4}$

$\boxed{x = 4}$

$4^3 - 4^3 + 16 - 16 = 0$

$x^3 - 4x^2$

0

$2 = 1 + 1$

$\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$ $| \cdot 16$

$(4x-11)^2 = 8x - 4$

$16x^2 - 88x + 121 = 8x - 4$

$\boxed{16x^2 - 96x + 125 = 0}$

$48 \cdot 2 =$

$16 \cdot 3 \cdot 2 = 16 \cdot 6$

$D = 16^2 \cdot 6^2 - 5^3 \cdot 4 \cdot 4^2 =$

$= 4^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 - 5^3 \cdot 4^3 =$

$= 4^5 \cdot 3^2 - 5^3 \cdot 4^3 =$

$= 4^3(4^2 \cdot 3^2 - 5^3) =$

$= 64(\underbrace{144 - 125}_{19}) =$

$= 64 \cdot 19 = 8\sqrt{19}$

$\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = x - \frac{11}{4}$ $| \cdot 4$

$(x-2)^2 = 4x - 11$

$x^2 - 4x + 4 = 4x - 11$

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$(x-3)(x-5) = 0$

$x = 3, x = 5$

$\log_a b = 4\log_b$

$(x-\frac{11}{4})^2 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \quad \Big| \cdot 16$

черновик

$(4x-11)^2 = 8x - 4$

$16x^2 - 88x + 121 = 8x - 4$

$16x^2 - 96x + 125 = 0$

$\frac{D}{4} = 48^2 - 125 \cdot 16 = 16(\overset{144}{16 \cdot 9} - 125) = 16 \cdot 19 =$

$4\sqrt{19}$

$x = \frac{48 \pm 4\sqrt{19}}{16} = \boxed{3 \pm \frac{\sqrt{19}}{4}}$

$\frac{x}{2}\,4 = x - \frac{11}{4} \quad \Big| \cdot 4$

$2x\,4 = 4x - 11$

$2x = 7$

~~$10 = 2x$~~

$\boxed{x = 3,5}$

~~$2\log_c a = \frac{1}{4}\log_a b + \frac{1}{2}$~~ ~~$4 \cdot 2$~~

~~$\log_c b$~~ ~~$x = 7x$~~

$4\log_c a = 2\log_a b + 2 \quad \Big| \cdot 2$

$\log_a b = 4\log_c a - 2$

$\frac{1}{4\log_c a - 2}$

$2\log_b c + 4 = 2\log_c a - 1$

$\log_c a - \frac{1}{2}$

$x \cdot (2x-1)^2 = 1$

$x(4x^2 - 4x + 1) = 1$

$4x^3 - 4x^2 + x - 1 = 0 \quad \Big| \frac{x-1}{4x^2+1}$

$x = 1$ - реш